



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

DIPARTIMENTO DI FISICA "G. OCCHIALINI"

Corso di Laurea Magistrale in Fisica

**Fotoassociazione e manipolazione
coerente di molecole in un gas ultrafreddo
mediante risonanza di Feshbach orbitale**

Relatore esterno: Prof. Leonardo Fallani

Relatore interno: Prof. Gianpaolo Brivio

Tesi di laurea magistrale di:

Daniele Tusi

Matr. 809294

Anno Accademico 2016-2017

Questa pagina è lasciata bianca intenzionalmente

*Non so a cosa serve questo sasso, io,
ma a qualcosa deve servire.
Perché se questo è inutile, allora è inutile tutto:
anche le stelle.
E anche tu,
anche tu servi a qualcosa, con la tua testa di carciofo.*

La strada - Federico Fellini

Indice

Introduzione	III
1 L'itterbio e il suo raffreddamento	1
1.1 Rallentamento degli atomi tramite la transizione a 399 nm . . .	3
1.2 Trappola magneto-ottica (MOT) via transizione a 556 nm	7
1.3 Intrappolamento e raffreddamento evaporativo	10
1.3.1 Light shift e lunghezza magica	13
1.4 La macchina dell'itterbio	15
2 Manipolazione di un gas ultrafreddo di ^{173}Yb	19
2.1 Reticoli ottici	20
2.1.1 Regime di Lamb-Dicke	23
2.2 Stern Gerlach ottico (OSG) e pompaggi ottici	25
2.3 Teoria e spettroscopia Raman	28
2.4 Transizione di orologio a 578 nm	30
2.5 Tecniche di imaging negli stati 1S_0 e 3P_0	33
3 Proprietà collisionali dell'itterbio	37
3.1 Interazioni atomiche in un gas ultra-freddo	38
3.2 Simmetria SU(N)	42
3.3 Risonanza di Feshbach	45
3.4 Interazione inter-orbitale e spin-exchange	50
3.4.1 Interazioni diretta e di scambio	50
3.4.2 Interazione inter-orbitale in presenza di magnetico . .	52
3.5 Risonanza di Feshbach Orbitale	55
4 Fotoassociazione e manipolazione di molecole Feshbach	62
4.1 Protocollo base e calibrazione del campo magnetico	63
4.2 Fotoassociazione di molecole mediante transizione di orologio	66
4.3 Spettroscopia Raman	76
4.4 Prime osservazioni di molecole orbitali nello spazio libero .	82
Conclusioni	91
Bibliografia	95

INDICE

II

Ringraziamenti

99

Introduzione

La fisica dei gas quantistici ultrafreddi è un campo che negli ultimi venti anni ha avuto dei progressi incredibili, che hanno fissato il primo di una lunga serie di traguardi nella prima condensazione di un gas di Bose avvenuta a metà degli anni novanta e che è valsa il Nobel per la fisica nel 2001. Dopo la realizzazione sperimentale dei condensati, è iniziato lo sforzo per la loro comprensione profonda e la loro manipolazione: lo scopo maggiore è stato quello di andare oltre la fisica di campo medio, per studiare le interazioni tra atomi ultra-freddi e osservare fenomeni di correlazioni a lungo e corto raggio[1].

Le tecniche che hanno dato maggiore successo in questo senso sono due: la realizzazione di reticoli ottici di diverse dimensioni spaziali, che hanno permesso di ridurre la dimensionalità del problema e diminuire i problemi legati all'energia cinetica degli atomi[2], e la risonanza di Feshbach[3], che incrementa le interazioni tra atomi aumentando la lunghezza di scattering in prossimità della risonanza. I bosoni, tuttavia, sono affetti da perdite molto veloci in prossimità della risonanza. Questo fatto limita fortemente la manipolabilità di tali sistemi.

Al contrario, per i gas degeneri di fermioni queste perdite sono notevolmente minori grazie alla protezione data dal principio di Pauli. Ciò ha candidato i fermioni fin da subito a giocare un ruolo di importanza capitale nella materia condensata, anche in virtù della connessione con la natura fermionica degli elettroni nei materiali convenzionali. Vale la pena ricordare, inoltre, che nell'ottica della "simulazione quantistica", che si prefigge l'implementazione esatta di modelli teorici in sistemi di atomi ultra freddi, la rilevanza dei risultati ottenibile tramite sistemi bosonici è

sicuramente minore, in quanto i sistemi fermionici sono notoriamente più ardui da affrontare con tecniche di simulazione numerica.

In questa grande famiglia di atomi, che sottostanno alla statistica di Fermi, si possono individuare due macro categorie. La prima è quella degli atomi con un solo elettrone nella shell più esterna, come gli alcalini, tra i quali va menzionato il ^6Li . Sfruttando la risonanza di Feshbach, questa specie ha permesso, e permette tuttora, di addentrarsi nella fisica del BEC-BCS crossover, permettendo di ottenere una comprensione maggiore della superfluidità fermionica.

Oltre agli atomi simil-alcalini, ricoprono un posto d'onore nella fisica atomica dei fermioni anche gli alcalino-terrosi o atomi che, come questi, hanno due elettroni nella shell più esterna. Data questa caratteristica, essi condividono la stessa struttura elettronica dell'elio. Tra gli stati elettronici che caratterizzano gli atomi di questa categoria, vale la pena citare lo stato fondamentale, magneticamente inerte, 1S_0 e il livello metastabile 3P_0 . Da una parte, la simmetria $SU(N)$ che caratterizza questi stati (dove $N = 2I + 1$ è il numero di componenti di spin e I lo spin nucleare), consente a queste specie di essere sfruttate per la simulazione di un ampio spettro di sistemi quantistici. Dall'altra, il fatto che la transizione $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ tra gli stati sopracitati sia doppiamente proibita dalle regole di selezione di dipolo, li rende ottimi strumenti metrologici, per realizzare misure ultra-precise e nuovi orologi atomici reticolari. Questo può accadere perché la transizione, anche se proibita, può essere eccitata in atomi molto pesanti, come ad esempio gli isotopi fermionici dell'itterbio - ^{171}Yb e ^{173}Yb . La larghezza naturale di riga di tale transizione è straordinariamente piccola, può raggiungere le decine di mHz, e questo è il particolare che rende gli alcalino-terrosi appetibili alla metrologia.

Recentemente si è aperta la possibilità di unire questi due campi della fisica fin ora studiati separatamente da alcalini ed alcalino-terrosi, attraverso l'introduzione della risonanza di Feshbach orbitale (OFR) [4]. Eccitando un atomo con due elettroni di valenza nel livello metastabile 3P_0 , si supera la simmetria $SU(N)$ del sistema e si osservano fenomeni di spin-exchange [5] [6] che danno luogo all'accoppiamento di

due canali di scattering (un canale aperto e un canale chiuso) con la conseguente divergenza della lunghezza di scattering in corrispondenza di un certo campo magnetico.

L'introduzione di questo nuovo tipo di risonanza porta alla possibilità di uno studio diverso del crossover BEC-BCS[7]. La risonanza di Feshbach che si osserva negli atomi alcalini, infatti, è detta larga (*broad resonance*), perché ha un carattere universale, in quanto la dipendenza della lunghezza di scattering dall'energia degli atomi è molto blanda e quindi coinvolge tutto il gas. Il comportamento dell'OFR negli atomi con due elettroni di valenza, invece, è opposto. La risonanza qui è detta stretta (*narrow resonance*), perché coinvolge una classe ristretta di atomi, in quanto la dipendenza della lunghezza di scattering dall'energia è più marcata. Questo permetterebbe nuove possibilità di controllo delle proprietà di scattering del sistema fermionico, anche in virtù delle scale di energia molto diverse rispetto a quelle di esperimenti tradizionali con atomi alcalini.

Questo lavoro di tesi si è svolto nei laboratori del Dipartimento di Fisica e Astronomia dell'Università degli Studi di Firenze, in collaborazione con l'istituto LENS e INO-CNR. Esso si inserisce nel campo della fisica dei gas fermioni ultrafreddi appena descritto perché ha avuto lo scopo di capire il comportamento degli stati legati generati in prossimità della risonanza Feshbach orbitale in un gas ultrafreddo di ^{173}Yb . Infatti, capire in che modo e in che quantità le molecole Feshbach si generano è il passo iniziale ed essenziale per avvicinarsi alla fisica del crossover BEC-BCS, come già accennato in precedenza. A questo scopo, il lavoro si è dipanato lungo due percorsi distinti, da una parte il tentativo di associazione di molecole in una trappola ottica, che simula lo spazio libero, attraverso delle rampe di campo magnetico che incrociassero il valore di campo in cui la lunghezza di scattering diverge. Dall'altra l'analisi della fotoassociazione di molecole in un reticolo 3D.

Dal momento che le misure iniziali in trappola hanno dato risultati ambigui e non hanno permesso di identificare con certezza una popolazione di stati legati, l'attenzione di questo lavoro è stata concentrata fin dalle prime fasi sulla seconda categoria di esperimenti, la fotoassociazione in

reticolo, alla quale, però, si è aggiunto un ulteriore obiettivo: spostare le molecole dal reticolo in una trappola ottica, verificando che il passaggio da un sistema ad un altro non le dissociasse. In questo modo lo stato finale è ancora un gas molecolare in spazio libero, in modo da permettere interazioni tra stati legati.

La descrizione di questo lavoro di tesi è stata divisa in quattro capitoli, che sono riportati con i loro contenuti nello schema che segue:

L'itterbio e il suo raffreddamento Il primo capitolo della tesi descrive le proprietà della struttura elettronica dell'itterbio e come queste sono utilizzate per raffreddare una nuvola di ^{173}Yb fino a temperature di decine di nK. Si è descritto il processo di raffreddamento sia dal punto di vista teorico sia nella sua implementazione nelle tecniche di laboratorio.

Manipolazione di un gas ultrafreddo Nel secondo capitolo sono descritte le tecniche che sono state utilizzate in questo lavoro, e abitualmente implementate nei laboratori di fisica atomica, per manipolare il gas degenere. Sono state descritte la teoria e la pratica della spettroscopia di orologio e Raman, i protocolli che permettono di creare misture di spin e la realizzazione dei reticoli ottici in cui è caricato il campione. Infine è descritta la tecnica di imaging utilizzata per acquisire i dati.

Proprietà collisionali dell'itterbio Nel terzo capitolo si sono inizialmente descritte le proprietà collisionali di un gas ultrafreddo e le proprietà della risonanza di Feshbach. Dopo questa introduzione generale, ci si è focalizzati sul caso dell'itterbio, in particolare ^{173}Yb . Si è descritta la simmetria $\text{SU}(6)$ dell'atomo nello stato fondamentale e come le interazioni in una mistura 1S_0 - 3P_0 siano completamente diverse. Infine si è descritta dettagliatamente la risonanza di Feshbach orbitale e lo stato legato ad essa associato.

Fotoassociazione e manipolazione di molecole-Feshbach Nel quarto e ultimo capitolo sono riportati i risultati sperimentali più significativi raggiunti in questo lavoro, de-

scrivendo come si sono utilizzate le tecniche già descritte e commentando le misure chiave.

Capitolo 1

L'itterbio e il suo raffreddamento

L'itterbio è un metallo raro dalla serie dei Lantanidi con numero atomico $Z = 70$. Tra i suoi molti isotopi stabili è possibile trovare sia bosoni, che hanno un numero di massa A pari, sia fermioni, con numero di massa A dispari, come mostrato in Tab 1.1.

La sua struttura elettronica è $[\text{Xe}]4f^{14}6s^2$ e, come succede agli elementi Alcanino-Terrosi, ha due elettroni che completano la shell più esterna. Questo conferisce allo stato fondamentale 1S_0 un carattere fortemente diamagnetico.

Inoltre, proprio come l'elio, che presenta anche esso due elettroni nella shell più esterna, risulta conveniente descrivere la struttura elettronica degli stati eccitati in funzione del momento di spin totale. Così si hanno stati di singoletto ($S = 0$) e stati di tripletto ($S = 1$), come mostrato in Fig 1.1.

Tra gli stati di singoletto sono annoverati lo stato fon-

Tabella 1.1: Elenco isotopi degli isotopi stabili dell'itterbio

Isotopo	Abbondanza (%)	Spin nucleare	Comportamento
^{168}Yb	0.13	0	bosonico
^{170}Yb	3.05	0	bosonico
^{171}Yb	14.3	1/2	fermionico
^{172}Yb	21.9	0	bosonico
^{173}Yb	16.12	5/2	fermionico
^{174}Yb	31.8	0	bosonico
^{176}Yb	12.7	0	bosonico

damentale e lo stato 1P_1 . La transizione $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ è dipolo permessa, infatti lo stato eccitato ha un tempo di vita di 5.5 ns (larghezza naturale $\Gamma = 28.9$ MHz). Questa transizione a 399nm cade nello spettro blu e, dato il suo tempo di vita molto ridotto, è utilizzata per rallentare gli atomi nello Zeeman Slower, come è descritto in Sez 1.1.

Tra gli stati di tripletto è necessario porre l'attenzione sullo stato 3P , in cui le transizioni con lo stato fondamentale sarebbero sopresse dalla regola di selezione che conserva il momento di spin ($\Delta S = 0$). Esse possono essere osservate comunque a causa del numero atomico molto alto, che rende l'accoppiamento $\hat{L} \cdot \hat{S}$ dominante e non più trattabile come una perturbazione[8]. La violazione di questa regola di selezione garantisce che le vite medie di questi stati siano piuttosto lunghe.

Tra i sottolivelli dello stato 3P , la transizione a 556 nm (verde) $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ ha una larghezza di 180 kHz, molto più stretta della transizione blu già descritta. Essa è utilizzata, tra i molti scopi, per il raffreddamento in MOT, descritto in Sez 1.2.

Il sottolivello 3P_0 non potrebbe fare transizioni con lo stato fondamentale perché viola un'ulteriore regola di selezione: $\Delta J = 0$. Essa, però, può essere osservata nello spettro della luce gialla, a 578 nm, a causa dell'accoppiamento con lo spin nucleare che mischia i livelli 3P_0 , 3P_1 e 3P_2 . Questa caratteristica gli conferisce una larghezza estremamente piccola, 38.5 mHz e, quindi, un tempo di vita molto lungo (~ 20 s). Questi due fatti lo rendono uno stato metastabile, detto "di orologio", molto interessante, che verrà descritto nel Cap 2.

Infine, tra gli stati di tripletto interessanti per questa tesi, e mostrati in Fig 1.1, c'è lo stato 3D , che è usato come stato di appoggio per alcuni processi di imaging descritti in Sez 2.5.

Questo Capitolo, dopo questa breve introduzione sulla specie atomica utilizzata in questo esperimento, è totalmente dedicato alla teoria del raffreddamento. Essa è nata già nei primi decenni del secolo scorso, dopo la formulazione delle Equazioni di Maxwell e della scoperta della struttura quantistica dell'atomo. I primi risultati sperimentali, tutta-

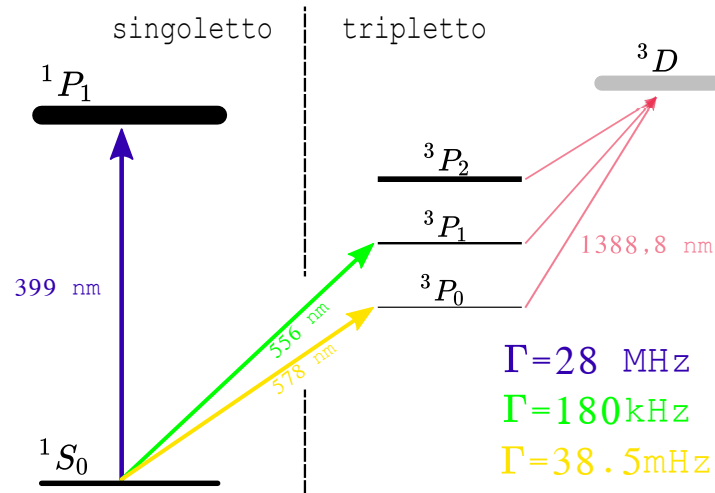


Figura 1.1: Schema dei livelli elettronici dell'itterbio 173, che sono utilizzati in questo lavoro. Sono indicate anche le larghezze di riga più rilevanti.

via, risalgono alla metà degli anni '80 e sono stati ottenuti grazie allo sviluppo della tecnologia del laser.

Le prime due sezioni, come già accennato, sono dedicate allo studio del raffreddamento della nuvola atomica grazie all'effetto Doppler, e faranno riferimento particolare alle transizioni con cui si può realizzare questa tecnica nell' ^{173}Yb .

Sez 1.3, invece, si focalizza sulla teoria dell'intrapopolamento degli atomi, tecnica con la quale è possibile effettuare un ulteriore raffreddamento, detto evaporativo, che è in grado di raggiungere temperature tali da far emergere le proprietà quantistiche del gas di itterbio.

Infine, Sez 1.4 descrive l'apparato sperimentale che permette di applicare le idee esposte nelle sezioni precedenti.

1.1 Rallentamento degli atomi tramite la transizione a 399 nm

In questa sezione è descritto il processo di rallentamento degli atomi tramite lo Zeeman Slower, ideato da William Daniel Phillips e che gli valse il Nobel per la fisica nel 1997, per lo sviluppo di metodi per raffreddare e catturare gli atomi tramite laser. Nell'itterbio questa tecnica sfrutta la transizione $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$.

Nel processo di assorbimento ed emissione di un fotone da parte di un atomo, il quanto di luce cede all'atomo il suo momento, oltre che la sua energia. Al momento del diseccitamento dell'atomo, tuttavia, il fotone si può considerare emesso isotropicamente nello spazio, senza direzioni preferenziali.

Questo porta una differenza di momento nella direzione di propagazione del fascio laser, che si traduce in una forza di scattering (pressione di radiazione se valutata in unità di superficie), che rallenta, o accelera, l'atomo di una quantità δv [9]:

$$\delta v = \frac{\hbar k_L}{m} \quad (1.1)$$

con k_L momento del fotone del laser, definito positivo se propagante nella stessa direzione dell'atomo e negativo altrimenti, mentre m è la massa dell'atomo. Questa differenza di velocità è dell'ordine dei mm/s , quindi troppo piccola da sola per avere degli effetti visibili sulla velocità del corpo. Essa è significativa solo se l'evento di assorbimento ed emissione di fotoni è molto frequente.

In generale, quindi, la forza media applicata ad un atomo da parte di un fascio di fotoni è proporzionale al momento ceduto all'atomo, espresso secondo Eq 1.1, e dal rate di scattering:

$$F = (\text{momento del fotone}) \times (\text{rate di scattering}) \quad (1.2)$$

Se si approssima l'atomo a un sistema a due livelli o, come nel caso dell'itterbio, si considera luce quasi risonante con una specifica transizione, è possibile sfruttare la teoria delle equazioni di Bloch ottiche, che permette di scrivere il rate di scattering in funzione della frequenza di Rabi Ω e della larghezza di riga Γ [10]:

$$R_{scat} = \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \Omega^2/2 + \Gamma^2/4} \quad (1.3)$$

dove è stato introdotto anche il detuning $\delta = \omega_L - \omega_0$, con ω_L frequenza del laser e ω_0 frequenza della transizione imperturbata. Si ricorda che la frequenza di Rabi è definita come:

$$\Omega = \sqrt{\left(\frac{\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_0}{\hbar}\right)^2 + \delta^2} \quad (1.4)$$

con $\mathbf{d}$ elemento di dipolo della transizione ed $\mathbf{E}_0$ ampiezza del campo elettromagnetico.

In questo modo, si può esprimere la forza percepita dagli atomi in funzione della quantità $I/I_{sat} = 2\Omega^2/\Gamma^2$, cioè dell'intensità della radiazione, normalizzata all'intensità di saturazione. Infatti, moltiplicando il rate di scattering di Eq 1.3 per il momento di un fotone si ha:

$$F_{scat} = \hbar k_L \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{sat}}{1 + I/I_{sat} + 4\delta^2/\Gamma^2} \quad (1.5)$$

Per $I \rightarrow \infty$ si ottiene

$$\hbar k_L \Gamma / 2 \quad (1.6)$$

Il fattore $1/2$ descrive il fatto che, risolvendo le equazioni di Bloch, le popolazioni dello stato eccitato e del fondamentale sono equipopolate in condizioni stazionarie. L'accelerazione a cui è soggetto l'atomo, quindi, risulta essere:

$$a = \frac{\Gamma \delta v}{2} = \frac{\hbar k_L \Gamma}{2m} \quad (1.7)$$

da cui è facilmente ricavabile la velocità degli atomi in funzione dello spazio.

$$v = \sqrt{v_0^2 - \frac{\hbar k_L \Gamma}{m} x} \quad (1.8)$$

Questo fenomeno fisico è utilizzato per rallentare gli atomi attraverso uno Zeeman Slower (ZS), mostrato schematicamente in Fig 1.2.

L'itterbio, prima di entrare nello ZS è scaldato ad una temperatura di circa 400°C in modo da passare allo stato gassoso. Il gas espande e viene fatto passare attraverso uno stato di collimazione, in modo che il fascio atomico così creato propaghi lungo una specifica direzione, con velocità longitudinale media di circa 340 m/s. Per una descrizione più accurata, comunque, si rimanda alla Sez 1.4 e a Ref.[9]. A questo punto, il fascio viene investito da un laser contropropagante che è quasi risonante con la transizione $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$. Questa transizione è preferibile alle altre dell'itterbio in quanto la sua larghezza di riga Γ è maggiore delle altre. Questo permette di massimizzare il numero di cicli di assorbimento e quindi la decelerazione, espressa da Eq 1.7.

Dal momento che la velocità dell'atomo varia lungo il percorso dello ZS, l'energia della transizione vista dal fotone

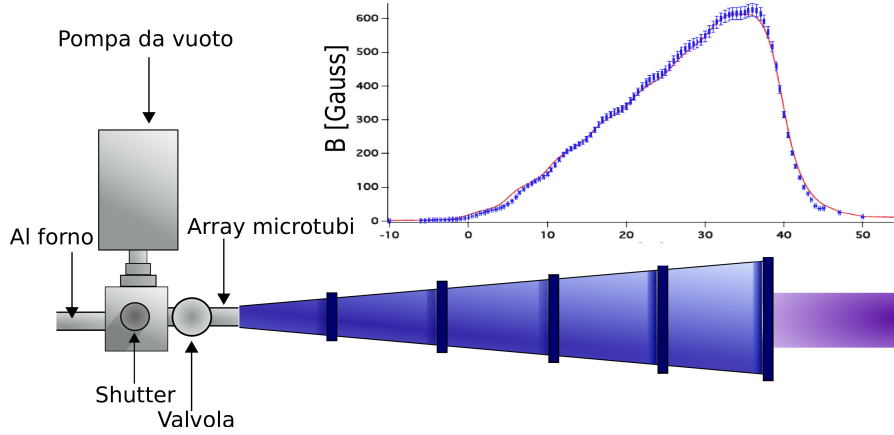


Figura 1.2: Disegno schematico di uno Zeeman Slower. Il gas di atomi viene creato nel forno e scorre verso destra, mentre il laser a 399 nm, provenendo da destra, va verso sinistra. Nell'inserto in alto, l'andamento teorico (rosso) e misurato (blu) del campo magnetico in funzione della distanza dalla bocca del forno. La differenza tra le due linee è dovuta al necessario numero finito di avvolgimenti delle bobine. L'inserto è tratto da Ref. [9].

varia anch'essa per effetto Doppler. Per compensare questo effetto, senza variare l'energia dei fotoni, è necessario inserire un campo magnetico, $B(x)$, lungo il percorso. Il campo deve rispettare la condizione per cui la frequenza del fotone è sempre quasi risonante con la transizione, modificata per effetto Zeeman :

$$\omega_0 + \frac{\Delta\mu_B B(x)}{\hbar} = \omega_L + k_L v \quad (1.9)$$

dove a sinistra c'è la frequenza della transizione (ω_0) e la modifica introdotta dall'interazione atomo-campo magnetico (dove si è fatto uso della differenza di momento magnetico tra stato eccitato e stato fondamentale $\Delta\mu$). A destra, invece, è presente la frequenza del laser. Definendo la distanza a cui l'atomo si fermerebbe

$$L_0 = \frac{v_0^2}{a} \quad (1.10)$$

è facile ricavare da Eq 1.9 il campo magnetico da imporre lungo lo ZS tramite una serie di bobine in cascata:

$$B(x) = \frac{\hbar v_0}{\lambda \Delta\mu_B} \left[\sqrt{1 - \frac{x}{L_0}} - 1 \right] \quad (1.11)$$

dove si è preso in considerazione un fascio laser risonante con la frequenza di transizione degli atomi all'ingresso

dello ZS, spostata dall'effetto Doppler:

$$\delta_L = -k_L v_0 = -2\pi \frac{v_0}{\lambda} \quad (1.12)$$

La luce utilizzata nello ZS è polarizzata σ^+ , in modo che possa essere manipolata tramite un campo magnetico e permettere agli atomi di svolgere il maggior numero di cicli di eccitazione-diseccitazione tra i livelli $m_F = -5/2$ del fondamentale e $m_F = -7/2$ dello stato eccitato. In questo modo, inoltre, si evita che vengano coinvolte altre transizioni non desiderate.

I fotoni, al termine del percorso, sono fortemente detunati verso il rosso rispetto alla transizione imperturbata e risultano quindi non assorbibili da un atomo propagante nella stessa direzione del fascio.

Questo meccanismo è molto utile anche per selezionare l'isotopo di itterbio desiderato, perché ogni isotopo ha una transizione $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ ad energie lievemente diverse. Modificando la frequenza del laser, perciò, è possibile rallentare l'isotopo desiderato, lasciando che gli altri si perdano.

1.2 Trappola magneto-ottica (MOT) via transizione a 556 nm

Al termine dello Zeeman Slower gli atomi hanno una velocità approssimativa di 15 m/s e può quindi iniziare il processo di raffreddamento vero e proprio.

Quando la velocità di un atomo è bassa, come al termine dello ZS, la forza in Eq 1.5 può essere sviluppata all'ordine lineare nella velocità

$$F_{scat}(v) \sim F(0) + \alpha v \quad (1.13)$$

Data la sua forma, Eq 1.13 è del tutto simile ad una forza viscosa. In questo caso il coefficiente α si può esprimere come:

$$\alpha = -\hbar k_L^2 \frac{\mathcal{S}}{(1 + \mathcal{S})^2} \frac{\delta_L \Gamma}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.14)$$

dove è stato definito il parametro di saturazione $\mathcal{S} = \frac{\Omega^2}{2} / (\delta_L^2 + \Gamma^2/4)$.

Da Eq 1.13 deriva che la forza si può considerare di attrito viscoso solo se il coefficiente α è minore di zero. Questo

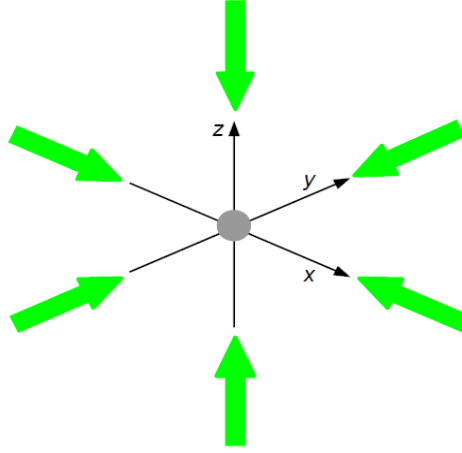


Figura 1.3: Realizzazione di una melassa ottica.

avviene per detuning $\delta_L < 0$, cioè $\omega_L < \omega_0$, condizione che prende il nome di detuning rosso, perché la frequenza del laser è più bassa e, quindi, nello spettro visibile più vicina alla radiazione rossa.

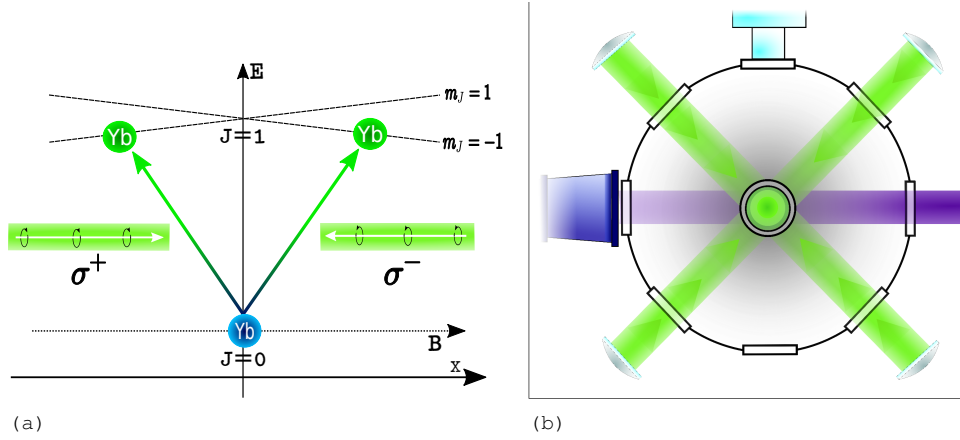
A questo punto, si potrebbe pensare di estendere quanto detto finora e le conclusioni di Sez 1.1 alle tre dimensioni spaziali. Seguendo questa intuizione, si può dimostrare che il coefficiente di viscosità della forza che agisce sull'atomo, con sei laser contropropaganti a coppie lungo le tre dimensioni spaziali (Fig 1.3), è dato da:

$$\alpha = -8\hbar k_L^2 \left(\frac{I}{I_s} \right) \frac{\delta_L/\Gamma}{[1 + 6I/I_s + (2\delta_L/\Gamma)^2]^2} \quad (1.15)$$

Questa configurazione viene detta *melassa ottica*.

Con il metodo della melassa ottica, e tutti i metodi che sfruttano esclusivamente l'effetto Doppler per il raffreddamento degli atomi, c'è un limite intrinseco nelle temperature minime raggiungibili, detto *limite Doppler*. Può essere dimostrato[11], attraverso la teoria del moto Browniano, che la temperatura minima T_D raggiungibile da una tecnica che applica una forza con coefficiente di viscosità come in Eq 1.15 è pari a

$$k_B T_D = \frac{\hbar \Gamma^2}{8|\delta_L|} \left[1 + 2\frac{6I}{I_s} + \left(\frac{2\delta_L}{\Gamma} \right)^2 \right] \quad (1.16)$$



(a)

Meccanismo di funzionamento di una trappola magneto ottica: due fasci laser contropropaganti e contropolarizzati vengono assorbiti dall'atomo solo nelle zone esterne della nuvola, dove i livelli Zeeman si avvicinano alla risonanza dei fotoni detunati verso il rosso, spingendo l'atomo verso il centro.

(b)

Realizzazione della MOT in una camera in vuoto dopo lo Zeeman Slower.

Eq 1.16 è la ragione per cui a questo punto del raffreddamento si utilizza la transizione $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ a 556 nm, che ha una larghezza di riga minore rispetto alla transizione di dipolo permessa usata nello Zeeman Slower. Una melassa ottica fatta con questa transizione ha una temperatura limite $T_D = 4.3\mu K$.

La melassa ottica, tuttavia, ha un limite che sopraggiunge prima del limite Doppler: il gas atomico diffonde e in tempi molto brevi gli atomi escono dalla zona di confinamento delimitata dallo *waist* dei fasci.

Per ovviare a questo problema si può procedere come schematizzato in Fig 1.4a: in una melassa ottica si applica un gradiente di campo magnetico che coinvolga tutta la nuvola atomica, imponendo che l'ampiezza del campo sia nulla al centro.

$$B(z) = bz \quad (1.17)$$

Trascurando la sottostruttura Iperfine del livello 3P_1 , i suoi stati di Zeeman, che in una melassa sono degeneri, sono risolti completamente, mostrando tre sottolivelli etichettati dai numeri quantici $m_J = 0, \pm 1$. Dato che il campo magnetico dipende dalla posizione, si ha una corrispondenza tra posizione ed energia del sottolivello.

Ogni atomo, quindi, sarà soggetto ad una forza di scatte-

ring che dipenderà dalla posizione secondo la formula:

$$F(z, v) = 8\hbar k_L \frac{I}{I_s} \frac{\delta_L/\Gamma}{[1 + 6I/I_s + 4\delta_L^2/\Gamma^2]^2} \left(k_L v + \frac{g_J m_J \mu_B b z}{\hbar} \right) \quad (1.18)$$

dove il secondo termine tra parentesi è l'effetto Zeeman che subisce l'atomo, infatti g_J è il fattore di Landè dello stato eccitato.

Eq 1.18 può essere riscritta, con opportuni raggruppamenti, in modo da far emergere le dipendenze spaziali e dalla velocità

$$F(z, v) = -\alpha v - \kappa z \quad (1.19)$$

che è la forza risultante di un oscillatore armonico smorzato

$$\ddot{z} + \gamma \dot{z} + \omega_{trap}^2 z = 0 \quad (1.20)$$

dove sono state definite $\gamma = \alpha/m$ e $\omega_{trap}^2 = \kappa/m$. L'atomo sottoposto a questa forza sarà soggetto ad un moto armonico smorzato solo se

$$\frac{\gamma}{4\omega_{trap}^2} \gg 1 \quad (1.21)$$

che rappresenta la condizione perché si abbia raffreddamento e gli atomi siano tenuti all'interno del volume di intersezione dei fasci laser.

Questa tecnica di raffreddamento è chiamata *trappola magnetooptica* (MOT) ed è realizzata come schematicamente è mostrato in Fig 1.4b.

Perché un atomo venga intrappolato in una MOT, entro una distanza pari al waist del laser (circa 2 cm), è necessario che esso abbia una velocità inferiore di un certo valore v_c , detta velocità di cattura. Questa non è facile da calcolare, ma il suo valore per la transizione a 556 nm eccitata con fasci del diametro di circa 2 cm è di circa 10 m/s[11].

1.3 Intrappolamento e raffreddamento evaporativo

La MOT può raggiungere temperature intorno alle decine di μK , dovuto al limite Doppler. Questo rende necessario trovare altri meccanismi per il raffreddamento di un gas atomico, che non si basino sulla pressione di radiazione. La tecnica, descritta di seguito, è quella del *raffreddamento evaporativo*.

Essa avviene in presenza di una trappola atomica realizzata con forze conservative. La prima parte di questa sezione, infatti, è dedicata alla descrizione di tali forze.

Data la natura diamagnetica dell'itterbio nel suo stato fondamentale, il mezzo da utilizzare per il raffreddamento deve essere ancora un laser. In particolare, si supponga il campo elettrico interagente con l'atomo abbia la forma

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{e}} [E(\mathbf{r})e^{i\omega_L t} + c.c./2] \quad (1.22)$$

dove $\hat{\mathbf{e}}$ è il versore polarizzazione. Il campo elettrico provoca un mixing tra il livello fondamentale e uno stato eccitato dell'atomo. Questi, tuttavia, hanno una densità di carica diversa, il che genera un dipolo elettrico oscillante alla stessa frequenza del laser:

$$\mathbf{d}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{e}} [d(\mathbf{r})e^{i\omega_L t} + c.c.] \quad (1.23)$$

Questa equazione è molto utile per definire la *polarizzabilità atomica* α , attraverso l'ampiezza di dipolo $d(\mathbf{r})$:

$$d(\mathbf{r}) = \alpha E(\mathbf{r}) \quad (1.24)$$

La formula esplicita per la polarizzabilità può essere ricavata risolvendo le equazioni di Bloch per un sistema a due livelli. Ne risulta la seguente espressione[13]

$$\alpha = -\frac{e^2 \mu_{eg}^2}{\hbar} \frac{\delta_L - i\Gamma/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + |\Omega|^2/2} \quad (1.25)$$

dove μ_{eg} è il momento magnetico della transizione.

Come si può osservare da Eq 1.25, la polarizzabilità è composta da una parte reale e una immaginaria (vedi Fig 1.4). La parte immaginaria descrive l'assorbimento dell'atomo, infatti è massima a detuning nullo. All'opposto, la parte reale descrive la componente dispersiva dell'interazione radiazione-atomo.

Il potenziale generato dal dipolo indotto, quindi, dipende solo dalla parte reale della polarizzabilità:

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{d} \cdot \mathbf{E} \rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}[\alpha] I(\mathbf{r}) \quad (1.26)$$

dove il con $\langle \cdot \rangle$ si intende il valor medio temporale.

Il gradiente del potenziale, al solito, rappresenta la forza che gli atomi subiscono, che è pari a

$$\mathbf{F}_{dip} = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}[\alpha] \nabla I(\mathbf{r}) \quad (1.27)$$

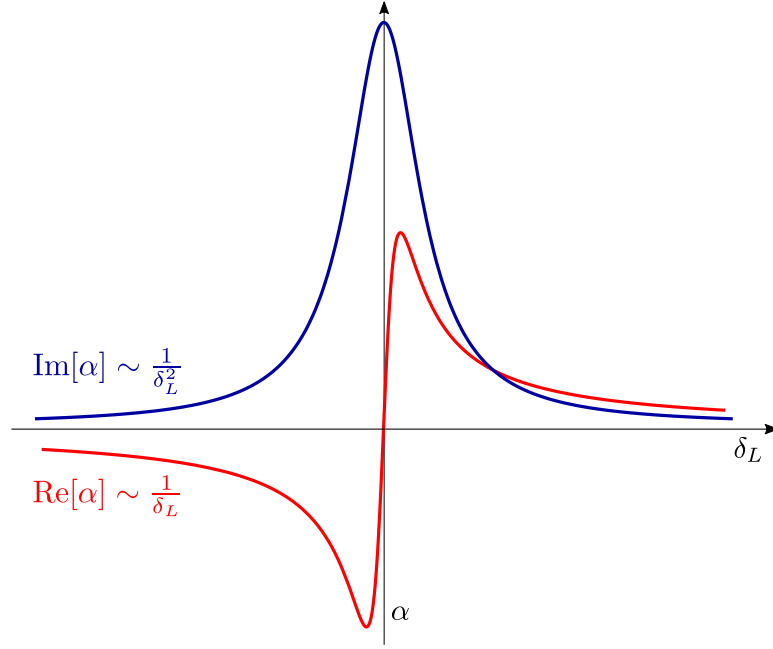


Figura 1.4: Parte reale (rosso) e parte immaginaria (blu) della polarizzabilità atomica in funzione del detuning. Si sottolineano gli andamenti delle due parti a detuning ,molto grande ($\delta_L \rightarrow \infty$).

Per avere una forza puramente conservativa, è necessario che la polarizzabilità sia totalmente reale. Seppur impossibile, è un'ottima approssimazione andare a detuning molto grandi. Per $\delta_L \gg \Gamma, \Omega$, $Re[\alpha] \propto 1/\delta_L$, mentre $Im[\alpha] \propto 1/\delta_L^2$ e quindi la componente assorbente è trascurabile rispetto a quella dispersiva. In questo regime il potenziale di dipolo può essere semplificato nella forma:

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\delta_L} \right) I(\mathbf{r}) \quad (1.28)$$

Da Eq 1.28 si evince che il potenziale è positivo per $\delta_L > 0$ (detuning blu), mentre per $\delta_L < 0$ (detuning rosso) è negativo. Questo implica che gli atomi, a seconda del detuning che le loro transizioni hanno con il laser, subiscono un'interazione repulsiva o attrattiva.

Dall'espressione della forza in Eq 1.27 si può ricavare anche che, perché il gas atomico subisca una forza in grado di reggerlo contro la gravità e confinarlo spazialmente, è necessario un gradiente di intensità, oltre che un detuning rosso.

Per creare un gradiente di intensità si può ricorrere ad

un'onda stazionaria, questa opzione viene ampiamente descritta, con le sue conseguenze nella Sez 2.1. Un'altra possibilità è quella di focalizzare il fascio, in modo tale che gli atomi seguano il fuoco, punto dove l'intensità è massima.

In conclusione vediamo come questa tecnica di intrappolamento può essere sfruttata per raffreddare gli atomi. Se si intrappolano gli atomi, sia focalizzando il fascio, sia sfruttando delle onde stazionarie, solo gli atomi con energia termica minore del potenziale di dipolo $U_{dip}(I(\mathbf{x}))$ sono confinati in questa buca di potenziale. Dal momento che la relazione tra potenziale e intensità è lineare, abbassando l'intensità del fascio laser gli atomi con energia termica più alta, $3/2k_B T > U_{dip}(I)$, sono liberi di lasciare la trappola ottica. In questo modo il gas mantiene solo le frazioni del gas più fredde, permettendo di raggiungere temperature dell'ordine delle decine di nK.

Questo tipo di raffreddamento è detto *raffreddamento evaporativo* ed è utilizzata in diversi step dell'esperimento, come sarà mostrato nel proseguo di questo lavoro.

1.3.1 Light shift e lunghezza magica

L'approccio semi-classico esposto finora per la descrizione della forza di dipolo, non è l'unico possibile. Infatti, se si decide di descrivere l'interazione tramite il formalismo degli stati vestiti, questa rivela degli aspetti che la trattazione semi-classica non è in grado di mettere in luce.

Si consideri un sistema a due livelli con uno stato a energia più bassa $|g\rangle$ e uno a energia più alta $|e\rangle$ separati da un'energia $\hbar\omega_0$. Per semplicità si ponga l'energia dello stato fondamentale $|g\rangle$ a 0. In approssimazione RWA l'Hamiltoniana completa del sistema atomo - radiazione può essere scritta

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\hbar\Omega^*}{2} \\ \frac{\hbar\Omega}{2} & -\hbar\delta_L \end{pmatrix} \quad (1.29)$$

Andando a diagonalizzare la matrice si possono facilmente ricavare gli autovalori dell'Hamiltoniana perturbata di Eq

1.29:

$$\begin{aligned} E_{g'} &= +\frac{\hbar |\Omega|^2}{4\delta_L} \\ E_{e'} &= -\hbar\delta - \frac{\hbar |\Omega|^2}{4\delta_L} \end{aligned} \quad (1.30)$$

Questi, come espresso in Fig 1.5, possono essere negativi o positivi a seconda del detuning. Si possono facilmente ri-

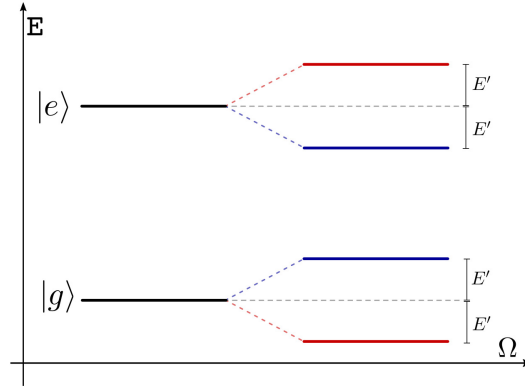


Figura 1.5: Effetto del light shift su due stati generici $|g\rangle$ e $|e\rangle$. In rosso (blu) l'effetto di una radiazione detunata verso il rosso (blu).

cavare anche i nuovi autovettori ed esprimerli in funzione dell'angolo di rotazione $\beta \in [0, \pi/4]$, definito come $\cos(2\beta) = (1 + |\Omega|^2 / \delta_L^2)^{-1/2}$. Essi sono[13]:

$$\begin{aligned} |g'\rangle &= +\cos(\beta) |g\rangle + \sin(\beta) |e\rangle \\ |e'\rangle &= -\sin(\beta) |g\rangle + \cos(\beta) |e\rangle \end{aligned} \quad (1.31)$$

Dato questo spostamento dei livelli, detto *light shift*, l'energia della transizione viene modificata della quantità $\omega_0 \rightarrow \omega_{eg} = (E_{e'} - E_{g'})/\hbar$, che modifica il detuning in $\delta_L = \omega_{eg} - \omega_L$.

Il light shift, tuttavia, ha un effetto anche sull'intrappolamento degli atomi; infatti, sostituendo alla frequenza di Rabi la sua formula in funzione dell'intensità del campo, il potenziale di dipolo acquista questa forma:

$$U_{dip} = \frac{e^2 \mu_{eg}^2}{2\hbar \epsilon_0 c \delta_L} I(\mathbf{r}) \quad (1.32)$$

dove μ_{eg} è il momento di dipolo della transizione.

Per quantificare quanto questo modifica l'intrappolamento è utile vedere come è modificata la polarizzabilità dei

singoli atomi, considerando anche le interazioni con gli altri livelli dell'atomo[12]:

$$\alpha_g(\omega) = -\frac{1}{\hbar} \sum_{i \neq g} -2 \left(\frac{\omega_i - \omega_g}{(\omega_i - \omega_g)^2 - \omega^2} |\langle i | D | g \rangle|^2 \right) \quad (1.33)$$

Il segno della parte reale di α determina se l'interazione è repulsiva o attrattiva e l'intensità della forza stessa, secondo Eq 1.27. L'andamento della polarizzabilità di due stati di esempio, 1S_0 e 3P_0 , in funzione della frequenza della radiazione eccitante, sono riportate in Fig 1.6. È quindi necessario prestare particolare attenzione alla radiazione usata nell'intrappolamento e quindi nel raffreddamento evaporativo. In Fig 1.6 è ben visibile che per certe lunghezze

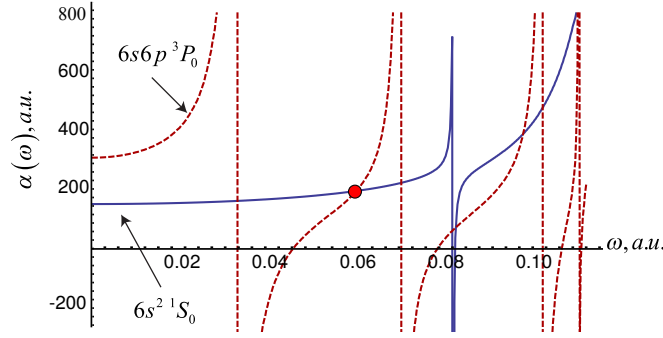


Figura 1.6: In rosso (blu) la polarizzabilità del livello 3P_0 (1S_0) in funzione della frequenza, in unità atomiche, del laser. Sono ben visibili tre intersezioni tra le due linee, corrispondenti a tre diverse lunghezze d'onda magiche. Quella evidenziata in rosso, di particolare importanza per questo lavoro, si trova a 795,4 nm. Immagine tratta da Ref. [14]

d'onda la polarizzabilità di due livelli è la medesima. Questo si traduce in una egual forza sperimentata dagli atomi nei due stati. Questa particolare lunghezza d'onda della radiazione incidente, che modifica due livelli allo stesso modo, prende il nome di *lunghezza magica*.

1.4 La macchina dell'itterbio

Nel corso delle sezioni precedenti sono state esposte le tecniche di raffreddamento utilizzate per raggiungere temperature di decine di nK, necessarie per far emergere le caratteristiche quantistiche del gas che si vuole studiare. Qui,

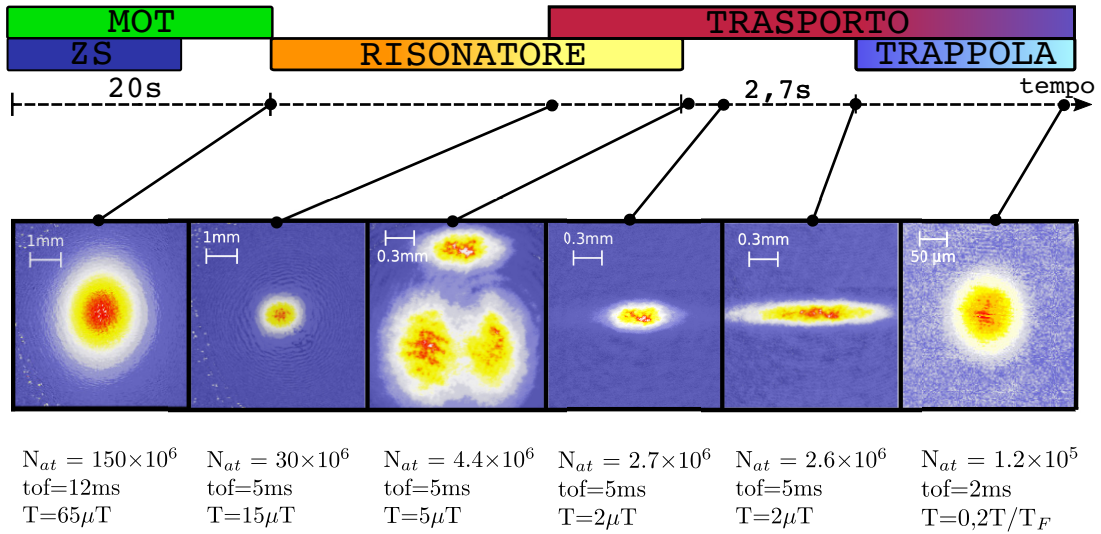


Figura 1.7: Immagini in tempo di volo (tof) della nuvola atomica di ^{173}Yb nei passaggi più significativi del processo di raffreddamento. Da sinistra verso destra sono mostrati: la nuvola atomica dopo la sezione a singola frequenza della MOT, quando viene intrappolata nel risonatore e quando il fascio di trasporto incrocia quello di risonatore. Le nuvole simmetriche nel basso della foto sono atomi non raccolti dal fuoco del trasporto. Continuando nella descrizione, la quarta figura sono gli atomi nel trasporto, poi la nuvola nella cella (la forma è dovuta al movimento del trasporto) e infine la nuvola atomica nella trappola incrociata. Le sfumature nello schema in alto rappresentano i raffreddamenti evaporativi.

infine, si dà una visione di insieme descrivendo la macchina, di cui si riporta una figura in Fig 1.8.

Tutto inizia con 7g di itterbio cristallino puro al 99,7%, posti in un forno. Esso ha una parte alla temperatura di 475°C e l'altra a 525°C , in modo che la temperatura media sia di circa 500°C . La pressione di vapore così ottenuta è di 10^{-2} Torr, questo permette di ottenere una tensione di vapore tale da avere un gas di itterbio che, grazie alla differenza di temperatura, è spinto verso un array di tubi di collimazione alla velocità più probabile di 340m/s, in modo che il flusso sia sufficiente per le fasi successive dell'esperimento. Questo permette che gli atomi che entrano nello Zeeman Slower abbiano una velocità diversa da zero pressoché solo nella direzione dello ZS stesso. Questa parte dell'esperimento è separata dalla seguente da uno shutter pneumatico che inizia e interrompe il flusso di atomi nello Zeeman Slower e da una valvola metallica VAT-48124 UHV.

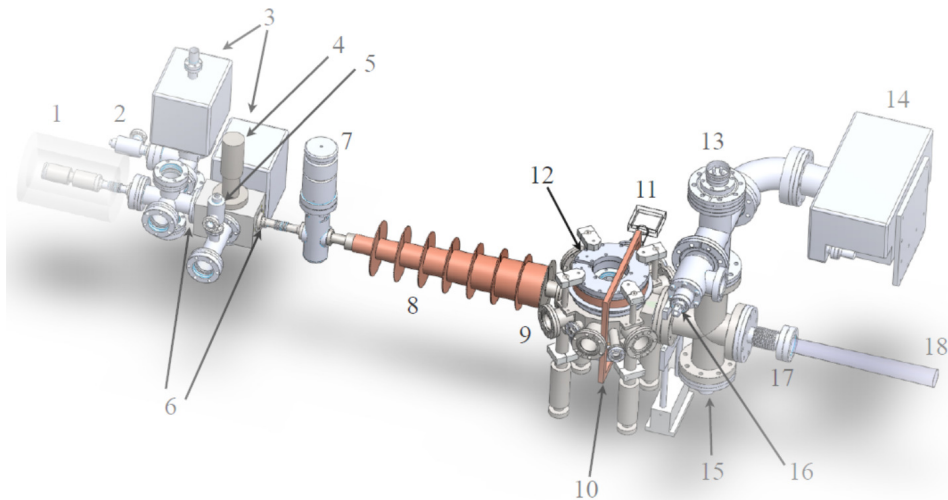


Figura 1.8: 1)Forno. 2)Valvola dell'Ultra Alto Vuoto. 3)Pompe ioniche da 20l/s ognuna. 4)Shutter per il flusso di atomi. 5)Valvola dell'Ultra Alto Vuoto. 6) array di tubi. 7) vValvola VAT-48124 UHV. 8)Zeeman Slower. 9)Camera di MOT. 10)Bobina di compensazione. 11) Cella di vetro. 12)Bobine di MOT. 13)Pompa a sublimazione di titanio. 14)Pompa ionica da 55 l/s. 15)Barometro da Ultra Alto Vuoto modello Bayard-Alpert, Varian UHV-24p. 16)Valvola da Ultra Alto Vuoto. 17)Finestra in zaffiro. 18)fascio di rallentamento a 399nm.

Come riportato in Fig 1.7, la procedura sperimentale prevede che qui inizino 20 secondi di ZS alla fine dei quali vi è la MOT. Il campo magnetico residuo dello Zeeman Slower nel volume della MOT è compensato una bobina.

Il campo magnetico della MOT è generato da due bobine in configurazione anti-Helmoltz[9] ed è composta da due fasi, la prima, in contemporanea con lo ZS, è in multi-frequenza e permette di raffreddare atomi con velocità di cattura diverse. La seconda fase, di frequenza singola, permette di raggiungere i $65\mu\text{K}$ [11].

Al termine della MOT, il gas viene intrappolato da una trappola ottica all'interno di una cavità di Fabry-Perot in vuoto dove si crea un'onda stazionaria con un laser a 1064nm, chiamata *risonatore*. Qui gli atomi sono retti dalla forza di dipolo e avviene la prima evaporazione, alla fine della quale la temperatura del gas è di $5\mu\text{K}$. Questo è uno step intermedio che permette di avere un'efficienza di caricamento di oltre il 95% nella successiva trappola di "trasporto", cioè un fascio alla stessa lunghezza d'onda focalizzato sugli atomi

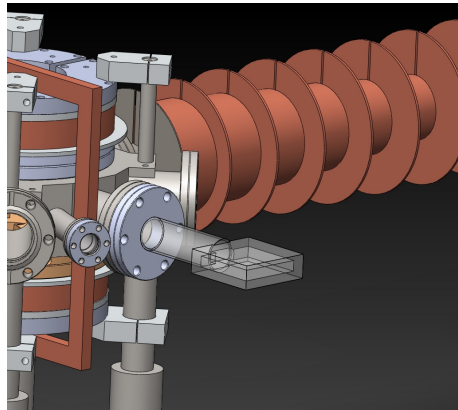


Figura 1.9: Disegno della cella di vetro dell'esperimento. Sullo sfondo, a sinistra la cella di MOT, a destra lo Zeeman Slower. Immagine tratta da Ref.[11]

che, attraverso un traslatore meccanico, sposta il suo fuoco dalla camera di metallo dove si trova la nuvola durante la MOT fino alla cella di vetro mostrata in Fig 1.9.

Inizialmente, qui, gli atomi assumono una forma a sigaro dovuta al profilo di intensità anisotropo del fascio di trasporto. Per ripristinare una simmetria quasi sferica, un altro fascio a 1064 nm viene focalizzato sulla nuvola realizzando una trappola incrociata. Qui avviene un ultimo raffreddamento evaporativo fino alla degenerazione quantistica ($\sim 100\text{nK}$). La cella di vetro è il luogo dove convergono tutti i fasci che verranno descritti in seguito, usati per manipolare la nuvola. Il vantaggio della cella è che permette un accesso ottico agli atomi su quasi tutto l'angolo solido.

Tutta la macchina è tenuta in Ultra Alto Vuoto da pompe ioniche Varian Starcell e da una pompa sublimativa al Titanio.

Capitolo 2

Manipolazione di un gas ultrafreddo di ^{173}Yb

Una volta raggiunte temperature di decine di nK, con i mezzi descritti nello scorso capitolo, qui si dà spazio a delle tecniche base di manipolazione del gas attraverso l'utilizzo di sorgenti laser.

Inizialmente, in Sez 2.1, verrà esposto come è possibile creare una struttura cristallina che simula la struttura a bande dei solidi. Inoltre verranno brevemente descritti gli effetti del confinamento sugli atomi e sulla spettroscopia, con una teoria adatta a tale descrizione.

Successivamente, in Sez 2.2, è spiegato come creare una mistura spin-polarizza del gas, come selezionare gli spin desiderati e una tecnica, detta *Stern Gerlach Ottico* (OSG), che permette di separare le diverse popolazioni di spin del gas.

Sez 2.3, invece, è dedicata alla spettroscopia Raman, uno strumento interessante che, attraverso una transizione a due fotoni, permette di modificare lo stato di spin del sistema variando la frequenza del laser incidente.

Sez 2.4, invece, è totalmente dedicata a un altro metodo spettroscopico utilizzato in questo lavoro: la transizione di orologio $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$. In particolare, l'attenzione di questa sezione è rivolta agli sforzi tecnici che sono stati necessari per avere accesso a tale stato.

Infine, Sez 2.5 è dedicata alle tecniche di imaging che permettono di osservare la nuvola di atomi nello stato fondamentale, ma, grazie a recenti miglioramenti del setup sperimentale, anche gli atomi nel livello eccitato di orologio.

2.1 Reti ottici

Nella Sez 1.3 dello scorso capitolo è stata introdotta e descritta la forza di dipolo, che permette di intrappolare il gas atomico attraverso un gradiente di intensità.

Con la medesima tecnica è possibile anche creare un potenziale periodico che intrappoli gli atomi in una struttura cristallina, chiamata *reticolo ottico*.

Per capire come si è potuto realizzare un reticolo ottico, è utile focalizzarsi su una pittura monodimensionale: si immagina una sovrapposizione di un campo propagante e uno contro-propagante. Ciò porta ad un profilo di intensità della radiazione risultante descritto dalla seguente equazione:

$$I(x) = \frac{1}{2} E_0^2 \varepsilon_0 c \sin^2(kx) \quad (2.1)$$

Essa mostra massimi (o minimi) ogni $\lambda/2$. Se si sostituisce l'espressione appena trovata per un'onda stazionaria nell'Eq 1.28, che lega l'intensità del campo al potenziale di dipolo, si ottiene un potenziale periodico, con periodicità $\lambda/2$, che, in 3D, può essere convenientemente scritto come

$$V(\mathbf{r}) = sE_r (\sin^2(kx) + \sin^2(ky) + \sin^2(kz)) \quad (2.2)$$

dove è stata introdotta l'energia di rinculo $E_r = \hbar^2 k^2 / 2m$ e il parametro s che è utilizzato per quantificare la profondità del reticolo stesso, in quanto è un fattore moltiplicativo sulla profondità del potenziale di Eq 2.2.

L'equazione di Schrödinger associata al potenziale di Eq 2.2 è separabile, quindi risolvibile come tre equazioni indipendenti, una per ogni direzione:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Phi}{dx^2} + sE_r \sin^2(kx) \Phi = E \Phi \quad (2.3)$$

La soluzione del problema agli autovalori è rappresentata dalle funzioni di Bloch:

$$\Phi_{n,q}(x) = e^{iqx} u_{n,q}(x) \quad (2.4)$$

dove n è l'indice di banda, mentre q è il quasi-momento cristallino dell'atomo e $u_{n,q}(x)$ una funzione con la stessa periodicità $\lambda/2$ del reticolo. Le funzioni di Bloch possono essere

scritte come somma di soluzioni localizzate nei siti reticolari [15], tramite l'opportuno sviluppo in serie di Fourier:

$$\Phi_{n,q}(x) = \left(\frac{\lambda/2}{2\pi}\right)^{1/2} \sum_{j=-\infty}^{\infty} w_n\left(x - \frac{\lambda}{2}j\right) e^{iq\frac{\lambda}{2}j} \quad (2.5)$$

I coefficienti di Fourier $w_n(x - \frac{\lambda}{2}j)$, se considerata la loro dipendenza spaziale in x , sono le *funzioni di Wannier* per l' n -esima banda. La definizione generica di questa classe di funzioni è:

$$w_n(x - dj) = \left(\frac{\lambda/2}{2\pi}\right)^{1/2} \int_{-\frac{\pi}{d}}^{\frac{\pi}{d}} e^{-iqdn} \Phi_{n,q}(x) dq \quad (2.6)$$

dove d è la distanza reticolare, che, nel caso di reticoli ottici, vale $\lambda/2$.

Sotto determinate condizioni di normalizzazione delle funzioni di Bloch, queste funzioni sono anche ortonormali

$$\int_{-\infty}^{\infty} w_{n'}^*(x - dj') w_n(x - dj) = \delta_{n,n'} \delta_{j,j'} \quad (2.7)$$

L'utilità delle funzioni di Wannier risiede nel fatto che il suo differenziale è riducibile all'equazione di Schrödinger, applicando le seguenti sostituzioni:

$$\tilde{x} = kx \quad (2.8)$$

$$\tilde{e} = E/E_r - s/2 \quad (2.9)$$

$$\tilde{s} = -s/4 \quad (2.10)$$

che permettono di scrivere l'equazione agli autovalori nella forma

$$\frac{d^2\Psi}{d\tilde{x}^2} + [\tilde{e} - 2\tilde{r}\cos(2\tilde{x})] \Psi = 0 \quad (2.11)$$

Questa equazione ha tra le sue soluzioni le cosiddette funzioni di Mathieu[15]:

$$\Psi(\tilde{x}) = e^{i\tilde{q}\tilde{x}} f(\tilde{x}) \quad (2.12)$$

con $f(\tilde{x})$ funzione periodica in 2π . La funzione di Mathieu è una soluzione all'Eq 2.11 a parità definita in grado di descrivere la struttura a bande del sistema.

Le funzioni di Wannier, sebbene siano uno strumento computazionalmente valido, non sono autofunzioni dell'equazione di Schrödinger, perché non soddisfano le condizioni di

periodicità del reticolo e, al contrario delle funzioni di Bloch, non fanno corrispondere a diversi quasimomenti q diverse energie. Se, però, si decide di considerare l'approssimazione di reticolo profondo ($s \gg 1$), le funzioni di Wannier possono essere molto utili, in quanto, dal momento che per come sono definite decrescono esponenzialmente con la distanza dal loro centro, massimizzano la localizzazione della funzione d'onda all'interno del sito.

Infatti, in questa approssimazione ogni sito può essere considerato una buca di potenziale infinita. In questo modo le bande si schiacciano e può essere considerato $dE/dq \simeq 0$, come si può osservare anche in Fig 2.1. Questo regime garantisce che le funzioni di Wannier siano massimamente localizzate, cioè che sia minima la quantità

$$\Delta x^2 = \langle w_n(x) | x^2 | w_n(x) \rangle - \langle w_n(x) | x | w_n(x) \rangle^2 \quad (2.13)$$

In tali condizioni il potenziale reticolare del sito è approssimabile a quello di un oscillatore armonico. Si può quindi scrivere l'Hamiltoniana del sistema in approssimazione *tight binding*, che in 1D è scrivibile mediante gli operatori di creazione $\hat{a}^\dagger$ e distruzione $\hat{a}$ di una particella localizzata:

$$\hat{H} = -t \sum_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_{i+1} + c.c. \quad (2.14)$$

dove l'indice i corre su tutti i siti reticolari e t è l'ampiezza di scattering tra primi vicini, che è definita in 1D come:

$$t_{j,j+1} = \int w_n^*(x-dj) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + sE_r \cos^2(k_L x) \right) w_n(x-d(j+1)) dx \quad (2.15)$$

che descrive la sovrapposizione tra le code delle funzioni di Wannier in siti adiacenti e quindi la probabilità di tunneling degli atomi. L'ampiezza di scattering in prima banda, per un reticolo generato da un laser a $\lambda_L = 759 \text{ nm}$, varia con la profondità del reticolo da 100 a $s=5$ a 1 a $s=30$, in unità di $\hbar$.

L'approssimazione di oscillatore armonico inizia ad essere valida già per profondità di reticolo di $s=5$ ed è caratterizzata dalla *frequenza di trappola*:

$$\omega_v = 2\pi \cdot 2\sqrt{s} \frac{E_r}{\hbar} \quad (2.16)$$

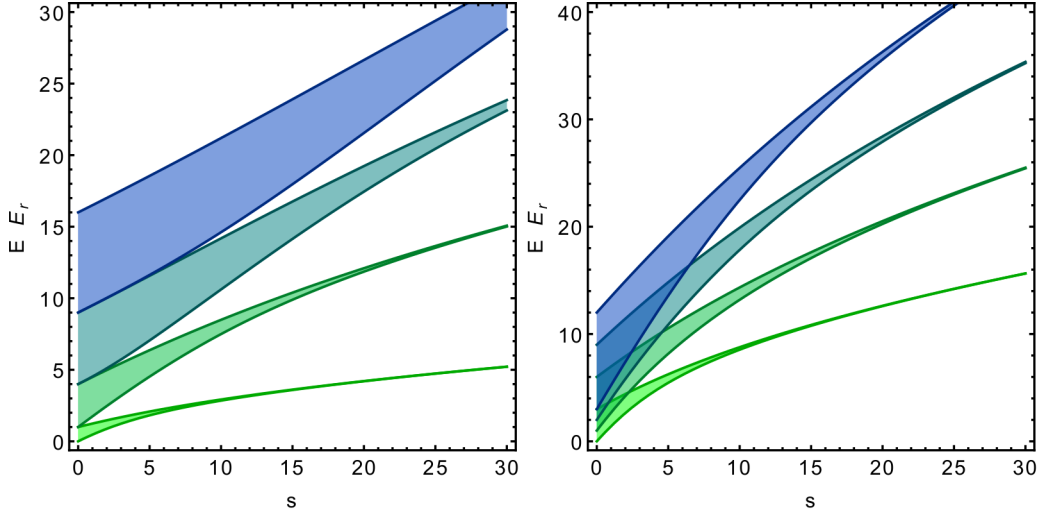


Figura 2.1: Struttura a bande in un reticolo monodimensionale (a sinistra) e tridimensionale (a destra) in funzione della profondità di reticolo s , in unità di energie di rinculo E/E_r .

In conclusione, si possono ricavare le funzioni di Bloch e Wannier in forma chiusa, come integrale sulle funzioni di Mathieu, che hanno il vantaggio di essere facilmente simulabili computazionalmente. Inoltre, l'approssimazione di funzione di Wannier massimamente localizzate permette un facile approccio tight binding al problema delle bande. I risultati delle simulazioni in 1D e 3D della struttura a bande in funzione della profondità di reticolo s , sono riportati in Fig 2.1

2.1.1 Regime di Lamb-Dicke

In questo breve paragrafo saranno ampliate le conseguenze, già accennate parlando delle funzioni di Wannier, dell'approssimazione di reticolo profondo, $s \gg 1$.

In questo caso, si può scrivere in maniera semplice la probabilità di transizione da uno stato iniziale $|gn\rangle$ a uno stato finale $|en'\rangle$, dove le etichette $|g\rangle$ ed $|e\rangle$ riguardano gli stati interni dell'atomo, e nell'Hamiltoniana sono descritti dalle coordinate relative nucleo-elettrone, mentre $|n\rangle$ e $|n'\rangle$ sono i livelli occupati dall'atomo nella struttura a bande e per questo descritti dalle coordinate del centro di massa dell'atomo.

La probabilità di transire da uno stato all'altro è pro-

porzionale al seguente elemento di matrice:

$$P_{n \rightarrow n'} \propto \left| \langle e | \hat{D} | g \rangle \langle n' | e^{ikR} | n \rangle \right|^2 \quad (2.17)$$

con $\hat{D}$ operatore di dipolo elettrico. La prima parte è la consueta regola d'oro di Fermi per le transizioni di dipolo in un atomo, in quanto coinvolge gli stati interni. La parte relativa al moto del centro di massa, invece, può essere scritta in funzione degli operatori di creazione e distruzione di oscillatore armonico a e $a^\dagger$, se si approssima la buca di potenziale ad una buca infinita, cosa che è permessa dalla condizione di reticolo profondo. In questo caso, la seconda parte di Eq 2.2 acquisisce la seguente forma:

$$\left| \langle n' | e^{ikR} | n \rangle \right|^2 = \left| \langle n' | e^{i\eta(a+a^\dagger)} | n \rangle \right|^2 \quad (2.18)$$

dove è stato introdotto il parametro di Lamb-Dicke

$$\eta = \sqrt{\frac{E_r}{\hbar\omega_v}} \quad (2.19)$$

dove ω_v è la frequenza di trappola del reticolo.

In un regime di reticolo profondo, si può considerare $\eta \ll 1$ e quindi sviluppare Eq 2.17 al primo ordine:

$$P_{n \rightarrow n'} \sim \left| \langle n' | 1 + i\eta(a + a^\dagger) | n \rangle \right|^2 = \left| \delta_{n,n'} + \eta\sqrt{n+1}\delta_{n,n+1} + \eta\sqrt{n}\delta_{n,n-1} \right|^2 \quad (2.20)$$

dove le transizioni tra stati di moto n e n' , schematizzate in Fig 2.2, sono sopprese di un fattore η . Nonostante questa attenuazione, le transizioni in Fig 2.2 possono essere osservate negli spettri in reticolo, a patto che la larghezza del laser utilizzato per fare spettroscopia in reticolo è molto minore della frequenza di trappola $\omega_v/2\pi$.

Per la realizzazione dei reticoli, in questo lavoro si sono utilizzati dei laser a 759 nm, lunghezza d'onda magica per gli atomi di itterbio nello stato fondamentale 0S_0 e nello stato di orologio 3P_0 , in modo che entrambe le specie siano intrappolate allo stesso modo (vedi Sez 1.3.1). Il reticolo così formato ha una periodicità di $\lambda/2 = 379,5$ nm ed è realizzato con una torsione di 36° rispetto alla trappola di dipolo incrociata.

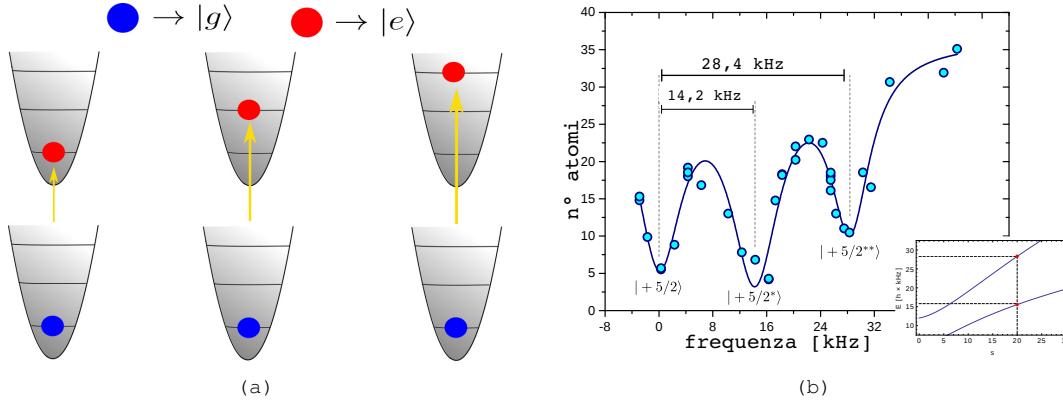


Figura 2.2: (a) Rappresentazione schematica delle diverse transizioni di moto osservabili più frequentemente in un reticolo profondo occupati da atomi nello stato vibrazionale fondamentale. La prima più a destra è una transizione $|1\rangle \rightarrow |1\rangle$, mentre le altre due hanno una probabilità di avvenire $\propto \eta$ perchè, rispettivamente $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ (probabilità dell'ordine di $O(\eta)$) e $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ ($O(\eta^2)$). (b) Spettroscopia di orologio di un gas spin-polarizzato $|m_F = 5/2\rangle$ con una radiazione eccitante di 1mW. . Il picco più a sinistra è la transizione atomi $|1\rangle \rightarrow |1\rangle$, le altre le sidesband descritte in (a). Nell'inset la simulazione della struttura a bande, che alla profondità di reticolo della misura è compatibile con i dati sperimentali.

2.2 Stern Gerlach ottico (OSG) e pompaggi ottici

Fin qui, quando si è discusso di forza di dipolo, si è sempre fatta l'approssimazione di detuning grande rispetto alla larghezza di riga della transizione, in modo che le caratteristiche e la degenerazione degli stati potessero essere trascurate. Quando, però, il detuning è paragonabile alle differenze di energia che in uno stato intercorrono tra i livelli iperfini ($\delta_L \lesssim \Delta_{IF}$), l'Eq 1.28 di Sez 1.3 del potenziale di dipolo non è più applicabile. È necessario calcolare il secondo ordine perturbativo del potenziale di dipolo, che restituisce il seguente risultato[16]:

$$U_{dip}(q, \mathbf{r}) = - \sum_{m \neq n} \frac{3\pi c^2}{2\omega_{mn}} |C_{mn}(q)|^2 \left(\frac{\alpha_{JJ'} \Gamma_{mn}}{\omega_{mn} - \omega} + \frac{\alpha_{JJ'} \Gamma_{mn}}{\omega_{mn} + \omega} \right) I(\mathbf{r}) \quad (2.21)$$

dove $C_{mn}(q)$ sono i coefficienti di Clebsch-Gordan $\langle F' m_{F'} | F m_F; 1q \rangle$ della transizione tra gli stati $|n\rangle = |J F m_F\rangle \rightarrow |m\rangle = |J' F' m_{F'}\rangle$, eccitata da un fotone con polarizzazione $q = (-1, 0, 1) = m_{F'} - m_F$. $\alpha_{j',j} = \frac{2J'+1}{2J+1}$ è il fattore di molteplicità della transizione.

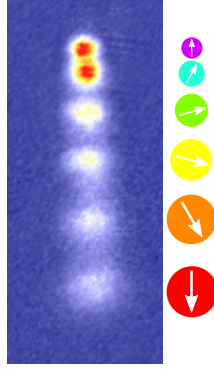


Figura 2.3: Immagine di un gas di ^{173}Yb le cui popolazioni di spin sono state separate grazie ad un impulso di OSG. A destra l'indicazione dello stato di spin.

La particolarità del potenziale di Eq 2.21 è che i coefficienti di Clebsch-Gordan, in funzione dei quali è scritta, dipendono dai livelli Zeeman m_F e $m_{F'}$. Questo significa che un gas atomico, sottoposto a un gradiente di intensità ad una frequenza non lontana da una transizione, provoca una forza diversa per ciascuna componente di spin. Esse, quindi, possono essere separate come si vede in Fig 2.3 attraverso questa tecnica che prende il nome di *Stern Gerlach Ottico* (OSG), perché, come il più famoso esperimento di Stern Gerlach, permette di distinguere le componenti di spin di un gas, non attraverso un campo magnetico, ma grazie ad un campo elettromagnetico. Questa tecnica, oltre che separare gli stati di spin, permette di contarne facilmente la popolazione.

La transizione $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$, come già osservato nello scorso capitolo, è una transizione stretta, con larghezza di riga naturale $\Gamma = 2\pi \times 180$ kHz. Lo stato finale 3P_1 ha inoltre spin nucleare $F = 7/2$ e quindi 8 sottolivelli iperfini, eccitabili singolarmente modulando la frequenza del laser verde a 556 nm.

Questo permette di inizializzare un protocollo di pompaggi ottici tra un numero arbitrario di popolazioni di spin del livello fondamentale.

Dato che lo splitting Zeeman dei sottolivelli dello stato 3P_1 è $\Delta_Z = 2\pi \times 595$ Hz/G, tra stati con $\Delta m = 1$, è sufficiente applicare un campo magnetico omogeneo dell'ordine delle decine di Gauss per avere accesso ad una singola transizione iperfine. Se il laser è polarizzato σ^+ la transizione compor-

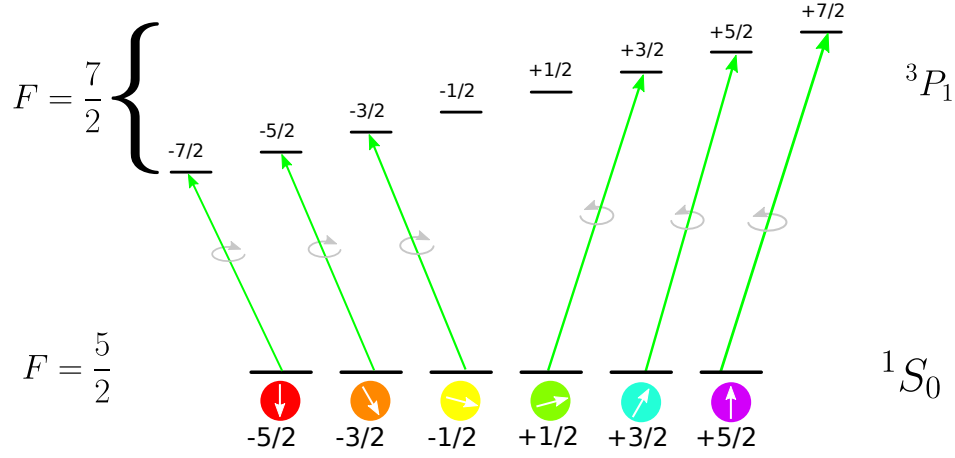


Figura 2.4: Schema dei pompaggi ottici applicabili alla transizione $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$, tramite fasci polarizzati σ^+ , (a destra) per incrementare lo spin nucleare, σ^- (sinistra) per diminuirlo. Gli atomi eccitati, poi, si rilassano spontaneamente. In questo modo, con un numero di cicli abbastanza elevato, si popola gli stati più esterni nel livello fondamentale. Le transizioni più esterne, che fanno perdere le popolazioni $m = \pm 5/2$, sono chiamate "blast".

terà una variazione di momento $\Delta m_F = +1$: l'atomo nello stato $|^1S_0, 1/2\rangle$ verrà eccitato nello stato $|^3P_1, 3/2\rangle$, che poi decadrà in uno tra gli stati $|^1S_0, -1/2\rangle$, $|^1S_0, 1/2\rangle$, $|^1S_0, 3/2\rangle$. Ripetendo questo ciclo diverse volte lo stato iniziale $|^1S_0, 1/2\rangle$ si svuota, permettendo di svolgere lo stesso procedimento sullo stato successivo con $m_F = +3/2$. Utilizzando un laser polarizzato σ^- si ha l'effetto opposto. Questo meccanismo è mostrato schematicamente in Fig 2.4.

Applicando due serie di impulsi della durata di qualche millisecondo alla frequenza di risonanza della transizione iperfine è possibile popolare selettivamente gli stati di spin nucleare come appena spiegato. Questo meccanismo avviene nella trappola incrociata all'interno della cella di vetro, prima dell'ultimo raffreddamento evaporativo. In questo modo la profondità della trappola è tale da consentire agli atomi di assorbire ed emettere abbastanza fotoni senza essere spinti fuori dalla trappola stessa.

Per ottenere un gas spin-polarizzato, però, è necessario, a seconda dello spin desiderato, liberarsi di uno degli stati "di bordo" $m = \pm 5/2$. Per farlo, prima di eccitare la transizione $\pm 5/2 \rightarrow \pm 7/2$ è necessario evaporare fino a una trappola poco profonda, in modo che le popolazioni eccitate

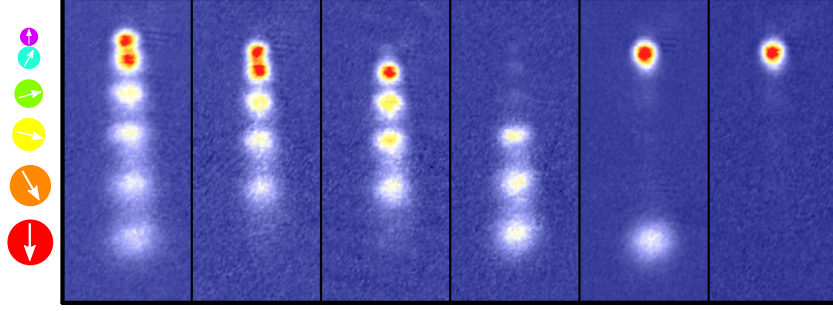


Figura 2.5: Immagini raccolte tramite OSG di nuvole di ^{173}Yb , in cui sono stati applicati differenti pompaggi e blast.

siano spinte fuori dalla trappola. Per questo motivo, questo ultimo impulso, che perde selettivamente gli stati $m = \pm 5/2$, viene detto *blast*.

Degli esempi di gas con diverse popolazioni di spin, ottenute tramite serie diverse di pompaggi è mostrato in Fig 2.5

2.3 Teoria e spettroscopia Raman

In questo lavoro di tesi, è stata spesso utilizzata la tecnica della spettroscopia Raman, che permette di modificare lo stato di spin del campione, andando a rilevare la differenza di energia tra i due stati.

Per semplicità, si faccia riferimento ad una configurazione detta *configurazione Λ* , che è del tipo mostrato in Fig 2.6 e prevede uno stato eccitato $|e\rangle$ e due stati fondamentali $|g_1\rangle$ e $|g_2\rangle$ con energie delle transizione rispettivamente ω_{01} e ω_{02} con $\omega_{01} - \omega_{02} \ll \omega_{01}, \omega_{02}$, come può essere nel caso di due sottolivelli di spin dello stato fondamentale nella transizione $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$. Si consideri l'interazione di questo sistema con un campo elettromagnetico del tipo:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{e}}_1 E_{01} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t) + \hat{\mathbf{e}}_2 E_{02} \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t) \quad (2.22)$$

con $\hat{\mathbf{e}}_{1/2}$ versore polarizzazione delle due parti del fascio.

Con queste premesse, si può sfruttare l'approssimazione RWA per scrivere l'Hamiltoniana atomica, utilizzando i detuning $\Delta_\alpha = \omega_\alpha - \omega_{0\alpha}$

$$\hat{H}_A = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hbar \Delta_1 |g_1\rangle \langle g_1| + \hbar \Delta_2 |g_2\rangle \langle g_2| \quad (2.23)$$

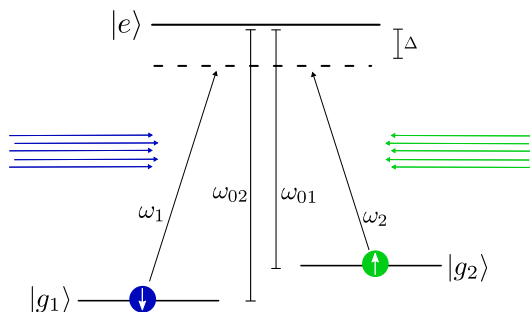


Figura 2.6: Rappresentazione della *configurazione- Λ* di una transizione Raman a due fotoni.

Per scrivere l'Hamiltoniana di interazione, invece, è utile introdurre le frequenze di Rabi delle due transizioni, in funzione del dipolo elettrico **b**

$$\Omega_{1/2} = -\frac{\langle g_{1/2} | \hat{\epsilon}_{1/2} \cdot \mathbf{d} | e \rangle}{\hbar} \quad (2.24)$$

Se si assume che il detuning delle transizioni tra gli stati fondamentali e l'unico stato eccitato sia simile ($\Delta = (\Delta_1 + \Delta_2)/2 \sim \Delta_{1/2}$), si ha:

$$\hat{H}_I = \frac{\hbar\Omega_1}{2}\sigma_1 e^{-i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}} + \frac{\hbar\Omega_2}{2}\sigma_2 e^{-i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} + c.c. \quad (2.25)$$

$$\text{con } \sigma_{1/2} = |g_{1/2}\rangle \langle e|.$$

Una volta ricavate la parte atomica e di interazione dell'Hamiltoniana, esse possono essere inserite nell'equazione di Schrödinger per l'evoluzione temporale.

$$i\hbar\partial_t|\Psi\rangle = \left(\hat{H}_A + \hat{H}_I\right)|\Psi\rangle \quad (2.26)$$

Per trovare le soluzioni stazionarie a questo problema[16] è necessario imporre che la larghezza di riga delle transizioni sia minore del detuning ($\Gamma \ll \Delta$ e che l'energia cinetica dell'atomo sia trascurabile rispetto all'energia di detuning ($\frac{p^2}{2m} \ll \hbar\Delta$), per estromettere dalla trattazione modificazioni introdotte dall'effetto Doppler. Il risultato finale di questa trattazione, la cui dimostrazione completa è reperibile in Ref[16], è un'oscillazione di Rabi tra i due stati fondamentali $|q_1\rangle$ e $|q_2\rangle$ alla frequenza

$$\Omega_R = \frac{\Omega_1 \Omega_2^*}{2\Lambda} \quad (2.27)$$

con $\Omega_{1/2}$ frequenza di Rabi della transizione $|g_{1/2}\rangle \rightarrow |e\rangle$.

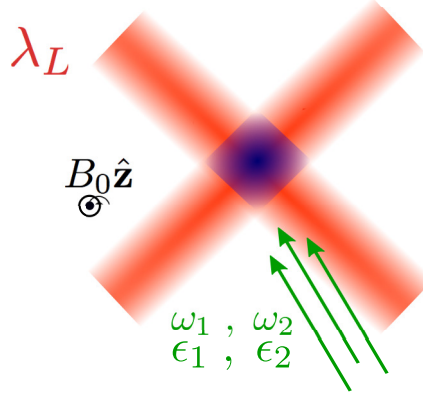


Figura 2.7: configurazione del setup Raman a singolo fascio utilizzata in questo lavoro di tesi. In rosso i fasci reticolari e in verde la coppia di fasci Raman polarizzata.

Nel gas di itterbio sotto esame, lo stato eccitato di appoggio è il livello 3P_1 , mentre lo stato fondamentale 1S_0 ha molteplicità 6 a causa dello spin nucleare, con una spaziatura Zeeman di 207 Hz/G.

Inoltre, si può dimostrare[17] che sono ammessi due tipi di transizioni Raman: il primo prevede che le due componenti della radiazione espressa in Eq 2.22 siano polarizzate σ^+ e σ^- . In questo caso, per la conservazione del momento, la transizione finale $|g_1\rangle \rightarrow |g_2\rangle$ totalizzerà un $\Delta m = \pm 2$, permettendo oscillazioni, per esempio, tra i sottolivelli $m_1 = -5/2$ e $m_2 = -1/2$.

In alternativa, le polarizzazioni dei fasci eccitanti possono essere scelte $\sigma^\pm$ e π . In questo caso sono permesse solo le transizioni $|g_1\rangle \rightarrow |g_2\rangle$ con $\Delta m = \pm 1$.

Infine, si riporta in Fig 2.7 come è stato realizzato l'apparato Raman sugli atomi. Utilizzando un solo fascio, sia che si tratti di Raman $\sigma\pi$ sia $\sigma\sigma$ il momento associato alla transizione è nullo, perché il processo coinvolge due fotoni. La principale conseguenza di questo fatto è che l'accoppiamento Raman non dipende dal momento dell'atomo.

2.4 Transizione di orologio a 578 nm

Come già visto nel Cap 1, con l'itterbio 173 si ha la possibilità di osservare la transizione di orologio $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$, che

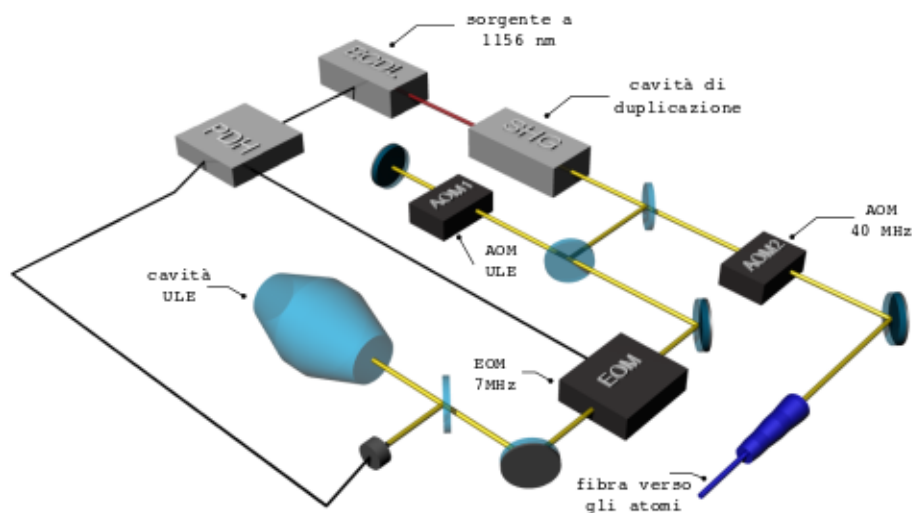


Figura 2.8: Setup del laser di orologio a 578 nm, mostrato nei suoi passaggi chiave.

ha una larghezza di riga di qualche decina di mHz. Data la sua strettezza, in collaborazione con l'Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica di Torino questa transizione è stata anche utilizzata per studiare applicazioni metrologiche dell'itterbio[19].

Nel corso di questo lavoro, è stato necessario ricorrere a questa transizione così difficilmente accessibile, perché atomi in questo stato orbitale modificano sensibilmente le proprietà collisionali della nuvola, come verrà spiegato nel prossimo capitolo. Inoltre, avere accesso alla transizione di orologio permette di risolvere strutture di picchi di spettroscopia altrimenti nascoste.

Avendo già discusso perché sia possibile avere accesso a questa transizione, qui verrà descritto come è stato ideato e costruito negli anni passati il setup necessario per ottenere un laser con una larghezza così ridotta in laboratorio. In Fig 2.8 si riporta uno schema del laser stesso, mentre per una descrizione più dettagliata dell'apparato, si faccia riferimento a [20] e [21].

La luce laser di interesse in questa sezione nasce dalla generazione di seconda armonica a partire da un diodo laser a 1156nm, accomodato in una cavità estesa in modalità Lit-

throw. Il diodo è a quantum dots di InAs su GaAs, alimentato a batterie con una corrente di 500mA. Una volta collimato il fascio, in uscita dalla cavità si hanno circa 200mW di luce infrarossa.

Qui il fascio viene separato in due parti, una, che consta di circa il 95% della potenza totale, entra nella cavità di duplicazione, dove viene utilizzata come pompaggio per un cristallo di LiNbO_3 drogato MgO_3 che emette $\sim 50\text{mW}$ di luce gialla a 578 nm. Il restante 5% della radiazione infrarossa viene trasferito ad un *frequency comb* (non rappresentato in Fig 2.8) stabilizzato da un GPS a 10 MHz, mediante un battimento con un laser a 1542 nm, proveniente dal *frequency comb* stesso.

La luce gialla così prodotta viene ulteriormente separata, una parte continuerà il suo percorso attraverso un AOM fino a giungere sugli atomi, l'altra, più esigua (ancora $\sim 5\%$ del totale) è mandata ad una cavità *Ultra-Low-Expansion* (ULE) per la stabilizzazione in frequenza del laser che avviene con la tecnica Pound-Drever-Hall[22]. Questa è una cavità ad altissima finesse ($\mathcal{F} \simeq 1,7 \times 10^5$) realizzata con un particolare vetro, che nelle condizioni di temperatura in cui è posta ($\sim 20^\circ\text{C}$) ha un coefficiente di espansione termica trascurabile al primo ordine. La cavità ottica, quindi, è caratterizzata da modi molto stretti e ben definiti in frequenza. La frequenza del laser può essere agganciata a uno di questi modi mediante un processo di *feedback*, che agisce sull'EOM e sui piezoelettrici presenti nella cavità estesa del laser. Questo meccanismo di controllo dell'errore permette al laser di avere una precisione delle decine di Hz.

Nonostante tutti questi accorgimenti, la stabilità del laser rimane sulla soglia appena citata delle decine di Hz, solamente per un quarto d'ora circa. Su scale più lunghe si osserva un'oscillazione della frequenza del laser insieme ad uno shift della stessa a frequenze più basse di circa 5kHz/dì, come si osserva in Fig 2.9a, dove è mostrata la spettroscopia sulla medesima risonanza atomica, ad orari diversi. Questo fenomeno è dovuto all'invecchiamento del vetro della cavità ULE, che quindi cola, e una non perfetta stabilizzazione termica. Per risolvere questo problema, che in casi di spettroscopia stretta a bassa intensità risulta molto annoso, si

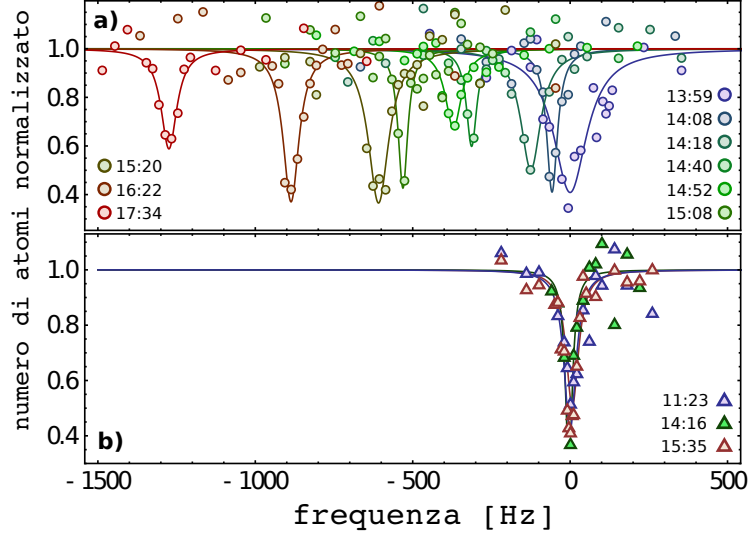


Figura 2.9: Spettroscopia di orologio su un campione di ^{173}Yb in un reticolo 3D profondo ($s = 30$). La scala delle ordinate è riferita alla frequenza assoluta del modo di ULE a cui il laser è agganciato, riscalato di un off-set arbitrario in modo che la risonanza in **b)** sia in 0. **a)**: la spettroscopia mostra uno spostamento apparente della frequenza nel corso della giornata, dovuto all'invecchiamento della ULE. **b)**: stesse misure di **a)**, ma con la stabilizzazione tramite il laser 1542 nm dell'INRiM.

è posto un AOM di fronte all'iniezione del laser nella fibra che porta la luce alla cella di vetro. L'AOM varia la frequenza del laser per compensare lo spostamento in energia. La compensazione può avvenire manualmente, variando da remoto la radio-frequenza che governa l'AOM, o attraverso l'aggancio della ULE con un laser di orologio ultra-stabile a 1542 nm proveniente via fibra dall'istituto INRiM di Torino, che invia un feedback al controller dell'AOM ogni 30 secondi. I risultati di questo ulteriore aggancio, sono mostrati in Fig 2.9.b. Per una descrizione più approfondita di questa interessante tecnica per laser ad alta precisione, si rimanda a Ref.[23].

2.5 Tecniche di imaging negli stati 1S_0 e 3P_0

Per andare a osservare la nuvola atomica dopo che è stata manipolata con le tecniche qui descritte, il setup è provvisto di una procedura per l'imaging in assorbimento sulla transizione dipolo-permessa $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$. La quantità fisica alla base di questo processo è la densità di colonna della nuvola,

definita come

$$n_c(x, y) = \int n(x, y, z) dz \quad (2.28)$$

dove la funzione $n(x, y, z)$ è la densità della nuvola e z è la direzione, verticale nel caso specifico, lungo la quale viene effettuato l'imaging. La quantità espressa in Eq 2.28 è ricavabile tramite una misura dell'intensità trasmessa I_t :

$$n_c(x, y) = -\frac{1}{\sigma} \log \left(\frac{I_t(x, y)}{I_0(x, y)} \right) \quad (2.29)$$

dove $\sigma = 3\lambda^2/2\pi$ è la sezione d'urto della transizione in risonanza, mentre $I_0(x, y)$ è il profilo di intensità del fascio senza atomi.

Fattivamente, il profilo di Eq 2.29, avviene acquisendo con una telecamera CCD tre profili di intensità: il primo, P è con gli atomi, il secondo F senza gli atomi e l'ultimo senza laser per sottrarre il fondo, B .

Se si etichettano con la coppia di indici (i, j) i pixels della CCD, la densità di Eq 2.29 assume un carattere discreto, che si può scrivere così:

$$n_c(i, j) = -\frac{S}{\sigma} \log \left(\frac{P_{ij} - B_{ij}}{F_{ij} - B_{ij}} \right) \quad (2.30)$$

con S area del pixel.

Dalla densità così trovata, è possibile ricavare il numero di atomi che compongono la nuvola. Le funzioni di fit, tuttavia, dipenderanno dal tipo di fenomeno osservato: se il gas è a temperature abbastanza alte da potersi considerare classico, si usa una gaussiana 2D:

$$n_c(x, y) = Ae^{-\left(\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y^2}\right)} + b \quad (2.31)$$

dove A è una costante di ampiezza, b un off-set, $\sigma_{x/y}^2$ è la varianza e (x_0, y_0) le coordinate del centro della nuvola.

Se il gas di fermioni, invece, è degenere, trovare una funzione che sappia descrivere le sue caratteristiche non è facile. In questo caso si è utilizzata una funzione che sfrutta la relazione tra fugacità $\mathcal{F}$ e temperatura che si può ottenere grazie allo sviluppo di Sommerfield di un gas fermionico in una trappola armonica[17]:

$$Li_D(-\mathcal{F}) = -\frac{1}{D!} \left(\frac{T_F}{T} \right)^D \quad (2.32)$$

dove D è la dimensione dello spazio e $Li_D(-\mathcal{F})$ il polilogaritmo in D dimensioni.

In questo modo la densità può essere ricavata come

$$n_c(x, y) = A \frac{Li_2\left(-\mathcal{F} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}}\right)}{Li_2(-\mathcal{F})} + b \quad (2.33)$$

dove i parametri da fittare sono A , b , $\mathcal{F}$ e $\sigma_\alpha^2 = \frac{k_B T}{m} t^2$, con t , tempo di volo (tof), cioè il tempo intercorso tra il momento in cui gli atomi sono lasciati cadere dalla trappola, o dal reticolo, e lo scatto della prima foto. In questo lasso di tempo, tipicamente, la nuvola evolve balisticamente.

Il sistema di imaging è realizzato con una CCD Andor iXon^{EM} + DU885KCSO, dotata di 1002×1004 pixels da $8 \times 8 \mu\text{m}^2$. Essa è posta sotto la cella di vetro, preceduta da una lente con focale $f = 150$ mm che fornisce una magnificazione di 3,193x.

Recentemente[18] il sistema di imaging è stato potenziato per poter osservare anche gli atomi nello stato 3P_0 . A questo scopo è stato aggiunto al setup già descritto un laser a 1389 nm, che interagisce per alcuni millisecondi con gli atomi durante il tempo di volo, così da eccitare la transizione $^3P_0 \rightarrow ^3D_1$, che ha una larghezza di riga naturale di $\Gamma = 300$ kHz.

Gli atomi eccitati decadono spontaneamente non solo nel livello di partenza, ma in tutti i sottolivelli 3P . A seconda del sottolivello in cui cadono, tuttavia, sono soggetti a dinamiche diverse. Se gli atomi si diseccitano nel livello 3P_0 ricominciano il ciclo, in quanto il laser è in risonanza con questa transizione; se raggiungono lo stato 3P_1 decadono spontaneamente nel fondamentale, mentre se si vanno a trovare nello stato 3P_2 possono considerarsi persi, in quanto il tempo di vita di questo stato è intorno ai 10 s.

Ripetendo questo ciclo più volte, gli atomi si troveranno o nello stato buio 3P_2 , o nello stato fondamentale via lo stato 3P_1 , dove possono essere osservati con la tecnica già descritta in questa sezione.

Anche se un processo così complicato può sembrare poco efficiente, in un gas spin polarizzato l'efficienza è stata misurata e risulta circa del 90%. Questo può avvenire perché il *branching ratio* del decadimento verso lo stato 3P_2 è molto basso e l'intensità di saturazione della transizione è pari a $44 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ e il laser fornisce una potenza di 20 mW, distri-

buita su un waist dell'ordine del centimetro. In questa configurazione, perciò la transizione $^3P_0 \rightarrow ^3D_1$ è completamente saturata per potenza.

Capitolo 3

Proprietà collisionali dell'itterbio

In questo capitolo verrà affrontata l'interazione tra diversi atomi in un gas. Questo è un punto cruciale della fisica a basse temperature, in quanto i fenomeni di interazione sono il meccanismo che permette agli atomi nel gas di perdere energia cinetica e quindi raffreddarsi. Inoltre, questo capitolo rappresenta il cuore teorico di questo lavoro di tesi, perché mostra i punti chiave lungo i quali si è sviluppato lo sforzo sperimentale.

In Sez 3.1 è esposta la teoria dello scattering generale, con un particolare interesse verso lo *scattering in onda s*, meccanismo essenziale in un gas ultrafreddo. In Sez 3.3 è descritto un particolare fenomeno di interazione che coinvolge gli stati interni dell'atomo e che può essere manipolato attraverso il campo magnetico, la *risonanza di Feshbach*.

Le altre sezioni, invece, possono essere considerate più specifiche per l'itterbio, in quanto Sez 3.2 espone la simmetria che caratterizza lo stato fondamentale di questa specie atomica, la quale impedisce fenomeni di spin exchange e interazioni tra popolazioni di spin differenti. Le Sez 3.4 e 3.5, infine, introducono la possibilità di controllare le interazioni tra atomi di itterbio ultrafreddo attraverso l'utilizzo dello stato orbitale metastabile 3P_0 e ne mostrano la fattibilità sperimentale, in parte già osservata.

3.1 Interazioni atomiche in un gas ultra-freddo

Per introdurre la fisica delle interazioni, in questa sezione si può considerare l'atomo come puntiforme, trascurando i gradi di libertà interni.

L'Hamiltoniana che descrive la collisione di due corpi di massa M , scritta nelle coordinate del centro di massa $\hat{\mathbf{R}}_c$ e $\hat{\mathbf{P}}_c$ e relative $\hat{\mathbf{r}}$ e $\hat{\mathbf{p}}$ è:

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_c^2}{4M} + \frac{\hat{p}^2}{M} + \hat{V}(\hat{\mathbf{r}}) \quad (3.1)$$

L'Hamiltoniana del centro di massa è quella di una particella libera, che ha come soluzione un'onda piana di massa $2M$. Quella relativa, invece, ha un potenziale generico $\hat{V}(\mathbf{r})$. Chiamando questo termine $\hat{H}_r$, è possibile disaccoppiare le due parti e scrivere l'equazione di Schrödinger per la parte relativa come

$$\hat{H}(\hat{\mathbf{r}})_r \psi_{\mathbf{k}}(\hat{\mathbf{r}}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \psi_{\mathbf{k}}(\hat{\mathbf{r}}) \equiv E_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}}(\hat{\mathbf{r}}) \quad (3.2)$$

con $m = 2M$ massa ridotta del sistema e dove l'unica ipotesi è che il potenziale vada a zero a grande distanza. Se b è la lunghezza tipica dell'interazione, per $|r| \gg b$, ovvero lontano dal punto di interazione, la funzione d'onda può essere scritta asintoticamente come la sovrapposizione di un'onda piana incidente, di momento $\mathbf{k}$, e un'onda sferica che descrive il sistema dopo l'interazione. Quest'ultima è moltiplicata per un funzione f , chiamata *ampiezza di scattering*, che considera la probabilità che avvenga l'interazione stessa:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \sim e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') \frac{e^{ikr}}{r} \quad (3.3)$$

con $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$ e $\mathbf{n}' = \mathbf{r}/r$. Si può dimostrare[24] che l'ampiezza di scattering, definita tramite Eq 3.3, ha forma

$$f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int_{\text{vol}} e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'} V(\mathbf{r}') \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}') d^3r' \quad (3.4)$$

Dato che essa rappresenta la probabilità che la funzione d'onda nel punto r abbia subito un processo di scattering, integrata su tutte le posizioni finali è la sezione d'urto

$$\sigma(k, \mathbf{n}) = \int_{\text{sup}} |f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')|^2 d^2n' \quad (3.5)$$

Per risolvere più agilmente questo problema, si supponga un potenziale di tipo centrale, $V(\mathbf{r}) = \tilde{V}(r)$, descritto da coordinate sferiche. Risolvendo il problema generale, senza cioè identificare il potenziale con un particolare tipo di interazione, in queste coordinate, risulta più semplice esprimerlo tramite gli autovalori di $\hat{L}^2$. Una volta svolti i conti [8], l'operatore potenziale risulta formato da due termini: una prima parte centrifuga, che proviene dallo sviluppo della componente cinetica dell'Hamiltoniana e una parte più propriamente potenziale che dipende dalle caratteristiche dell'interazione del sistema in considerazione:

$$\tilde{V}(r) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} + V(r) \quad (3.6)$$

In questa approssimazione l'ampiezza di scattering dipende solamente dal modulo del momento iniziale e dall'angolo θ tra la direzione di incidenza $\mathbf{n}$ e l'osservatore $\mathbf{n}'$ [25]

$$f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = f(k, \theta) \quad (3.7)$$

In questo nuovo sistema di coordinate si è scelto l'asse z come asse di quantizzazione di $\hat{L}$. Un'onda piana che propaga in questa direzione può essere scritta tramite i polinomi di Legendre [25]:

$$e^{ikz} \sim \frac{1}{2ikr} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\theta) [(-1)^{l+1} e^{-ikr} + e^{ikr}] \quad (3.8)$$

In questo nuovo sistema di riferimento, si può riscrivere la funzione d'onda asintotica (Eq 3.3) come sovrapposizione dell'onda incidente, scritta come in Eq 3.8, e dell'onda che ha interagito. L'ampiezza di scattering è inclusa in un fattore di fase δ_l tra le due [25].

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \sim \frac{1}{2ikr} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\theta) [(-1)^{l+1} e^{-ikr} + e^{2i\delta_l} e^{ikr}] \quad (3.9)$$

La parte tra parentesi quadre è la soluzione radiale $u_{k,l}(r)$ del problema di Schrödinger in campo centrale. Per trovare un'espressione semplice per l'ampiezza di scattering f che dipenda dallo sfasamento δ_l , si confronti l'Eq 3.9 con la definizione di ampiezza di scattering stessa in Eq 3.3. Si ottiene:

$$f(k, \theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (e^{2i\delta_l} - 1) P_l(\cos\theta) \quad (3.10)$$

Sostituendo questa equazione in Eq 3.5 si ha:

$$\begin{aligned}\sigma_l(k) &= \int_{\Omega} \left| \frac{1}{2ik} (2l+1)(e^{2i\delta_l} - 1) P_l(\cos\theta) \right|^2 d\Omega \\ &= \frac{4\pi}{k^2} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k)\end{aligned}$$

La sezione d'urto totale è la somma di tutte le sezioni d'urto angolari su tutti i possibili momenti angolari del sistema:

$$\sigma(k) = \sum_l \sigma_l(k)$$

Questa equazione è stata ricavata prendendo in considerazione due particelle distinguibili. Nel caso invece di fermioni indistinguibili, sarà necessario antisimmetrizzare la funzione d'onda di scattering e, con procedimenti del tutto analoghi, si perviene a una formula per la sezione d'urto per fermioni simile a quella precedente [25], dove la sommatoria è ristretta ai soli autovalori dispari del momento angolare, contati due volte:

$$\sigma(k) = \frac{8\pi}{k^2} \sum_{l \text{ dispari}} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k) \quad (3.11)$$

Questa sommatoria esclude, perciò, che due fermioni interagiscano se il momento angolare della coppia è nullo (*scattering in onda s*). Il potenziale dell'interazione è del tipo mostrato in Fig 3.1a.

Nel caso di un gas ultrafreddo, inoltre, le energie cinetiche caratteristiche degli atomi sono molto basse: indicando con b la distanza tipica di interazione, si può tranquillamente considerare $k \ll 1/b$, ovvero $E \ll \hbar^2/2m_r b^2$. Si è in un regime dove l'energia degli atomi è minore della barriera centrifuga introdotta dal potenziale $\tilde{V}(r)$ in Eq 3.6, schematizzata in Fig 3.1b. Questo porta come conseguenza che i sistemi con momento angolare $\ell > 0$ vengono riflessi dalla barriera centrifuga e non "sentono" l'interazione attrattiva tra gli atomi. Al contrario, se il sistema ha momento angolare $\ell = 0$ il potenziale assume la forma descritta in Fig 3.1a.

Nel regime di scattering in onda s appena descritto, tra particelle distinguibili, si può dimostrare che lo sfasamento δ_l introdotto in Eq 3.9 può essere approssimato a [24]

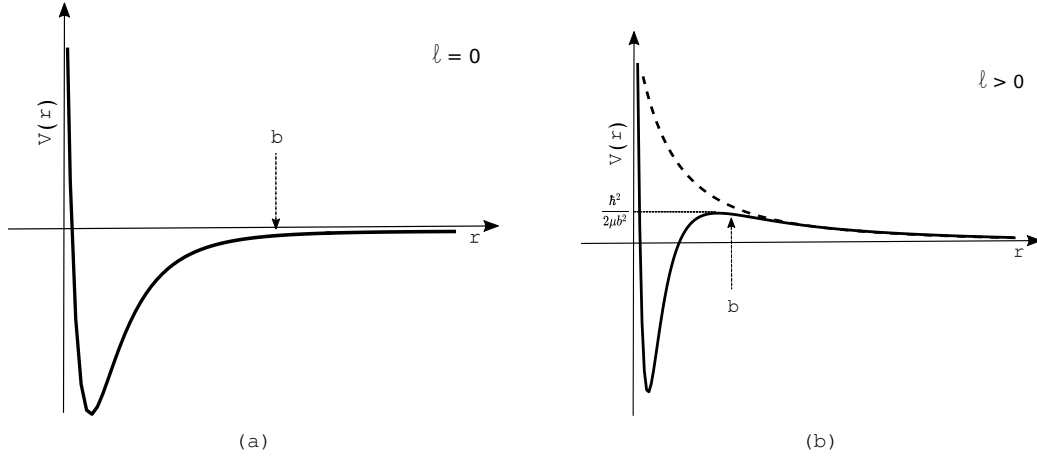


Figura 3.1: In (a) è mostrato un potenziale di interazione generico, con b distanza tipica, per lo scattering in onda s $\ell = 0$. La figura b) mostra il potenziale che governa lo scattering di un sistema con momento angolare orbitale non nullo. É ben visibile la barriera di potenziale generata dal potenziale centrifugo (linea tratteggiata), che quindi respinge gli altri atomi.

$$\delta_0 \propto k \quad (3.12)$$

e quindi

$$\lim_{k \rightarrow 0} \sigma_0(k) = 8\pi a_s^2 \quad (3.13)$$

dove è stata introdotta la *lunghezza di scattering in onda s* a_s , definita, al primo ordine, come

$$a_s = - \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\tan(\delta_0(k))}{k} \quad (3.14)$$

Questo parametro è estremamente importante, in quanto, come risulta da Eq 3.13, esso è sufficiente per descrivere in maniera completa i fenomeni di scattering a basse temperature perché basta per esprimere la sezione d'urto.

In conclusione, dal momento che la sezione d'urto per un gas di fermioni è esprimibile secondo Eq 3.11 e che la stessa quantità, in un gas ultrafreddo, si può esprimere secondo la formula di Eq 3.13, in un gas quantistico di ^{173}Yb i fenomeni di scattering nello stato fondamentale sono fortemente interdetti, in quanto si ha $\ell = 0$.

Per quantificare la forza delle interazioni in un gas di itterbio 173 non ancora degenera, supponiamo che esse siano mediate da un potenziale del tipo Lennard Jones come in Fig 3.1a. Questa scelta è giustificata dal fatto che le interazioni tra atomi sono interazioni di dipolo alla Van der Waals:

$$V(r) = \frac{C_{12}}{r^{12}} - \frac{C_6}{r^6}, \quad (3.15)$$

oppure con un potenziale semplificato, che tenga in conto l'ingombro sterico dell'atomo:

$$V(r) = \begin{cases} \infty, & r \leq r_c \\ -\frac{C_6}{r^6}, & r > r_c \end{cases} \quad (3.16)$$

dove r_c è la dimensione tipica dell'atomo di itterbio, valutabile in qualche raggio di Bohr a_0 . La distanza tipica dell'interazione b si può calcolare come

$$b = \left(\frac{2mC_6}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.17)$$

Supponendo una costante di Van der Waals dell'ordine di $C_6 = 2000 \text{ u.a.}$ [14] si ottiene una stima della lunghezza di interazione pari a $b = 180 a_0$, che diventa comparabile alla lunghezza di De Broglie a 0,3 mK. Dato che le temperature tipiche dell'esperimento (decine di nK) sono ben più basse di questo valore soglia, risulta giustificato il fatto di considerare un gas degenera dove le dimensioni spaziali della funzione d'onda sono molto maggiori rispetto alle distanze tipiche dell'interazione.

3.2 Simmetria SU(N)

In questa sezione, rispetto alla precedente, verranno introdotti i gradi di libertà interni nella descrizione dell'interazione. Per rendere la trattazione più immediata il capitolo è concentrato direttamente su un gas di itterbio 173.

Per descrivere una interazione prendendo in considerazione anche i momenti angolari è, per prima, cosa necessario definire dei buoni numeri quantici del sistema: $\hat{L}_\alpha$ è il momento orbitale dell'alphesimo atomo, $\hat{S}_\alpha$ lo spin elettronico del medesimo atomo, $\hat{I}_\alpha$ rappresenta lo spin nucleare e, infine, il momento totale dell'atomo è etichettato da $\hat{F}_\alpha = \hat{L}_\alpha + \hat{S}_\alpha + \hat{I}_\alpha =$

$\hat{J}_\alpha + \hat{I}_\alpha$. Inoltre è conveniente aggiungere al set di autovalori anche la proiezione di $\hat{F}_\alpha$ lungo un asse, convenzionalmente chiamata m_α .

In alternativa a questo set di autovalori, spesso soprattutto quando si descrivono le interazioni tra atomi è comoda una base diversa, dove è esplicitato il momento orbitale della coppia $\hat{L}$ e la sua proiezione $\hat{m}$ lungo un asse definito e non più i momenti angolari dei singoli atomi.

Il fenomeno più comune che coinvolge questi stati è l'accoppiamento spin-orbita[8], che aggiunge all'Hamiltoniana imperturbata descritta generalmente da una Hamiltoniana del tipo:

$$\hat{H} = \sum_{\alpha=1}^N \frac{\hat{p}_\alpha^2}{2m} + \hat{V}(\mathbf{r}) + \xi_{LS} \hat{L} \cdot \hat{S} \quad (3.18)$$

Ad esso si aggiunge anche la perturbazione detta iperfine, tipicamente qualche ordine di grandezza inferiore alla precedente ($\xi_{LS} \gg \xi_{IS}$), che accoppia il momento angolare elettronico totale a quello dello spin nucleare, dando origine a un termine perturbativo $\hat{H}' \propto \hat{I} \cdot \hat{J}$.

In tutti gli isotopi dell'atomo di itterbio lo stato fondamentale è 1S_0 , per cui il momento orbitale $\hat{L}$ è sempre nullo, come del resto quello relativo allo spin elettronico, $\hat{S}$. L'unico momento angolare diverso da zero, perciò, è lo spin nucleare $\hat{I}$, che può assumere valori diversi a seconda dell'isotopo considerato. L'accoppiamento iperfine, tuttavia, risulta sempre soppresso dato che $\hat{J} = 0$.

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'_{L,S} + \hat{H}'_{I,J} = \hat{H}_0 \quad (3.19)$$

Questo genera un totale disaccoppiamento della parte radiale dell'autofunzione da quella di spin, in quanto l'Hamiltoniana completa del sistema presenta tutti i termini di accoppiamento nulli (Eq 3.19). Questo rende ottima a descrivere questo fenomeno la base che disaccoppia le due parti, radiale e di spin:

$$|\Psi(r)\rangle = |\psi_1\rangle |\psi_2\rangle \otimes |F_1, m_1\rangle |F_2, m_2\rangle$$

$\hat{F} = \hat{J} + \hat{I}$, per la legge di composizione dei momenti angolari, può variare nell'intervallo $[0, 2F_\alpha]$.

Visto che i dettagli dell'interazione non sono importanti ai fini della descrizione del sistema, come risulta dal-

la trattazione in Sez 3.1, il potenziale può essere arbitrariamente scelto a patto che restituisca la stessa lunghezza di scattering, unico parametro significativo. Si può quindi scegliere un potenziale fittizio, semplice, che rispetti questo vincolo. Esso è detto pseudopotenziale e in questo caso può essere scelto della forma[23]:

$$\hat{U}(r) \propto \sum_{F=0}^{2F_\alpha} a_F \hat{\Pi}_F \delta(r) \quad (3.20)$$

dove, per semplicità, si è considerata un'interazione di contatto descritta dal termine $\delta(r)$. a_F è la lunghezza di scattering della coppia che dipende dal momento totale dei due atomi e $\hat{\Pi}_F$ è il proiettore

$$\hat{\Pi}_F = \sum_{m=-F}^F |F, m\rangle \langle m, F| = \sum_{m=-F}^F \hat{\Pi}_{F,m} \quad (3.21)$$

Se etichettiamo con 3 e 4 gli stati finali dei due atomi dopo l'interazione e con 1 e 2 quelli iniziali, si può scrivere l'interazione come

$$\begin{aligned} & \langle F_3, m_3; F_4, m_4 | \hat{U}(r) | F_1, m_1; F_2, m_2 \rangle \propto \\ & \delta(r) \sum_{F=0}^{2F_\alpha} \sum_{m=-F}^F a_F \langle F_3, m_3; F_4, m_4 | \hat{\Pi}_{F,m} | F_1, m_1; F_2, m_2 \rangle \end{aligned} \quad (3.22)$$

A questo punto della discussione è importante sottolineare di nuovo che, nello stato fondamentale dell'itterbio, si ha $\hat{F} = \hat{J} + \hat{I} = \hat{I}$. La lunghezza di scattering a_F , quindi, dipende solo dal momento di spin nucleare. Ciò la rende sostanzialmente una costante, in quanto l'interazione tra atomi è governata principalmente dalle nuvole elettroniche, disaccoppiate dal grado di libertà nucleare. La variazione teorica della grandezza $\delta a_F / a_F \sim \delta a_I / a_I$, che quantifica la bontà di questa approssimazione, è stata stimata[27] in $\sim 10^{-9}$.

Approssimata la lunghezza di scattering ad una costante, può essere portata fuori da entrambe le sommatorie, in modo da poter sfruttare la relazione di completezza:

$$\sum_{F=0}^{2F_\alpha} \sum_{m=-F}^F \hat{\Pi}_{F,m} = \mathbb{1} \quad (3.23)$$

Quindi si può riscrivere la relazione in Eq 3.22 in maniera più compatta e significativa:

$$U_{3,4;1,2} \propto \delta(r) a_F \langle F_3, m_3; F_4, m_4 | F_1, m_1; F_2, m_2 \rangle \quad (3.24)$$

Essa è diversa da zero solo se gli stati finali e iniziali delle due particelle, presi singolarmente, sono uguali. Questo porta alla conseguenza che in un gas di itterbio nel ground state il fenomeno di scambio di spin tra atomi -*spin exchange*- è vietato. In una miscela non polarizzata, quindi, la popolazione di atomi con un dato spin è una costante del moto.

Questo fenomeno prende il nome di simmetria $SU(N)$, in quanto, servendosi del formalismo della seconda quantizzazione, si può dimostrare che l'operatore $\hat{S}_m^{m'}$, così definito:

$$\hat{S}_m^{m'} = \int \Psi_{m'}^\dagger(\mathbf{r}) \Psi_m(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3.25)$$

che distrugge un atomo in m e ne crea un altro in m' , appartiene al Gruppo Speciale Unitario di dimensione $N = 2I + 1$ e commuta con l'Hamiltoniana del sistema. Questo significa che è invariante sotto le trasformazioni di questo gruppo e in particolare, nel caso specifico di $\hat{S}_m^{m'}$, essa non varia modificando lo spin di un atomo.

3.3 Risonanza di Feshbach

Le condizioni di densità e mobilità di un gas quantistico degenere sono tali che permettono di trascurare interazioni multicorpi, molto improbabili, e di concentrarsi invece su quelle a due corpi.

La *risonanza di Feshbach* è esattamente un fenomeno a due corpi che coinvolge i gradi di libertà interni degli atomi. In questa sezione questo fenomeno è introdotto in via del tutto generale. Il caso specifico dell' ^{173}Yb , invece, sarà trattato nelle prossime sezioni.

Come esposto nella Sez 3.1, in un gas degenere si può considerare solamente lo scattering in onda s senza perdere di generalità. Questo permette di considerare solo i sistemi definiti dai numeri quantici $\ell = m = 0$ e m_F , componente del momento nucleare dell'atomo 1 e 2. Dato che i primi sono ovvi per ogni sistema, da qui in poi saranno sottintesi. I numeri quantici principali sono quelli delle relative energie interne E_1 e E_2 .

Si definisce *Canale aperto* e si indica con il ket $|o\rangle$ lo stato interno associato alla coppia di particelle a grande

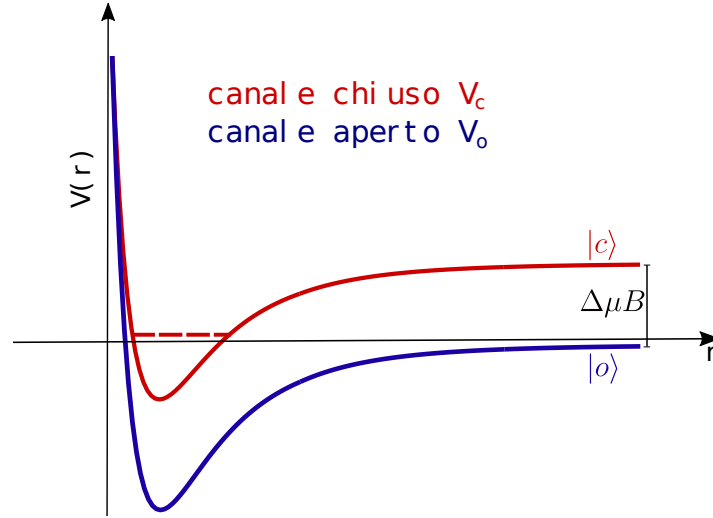


Figura 3.2: In blu è graficato il potenziale che descrive l'interazione del canale aperto, in rosso del canale chiuso, dove è messo in evidenza uno stato legato. I valori dei due potenziali all'infinito (atomi non interagenti) sono determinati dallo splitting Zeeman $\Delta\mu B$.

distanza ($r \gg b$) che ha energia $E_o = E_1 + E_2$ più bassa possibile. All'opposto, si definisce *Canale chiuso*, $|c\rangle$, lo stato della stessa coppia con energia $E_c > E_o$. All'espressione dell'energia dei canali va aggiunto un termine cinetico per ottenere l'energia totale del canale.

Tipicamente i due canali sono diverse combinazioni di spin $|\uparrow_1\rangle, |\downarrow_2\rangle$. Questo rende l'energia tra canale aperto e canale chiuso variabile con il campo magnetico tramite effetto Zeeman, il quale induce uno shift pari a $\Delta\mu B$, dove $\Delta\mu > 0$ è il momento magnetico differenziale, cioè la differenza tra i momenti magnetici considerati. Ogni canale porta un'interazione descritta da un potenziale differente, come per esempio in Fig 3.2. Convenzionalmente, l'energia del canale aperto non interagente, $V_o(\infty)$, è sempre posta a zero e questo traduce la manipolazione del sistema tramite la variazione del campo magnetico in una traslazione rigida del potenziale $V_c(r)$.

Se si suppone l'esistenza di uno stato legato $|b\rangle$ relativo al canale chiuso, anche esso varierà l'energia in funzione del campo magnetico secondo la perturbazione Zeeman. Se, però, la sua energia E_b , per qualche valore di campo magnetico B , coincide con l'energia del canale aperto non interagente, è forte l'accoppiamento V_{oc} tra i due canali, e può diventare risonante. Questa interazione, che mischia i due stati di

spin e rende la base $|o\rangle$ e $|c\rangle$ non più adatta alla descrizione del problema a corta distanza, prende il nome di Risonanza di Feshbach, in quanto la lunghezza di scattering diverge per quel valore di campo.

Matematicamente l'Hamiltoniana che descrive questa interazione può essere espressa in forma matriciale. Definendo l'accoppiamento tra i due canali V_{oc} :

$$V_{oc}(r) = \begin{cases} -V_{ov} & r < r_c \\ 0 & r \geq r_c \end{cases} \quad (3.26)$$

si hanno tutti gli elementi di matrice. Per cui:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + V_o(r) & V_{oc}(r) \\ V_{oc}(r) & -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + V_c(r) + \Delta E \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

dove la differenza tra i due canali ΔE è definita tramite il fattore di Landè differenziale δ_g e la differenza tra stati di spin:

$$\Delta E = \Delta\mu B = 2\pi\hbar\mu_B\delta_g\Delta m_z \quad (3.28)$$

La presenza del coupling V_{oc} tra i due canali mischia gli stati e lo sfasamento introdotto in Eq 3.9 si accresce di una parte dovuta alla risonanza.

$$\delta = \delta_o + \delta_{res} \quad (3.29)$$

In letteratura[26] è dimostrato che una conseguenza di questa fase extra è la dipendenza della lunghezza di scattering dal campo magnetico, che, vicino a risonanza, prende la forma della seguente relazione:

$$a = a_s \left(1 + \frac{\Delta B}{B - B_{res}} \right) \quad (3.30)$$

che è riportata in Fig 3.3.

In'Eq 3.30 sono stati introdotti diversi parametri: B_{res} è il campo per cui la lunghezza di scattering diverge, mentre ΔB è la definizione pratica di larghezza di risonanza, ovvero la distanza tra il campo della risonanza e il campo per cui è nulla la lunghezza di scattering.

Una delle peculiarità di questa risonanza è la possibilità di creare molecole con energia di legame E_b grazie all'accoppiamento con il canale chiuso. In prossimità della

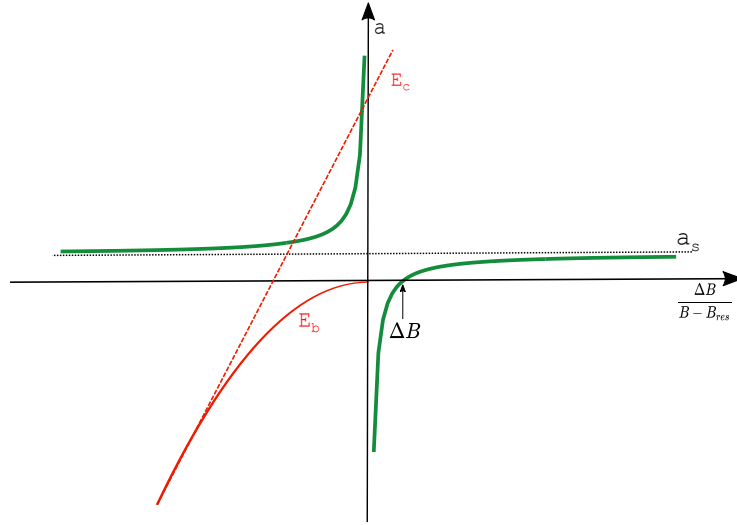


Figura 3.3: In verde la lunghezza di scattering che diverge in prossimità del campo di risonanza B_{res} , mentre tende asintoticamente alla lunghezza di scattering in onda s ricavata in Sez 3.1 allontanandosi da esso. In rosso, invece l'energia dello stato legato E_b e del canale chiuso.

risonanza l'energia di legame è descritta da una dipendenza universale dalla lunghezza di scattering:

$$E_b = -\frac{\hbar^2}{2m_r a^2} \quad (3.31)$$

Sostituendo l'espressione della lunghezza di scattering trovata in Eq 3.30 nell'espressione dell'energia di legame molecolare di Eq 3.31, si osserva che l'andamento dello stato legato non è più quello dei livelli Zeeman proporzionale al campo, ma è proporzionale a B^2 . Allontanandosi da essa, tende nuovamente all'energia usuale dello stato legato del canale chiuso, con il solito andamento Zeeman già osservato. Questo comportamento dello stato legato si può osservare in rosso in Fig 3.3.

La creazione di molecole può avvenire in due modi: il primo è attraverso la foto-associazione, cioè andando ad eccitare direttamente la transizione $|o\rangle \rightarrow |b\rangle$ (fotoassociazione). In alternativa possono essere create attraverso una rampa di campo magnetico che da un campo magnetico sopra risonanza passa ad uno sotto risonanza, come mostrato in Fig 3.4.

Esiste, tuttavia, una differenza nell'energia dello stato legato nello spazio libero e nel reticolo, dovuta alla presenza o meno di confinamento degli atomi iniziali. In re-

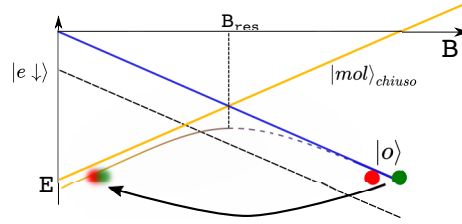


Figura 3.4: Descrizione schematica della magnetoassociazione. Una coppia di atomi nel canale aperto - a destra - seguendo adiabaticamente la linea di avoided crossing (linea sfumata dal blu al giallo) attraverso una rampa di campo magnetico, rappresentata dalla freccia nera, forma una molecola -sinistra.

ticolo, i due canali hanno un off-set di energia di $3/2\hbar\omega_v$, con ω_v frequenza di trappola introdotta in Sez 2.1, dovuta al confinamento che modifica la funzione d'onda altrimenti molto delocalizzata. Dall'altra parte, la molecola ha funzione d'onda abbastanza localizzata già nello spazio libero e quindi la sua energia rimane pressochè invariata anche nel reticolo.

Questo provoca uno spostamento della risonanza in reticolo a campi più alti, perché la distanza tra canale chiuso e stato legato aumenta all'aumentare di questo off-set che il campo magnetico deve compensare, come in Fig 3.2. La conseguenza di questo spostamento della risonanza è che in reticolo le molecole risultano più profondamente legate.

Nella conclusione di questo capitolo è necessario osservare che, data la simmetria $SU(N)$ descritta in Sez 3.2, in un gas di itterbio 173 nello stato fondamentale non è possibile osservare la risonanza di Feshbach perché sono soppressi i fenomeni di spin-exchange, necessari per attivare il mixing tra canale aperto e canale chiuso rappresentati dai termini fuori diagonale dell'Hamiltoniana di Eq 3.27.

3.4 Interazione inter-orbitale e spin-exchange

In letteratura[4] è stata suggerita una procedura per osservare la risonanza di Feshbach anche negli alcalino-terrosi, atomi che, come l'itterbio, hanno un momento angolare totale nullo nel fondamentale. Essa si basa sul fatto di attivare i fenomeni di scambio di spin, altrimenti vietati, attraverso lo stato eccitato 3P_0 , già descritto nei capitoli precedenti.

3.4.1 Interazioni diretta e di scambio

Si Supponga di avere una mistura di atomi $g = ^1S_0$ ed $e = ^3P_0$ con due diversi autovalori della proiezione del momento totale sull'asse di quantizzazione m e m' , etichettati per brevità con $\uparrow$ e $\downarrow$.

La funzione d'onda di due atomi in questa mistura può essere scomposta in tre parti separate: una parte radiale, che verrà sempre omessa in questa sezione perché ininfluente in questa trattazione, una parte orbitale composta dalle diverse combinazioni di stati $e-g$ e una parte di spin che comprende un singoletto e un tripletto.

$$\begin{aligned} |s\rangle &= \frac{|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} && \text{singoletto} \\ |t\rangle &= \frac{|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} && \text{tripletto} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Per semplificare ulteriormente la trattazione ci si concentri solo sugli stati che coinvolgono atomi in stati di spin diversi da quelli in Eq 3.32 (combinazioni di $|\uparrow\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\downarrow\rangle$) o con stati orbitali diversi, tralasciando quindi le coppie gg e ee . L'autofunzione orbitale e di spin della coppia di atomi può essere scritta in una combinazione in cui emerge facilmente che la parte di spin e la parte orbitale hanno simmetria di scambio:

$$|\Psi_{\pm}\rangle = \frac{1}{2} (|eg\rangle \pm |eg\rangle) \otimes (|\uparrow\downarrow\rangle \mp |\downarrow\uparrow\rangle) \quad (3.33)$$

Si introduca ora una nuova base anti-simmetrizzata, dove ad uno stato orbitale - g o e - è associato uno stato di spin

nucleare $-\uparrow \circ \downarrow -$.

$$\begin{aligned} |e \uparrow, g \downarrow\rangle &= \frac{|e \uparrow\rangle |g \downarrow\rangle - |g \downarrow\rangle |e \uparrow\rangle}{\sqrt{2}} \\ |g \uparrow, e \downarrow\rangle &= \frac{|g \uparrow\rangle |e \downarrow\rangle - |e \downarrow\rangle |g \uparrow\rangle}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Una notazione più comoda e compatta degli stessi appena introdotti è la seguente, che perde però la chiarezza riguardo alla simmetria di scambio:

$$|eg^\pm\rangle = \frac{|e \uparrow, g \downarrow\rangle \pm |g \uparrow, e \downarrow\rangle}{\sqrt{2}} \quad (3.35)$$

Il potenziale di interazione può essere sostituito da uno pseudo potenziale della stessa forma di quello introdotto nella Sez 3.1, Eq 3.20. In questo caso, però, la sommatoria non è sugli stati di singola particella, ma sugli stati $|eg^\pm\rangle$ introdotti in Eq 3.35.

$$\hat{V}_{eg} = \frac{4\pi\hbar^2}{\mu} \delta(r) \left(a_{eg^+} \hat{\Pi}_{eg^+} + a_{eg^-} \hat{\Pi}_{eg^-} \right) \quad (3.36)$$

Sebbene la notazione usata è la medesima della Sez 3.2, vale la pena riscrivere i proiettori per sottolineare alcune particolarità:

$$\begin{aligned} \hat{\Pi}_{eg^\pm} &= |eg^\pm\rangle \langle eg^\pm| = \\ &(|e \uparrow, g \downarrow\rangle \langle e \uparrow, g \downarrow| + |g \uparrow, e \downarrow\rangle \langle g \uparrow, e \downarrow|) \pm (|e \uparrow, g \downarrow\rangle \langle g \uparrow, e \downarrow| + |g \uparrow, e \downarrow\rangle \langle e \uparrow, g \downarrow|) = \\ &\hat{\mathcal{V}} + \hat{\mathcal{V}}_{ex} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Avendo scritto il proiettore in maniera esplicita, è chiaro da Eq 3.37 che esso si può scomporre in due parti, la prima, $\hat{\mathcal{V}}$, è detta *termine diretto* e descrive un fenomeno di scattering in cui lo spin dei due atomi rimane immutato, infatti proietta una certa combinazione di e/g e $\uparrow/\downarrow$ in se stessa. Il termine nella seconda parentesi è detto *termine di scambio*, $\hat{\mathcal{V}}_{ex}$, perché proietta una coppia di atomi $e-g$ in un'altra coppia a spin scambiati. Va notato, inoltre, che il termine di scambio ha un effetto osservabile solo se il sistema si trova in un autostato diverso dalla base $|eg^\pm\rangle$, altrimenti il termine di scambio non induce nessuna evoluzione, in quanto diagonale nella base $|eg^\pm\rangle$.

Si può ora riscrivere l'Eq 3.36 con questi nuovi operatori, chiamando per brevità $g_0 = \frac{4\pi\hbar^2}{\mu}$, in modo da rendere evidente

nel potenziale la doppia natura dell'interazione:

$$\hat{V}_{eg} = g_0 \delta(r) \left(\frac{a_{eg^+} + a_{eg^-}}{2} \hat{\mathcal{V}} + \frac{a_{eg^+} - a_{eg^-}}{2} \hat{\mathcal{V}}_{ex} \right) \equiv g_0 \delta(r) \left(a_{dir} \hat{\mathcal{V}} + a_{ex} \hat{\mathcal{V}}_{ex} \right) \quad (3.38)$$

Dove sono state definite a_{dir} e a_{ex} rispettivamente le lunghezze di scattering in onda s dell'interazione diretta e dell'interazione di scambio.

Andando a calcolare il valor medio dell'interazione tra gli stati $|e \uparrow, g \downarrow\rangle$ e $|e \uparrow, g \downarrow\rangle$ si ricavano i potenziali diretti e di scambio:

$$V_{dir} = \langle e \uparrow, g \downarrow | \hat{V}_{eg} | e \uparrow, g \downarrow \rangle = g_0 a_{dir} \delta(r) \quad (3.39)$$

$$V_{ex} = \langle e \uparrow, g \downarrow | \hat{V}_{eg} | g \uparrow, e \downarrow \rangle = g_0 a_{ex} \delta(r) \quad (3.40)$$

Se, quindi, la lunghezza di scattering a_{eg^+} è uguale a a_{eg^-} non si avrà spin flip, ma il canale diretto rimarrà attivo.

In conclusione, eccitando un atomo di itterbio nel livello di orologio 3P_0 si attiva il fenomeno di spin exchange che invece è vietato in una mistura di atomi nel livello fondamentale. Questo apre la possibilità di ottenere interazioni modellabili con il campo magnetico.

3.4.2 Interazione inter-orbitale in presenza di magnetico

Se una mistura di atomi e-g, come descritta nel paragrafo precedente, viene fatta interagire con un campo magnetico, l'Hamiltoniana del sistema aggiungerà un termine perturbativo composto dalla somma delle Hamiltoniane di interazione dei due atomi:

$$\hat{H}' = \hat{H}'_1 + \hat{H}'_2 = \mu_B h B \sum_{\substack{\alpha=1,2 \\ \beta=\{e,g\}}} g_{\beta} \hat{\Pi}_{\alpha,\beta} \hat{M}_{\alpha} \quad (3.41)$$

dove $\hat{M}_{\alpha}$ è la proiezione del momento magnetico nucleare lungo l'asse definito dal campo magnetico e $g_{g/e}$ il fattore di Landé del singolo atomo per la transizione elettronica. Gli elementi di matrice dell'Hamiltoniana perturbativa sono facilmente

ricavabili:

$$\begin{aligned}
\langle gg | \hat{H}' | gg \rangle &= g_g (m_1 + m_2) \mu_B B h \\
\langle ee | \hat{H}' | ee \rangle &= g_e (m_1 + m_2) \mu_B B h \\
\langle eg^\pm | \hat{H}' | eg^\mp \rangle &= \frac{1}{2} \delta_g (m_1 - m_2) \mu_B B h \\
\langle eg^\pm | \hat{H}' | eg^\pm \rangle &= \frac{1}{2} (g_g + g_e) (m_1 + m_2) \mu_B B h
\end{aligned} \tag{3.42}$$

dove è stato introdotto il fattore di Landè differenziale δ_g diverso da zero per il debole mixing dei tre sottolivelli dello stato 3P , e che nell'itterbio 173 vale circa 113 Hz/Gauss.

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}' = \begin{pmatrix} V_{eg^+} & 0 \\ 0 & V_{eg^-} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} (g_g + g_e) (m + m') & \frac{1}{2} \delta_g (m - m') \\ \frac{1}{2} \delta_g (m - m') & \frac{1}{2} (g_g + g_e) (m + m') \end{pmatrix} \mu_B B \tag{3.43}$$

Lo stato iniziale dell'interazione, nel sistema sperimentale, è sempre una coppia di atomi nel ground state $|gg\rangle$. L'Hamiltoniana completa dell'interazione del sistema, quindi, è la differenza tra quella descritta in Eq 3.43 e quella nel sistema nel fondamentale:

$$\hat{H}_{tot} = \begin{pmatrix} (V_{eg^+} - V_{gg}) + \frac{1}{2} \delta_g (m + m') \mu_B B & \frac{1}{2} \delta_g (m - m') \mu_B B \\ \frac{1}{2} \delta_g (m - m') \mu_B B & (V_{eg^-} - V_{gg}) + \frac{1}{2} \delta_g (m + m') \mu_B B \end{pmatrix} \tag{3.44}$$

Diagonalizzando l'Hamiltoniana si ricavano i seguenti autovalori non degeneri anche per $B = 0$.

$$V_{eg}^{H/L}(B) = \frac{1}{2} (m + m') \delta_g \mu_B B + V_{dir} \pm \sqrt{V_{ex}^2 + \left(\frac{1}{2} (m + m') \delta_g \mu_B B \right)^2} \tag{3.45}$$

dove gli apici H e L etichettano gli stati *High* e *Low*, perché i due stati, se $m = -m'$, si comportano come in Fig 3.5. Va notato che anche gli autostati non sono più i medesimi in presenza di questa perturbazione. Essi possono essere individuati nei seguenti stati[23]:

$$\begin{aligned}
|eg^L\rangle &= +\gamma(B) |eg^- \rangle + \beta(B) |eg^+ \rangle \\
|eg^L\rangle &= -\beta(B) |eg^- \rangle + \gamma(B) |eg^+ \rangle
\end{aligned} \quad \text{con} \quad |\gamma|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad \beta(0) = 0 \tag{3.46}$$

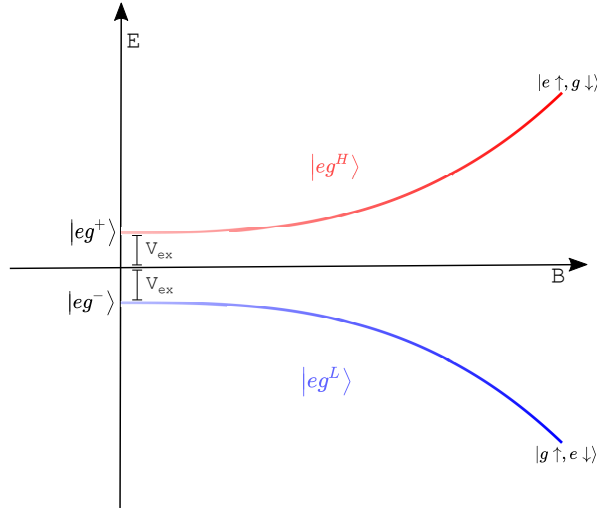


Figura 3.5: Andamento degli stati $|eg^{H/L}\rangle$ in funzione del campo magnetico applicato, nel caso in cui il gas di partenza sia una miscela di due spin $m = -m'$.

Da cui è chiaro che in assenza di campo magnetico $|eg^L\rangle = |eg^- \rangle$ e $|eg^H\rangle = |eg^+ \rangle$. Dall'altra parte, a campi magnetici molto alti, l'effetto Zeeman è dominante sulle interazioni di spin, per cui $|\gamma| = |\beta|$ e gli autostati del sistema ritornano gli stati:

$$\begin{aligned} |eg^L\rangle &\rightarrow \left(\frac{|eg^+ \rangle - |eg^- \rangle}{\sqrt{2}} \right) = |g \uparrow, e \downarrow \rangle \\ |eg^H\rangle &\rightarrow \left(\frac{|eg^+ \rangle + |eg^- \rangle}{\sqrt{2}} \right) = |e \uparrow, g \downarrow \rangle \end{aligned} \quad (3.47)$$

L'andamento degli stati $|eg^{L/H}\rangle$ in funzione del campo magnetico, schematizzato nei suoi aspetti fondamentali in Fig 3.5, mette in luce un mixing tra gli stati $|g \uparrow, e \downarrow \rangle$ e $|e \uparrow, g \downarrow \rangle$, essenziale per l'osservazione della Risonanza di Feshbach Orbitale in un gas di ^{173}Yb , come verrà descritto nella prossima sezione.

Alcune delle interazioni descritte in questa Sezione sono state recentemente osservate in un campione di ^{173}Yb [5][6], attraverso spettroscopia di orologio della transizione $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$, con delle tecniche simili a quelle descritte nel prossimo capitolo. Per isolarle si è fatto uso di un gas bi-componente $|\uparrow\rangle/|\uparrow\rangle = \pm 5/2$ con circa $5 \cdot 10^4$ atomi, caricato in un reticolo di profondità $s = 30$ alla temperature di $\sim 0.2T_F$.

In queste condizioni, è un'ottima approssimazione considerare ogni sito reticolare occupato al più da due atomi.

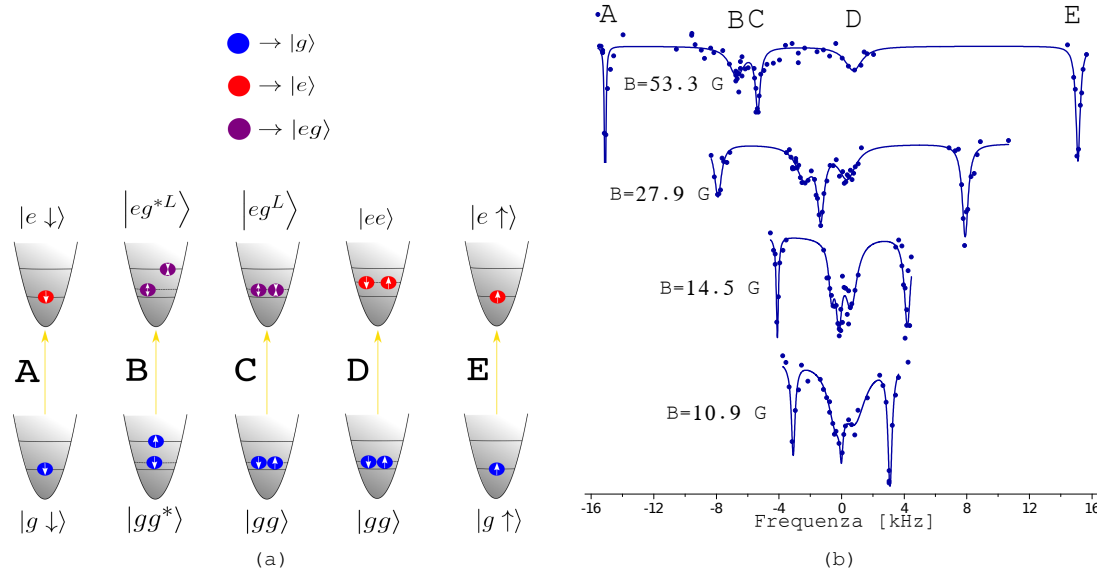


Figura 3.6: (a) Possibili stati iniziali (sotto) e finali (sopra) in un reticolo caricato con un gas bicomponente. Le transizioni A e E sono quelle di un atomo isolato. Gli altri, invece, rappresentano le interazioni a due corpi $|eg^L\rangle$ descritte in Sez 3.4.2, considerando qui anche di poter eccitare entrambi gli atomi (D) o che uno dei due sia nella prima banda eccitata del reticolo (B). (b) Spettri di un gas di itterbio in un reticolo $S = 30$ a diversi campi magnetici. I picchi che si osservano sono attribuiti secondo la nomenclatura di (a) e rappresentano la diminuzioni del numero di atomi nel ground state. Immagine tratta da [12].

Andandone ad eccitare uno nello stato $|e\rangle \rightarrow {}^3P_0$, le combinazioni possibili per lo stato finale sono quelle riportate in Fig 3.6a, che includono anche stati a due corpi con interazioni $|eg^L\rangle$.

Gli spettri a diversi campi magnetici [6] sono riportati in Fig 3.6b, dove è possibile attribuire ad ogni picco un diverso tipo di stato finale. Inoltre è stato possibile, mediante le stesse misure è stato possibile ricavare la lunghezza di scattering almeno del canale $|eg^-\rangle$: essa è pari a $a_{eg^-} = 4700 \pm 700$, in unità del raggio di Bohr a_0 .

3.5 Risonanza di Feshbach Orbitale

Fin qui è stato introdotto il metodo operativo per osservare interazioni in un gas di atomi a due elettroni, attraverso l'eccitazione di uno stato orbitale e si sono mostrati dei

risultati sperimentali che indagano le interazioni e dimostrano che è possibile manipolarle attraverso il campo magnetico. Questo è un passo importante verso un nuovo studio del BEC-BCS crossover, già ampiamente studiato per gli atomi alcalini.

In questa ottica risulta molto importante l'introduzione della Risonanza di Feshbach Orbitale (OFR - Orbital Feshbach Resonance) a livello teorico[4] e la sua misurazione[29][30].

Per descrivere accuratamente la risonanza di Feshbach Orbitale nell'itterbio 173 è necessario prima di tutto identificare un canale aperto e uno chiuso. Il primo è identificato da un atomo nel ground state $^1S^0$ nel suo stato di spin nucleare $m = -5/2$ ($\downarrow$) e l'altro nello stato eccitato 3P_0 in uno stato di spin nucleare $m' \neq -5/2$ ($\uparrow$). Il canale chiuso è identificato dalla combinazione opposta. Si possono così identificare gli stati che nella Sez 3.3 erano rimasti generici:

$$\begin{aligned} |o\rangle &= |e\ m', g - 5/2\rangle = |e\ \uparrow, g\ \downarrow\rangle \\ |c\rangle &= |g\ m', e - 5/2\rangle = |g\ \uparrow, e\ \downarrow\rangle \\ |eg^\pm\rangle &= \frac{1}{2} (|c\rangle \mp |o\rangle) \end{aligned} \quad (3.48)$$

L'Hamiltoniana non interagente del problema può essere scritta nella base di Eq 3.48 abbastanza agilmente come somma dei proiettori sui due canali:

$$\hat{H}_0 = \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{m} + \delta \right) |c\rangle \langle c| - \frac{\hbar^2 \nabla^2}{m} |o\rangle \langle o| \quad (3.49)$$

Il termine perturbativo è quello introdotto da Eq 3.38, che può essere convenientemente riscritto tramite la componente diretta e quella di scambio:

$$\hat{V} = \hat{V}_{dir} (|o\rangle \langle o| + |c\rangle \langle c|) + \hat{V}_{ex} (|c\rangle \langle o| + |o\rangle \langle c|) \quad (3.50)$$

Seguendo la stessa idea riportata nella Sezione 3.1, la funzione d'onda del sistema a due corpi può essere scritta come la sovrapposizione di una parte di canale aperto, formato da un'onda incidente e una scatterata, e da una parte di canale chiuso, che avrà solo la parte dopo l'interazione.

$$|\Psi\rangle = \left(e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + f_o(k) \frac{e^{ik\cdot r}}{r} \right) |o\rangle + f_c(k) \frac{e^{-\sqrt{m\delta/\hbar^2 - k^2}r}}{r} |c\rangle \quad (3.51)$$

dove f_o e f_c sono le ampiezze di scattering del canale aperto e chiuso, rispettivamente.

Risolvendo l'equazione di Schrödinger $(\hat{H} + \hat{V})|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle$ e definendo l'autovalore dell'Hamiltoniana $E = \hbar^2 k^2/m$, si ottiene la seguente coppia di equazioni

$$\begin{aligned} f_o(k)(1 + ika_{dir}) - f_c(k)a_{ex}\sqrt{\frac{m\delta}{\hbar^2} - k^2} + a_{dir} &= 0 \\ if_o(k)ka_{ex} + f_c(k)\left(1 - a_{dir}\sqrt{\frac{m\delta}{\hbar^2} - k^2}\right) + a_{ex} &= 0 \end{aligned} \quad (3.52)$$

Il sistema restituisce l'ampiezza di scattering del canale aperto f_o che è necessaria per ricavare la lunghezza di scattering in onda s a_s , definita come $a_s = \lim_{k \rightarrow 0} f_o(k)$.

$$a_s = \frac{-a_{dir} + \sqrt{m\delta/\hbar^2}(a_{dir}^2 - a_{ex}^2)}{a_{dir}\sqrt{m\delta/\hbar^2} - 1} \quad (3.53)$$

Si osserva che la lunghezza di scattering trovata ha un punto di divergenza quando il denominatore è nullo, cioè

$$\delta = \delta_{res} = \frac{\hbar^2}{ma_{dir}^2} \quad (3.54)$$

Questo risultato, però, non tiene conto del range finito dell'interazione. Definendo r_0 la distanza oltre la quale due atomi si possono considerare a tutti gli effetti non interagenti, la trattazione del problema risulta identica a quella appena svolta, a parte una correzione $a_{dir} \rightarrow a_{dir} - r_0$ [4].

Dal momento che δ è una differenza Zeeman, come espresso in Eq 3.28, la sua dipendenza del campo magnetico è nota. Questo permette di mostrare la dipendenza del campo magnetico stesso in funzione dei parametri introdotti in questa sezione in prossimità della risonanza:

$$B_{res} = \frac{\hbar}{2\pi m \delta_g a_{dir}} \frac{1}{\Delta m_z} \quad (3.55)$$

È interessante osservare che tale variazione è inversamente proporzionale alla differenza di spin tra canale chiuso e canale aperto Δm_z . Questa è una peculiarità del sistema, data dalla simmetria $SU(N)$, in quanto rappresenta la possibilità di riscaldare il campo di risonanza semplicemente con l'inverso di questa differenza.

Per l'itterbio 173 il fattore differenziale di Landè δ_g vale $\sim 113Hz/G$: questo ci permette di stimare l'ordine di

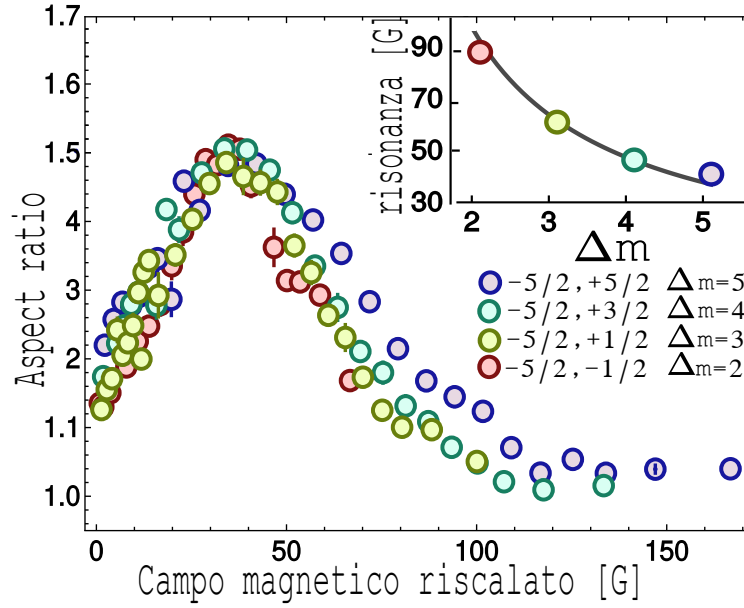


Figura 3.7: Confronto degli aspect ratio di in diverse misture di spin a diversi campi magnetici. Per sottolineare la simmetria del sistema le diverse misture sono riportate ad un valore di campo riscaldato $\tilde{B} = B\Delta m/5$. In alto a destra, invece, la posizione della risonanza nelle diverse misture. Immagine tratta da [29].

grandezza del campo della risonanza di Feshbach in spazio libero a un valore di decine di Gauss, a seconda della mistura, al contrario di quanto avviene negli alcalini, dove a causa della ridotta lunghezza di scattering la risonanza si trova a $10^3 \div 10^4$ G.

Recentemente è stato possibile misurare con precisione il campo di risonanza [29][30], in un gas, a diverse misture di spin, per confermare le proprietà di simmetria del sistema. I risultati sono riportati in Fig 3.7.

Per osservare questo fenomeno si è sfruttato il fatto che, in assenza di interazioni, gli atomi si espandono balisticamente, quindi isotropicamente. In prossimità della risonanza, invece, la lunghezza di scattering diverge e la nuvola di atomi in caduta libera modifica la sua forma a causa delle interazioni. Si può quantificare questo effetto tramite l'aspect ratio, che, per tempi di volo abbastanza lunghi, è sensibilmente diverso da uno se l'evoluzione non è balistica, come è evidente in Fig 3.8.

Come nella risonanza di Feshbach classica, anche L'OFR porta in dote uno stato legato. Esso è descritto, oltre che da

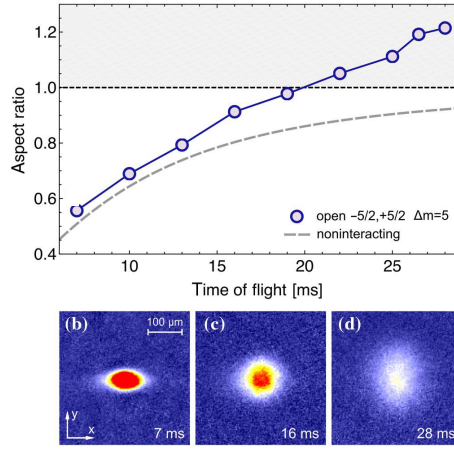


Figura 3.8: Una mistura ($\Delta m = 5$ nell'immagine) al campo di risonanza (41 G) espande in modo anisotropo, dati sperimentali in blu. Un gas di fermi non interagente sarebbe espanso isotropicamente fino a raggiungere la forma sferica - linea tratteggiata. Sotto, tre immagini degli atomi nel ground state a colori falsati, prese a tempi di volo diversi. Immagine tratta da [29].

tutte le equazioni di Sez 3.3, da Fig 3.9, dove viene mostrato anche in che modo è possibile creare i canali aperto e chiuso.

Preparando lo stato iniziale $|o\rangle$ ad un campo maggiore di quello di risonanza e decrementandolo si intersecherebbe lo stato legato del canale chiuso. Tuttavia, a causa dello spin exchange[31], trattato come termine perturbativo, questo è vietato (avoided crossing), come avveniva per gli stati $|eg^\pm\rangle$. Lo stato segue adiabaticamente il ramo più basso: sopra risonanza, dato che a_s è negativa, essa è un'interazione attrattiva, sotto è lo stato legato. Peculiare di questo sistema è il fatto che anche a campo basso, la risonanza è così larga da non permettere a questo ramo di riconguingersi al ramo molecolare chiuso. Questo significa le molecole ottenute avranno sempre una componente di canale aperto α e una di canale chiuso β .

Fig 3.9 è molto interessante anche perchè riesce a descrivere adeguatamente, oltre che la risonanza e la creazione di molecole in spazio libero mediante variazione di campo magnetico, anche il caso di reticolo.

Recentemente, inoltre, è stato anche misurato l'andamento del picco di fotoassociazione molecolare in reticolo 3D al variare del campo magnetico[30]. Osservando l'andamento del picco molecolare in Fig 3.10 esso sembra in buon accordo con quanto espresso in Eq 3.53 e Eq 3.31, rappresentato dalla

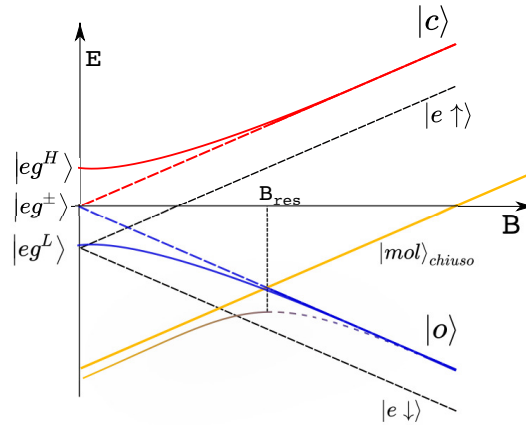


Figura 3.9: In rosso (blu) tratteggiato lo stato $|eg^- \rangle$ ($|eg^+ \rangle$) che a campo alto rappresenta il canale chiuso (aperto), grazie all'interazione di spin-exchange $|eg^H \rangle$ ($|eg^H \rangle$), descritta dalla linea continua rossa (blu). In giallo l'energia dello stato legato di canale chiuso, mentre in nero tratteggiato le transizioni di singola particella. La linea sfumata dal blu al giallo è l'avoided crossing. Sopra risonanza la linea è tratteggiata perchè lì l'interazione è attrattiva, mentre sotto risonanza è un vero e proprio stato legato.

linea blu.

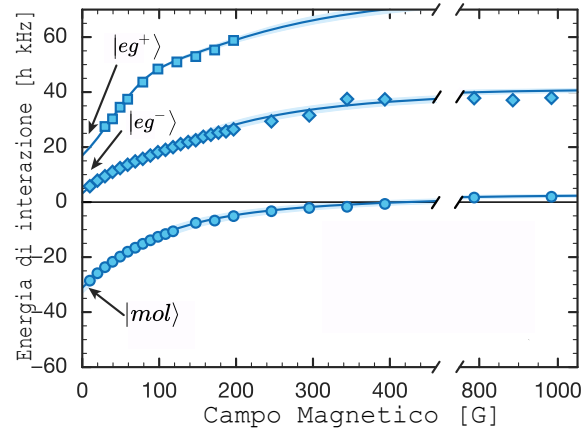


Figura 3.10: Dipendenza della coppia $|e\rangle - |g\rangle$ in reticolo al variare del campo magnetico in una miscela con $m = \pm 5/2$. Lo zero è posto alla transizione di singolo atomo (A in Fig 3.6b). I rami superiori sono le interazioni già osservate in precedenza. Immagine tratta da [30]

Capitolo 4

Fotoassociazione e manipolazione di molecole Feshbach

In questo Capitolo sono stati raccolti i risultati più significativi raggiunti in questo lavoro. Essi concernono la fotoassociazione di molecole Feshbach orbitali, costituite da un atomo di itterbio 173 nello stato fondamentale 1S_0 e uno nel livello eccitato metastabile 3P_0 . Il processo di fotoassociazione avviene in reticolo profondo, ma può aprire la strada allo studio delle molecole generata da una risonanza di Feshbach Orbitale in spazio libero.

Il mio compito in questo lavoro è stato quello di utilizzare il setup già esistente, e illustrato nelle sezioni precedenti nelle sue componenti più importanti. Inoltre ho sviluppato e migliorato protocolli per la creazione degli stati legati. I risultati qui riportati sono per buona parte nuovi, senza un riscontro in letteratura.

La prima sezione è dedicata a due aspetti tecnici essenziali per questo tipo di studi, la calibrazione del campo magnetico e il caricamento base della nuvola atomica in reticolo. Dopo questa introduzione, Sez 4.2 è interamente dedicata ai risultati ottenuti mediante la spettroscopia di orologio, come la Sez 4.3 seguente ai risultati della spettroscopia Raman.

Infine, Sez 4.4 è interamente dedicata ai risultati che possono condurre questo studio ad approfondire gli aspetti più interessanti della fisica nei sistemi a multicorpi: in-

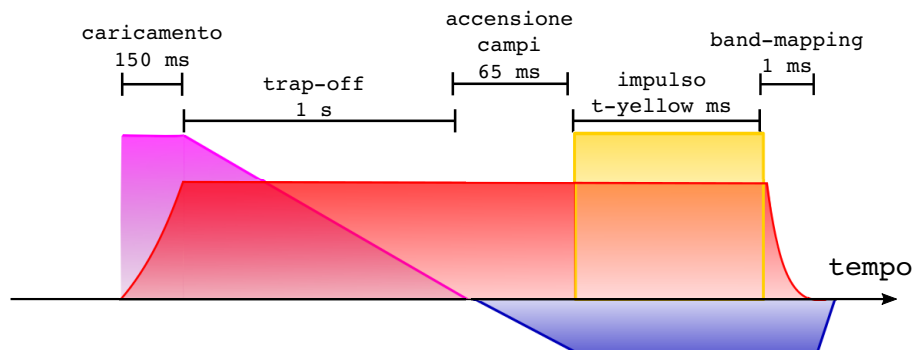


Figura 4.1: Procedura standard per il caricamento del gas di itterbio 173 nel reticolo. In viola la trappola di dipolo, in rosso i 3 reticoli, in giallo il laser di spettroscopia di orologio, mentre in blu, sotto, il campo magnetico generato dalle bobine.

fatti è descritto un tentativo di magnetoassciazione direttamente in spazio libero e i primi risultati del trasferimento delle molecole orbitali da un reticolo ottico 3D allo spazio libero.

4.1 Protocollo base e calibrazione del campo magnetico

Le procedure utilizzate di seguito, per ottenere i vari risultati, sono diverse le une dalle altre, tuttavia si può rintracciare una base comune che, quando modificata, sarà menzionato in seguito.

Per quanto riguarda la preparazione del campione la procedura è mostrata in Fig 4.1, mentre l'imaging può cambiare da misura a misura per permettere una miglior risoluzione dell'immagine da analizzare.

Il gas, che è confinato nella trappola incrociata descritta in Sez 1.3 e 1.4, viene caricato in un reticolo ottico 3D da una rampa di potenza esponenziale da 150 ms. Quando i reticoli hanno raggiunto una potenza tale da garantire una profondità di $s = 30$ viene spenta la trappola di dipolo, decrementando la potenza linearmente in un 1s. A questo punto vengono accese le bobine che generano il campo magnetico. Per consentire che questo sia stabile, è necessario che questa operazione duri almeno 65 ms.

Una volta stabilizzato il campo, si accende l'impulso di

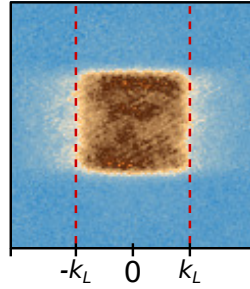


Figura 4.2: Immagine in falsi colori di un gas con circa 40k atomi spin polarizzati caricato in un reticolo 3 D a profondità $s_{x,y,z} = (6, 30, 30)$. La forma quadrata è dovuta al mappamento della prima zona di Brillouin del reticolo cubico nello spazio dei momenti in spazio libero, grazie allo spegnimento adiabatico dei reticoli (band mapping). Le linee tratteggiate in rosso delimitano sull'asse delle ascisse la prima zona di Brillouin. Gli atomi all'esterno delle due righe erano nella prima banda eccitata nella direzione in cui il reticolo era più basso, prima che i reticoli stessi fossero spenti.

laser giallo per il tempo che il particolare esperimento richiede (t-yellow nelle procedure). Infine i reticoli vengono spenti adiabaticamente con una rampa esponenziale di 1 ms (band-mapping). Questo permette di proiettare lo stato di quasimomento degli atomi in reticolo, nel momento corrispondente nello stato di particella libera. Questo permette di osservare nelle immagini la prima zona di Brillouin e di verificare così l'occupazione della banda fondamentale del reticolo ottico ed eventuali occupazioni delle bande superiori, come si può vedere in Fig 4.2. Prima degli impulsi di imaging vengono spente le bobine.

Per creare delle molecole Feshbach orbitale in un reticolo, sono state utilizzate diverse procedure che permettono di massimizzare il loro numero. Una condizione che obbligatoriamente deve essere soddisfatta, in ogni modo, è quella di posizionarsi ad un campo magnetico sotto risonanza, per seguire l'idea di fotoassociazione suggerita da Fig 3.9 di Sez 3.5. Per questo motivo è importante avere una conoscenza accurata del campo magnetico sperimentato dagli atomi. Vediamo, dunque, più da vicino la configurazione di bobine utilizzata e la tecnica sperimentale per la calibrazione del campo magnetico.

Per imporre il campo magnetico, di cui si è già accennato, agli atomi, la cella in vetro ha due bobine identiche,

una sopra e una sotto, con un diametro di 10cm in configurazione quasi Helmholtz, alla distanza di 4,9 cm. Esse possono essere comandate impostando da remoto un voltaggio al generatore delle spire. Questo sistema consente di raggiungere campi poco oltre i 300 Gauss. Sopra la cella di vetro vi è un'altra bobina, con meno avvolgimenti e di superficie più piccola (6 cm di diametro), anche lei comandabile nel medesimo modo, che ha lo scopo di mantenere un off-set fino a 20 Gauss o effettuare variazioni veloci di campo magnetico. In generale, quindi si possono raggiungere campi fino ai 330 Gauss, con una incertezza di circa un Gauss.

Il fenomeno fisico che permette di misurare il campo è la risoluzione dei sottolivelli iperfini dello stato 3P_0 per effetto Zeeman, che subiscono uno shift differenziale di $g_L = 133 \text{ Hz/G}$ per unità di momento angolare, rispetto allo stato fondamentale 1S_0 . Si svolgono quindi due spettroscopie di orologio della transizione $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ su due campioni di gas spin-polarizzato $m_F = +5/2$ e $m_F = -5/2$, in modo da avere la differenza di livelli iperfini più grande possibile. Dalla teoria dell'effetto Zeeman si può ricavare il campo magnetico, supposto costante nel volume del campione, come:

$$B_Z = \frac{\Delta\nu}{g_L \Delta m_F} \quad (4.1)$$

con $\Delta\nu$ differenza espressa in Hz tra i picchi delle due transizioni e Δm_F differenza tra gli autovalori di spin nucleare della mistura - per esempio in un campione $|\pm 5/2\rangle$ si ha $\Delta m_F = 5$.

Per evitare gli allargamenti dovuti all'effetto Doppler, si carica il gas in un reticolo 3D profondo. Un esempio di questa spettroscopia è riportata in Fig 4.3: si è effettuata prima la spettroscopia sul campione polarizzato $m_F = -5/2$ con un fascio di luce gialla a $0.2 \mu\text{W}/\mu\text{m}^2$, per un tempo di interazione di 0,145 ms, corrispondente ad un impulso π . Successivamente si è effettuata la stessa spettroscopia su un gas polarizzato $+5/2$. Nel caso dell'esempio, la distanza tra i due picchi è di 183,9kHz che corrisponde, attraverso Eq 4.1, a 325 Gauss.

Le bobine sono comandabili da remoto, tramite il fissaggio del potenziale di un generatore di corrente che alimenta gli avvolgimenti. Dato che la conversione voltaggio-corrente

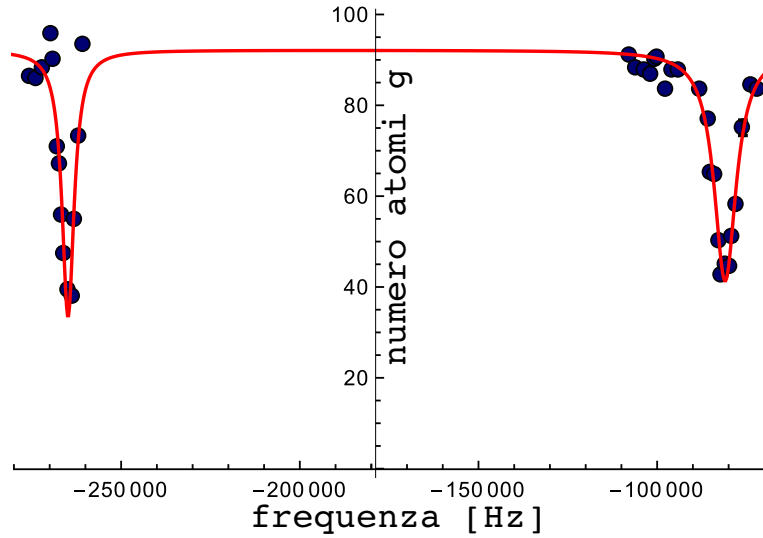


Figura 4.3: Spettroscopia del picco atomico al π -pulse, su due gas spin polarizzati $m_F = -5/2$, a sinistra e $m_F = +5/2$ a destra. In figura viene mostrato il numero di atomi nello stato fondamentale: in corrispondenza della transizione atomica, quindi, questo numero diminuisce, perché gran parte degli atomi viene eccitata.

è nota, e la conversione corrente-campo magnetico è lineare, una volta misurato qualche campo magnetico, una regressione lineare è sufficiente ad avere una conversione Volt-Gauss.

4.2 Fotoassociazione di molecole mediante transizione di orologio

Per osservare molecole formate da risonanza Feshbach orbitale come descritto nella Sez 3.5, il gas deve essere preparato come descritto in Sez 2.2 in una mistura bilanciata di atomi negli stati iperfini $m_F = \pm 5/2$, prima di essere caricato nel reticolo 3D. In questo modo i siti reticolari saranno occupati da un atomo, da due o, più raramente, da tre. Le occupazioni multiple avvengono a causa del fatto che il reticolo non può essere considerato infinito, perché limitato dal waist dei reticoli, che genera un innalzamento del potenziale reticolare verso i bordi a causa della minore intensità del fascio (si veda Eq 1.28 in Sez 1.3). Man mano che ci si allontana dal bordo, dove il reticolo è più profondo, l'energia del primo livello del sito aumenta. Da un certo raggio in poi sarà più energeticamente conveniente per gli atomi anda-

re ad occupare un sito già occupato, dove quindi all'energia della banda va aggiunta quella di interazione con l'atomo già presente, piuttosto che occupare un sito vuoto periferico.

Le transizioni mostrate in Fig 4.3 sono dette picchi atomici perché sono relativi all'eccitazione di un atomo nello stato fondamentale, in prima banda, in un sito singolarmente occupato verso lo stato eccitato 3P_0 nello stesso sito, ancora in prima banda. Quando, invece, il sito è doppiamente occupato si possono avere due tipi di spettri, il primo dei quali è del tipo mostrato in Fig 3.6b ed è relativo alle interazioni $|eg\rangle^L$ descritte in Sez 3.4. Il secondo tipo di spettro è quello interessante ai fini di questo lavoro di tesi. Infatti, come esposto nelle sezioni riguardanti la risonanza di Feshbach e la risonanza di Feshbach orbitale (rispettivamente Sez 3.3 e Sez 3.5), se il campo magnetico imposto dalle bobine è minore del campo di risonanza in reticolo 3D si ha la formazione di molecole orbitali. Data l'alta risoluzione che il laser di orologio del laboratorio permette, è possibile eccitare direttamente la transizione molecolare (cioè finire sullo stato legato del canale chiuso di Fig 3.2) partendo da una coppia di atomi $|g-5/2\rangle$, $|g+5/2\rangle$. Questo processo viene detto fotoassociazione di molecole e lo spettro presenterà un picco ad energie inferiori alla transizione atomica $-5/2$, dato che si tratta di uno stato legato. La differenza tra i due picchi, tuttavia, non corrisponde direttamente all'energia di legame della molecola, in quanto ad essa va sottratta l'energia di interazione dello stato iniziale, composto da i due atomi $m_F = \pm 5/2$ nel sito.

I primi risultati, nella ricerca di uno stato legato attraverso la spettroscopia di orologio in reticolo 3D, sono riportati in Fig 4.4. Per trovare il picco molecolare si è deciso, prima di tutto, di effettuare una spettroscopia incoerente, cioè con un impulso abbastanza lungo (nello specifico 100 ms) che permette al sistema a due livello di raggiungere uno stato stazionario. Il laser è stato utilizzato ad alta potenza (densità di potenza sul campione di $0.2 \mu\text{W}/\mu\text{m}^2$) e il campo magnetico generato è stato di 150 G. In questo modo, dato il forte allargamento per potenza delle strutture, è facile trovare il picco atomico $-5/2$ e, seguendo le misure preliminari di Ref.[30], il picco molecolare.

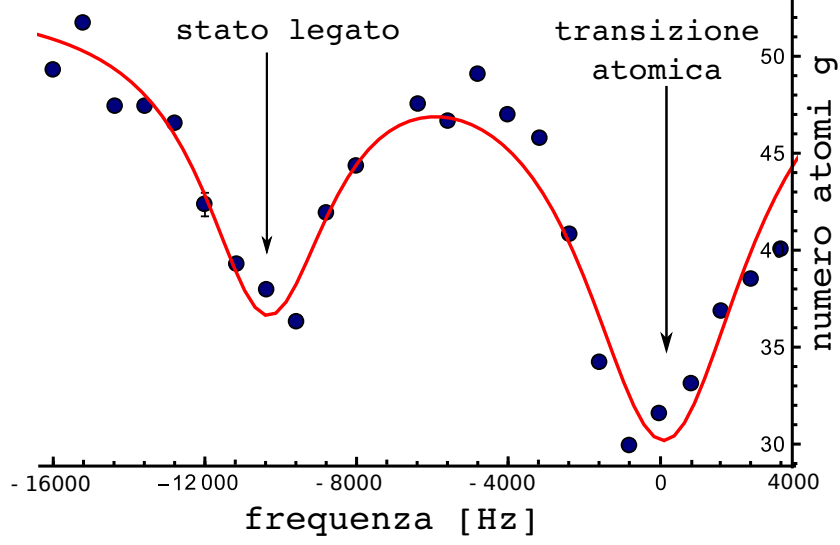


Figura 4.4: Spettroscopia incoerente degli atomi nel livello fondamentale di una mistura $SU(2)$, $m_F = \pm 5/2$. Lo zero è posto sul picco della transizione atomica, mentre l'altro è la risonanza dello stato legato.

Una volta appurata l'esistenza della risonanza molecolare, si può procedere a studiarne l'eventuale coerenza attraverso un'oscillazione di Rabi: si fissa l'AOM del laser di orologio in modo che la frequenza della luce si risonante con la transizione molecolare e si effettuano diverse misure in serie, aumentando il tempo dell'impulso eccitante da 0 ms fino a quando non si osserva la perdita di coerenza dell'oscillazione. I risultati di questa analisi sono riportati in Fig 4.5.

Nelle stesse condizioni sperimentali in cui si è svolto l'esperimento mostrato in Fig 4.4, si osserva che la transizione atomi $\{-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\} \rightarrow$ molecola e viceversa (dissociazione molecolare) è eccitata in maniera coerente: ha una frequenza di oscillazione di $\nu = 0,878 \pm 0,003$ kHz, che restituisce un π -pulse di 0.569 ± 0.003 ms.

Un'altra quantità interessante che si può estrarre dalla misura di Fig.4.5 è il tempo in cui l'oscillazione perde di coerenza. Fittando i punti con una funzione del tipo

$$N_{mol}(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \sin(2\pi\nu t) \quad (4.2)$$

il tempo di de-coerenza τ è di $6,1 \pm 0,9$ ms. Questo dà la possibilità al fenomeno di effettuare diverse oscillazioni, smorzandosi solo lievemente.

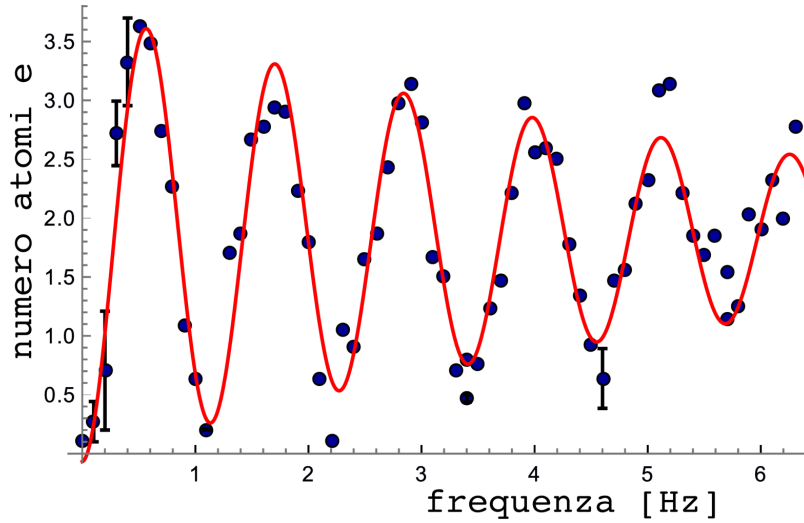


Figura 4.5: Oscillazione di Rabi smorzata sul picco molecolare di una miscela SU(2), $m_F = \pm 5/2$, ottenuta rilevando gli atomi eccitati nello stato metastabile 3P_0 .

Aver trovato l'impulso π della transizione permette anche di effettuare la spettroscopia già mostrata in Fig 4.4 con maggiore precisione, in quanto i picchi sono più stretti e più profondi. La distanza tra il picco della transizione atomica e la risonanza molecolare, misurata in queste condizioni, dà come risultato un'energia di 11500 ± 100 Hz.

La procedura e le condizioni sperimentali con cui sono state acquisite le oscillazioni di Fig 4.5, come già detto, sono le medesime dello spettro in Fig 4.4. Tuttavia fa eccezione la procedura di imaging, infatti per eliminare l'offset dall'oscillazione, le misure sono state prese andando a rilevare le molecole osservando il loro atomo eccitato, secondo la procedura descritta in Sez 2.5. È possibile, tuttavia, far coincidere il numero di atomi eccitati con il numero di molecole orbitali nel gas, solamente se si assume che queste non si siano dissociate dopo l'impulso che le ha fotogenerate. Se così fosse, il meccanismo di ripompa degli atomi eccitati nel ground state potrebbe rilevare anche la frazione di molecola dissociata composta dall'atomo nello stato 3P_0 . Quella che per le misure di questa sezione è solo un'assunzione, verrà verificata grazie alla spettroscopia Raman nella prossima sezione.

Infine, per quanto riguarda questo set di misure al campo magnetico di 150 G e alta potenza, si riporta il decadimento

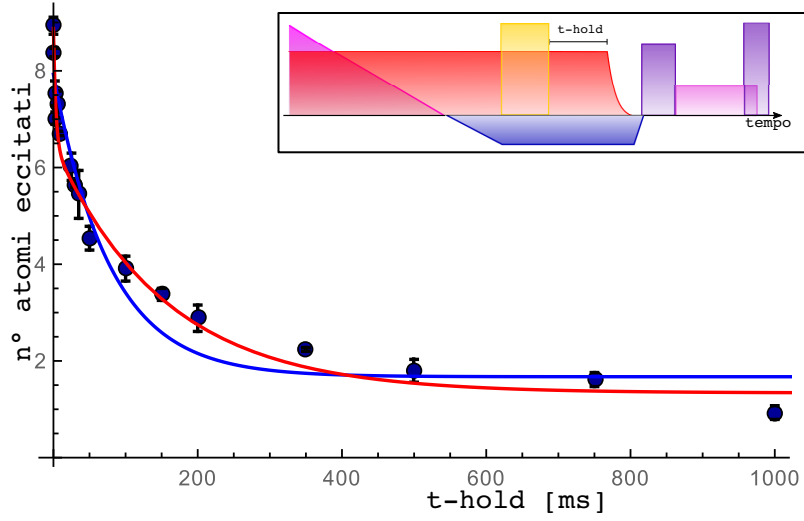


Figura 4.6: Decadimento dello stato legato in reticolo. In blu è mostrato il fit con singolo esponenziale, mentre in rosso quello con il doppio esponenziale di Eq 4.3. Nell'inset la procedura utilizzata, mostrata con i medesimi colori di Fig 4.3. Da notare che dopo l'impulso π giallo le molecole sostano in reticolo a campo fissato per un certo tempo $t\text{-hold}$. Dopo il band mapping un impulso blu risonante con la transizione 1S_0 elimina gli atomi nel ground state e, solo allora, si attiva la ripompa (violetto nell'inset).

di Fig 4.6. Esso è stato acquisito fotoassociando le molecole con un impulso π risonante e lasciandole poi in reticolo un certo tempo $t\text{-hold}$ senza laser eccitante, prima di liberarle abbassando i reticoli. In prima istanza si sono fittati gli atomi eccitati delle molecole con una funzione a singolo esponenziale (linea blu in Fig 4.6). Questa funzione, tuttavia, non era in accordo con i dati, come si può osservare nella stessa figura, per cui si è provato con un doppio esponenziale del tipo:

$$N_{mol}(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (4.3)$$

Questo nuovo fit, come si può osservare dalla funzione in rosso in Fig 4.6, è in pieno accordo con il numero di molecole osservate.

L'interpretazione di questi dati, tuttavia, non è affatto facile da comprendere, in quanto si osserva un decadimento molto veloce ($\tau_1 \sim 80$ ms) negli istanti iniziali della vita delle molecole, che poi decadono con un tempo di vita ben più lungo ($\tau_2 \sim 1500$ ms).

Il decadimento lento è dovuto al tempo di vita proprio

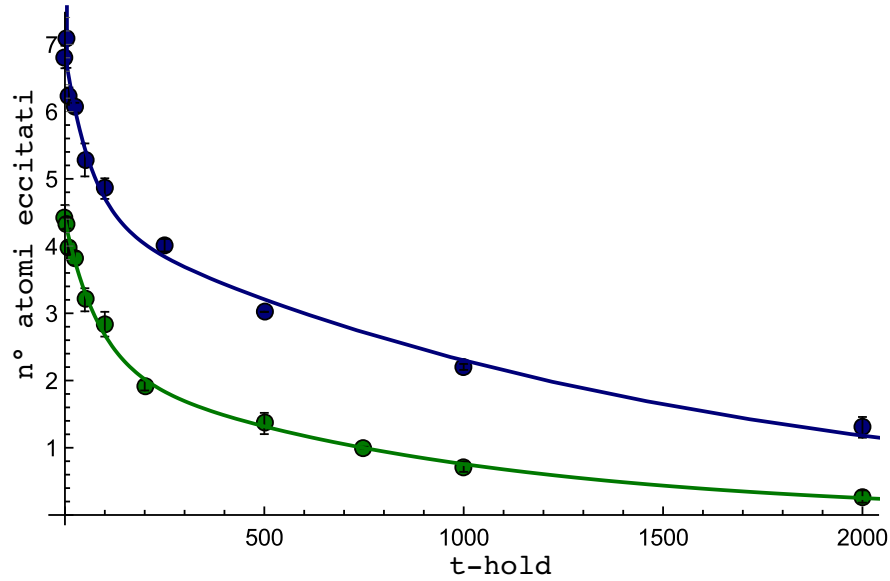


Figura 4.7: Confronto dei decadimenti delle molecole in un reticolo a $s = 30$ (blu) e $s = 15$ (verde), tramite rilevazione degli atomi nello stato eccitato. Il numero di molecole di partenza di questo secondo decadimento è più basso perché in un reticolo $s = 15$ il rate di tunneling è più alto e, inoltre, la prima banda eccitata è più vicina. Questo aumenta i siti singolarmente e triplamente occupati a discapito delle doppie occupazioni. Inoltre, il numero di atomi totale che questo reticolo può sostenere è minore.

dello stato legato in reticolo, che è stato inizialmente attribuito al rate di tunneling delle molecole, ipotesi poi scartata per le misure che sono esposte a breve.

Per quanto riguarda il decadimento veloce, invece, per prima cosa si è pensato che questo comportamento potesse essere attribuito a fenomeni di scattering tra siti adiacenti. Per verificare questa ipotesi si è effettuato lo stesso esperimento ad un reticolo più basso (da una profondità $s = 30$ a una $s = 15$).

In questa nuova condizione, il rate di tunneling di un atomo tra siti adiacenti è, rispettivamente per la banda fondamentale e la prima eccitata: $t_0 = 13$ Hz e $t_1 = 246$ Hz. In un reticolo $s=30$, invece, questi rates sono ciascuno circa un ordine di grandezza in meno ($t_0 = 1$ Hz e $t_1 = 30$ Hz). Questo dovrebbe portare ad una forte diminuzione del tempo di vita nel decadimento veloce, se questo fosse attribuibile a collisioni inelastiche a seguito di una dinamica tunnelling. Si riportano questi risultati in Fig 4.7.

Tabella 4.1: Confronto tra i tempi di vita nelle due condizioni sperimentali di Fig 4.7.

	τ_1 [ms]	τ_2 [ms]
s = 30	84 ± 20	910 ± 180
s = 15	65 ± 20	1500 ± 200

I parametri del fit sono in Tab 4.1 e, sebbene mostrino una piccola diminuzione del tempo di vita veloce rispetto al precedente esperimento, il fatto che gli ordini di grandezza di τ_1 a $s = 30$ e $s = 15$ siano comparabili esclude che il tunneling tra siti sia la causa di questo decadimento veloce. Questo fatto, però, esclude anche che la vita delle molecole orbitali sia determinata dal loro rate di tunneling, in quanto, a profondità di reticolo diverse, queste mostrano lo stesso τ .

Per vedere sparire il primo decadimento è necessario abbassare la potenza di fine evaporazione della trappola incrociata: in questo modo il numero di atomi è minore (50000 contro 70000) e quelli che rimangono sono più freddi (si veda Sez 1.3). Questo permette di svuotare completamente le bande eccitate del reticolo da possibili occupazioni, impedendo di avere siti triplamente occupati.

Infatti, se il numero di atomi nel gas è molto alto o gli atomi sono troppo caldi, la condizione energeticamente più conveniente, per lo stesso discorso già affrontato per i siti doppiamente occupati, può prevedere l'occupazione tripla di un sito, con un atomo in uno stato nella prima banda eccitata. Se, quindi, si è fotogenerata una molecola tra i due atomi nella banda fondamentale, questa può scatterare inelasticamente con il terzo atomo del sito, venendo così dissociata.

I risultati della spettroscopia di orologio di un gas con circa 50000 atomi, in reticolo $s=30$, sono quelli mostrati in azzurro in Fig 4.8.

I punti sperimentali sono stati fittati con un singolo esponenziale, perché non c'è più traccia del primo decadimento. Il tempo di vita delle molecole in questo nuovo modus operandi è estremamente in accordo con il decadimento lento delle precedenti misure: qui τ è 1464 ± 70 ms, contro i circa 1200 ms riportati in Tab 4.1, perfettamente comparabili,

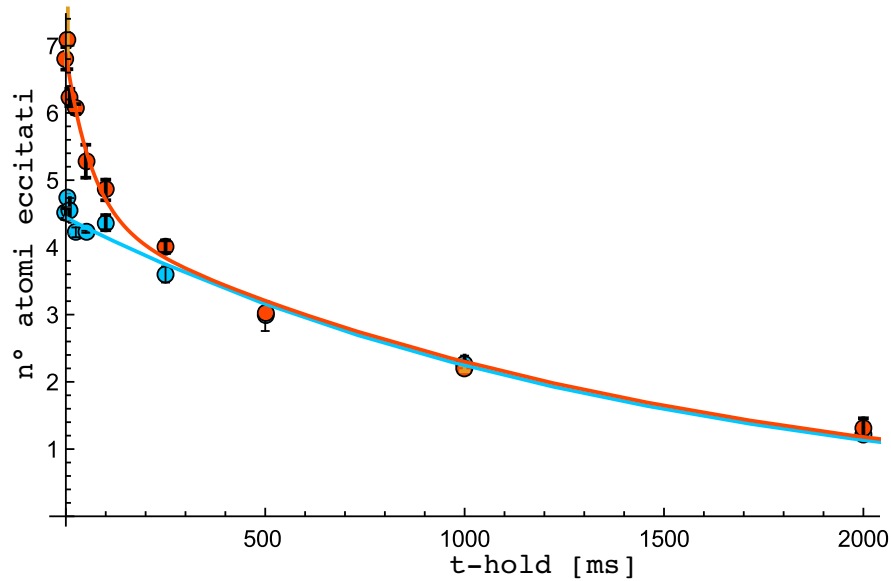


Figura 4.8: Confronto dei decadimenti delle molecole in un reticolo $S=30$ con l'evaporazione standard (arancione), in cui il campione atomico è costituito da $\sim 70k$ atomi, e con un'evaporazione più profonda in cui rimangono $\sim 50k$ atomi, più freddi (azzurro). Il decadimento veloce è evidente che viene perso nel secondo campione.

dentro gli errori sperimentali.

Quanto appena esposto è supportato anche da un'ulteriore spettroscopia incoerente a bassissima potenza ($\sim 7 \cdot 10^{-3} \mu W/\mu m^2$), che permette di stringere molto la larghezza dei picchi. Effettuando questa spettroscopia ad alta precisione, su un campione con $\sim 70k$ atomi, si osserva una struttura composta del picco molecolare (Fig 4.9a). Abbassando il numero totale di atomi aumentando l'evaporazione, il picco più a sinistra sparisce (Fig 4.9b). Attribuendo questo picco alle interazioni a tre corpi molecola-atomo in banda eccitata, si conferma che il decadimento veloce era dovuto allo scattering inelastico molecola-atomo, in siti triplamente occupati.

Il picco presente in entrambe le spettroscopie di Fig 4.9, 1,3 kHz a sinistra del picco molecolare non è ancora attribuito con certezza. Potrebbe essere dovuto alla fotoassociazione di molecole in una banda eccitata o altri processi a tre corpi.

Se da una parte è stato possibile annullare lo scattering a tre corpi grazie alla diminuzione e al raffreddamento ulteriore degli atomi, dall'altra parte, confrontando Fig 4.9a

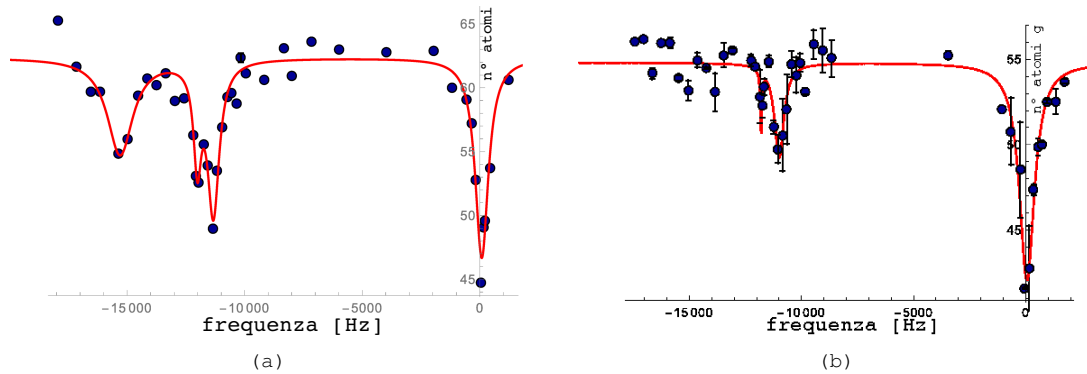


Figura 4.9: (a) Spettroscopia a bassissima potenze dello stato legato con $\sim 70k$ atomi di partenza. É ben visibile la sottostruttura della risonanza di fotoassociazione che si compone di tre transizioni. (b) Medesima spettroscopia con $\sim 50k$ atomi di partenza. Il picco dovuto alle triple occupazioni è scomparso.

e Fig 4.9b oppure il punto iniziale dei decadimenti di Fig 4.7, si osserva una diminuzione del numero di molecole. A causa della maggiore evaporazione e del minor numero di atomi nella nuvola, il numero di siti doppiamente occupati è minore, perché è minore il numero totale di atomi, che quindi preferiranno occupare un sito vuoto piuttosto che uno già occupato. La mancanza di siti doppiamente occupati è la causa della diminuzione del numero di molecole.

Per sopperire a queste diminuzioni, senza aumentare il numero di atomi iniziali, è stata trovata una soluzione sperimentale descritta da Fig 4.10. Essa consiste nel caricare il gas a reticoli bassi ($s = 15$) e, quando lo spegnimento della trappola di dipolo è terminato, innalzare velocemente (1 ms) i reticoli fino a $s = 30$ - questo protocollo è quello che in Fig 4.10 prende il nome di *freezing*-. In questo modo, la mobilità degli atomi a reticolo basso, unita al potenziale armonico della trappola di dipolo, aumentano il numero di siti doppiamente occupati nel centro, dove il reticolo è più profondo. Dall'altra parte, il successivo innalzamento veloce dei reticoli è sufficientemente veloce da impedire che gli atomi non si ridistribuiscono nei siti, conservando così le doppie occupazioni.

Si è verificato, inoltre, che questa fosse la condizione migliore per lavorare, cioè che massimizzasse il numero di molecole. Come è osservabile in Fig 4.11, cambiando la

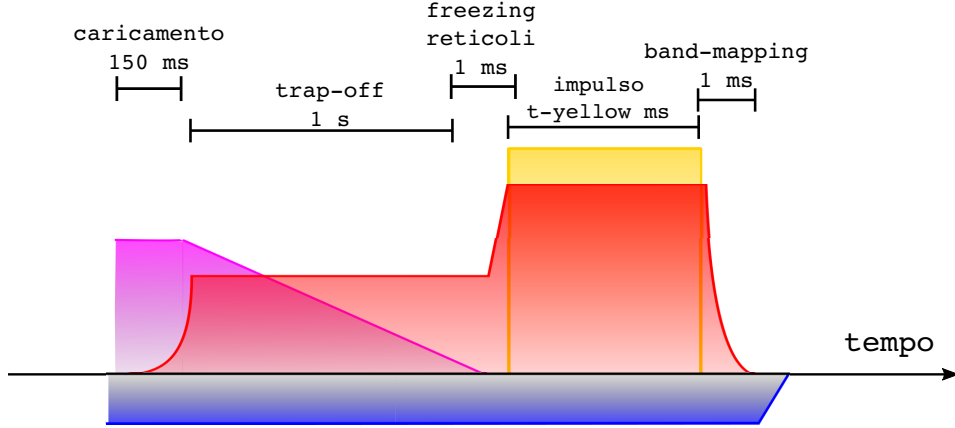


Figura 4.10: Procedura di *freezing*, che permette di aumentare il numero di molecole nel reticolo finale $s=30$. Da qui in poi, a meno che non sia espressamente detto diversamente, questo è il protocollo di caricamento utilizzato.

Tabella 4.2: Differenza di energia tra la transizione atomica e la risonanza molecolare a diverse profondità di reticolo.

	$s = 15$	$s = 20$	$s = 25$	$s = 30$
$\Delta E \pm 10\% [\text{Hz}]$	6200	8100	9900	11500

profondità del reticolo finale non si hanno variazioni di rilievo nel numero di stati legati orbitali fotoassociati.

In Fig 4.11, inoltre, è ben visibile l'effetto della profondità di reticolo sull'energia di legame della molecola, che, come detto in Sez 3.3, aumenta all'aumentare della profondità.

Infatti, in Sez 2.1, era già stato notato che a reticoli abbastanza profondi, come in tutti e quattro i casi presi in considerazione nell'esperimento che ha portato a Fig 4.11, l'approssimazione dei siti reticolari a oscillatori armonici è ben giustificata. In più, questa approssimazione è caratterizzata da una frequenza di trappola che, da Eq 2.16, rispetta la relazione di proporzionalità $\omega_v \propto \sqrt{s}$. Sia l'atomo sia la molecola, quindi, sperimenteranno un off-set armonico, $\frac{3}{2}m\omega_v^2 x^2$, nell'energia delle loro transizioni. La molecola, tuttavia, ha una massa doppia rispetto all'atomo. Questo, attraverso la definizione dell'energia di rinculo E_r in Eq 2.2 porta alla seguente relazione di proporzionalità:

$$s \propto m^2 \quad (4.4)$$

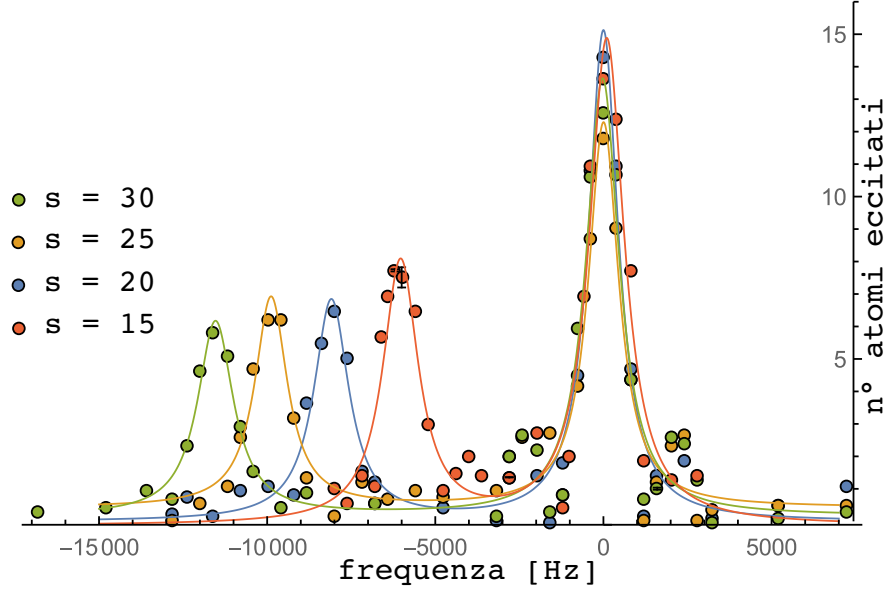


Figura 4.11: Spettroscopia di orologio degli stati eccitati di una miscela $m_F = \pm 5/2$ a diverse profondità di reticolo. Lo zero è posto in corrispondenza della transizione atomica.

con m massa dell' ^{173}Yb . Ciò significa che la profondità di reticolo sperimentata dalle molecole è quattro volte superiore di quella degli atomi.

Questa breve trattazione spiega perché i risultati riportati in Tab 4.2 possono essere fittati facilmente con una regressione lineare, non riportata in questo testo. Ponendo a zero l'energia della transizione atomica, a causa dell'approssimazione armonica l'energia della risonanza molecolare sarà descritta dalla seguente equazione

$$\Delta E_s = \frac{3}{2}(2m)\omega_v^2 x^2 \propto s_{mol} \quad (4.5)$$

dove il pedice s all'energia è stato aggiunto per sottolineare che si tratta della differenza in stato legato causata fissando tutti i parametri tranne la profondità di reticolo (contenuta nella frequenza di trappola ω_v). Invece la proporzionalità dell'ultima relazione deriva, ancora, da Eq 2.16.

4.3 Spettroscopia Raman

Nella sezione appena conclusa, si è prodotto uno studio dello stato di legame attraverso la fotoeccitazione diretta della

molecola tramite laser ultra stretto. Questa sezione, invece, si incentra sulla manipolazione delle molecole orbitali così create, andando ad agire direttamente sullo stato di spin nucleare dell'atomo eccitato della coppia. La spettroscopia Raman, oltre ad un ottimo metodo di manipolazione, si è rivelato un sorprendente mezzo per rivelare la molecola. Infatti, la spettroscopia Raman assicura che, nel momento in cui viene effettuata, la molecola è integra, in quanto va ad agire su uno stato interno che, se lo stato legato fosse dissociato, non sarebbe accessibile a quell'energia. Per questo, la risonanza molecolare rivelata con questa tecnica non è in alcun modo ambigua; al contrario di quanto accadeva con la spettroscopia di orologio, il numero di atomi 3P_0 che si osservano può essere attribuito solamente alla presenza di molecole ancora associate al momento dell'impulso. Queste misure, perciò, confermano anche che l'ansatz proposto all'inizio di Sez 4.2, che creava una corrispondenza tra atomi eccitati osservati e molecole, era verificato.

La prima misura proposta in Fig 4.12 è lo spettro completo che si può ottenere con il setup utilizzato. Prima di commentare la figura per la sua importanza dal punto di vista delle molecole generate dalla risonanza di Feshbach orbitale, vale la pena concentrarsi sul significato della spettroscopia Raman in sé, partendo dalla trattazione di Sez 2.3.

La spettroscopia di Fig 4.12 riguarda una mistura $m_F = \pm 5/2$ a 150 Gauss effettuata con il setup descritto in Sez 2.3, che prevede un singolo fascio Raman - che quindi non può cedere momento agli atomi - polarizzato prevalentemente $\sigma^\pm$.

La spettroscopia Raman $\sigma\sigma$ di un gas con componenti $m_F = \pm 5/2$, quando la differenza di frequenza dei due laser del fascio è risonante con la transizione atomica, modifica lo stato di spin degli stessi, che quindi si trovano, rispettivamente, nello stato finale $m_F = \pm 1/2$. Lo stesso avviene anche per le molecole appena fotoassociate nei modi descritti nella Sez 4.2: l'atomo nello stato $|^3P_0, m_F = +5/2\rangle$ viene fatto transire nello stato $|^3P_0, m_F = +1/2\rangle$. Per la componente $\sigma\pi$ del fascio Raman, vale un discorso analogo, che però prevede che lo stato finale sia $m_F = \pm 3/2$.

I punti mostrati in Fig 4.12 sono il numero di atomi solamente negli stati finali appena citati, però la procedura

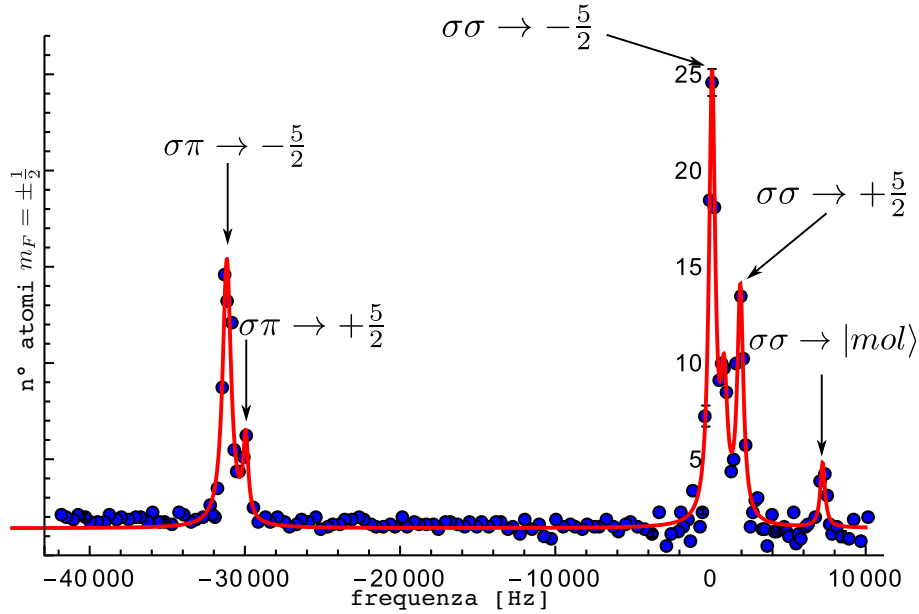


Figura 4.12: Spettro completo di spettroscopia Raman su una mistura $m_F = \pm 5/2$ in reticolo nella quale sono già state fotogenerate le molecole. Le popolazioni atomiche $m_F = \pm 5/2$ sono state rimosse in tempo di volo. Sulle ascisse è riportata la differenza di frequenze tra le due componenti del fascio Raman, traslate di un off-set in modo da avere lo 0 in corrispondenza della risonanza atomica $-5/2$.

utilizzata per isolare queste popolazioni di spin non è stata quella dell'OSG (descritto in Sez 2.2), perché, a causa del numero basso di atomi da rilevare – soprattutto per la transizione molecolare – le immagini non permettevano di dividere in modo chiaro le diverse nuvole di atomi in stati di spin diversi, rendendo i fit delle popolazioni non attendibili.

È stato quindi sviluppata una tecnica di imaging spin selettiva, che però non separasse spazialmente le popolazioni. Negli spettri Raman mostrati in questo lavoro, quindi, dopo il protocollo di fotoassociazione e spettroscopia Raman, quando vengono abbassati i reticoli, le popolazioni degli stati $m_F = \pm 5/2$ vengono rimosse tramite gli impulsi di *blast* descritti in Sez 2.2. L'efficienza non perfetta di questo meccanismo genera l'off-set di Fig 4.12 di circa 1500 atomi. Essa è dovuta al fatto che la nuvola che subisce la purificazione è in caduta libera e non ferma in trappola, come accadeva per i pompaggi in Sez 2.2.

La risonanza della transizione Raman, quindi, corrisponde ad un aumento nel numero di atomi osservati. Questo proto-

collo, tuttavia, non permette di capire lo spin degli atomi che si vedono. Per distinguere le transizioni $m_F = -5/2 \rightarrow m'_F = -1/2$ e $m_F = +5/2 \rightarrow m'_F = +1/2$ è necessario ricorrere a simulazioni computazionali della spettroscopia o effettuare una spettroscopia Raman preventiva su un gas spin polarizzato.

In Fig 4.12 sono presenti anche due picchi a frequenza più bassa. Essi sono stati attribuiti alle risonanze $m_F = \pm 5/2 \rightarrow m'_F = \pm 3/2$, però alla componente $\sigma\pi$ della spettroscopia Raman. Essa deriva da una polarizzazione non perfetta del fascio laser, in cui sopravvive una componente π . Il fatto che questa risonanza si trovi a frequenza più bassa di quella descritta in precedenza è in accordo col fatto che la transizione indotta da una tecnica Raman $\sigma\pi$ ha un $\Delta m_F = 1$, la metà di quello indotto dalle $\sigma\sigma$. La differenza di energia tra stato finale e stato iniziale - che è $\propto \Delta m_F$ - risulta, quindi, dimezzata.

Ultima nota sullo spettro Raman di Fig 4.12 è il fatto che ogni risonanza è identificata da due picchi - in Fig 4.12 si osserva solo sul picco della risonanza $\sigma\sigma \rightarrow -5/2$, perché altrove è nascosta da altre strutture o dal rumore di fondo-. Questa struttura doppia è dovuta al *light shift* che la luce della spettroscopia Raman stessa induce sui livelli dell'atomo[32]. Questo spostamento in frequenza, infatti, è diverso se la transizione parte dallo stato $+5/2$ o $-5/2$.

Fatta questa introduzione sulla tecnica della spettroscopia Raman, si possono approfondire le conseguenze che Fig 4.12 ha sullo studio della fotoassociazione e manipolazione delle molecole Feshbach.

Per ottenere lo spettro, come già detto, la miscela era sottoposta ad un campo di 150 Gauss in un reticolo $s=30$. Un impulso giallo di $0.025 \mu\text{W}/\mu\text{m}^2$ al π -pulse fotogenerava le molecole in reticolo. Dopo di ciò, un impulso Raman di $0.024 \mu\text{W}/\mu\text{m}^2$ al π -pulse atomico investiva il campione, dove una componente del fascio laser era tenuta a frequenza fissa e ne veniva fatta variare solamente una (vedi Sez 2.3).

A 7100 ± 50 Hz dal picco atomico $m_F = -5/2$ delle transizioni $\sigma\sigma$ è ben visibile un picco di attribuzione non banale. Infatti, supponendo che il picco sia dovuto alla dissociazione della molecola a causa del cambiamento di stato di uno dei suoi componenti, la distanza in energia di tale transizione dal picco atomico $-5/2$ non corrisponde a quella misurata, in

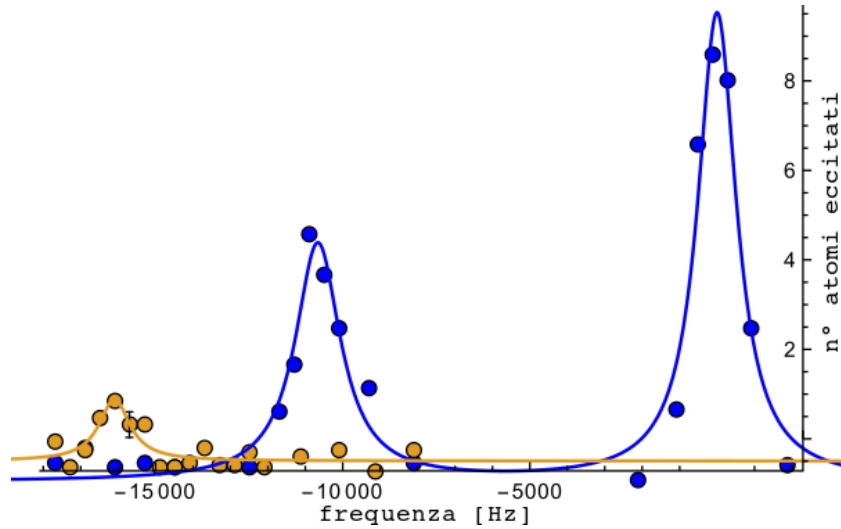


Figura 4.13: Spettroscopia di orologio al π -pulse in reticolo $s = 30$ a 150 Gauss di una mistura $m_F = \pm 5/2$ (blu) e $m_F = -5/2$ e $1/2$ (giallo). Il picco molecolare di quest'ultima è più basso perché le due popolazioni di spin erano sbilanciate.

queste condizioni, con la spettroscopia di orologio, che aveva mostrato un'energia di legame di ~ 11 kHz. Un altro aspetto che rende più ardua l'attribuzione è il fatto che con questo metodo non è possibile ricavare lo spin nucleare degli atomi osservati. L'ipotesi che si è fatta è che questo picco sia dovuto a una manipolazione della molecola: una transizione da stato legato a stato legato (*bound-to-bound transition*) tra una molecola $|g \mp \frac{5}{2}, e \pm \frac{5}{2}\rangle$ e una $|g \mp \frac{5}{2}, e \pm \frac{1}{2}\rangle$, dove, in generale, non è distinguibile se la molecola è di canale aperto o di canale chiuso, in quanto il campo a cui è svolto l'esperimento è ancora troppo vicino al campo di risonanza Feshbach (si veda Fig 3.9 in Sez 3.5).

Questa ipotesi è suggerita da Fig 4.13, dove si possono vedere le spettroscopie di orologio al π -pulse, nelle condizioni della precedente spettroscopia Raman di Fig 4.12, di una mistura iniziale $m_F = \pm \frac{5}{2}$ in blu e $m_F = -\frac{5}{2}, +\frac{1}{2}$ in giallo.

La differenza di energia tra i due picchi è di 5500 ± 90 Hz, che non è compatibile con la differenza di energia tra la risonanza atomica $-5/2$ e quella molecolare osservata nello spettro Raman (7100 ± 50 Hz). Questa distanza, tuttavia è comparabile con un'altra differenza di energia, quella tra il picco di risonanza della molecola e dell'atomo polarizzato $+5/2$, che è di 5300 ± 30 Hz. Questo fatto è spiegabile suppo-

nendo che la molecola orbitale generata è uno stato legato con un forte carattere di canale aperto, quindi prevalentemente formata dalla coppia di atomi $|g, +\frac{5}{2}\rangle$ e $|e, -\frac{5}{2}\rangle$.

Una misura ulteriore che conferma l'ipotesi di transizione bound-to-bound è quella mostrata in Fig 4.14, che sfrutta una doppia spettroscopia di orologio unita alla spettroscopia Raman: una volta fotogenerate le molecole attraverso un π -pulse giallo, la stessa molecola viene dissociata tramite un altro π -pulse giallo, in modo che alla frequenza della transizione si assista ad un 2π -pulse completo della risonanza molecolare. Il risultato di questo protocollo, con un imaging degli atomi eccitati, è mostrato dallo spettro giallo in Fig 4.14. L'off-set della misura sono le molecole eccitate dal primo π -pulse, che si annullano a $\sim 11760 \pm 70$ Hz dal picco atomico, in corrispondenza del picco inverso di fotodissociazione.

Lo spettro blu, riportato ancora in Fig 4.14, invece, è stato acquisito operando un impulso al π -pulse Raman alla frequenza di risonanza della transizione bound-to-bound di Fig 4.12, dopo la fotoeccitazione delle molecole. Il picco di fotodissociazione si osserva a ~ 17670 Hz dal picco atomico, cioè 5900 ± 130 Hz in meno rispetto al picco di dissociazione molecolare in assenza di impulso Raman. La distanza è compatibile con la differenza tra gli stati legati trovati attraverso Fig 4.13. L'informazione aggiuntiva che questa misura dà è che lo stato finale dopo la transizione Raman è uno stato dissociabile, quindi uno stato legato. Questo verifica l'ipotesi di transizione bound-to-bound.

Sulla transizione Raman appena interpretata è possibile anche vedere oscillazioni di Rabi, ovvero si può dimostrare che il processo di manipolazione dello stato molecolare avviene coerentemente, come mostrato in Fig 4.15. Nelle medesime condizioni sperimentali delle ultime misure mostrate, la frequenza di Rabi misurata è di $0,388 \pm 0,002$ kHz, che corrisponde ad un π -pulse di 1,29 ms. Il tempo di de-coerenza del processo è $\tau = 12 \pm 3$ ms, più lungo cioè del tempo di decoerenza del fenomeno di associazione-dissociazione.

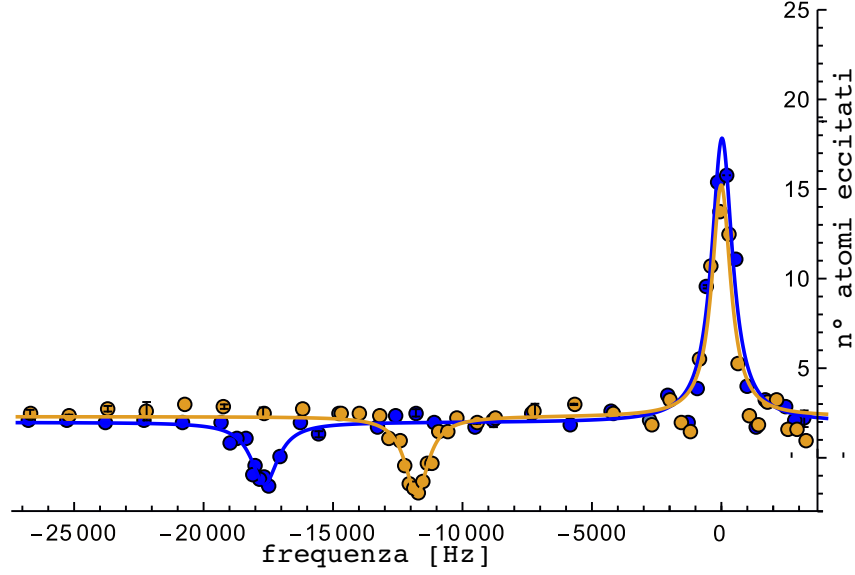


Figura 4.14: Doppia spettroscopia di orologio al π -pulse a 150 Gauss in reticolo $s = 30$ (giallo). In blu, tra i due impulsi del laser di orologio è stata effettuata una transizione Raman bound-to-bound tra gli stati molecolari $|g \pm \frac{5}{2}, e \mp \frac{5}{2}\rangle$ e $|g \pm \frac{5}{2}, e \mp \frac{1}{2}\rangle$. Le popolazioni atomiche $m_F = \pm 5/2$ sono state rimosse in tempo di volo.

4.4 Prime osservazioni di molecole orbitali nello spazio libero

Alla fine di questo capitolo è mostrata una misura che avvicina questo lavoro allo studio di molecole orbitali in spazio libero. I tentativi di generare molecole in una trappola 3D, sfruttando la risonanza di Feshbach orbitale tramite una sweep di campo magnetico che la attraversasse, non hanno dato risultati univoci. La misura più promettente, anche se ambigua sotto certi aspetti, è mostrata in Fig 4.16. Essa è stata fatta in una trappola alla lunghezza d'onda magica (si veda Sez 1.3.1), che differisce dai reticoli, realizzati anche loro da un laser alla stessa lunghezza d'onda, dal fatto che il potenziale sperimentato dagli atomi non è periodico, ma consiste in una sola buca. Questo si traduce in una frequenza, di trappola molto più bassa, dovuta alle dimensioni finite del waist, che quindi può essere trascurata, permettendo di simulare abbastanza bene lo spazio libero.

I dati che si riportano sono stati ottenuti sfruttando una tecnica chiamata Stern-Gerlach-Ottico-Orbitale (OOSG) che sfrutta il fenomeno del *light shift* descritto in Sez 1.3.1

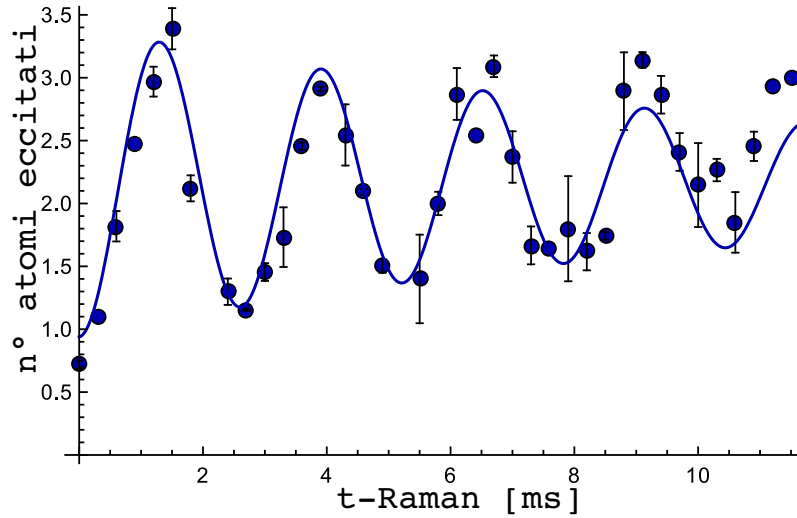


Figura 4.15: Oscillazioni di Rabi della transizione bound-to-bound a 150 Gauss in reticolo $s = 30$ e una potenza Raman di $0.024 \mu\text{W}/\mu\text{m}^2$.

e dalla forza di dipolo di Sez 1.3 causato dal fascio a 1064 nm.

Dopo l'evaporazione finale, una volta spenti i laser che l'hanno effettuata, il gas è confinato in una trappola magica (si veda Sez 1.3.1). A questo punto la posizione del fuoco del fascio laser infrarosso utilizzato per intrappolare gli atomi nella trappola incrociata che effettua l'ultima evaporazione, è spostata rispetto al centro della nuvola atomica di qualche μm , tramite dei regolatori piezoelettrici posti su uno specchio durante il suo percorso ottico. Quando la trappola magica viene spenta, durante il tempo di volo, il laser a 1064 nm viene acceso nella sua nuova posizione. Il gradiente di intensità che esso genera, fa sperimentare agli atomi un potenziale della forma di Eq 1.32. A causa del diverso *light shift* che sperimentano gli atomi nello stato fondamentale 1S_0 e nel livello metastabile 3P_0 , le due specie subiscono una forza diversa: repulsiva per gli atomi nel ground state, leggermente attrattiva, sostanzialmente trascurabile, nel livello eccitato (si veda Fig 1.5). In questo modo è possibile separare, come avveniva nell'OSG per lo spin nucleare, le popolazioni di atomi in stati orbitali diversi.

Le molecole sono formate da un atomo nel livello fondamentale e uno nel livello eccitato; la forza che quindi subiscono è pari alla metà di quella di un atomo 1S_0 . Inoltre, hanno una massa doppia rispetto ad un atomo. Questo porta al fatto che,

gli stati legati, rispetto alle molecole, se sottoposti alla stessa perturbazione di dipolo da un laser a 1064 nm, si spostano di un quarto della distanza. La procedura utilizzata nell'esperimento è la seguente:

1. accensione e stabilizzazione del campo magnetico a 128 Gauss mentre gli atomi sono nella trappola incrociata.
2. preparazione di una mistura $m_F = \pm 5/2$ in una trappola di dipolo magica. La procedura di caricamento è identica a quella descritta in Fig 4.1 per il reticolo 3D, con lo stesso tempo di spegnimento della trappola di dipolo.
3. 10 ms dopo lo spegnimento del laser che produce la trappola di dipolo, questo viene spostato orizzontalmente in 65 ms applicando un potenziale al piezoelettrico che governa l'ultimo specchio di puntamento del fascio.
4. Un impulso incoerente di 10 ms alla densità di potenza di $0.25 \mu\text{W}/\mu\text{m}^2$ crea il canale aperto andando ad eccitare la transizione atomica $|^1S_0 m_F = +\frac{5}{2}\rangle \rightarrow |^3P_0 m_F = +\frac{5}{2}\rangle$ a questo campo magnetico.
5. Viene effettuata una rampa lineare di campo magnetico di 30 ms, che abbassa il campo a 18 Gauss. La velocità della rampa è stata scelta tenendo presente le condizioni di adiabaticità che deve rispettare il processo[4] e, con questi vincoli, la più veloce possibile con gli strumenti in laboratorio, in modo che il tempo di vita limitato delle molecole non inficiasse il numero di stati legati rivelati dalla misura.
6. la trappola magica e il reticolo verticale vengono spenti di colpo (qualche frazione di ms).
7. impulso di 3,5 ms a 3,8 W (massimo consentibile dall'apparato) del laser a 1064 nm durante il tempo di volo degli atomi.
8. 17,5 ms di tof (tempo di volo).

Quanto detto fin ora permette di capire le immagini mostrate in Fig 4.16. Esse sono immagini in falsi colori della nuvola atomica ottenute sommando 5 immagini della stessa misura.

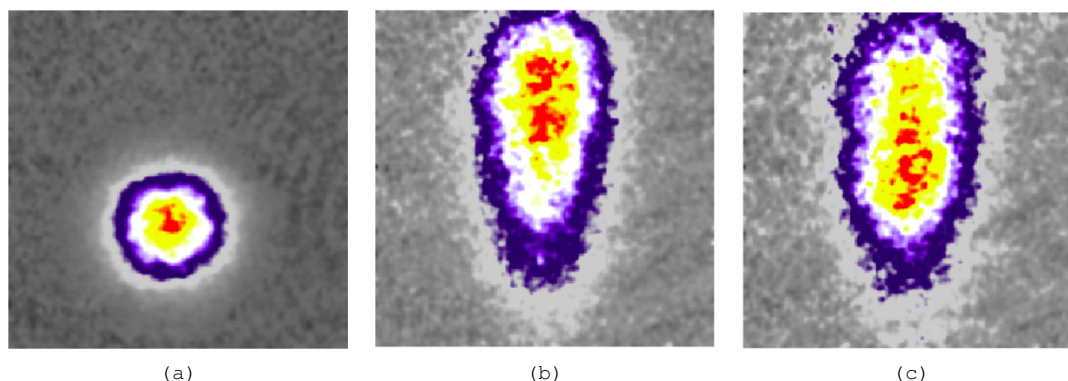


Figura 4.16: Tutte le immagini, qui in falsi colori, sono state costruite come somma di almeno 5 immagine della stessa misura. (a) Nuvola atomica dove sono state associate delle molecole, senza l'applicazione dell'impulso di OOSG. (b) Nuvola atomica che non ha subito la rampa di campo magnetico che permette la formazione di molecole. L'OOSG sposta gli atomi nello stato fondamentale verso la cima dell'immagine. (c) Nuvola atomi in cui sono state associate magneticamente le molecole orbitali e che ha subito l'effetto dell'OOSG durante il tempo di volo. Lo spostamento verso l'alto è sensibilmente minore rispetto a quello che si osserva in (b). Il paragone tra le tre immagini permette di supporre l'esistenza di molecole orbitali.

Fig 4.16a, quella a sinistra, mostra la posizione della nuvola senza effettuare l'impulso di OOSG (procedura senza il punto 7 dell'elenco, che viene compensato da 5,5 ms in più di tof). L'immagine centrale (Fig 4.16b), invece, mostra l'effetto dell'OOSG su una nuvola atomica dove non è stata effettuata nessuna rampa di campo magnetico (il punto 5 dell'elenco viene sostituito da 30 ms di attesa in trappola). L'ultima immagine a destra, invece, mostra la procedura completa di generazione di molecole orbitali mediante sweep di campo magnetico.

Tra Fig 4.16b e Fig 4.16c si osserva effettivamente una differenza, in quanto la nuvola nella prima immagine risulta spostata più in alto di quella nella seconda immagine dove dovrebbero essere presenti le molecole. La diversità negli spostamenti del centro di massa delle nuvole è evidenziata ancora meglio in Fig 4.17 dove è stata sottratta Fig 4.16b a Fig 4.16c pixel per pixel. Nella Fig 4.17 si osserva bene che, nella nuvola che ha subito la rampa di campo magnetico, una frazione cospicua del gas è stata spinta dalla forza di dipolo quasi a metà strada tra la posizione imperturbata e la posi-

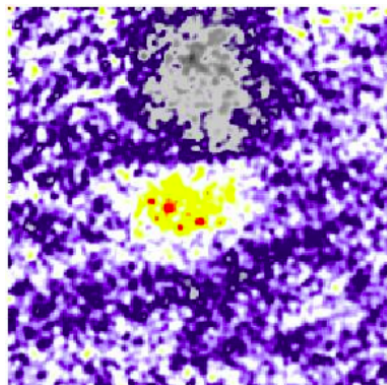


Figura 4.17: Sottrazione pixel per pixel delle Fig 4.16c, con la presunta presenza di molecole e Fig 4.16b dove certamente ce ne sono, a causa della mancanza della rampa di campo magnetico. In colori tendenti al rosso, la porzione di spazio dove la densità è più alta nel campione con la sweep di campo magnetico, in grigio il contrario. Si osserva un incremento della densità tra la posizione degli atomi nel ground state e quella della nuvola senza OOSG.

zione della nuvola dove sono presenti solo atomi. Nel caso questo fosse dovuto alla presenza di molecole, l'allontanamento diverso rispetto a quello previsto potrebbe essere dovuto sia alla difficoltà nel valutare l'effettiva posizione del centro di massa della nuvola, sia dalla presenza di atomi nello stato fondamentale, non eccitati dall'impulso giallo, che potrebbero spingere le molecole più lontano

Lo svantaggio di questa tecnica è quello di non consentire una facile quantificazione delle molecole e, soprattutto, che non si è stati in grado di provare, come è successo con la spettroscopia Raman per la fotoassociazione di molecole in reticolo 3D, che gli stati legati che si vogliono osservare non si siano dissociati prima della detection o a causa sua. Inoltre, effettuando la stessa procedura descritta per questo esperimento su un campione spin polarizzato $-5/2$, si è osservato la stessa differenza di posizione tra la nuvola che ha subito la rampa di campo magnetico e quella che non la ha subita.

Data l'ambiguità, soprattutto dell'ultimo dato, si è deciso di virare gli sforzi nel trasportare gli stati legati fotogenerati in reticolo verso lo spazio libero.

In funzione del trasferimento, la profondità dei reticoli deve essere abbassata, in quanto la potenza del laser non

è sufficiente a generare le tre direzioni di reticolo a $s = 30$ e una trappola. Inoltre, la risonanza di Feshbach orbitale nello spazio libero è situata intorno ai 40 Gauss[29], contro le centinaia di Gauss della risonanza in reticolo. Per queste due ragioni, le successive misure sono state fatte ad una profondità di reticolo minore ($s = 15$) e a un campo magnetico di 30 Gauss.

Per verificare la possibilità di fotoassociare molecole e conoscere le grandezze ad esse associate in queste condizioni sperimentali, si sono ripetuti gli studi già descritti per il caso a 150 Gauss. Utilizzando il laser alla stessa potenza di Fig 4.5, si è trovata una frequenza di Rabi della transizione atomo-molecola di 0.65 ± 0.01 kHz. Questa è più piccola di quella trovata a 150 Gauss ($\nu = 0,878 \pm 0,003$ kHz), perché il fatto che lo stato sia maggiormente legato, come dimostra la distanza maggiore tra il picco della transizione atomica e il picco della risonanza molecolare, genera una sovrapposizione minore delle funzioni d'onda atomica e molecolare. I fattori di Franck-Condon piccoli, quindi, contribuiscono a diminuire l'accoppiamento tra i due stati, a cui la frequenza di Rabi è proporzionale (si veda Eq 1.4).

Per quanto riguarda la spettroscopia Raman a singolo fascio, si è utilizzato una densità di potenza di $0.017 \mu\text{W}/\mu\text{m}^2$, più bassa di quanto usato fin qui, per migliorare la risoluzione spettrale. La spettroscopia è mostrata in Fig 4.18.

Dato che il picco della transizione bound-to-bound è molto vicino alla struttura del picco atomico Raman, non è possibile effettuare oscillazioni di Rabi della transizione tra stati molecolari legati. Per questo motivo si è deciso di effettuare le seguenti misurazioni al π -pulse della risonanza atomica e non molecolare, che a questa potenza corrisponde a 2,45 ms.

Una volta verificata la possibilità di fotoassociare molecole in queste nuove condizioni si è cercato di verificare che le molecole sopravvivessero all'abbassamento dei reticoli e, perciò, si è deciso di utilizzare la spettroscopia Raman della transizione bound-to-bound in quanto essa ha un picco solamente in presenza di molecole ancora unite.

La spettroscopia Raman in trappola, tuttavia, non ha dato risultati, a causa dell'insorgere di vari picchi di in-

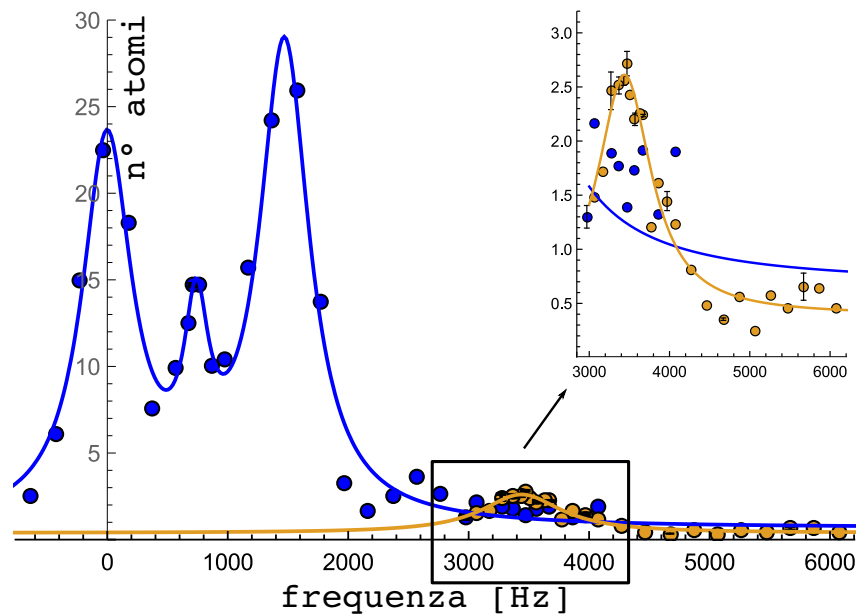


Figura 4.18: Spettroscopia Raman in reticolo $s = 15$ a 30 Gauss (blu) in assenza di impulso di fotoassociazione e dopo un impulso di fotoassociazione molecolare al π -pulse (giallo). In alto a destra, zoom sul picco bound-to-bound.

terazione molto intensi, che coprono il debole picco della transizione molecolare.

Per questo e altri motivi strumentali, alcuni dei quali esposti in seguito, il protocollo che si è deciso di utilizzare è abbastanza complesso e per questo si è ritenuto necessario esporlo nei particolari:

1. fotoassociazione delle molecole in un reticolo a $s = 15$ con un π -pulse.
2. abbassamento dei reticoli orizzontali fino alla condizione di confinamento nullo nel piano in 4ms. Il reticolo verticale è stato tenuto acceso per mantenere la nuvola atomica nella stessa posizione, senza farla cadere per opera della gravità.
3. innalzamento dei reticoli orizzontali a $s = 15$ in 4ms.
4. impulso Raman al π -pulse atomico sulla transizione bound-to-bound.
5. spegnimento veloce delle bobine Helmholtz. Il campo residuo della bobina più piccola è di 18 G, necessario stabilizzare il campo.

6. attesa di 30 ms per la stabilizzazione del campo.
7. band mapping in 1 ms.
8. rimozione degli atomi nei livelli $\pm 5/2$ dello stato fondamentale, tramite procedura di rimozione degli stati $\pm 5/2$ dello stato fondamentale (descritta in Sez 2.2) in tempo di volo.
9. Procedura di imaging dello stato eccitato (riportata in Sez 2.5).

L'attesa di 30 ms riportata nel punto 6 dell'elenco è resa necessaria in quanto, senza di essa, il numero di atomi di off-set non era costante durante le diverse misure dello stesso esperimento. Questo avveniva perché le oscillazioni del campo magnetico residuo rendevano non efficaci la rimozione degli atomi nello stato fondamentale del punto 8. I risultati ottenuti applicando questa procedura e le misure di confronto sono riportati negli spettri Raman della transizione *band-to-band* in reticolo, mostrati in Fig 4.19. Il blu è la baseline ottenuta senza impulso di fotoassociazione, mentre il rosso è la spettroscopia Raman dopo l'impulso di fotoassociazione, ma senza l'abbassamento e innalzamento dei reticoli. I dati mostrati in verde, invece, si riferiscono a una transizione *bound-to-bound* avvenuta dopo l'abbassamento e il successivo ri-innalzamento dei reticoli. Questo certifica che più dei due terzi delle molecole fotoassociate nei reticoli (stima ottenuta dal rapporto tra i picchi) sopravvivono all'abbassamento dei reticoli e quindi nello spazio libero.

Questo ultimo risultato, apre la strada ad una serie di misure che caratterizzino il comportamento delle molecole nello spazio libero. Muovendosi in questa direzione, il primo passo è sicuramente quello di misurare il tempo di vita degli stati legati nello spazio libero, aggiungendo un certo tempo di attesa *t-hold* tra lo spegnimento e il ri-innalzamento del reticolo e aumentandolo gradualmente. Ci si attende uno spettro molto più ricco e con tempi di vita più brevi di quelli ottenuti in Fig 4.7, in quanto nello spazio libero, al contrario che in reticolo, i possibili canali di scattering inelastico sono molteplici.

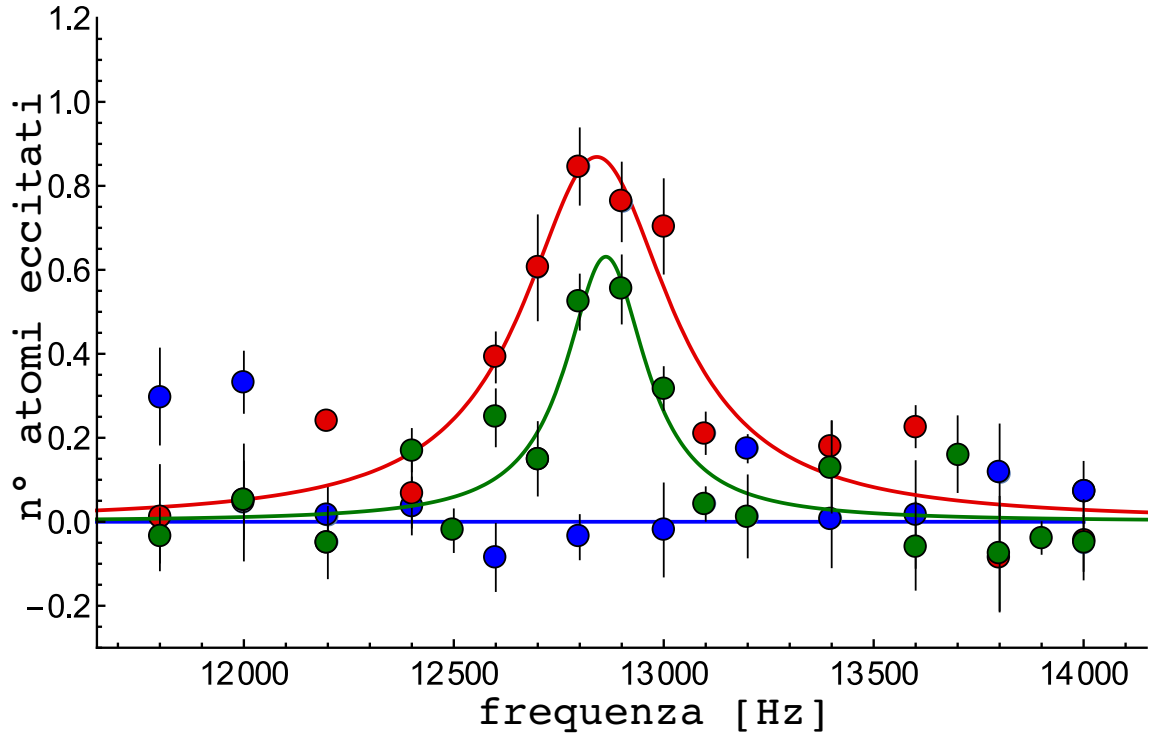


Figura 4.19: Particolare del picco bound-to-bound in reticolo $s = 15$ a 30 Gauss. In blu la spettroscopia senza fotoassociazione. In rosso con la fotoassociazione; infine in verde la spettroscopia Raman fatta su un campione con molecole fotogenerate in cui il reticolo è stato abbassato e poi rialzato.

Questa misura è stata però impedita da gravi problemi tecnici sopravvenuti al laser di orologio, che hanno reso impossibili indagare questo aspetto.

Conclusioni

In questa tesi si è studiata la possibilità di produrre e manipolare in maniera coerente molecole ultrafredde, realizzate associando due atomi di ^{173}Yb in stati elettronici diversi, 1S_0 e 3P_0 .

Le misure riportate nell'ultimo capitolo in questo manoscritto riguardano soltanto esperimenti fatti a partire dall'associazione in un reticolo 3D ottico; si è infatti deciso di omettere i tentativi di fotoassociazione e magnetoassociazione direttamente a partire dagli atomi in trappola ottica, sia perché i loro risultati non erano del tutto chiari, sia per non appesantire la trattazione portando avanti due argomenti paralleli.

Si è partiti da un gas degenere di ^{173}Yb alla temperatura di $\sim 0.25T_F$ caricato in un reticolo ottico 3D alla lunghezza d'onda *magica*, cioè quella lunghezza d'onda per cui l'interazione radiazione-atomo produce la stessa forza di confinamento per i due stati atomici utilizzati 1S_0 e 3P_0 . In questo modo l'atomo può essere considerato imperturbato, in quanto il regime di reticolo profondo isola gli atomi e le molecole le une dalle altre ed elimina la componente di energia cinetica, mentre l'utilizzo della lunghezza magica permette di non avere shift energetici differenziali degli stati interni, che potrebbero compromettere la preparazione e la rivelazione delle molecole.

Per prima cosa, si è verificato l'esistenza dello stato legato connesso alla risonanza di Feshbach tramite spettroscopia di orologio. Creato lo stato iniziale di una mistura di atomi con spin nucleare $m_F = \pm 5/2$, il laser di orologio del laboratorio è in grado di eccitare con precisione il canale aperto o, quando il campo magnetico del sistema è inferiore al campo di risonanza, che in reticolo è circa 400 Gauss,

direttamente lo stato legato.

A 150 Gauss, condizione sperimentale migliore, si è potuto fotoassociare molecole orbitali - fatte cioè di un atomo nello stato 1S_0 e un altro nello stato 3P_0 e osservare che il processo di associazione-dissociazione oscilla coerentemente con frequenza di Rabi ben definita. Si sono inoltre trovati protocolli che hanno permesso di massimizzare il numero di molecole e il tempo di vita in reticolo, cosicché si potessero manipolare gli stati legati con più facilità. Per fare questo si è dovuto cercare uno stato iniziale e un metodo di caricamento che minimizzassero il numero di siti reticolari triplamente occupati, senza però che i siti doppiamente occupati fossero soppressi. Infatti il primo tipo di occupazione causa interazioni a tre corpi, che generano tempi di vita molto corti, mentre i siti doppiamente occupati sono quelli nei quali si potrebbero fotoassociare molecole.

Dopo la prima parte di misure appena descritte, che mostrano la fotoassociazione delle molecole in reticolo, si è fatto uso della spettroscopia Raman sullo stesso campione: questa tecnica permette di rilevare e manipolare il grado di libertà di spin degli atomi che formano la molecola. Dato che lo stato legato a 150 Gauss è solo debolmente interagente (11kHz), l'atomo nello stato fondamentale e nel livello eccitato metastabile che formano la molecola non perdono le loro caratteristiche atomiche, come struttura elettronica e nucleare, che vengono solo perturbate. La spettroscopia Raman, attraverso un processo a due fotoni, permette di cambiare lo stato di spin nucleare dell'atomo eccitato. Questo cambia il potenziale di interazione a cui appartiene lo stato legato, in quanto cambia l'interazione col campo magnetico. Anche in questa transizione bound-to-bound, che si muove tra molecole formate da coppie di atomi con spin nucleare $(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ e $(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$, si sono potute osservare oscillazioni di Rabi.

Un ultimo blocco di misure è dedicato al tentativo di trasferire le molecole osservate in reticolo in una trappola ottica, al fine di studiare le proprietà a molti corpi del sistema e la sua stabilità collisionale. Dato che lo stato legato esiste solo a campi magnetici inferiori al campo di risonanza e, visto che la risonanza di Feshbach orbitale in spazio libero è a un campo di ~ 40 Gauss, inizialmente

si sono ripetute le analisi di fotoassociazione in reticolo al campo di 30 Gauss. Individuata la nuova energia di legame, la nuova frequenza di Rabi e il nuovo tempo di vita, si è deciso di utilizzare la spettroscopia Raman come metodo di detection delle molecole. Infatti, visto che questo metodo agisce solamente sugli stati interni della molecola a causa della sua elevata risoluzione spettrale, non può in alcun modo dare falsi segnali, per esempio interagendo con frammenti di una molecola già dissociata. Questo tipo di spettroscopia ha affettivamente permesso di osservare molecole, dopo che i reticoli sono stati abbassati fino alla condizione di spazio libero.

Concludendo, il fatto di aver saputo fotogenerare coerentemente molecole in reticolo e averle potute manipolare, sempre coerentemente, attraverso la modifica dei suoi stati interni, e la verifica della fattibilità del trasposto delle molecole dal reticolo allo spazio libero, questi fatti avvicinano la possibilità di studiare la fisica dell'accoppiamento tra fermioni in un regime finora esplorato da nessun esperimento. Le novità di questo esperimento sono la natura orbitale della molecola, cioè il fatto di essere composte da due atomi in stati elettronici diversi, e dalle proprietà specifiche della risonanza di Feshbach utilizzata. Si tratta, infatti, di una risonanza *stretta*[7], che nei tradizionali sistemi ultrafreddi realizzata con atomi alcalini sono di difficile osservazione. In presenza di tale risonanza ci si aspetta che le proprietà di un superfluido fermionico al crossover BEC-BCS siano fortemente modificate rispetto a quanto osservato in una risonanza di Feshbach ordinaria[33][34][35].

La strada verso questo obiettivo, tuttavia, è ancora molta: è necessaria una caratterizzazione dello stato legato in funzione del campo magnetico e un protocollo per aumentare il numero di molecole in reticolo. Entrambe le cose sono già state iniziate e attendono solo ulteriori sforzi per essere completate. Una volta completati questi primi passi, sarà necessario concentrare gli sforzi nell'isolare le molecole per poi arrivare a condensarle in trappola, o riprendere i tentativi per generarle direttamente nello spazio libero. Qualora gli studi futuri appena descritti vadano a buon fine, un'altra prospettiva molto interessante è quella di stu-

diare la fisica del superfluido fermionico in presenza di un accoppiamento di spin-orbita tra le due componenti: questa tecnica, già implementata con successo nel laboratorio dove è stata realizzata questa tesi[28] proprio grazie alle proprietà specifiche degli atomi di ^{173}Yb utilizzati, potrebbe aprire la strada verso la realizzazione di superfluidi con proprietà topologiche non banali[36].

Bibliografia

- [1] W. Ketterle e M. Zwierlein *Making, probing and understanding ultracold Fermi gases*, in *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi"*, Varenna, June 2006, edited by M. Inguscio, W. Ketterle, and C. Salomon (IOS Press, Amsterdam) 2008
- [2] I. Bloch *Ultracold quantum gases in optical lattices*, *Nature Physics*, **1**, 23, 2005.
- [3] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn e W. Ketterle *Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate*, *Nature* volume **392**, 151-154, 1998
- [4] R. Zhang, Y. Cheng, H. Zhai, P. Zhang, *Orbital Feshbach Resonance in Alkali-Earth Atoms*, *PRL*, **115**, 135301 (2015)
- [5] G. Cappellini, M. Mancini, G. Pagano, P. Lombardi, L. Livi, M. Siciliani de Cumis, P. Cancio, M. Pizzocaro, D. Calonico, F. Levi, C. Sias, J. Catani, M. Inguscio, e L. Fallani, *Direct Observation of Coherent Interorbital Spin-Exchange Dynamics*, *PRL* **113**, 120402 (2014)
- [6] F. Scazza, C. Hofrichter, M. Hofer, P. C. DeGroot, I. Bloch, S. Fölling, *Observation of two-orbital spin-exchange interactions with ultracold $SU(N)$ symmetric fermions*, *Nat. Phys.* **10**, 779-784 (2014).
- [7] T.L.H., X. Cui, e W. Li, *Alternative Route to Strong Interaction: Narrow Feshbach Resonance*, *PRL*, **108**, 250401 (2012);
- [8] L. E. Picasso, *Lezioni di meccanica quantistica*, Edizioni ETS.

- [9] G. Pagano, *Raffreddamento e intrappolamento di atomi di Itterbio*, Università la Sapienza, Roma, Tesi magistrale, 2011.
- [10] C. J. Foot, *Atomic Physics*, Oxford University Press, 2012.
- [11] M. Mancini, *Realizzazione sperimentale di un gas quantistico degenere di atomi di Itterbio*, Università degli studi di Milano, Tesi magistrale, 2012.
- [12] L. F. Livi, *Creazione di stati atomici coerenti tramite transizioni proibite in gas di fermioni ultrafreddi*, Università degli studi di Firenze, Tesi magistrale, 2015.
- [13] M. Inguscio, L. Fallani, *Atomic Physics: precise measurement & ultracold matter*, Oxford University Press., 2013.
- [14] V A Dzuba e A Derevianko, *Dynamic polarizabilities and related properties of clock states of the ytterbium atom*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., **43**, 074011, 2010.
- [15] S. Kokkelmans e J. Mentink, *Two interacting atoms in an optical lattice site with anharmonic terms*, Phys. Rev. A, **79**, 032709, 2009.
- [16] D. A. Steck, *Quantum and atom Optic*, <http://atomoptics-nas.uoregon.edu/~dsteck/teaching/quantum-optics/quantum-optics-notes.pdf>.
- [17] G. Pagano, *Many-body physics with Ytterbium Fermi gases in optical lattices: from one-dimensional systems to orbital magnetism*, scuola normale superiore, Pisa, 2014.
- [18] L. Franchi, *Controllo di fermioni ultrafreddi con una transizione ottica di orologio: accoppiamento spin-orbita e dimensioni sintetiche*, Università degli studi di Firenze, Tesi magistrale, 2016.
- [19] Pizzocaro M., Costanzo G.A., Godone A., Levi F., Mura A., Zoppi M., Calonico D., *Realization of an Ultrastable 578-nm Laser for an Yb Lattice Clock.*, IEEE transaction on ultrasonic ferroelectrics and frequency control, vol. 59 n. 3, pp. 426-431 (2012).

- [20] G. Cappellinni, *Development of a laser system for the encoding of qubits on degenerate Ytterbium atoms.* , Università degli studi di Firenze, Tesi magistrale, 2012.
- [21] F. Poggiali, *Ultrannarrow laser stabilization with long-distance optical-fiber link for experiments with Ytterbium ultracold gases.* , Università degli studi di Firenze, Tesi magistrale 2015.
- [22] E. D. Black, *An introduction to Pound-Drevel-Hall laser frequency stabilization*, Am. J. Phys., **69**, 1 , (2001).
- [23] G. Cappellini, *Two-orbital quantum physics in Yb Fermi gases exploiting the $1S_0 \rightarrow 3P_0$ clock transition*, Università degli studi di Firenze, Tesi PHD, 2015
- [24] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Fisica Teorica 3 - Meccanica Quantistica* , \$131, Editori riuniti, 1994.
- [25] J. Dalibard, *Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases*, in *Proceedings of the International School of Physics "E.Fermi"*, CourseCLXI, pages321- 349, IOSPress, Amsterdam (1999)
- [26] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne, e E. Tiesinga, *Feshbach resonances in ultracold gases*, Rev.Mod.Phys.82,1225-1286(2010) .
- [27] A. V. Gorshkov, M. Hermele, V. Gurarie, C.Xu, P.S. Julienne, J.Ye, P. Zoller, E.Demler, M.D.Lukin, and A.M.Rey, *Two-orbital $SU(N)$ magnetism with ultracold alkaline-earth atoms*, Nat.Phys., 6, 289-295(2010) .
- [28] L. F. Livi, G. Cappellini, M. Diem, L. Franchi, C. Clivatti, M. Frittelli, F. Levi, D. Calonico, J. Catani, M. Inguscio, L. Fallani, *Synthetic dimensions and spin-orbit coupling with an optical clock transition*, Phys. Rev. Lett., **117**, 220401 (2016) .
- [29] G. Pagano, M. Mancini, G. Cappellini, L. Livi, C. Sias, J. Catani, M. Inguscio, e L. Fallani, *Strongly Interacting Gas of Two-Electron Fermions at an Orbital Feshbach Resonance*, Nat.Phys. 10, 779-784 (2014) .

- [30] M. Höfer, L. Riegger, F. Scazza, C. Hofrichter, D.R. Fernandes, M.M. Parish, J. Levinsen, I. Bloch, e S. Fölling, *Observation of an Orbital Interaction-Induced Feshbach Resonance in ^{173}Yb* , PRL 115, 265302 (2015).
- [31] Stephan Dürr, Thomas Volz, Andreas Marte, e Gerhard Rempe, *Observation of Molecules Produced from a Bose-Einstein Condensate*, PRL 92, 020406 (2004).
- [32] M. Mancini *Quantum Simulation with Ytterbium Atoms in Synthetic Dimensions*, twsi PHD, Università degli studi fi Firenze, 2015.
- [33] Junjun Xu, Ren Zhang, Yanting Cheng, Peng Zhang, Ran Qi, and Hui Zhai, *Reaching a Fermi-superfluid state near an orbital Feshbach resonance*, Phys. Rev. A, **94**, 033609 (2014).
- [34] M. Iskin, *Two-band superfluidity and intrinsic Josephson effect in alkaline-earth-metal Fermi gases across an orbital Feshbach resonance*, Phys. Rev. A, **94**, 011604(R) (2016).
- [35] Yanting Cheng, Ren Zhang, and Peng Zhang, *Orbital Feshbach resonances with a small energy gap between open and closed channels*, Phys. Rev. A, **93**, 042708 (2016).
- [36] L. Isaev, A. Kaufman, G. Ortiz, A. M. Rey, *Topological superfluidity with repulsive alkaline-earth atoms in optical lattices*, <https://arxiv.org/abs/1710.02768>, submitted Oct 2017.

Ringraziamenti

Lettore, se sei giunto fino a qui probabilmente non hai letto tutto ciò che viene prima, lo so. Se lo hai fatto, probabilmente sei Leonardo Fallani, e per questo ti ringrazio, per aver usato del tuo tempo per per insegnarmi e correggermi. Lo stesso posso dire riguardo a Frengo J. Fox, L.F. Livi e Herr doctor Cappellacci, che, anche se non vi siete addentrati nella lettura di questo testo, avete pazientato molto in questi mesi, perdonando i miei errori e offrendomi, oltre alle vostre conoscenze, anche la vostra amicizia, regalo più grande di questi otto mesi passati insieme.

Tra voi, invece, comuni non lettori, vorrei ringraziare per prima cosa i miei genitori e la nonna: mi avete lasciato sbagliare, tentare, osare e in tutto mi avete sempre (ripeto, sempre!) sostenuto. Per questo, anche se mi fa difficile spesso ammetterlo, davvero devo ringraziarvi. Lo stesso vale per la nonna e i fratelli, che sempre ci sono stati, discreti, in ogni momento. Grazie per la compagnia che stiamo iniziando a farci, un po' da uomini, un po' meno da ragazzi, nonostante le nostre pigrizie e impegni. Un ultimo pensiero, al termine di questo capoverso dedicato ai familiari, che ci terrei fosse il meno formale possibile, va a chi non c'è più, nonno Gildo, che mi ha continuato ad insegnare anche nella sua malattia: lasciandosi mansuetamente curare, da uomo forte quale era, insieme alla nonna mi avete fatto vedere il volto dell'Amore, permettendomi di farne parte attraverso il servizio, per il poco a cui servivo, e la compagnia, spesso silente. Ricordo anche i nonni Adriana ed Eusebio. Forse ci avete lasciato che ero troppo piccolo per parlare di voi, ma rimane comunque il fatto indelebile che senza di voi, ora, non starei scrivendo queste cose.

A questo punto, prima della lunga carrellata di amici,

dove potrete inorgogliervi perché vi ho citato o restare nel dubbio che vi abbia dimenticato in queste pagine scritte di corsa (possibilissimo tra l'altro) o proprio non vi ho pensato, prima di tutto ciò vorrei ringraziare il movimento di Comunione e Liberazione, una compagnia che dovunque io sia andato ha sempre mostrato il suo tratto per me inconfondibile: un amore spassionato, gratuito, immeritato per me, per il mio destino, cercando incessantemente, nonostante tutte le mie più segrete rimostanze e pigrizie, di farmi innamorare dell'unica cosa che mi rende uomo libero, utile al mondo e impavido di fronte alla vita: Cristo.

Ora la parte più difficile, meno banale, che sottrae più tempo alla preparazione della mia presentazione. Ho pensato che valesse la pena ringraziare parte di chi, tutti sarebbe oggettivamente dura, mi ha più ricordato, anche nella semplice compagnia, che sono fatto per le cose grandi, non per accontentarmi e piangermi addosso (aimé tentazione sempre presente), e per farlo si è fatto compagno, camminando insieme. L'ordine di comparizione è puramente stocastico, segue categorie mentali in cui siete stati ingiustamente incasellati. Scrivo solo i vostri nomi, sapendo che dietro ogni nome c'è un volto, una storia, che non è il caso di scrivere qui, non è pigrizia o necessità di sveltezza (in realtà di quest'ultima cosa un po' sì), ma semplicemente la certezza di quegli sguardi.

Mario, Nadia, Gio, Pietro, Ale, Giulia, Chiara, Laffro, Nerd, Gallo (questa volta ci sei ☺), Vigo, Gio (killer), Vale (cappu), Luci, Geno, Giofe, Enri, Tommi (panni), Tomà, Ele, Michelino, Doc, Fra (canonaco), Simo, Fra (tamdemista), Ale (birraiola), Gioca, Capo, Mamo, Bea (bianchi), Vale (rossi), Giagio, Pippo, Edo (quello che fa i versi di animali), Big, Sbrasci, Sara (*ara), Benni, Rigo, Diva, Randal, Marina (moro), Ghaya, Chicca.

Se ti ho scordato in queste pagine scusami tanto, non lo meriti, e ti ringrazio di più, perché sai sempre perdonare la mia dimenticanza.