

Università la Sapienza

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Tesi di Laurea Magistrale



# Raffreddamento e Intrappolamento di atomi di Itterbio

Relatore interno: Prof. Paolo Mataloni

Relatore esterno: Prof. Massimo Inguscio

Guido Pagano

Matricola n° 1359981

A.A. 2010/2011



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Teoria del raffreddamento e intrappolamento laser</b>	<b>3</b>
1.1 Itterbio: schema dei livelli e caratteristiche principali . . . . .	4
1.2 Interazione atomo - riserva di radiazione . . . . .	6
1.3 Le equazioni di Bloch ottiche . . . . .	9
1.4 Effetti meccanici nell'interazione atomo-laser nel limite semiclassico . . . .	12
1.4.1 Atomo a riposo: pressione di radiazione e forza di dipolo . . . . .	14
1.4.2 Atomo in movimento in un'onda piana contropropagante . . . . .	16
1.5 Melasse ottiche: raffreddamento Doppler . . . . .	18
1.5.1 Temperatura in una melassa ottica . . . . .	19
1.5.2 Generalizzazione a N dimensioni e alte intensità . . . . .	22
1.6 Trappola magneto-ottica (MOT) . . . . .	24
1.7 Velocità di cattura . . . . .	26
1.8 Temperatura e densità massima in una MOT . . . . .	29
<b>2 Descrizione dell'apparato sperimentale</b>	<b>31</b>

2.1	Sorgenti laser . . . . .	32
2.1.1	Generazione della luce laser a 556 nm . . . . .	32
2.1.2	Generazione della luce laser a 399 nm . . . . .	38
2.2	Aggancio dei laser sulla fluorescenza delle transizioni atomiche . . . . .	41
2.2.1	Stabilizzazione in frequenza della radiazione a 399 nm . . . . .	43
2.2.2	Spettroscopia Doppler-free sulla transizione $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ . . . . .	45
2.3	Detuning del fascio di rallentamento, di raffreddamento trasverso e di imaging . . . . .	54
2.4	Detuning e modulazione dei fasci di MOT . . . . .	56
2.5	Sistema da vuoto . . . . .	59
2.5.1	Pre-baking e bake-out del sistema da vuoto . . . . .	62
2.6	Zeeman Slower . . . . .	63
2.7	Bobine per i campi magnetici di MOT . . . . .	67
<b>3</b>	<b>Realizzazione e caratterizzazione della MOT</b>	<b>73</b>
3.1	Configurazione sperimentale . . . . .	73
3.1.1	Controllo remoto dell'esperimento . . . . .	76
3.2	Numero di atomi e temperatura nella MOT multifrequenza . . . . .	76
3.3	Temperatura degli atomi intrappolati nella MOT a singola frequenza . . . . .	84
3.4	Riscaldamento radiativo dovuto alle collisioni . . . . .	90
3.5	Misura della densità nello spazio delle fasi $n\lambda_{dB}^3$ . . . . .	93
3.6	Sviluppi futuri . . . . .	94
	<b>Conclusione</b>	<b>99</b>

<b>A Ottica non-lineare: SHG e phase matching</b>	<b>101</b>
<b>B Regole di selezione delle componenti Zeeman</b>	<b>107</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>108</b>



# Introduzione

Negli ultimi anni, grazie all'incredibile miglioramento delle tecniche di manipolazione degli atomi con la luce laser, è stato possibile raffreddare gas atomici fino a temperature dell'ordine dei nK e metterne in risalto la natura quantistica arrivando all'osservazione di gas degeneri [1], [2]. Questo risultato ha aperto le porte a una nuova branca della fisica, gli atomi ultrafreddi, che si contraddistingue per l'alto grado di controllo sui parametri sperimentali dei campioni realizzati e che ha portato a numerosi risultati innovativi come ad esempio la realizzazione di reticoli ottici [3] o il controllo del parametro d'interazione interatomica [4]. In particolare gli atomi ultrafreddi si sono rivelati il candidato ideale per la simulazione quantistica di sistemi di altre branche della fisica della materia condensata, secondo una celebre intuizione di Feynman [5]. Infatti già di recente gli atomi ultrafreddi sono stati utilizzati per simulare sistemi fisici a bassa dimensionalità [6, 7], per riprodurre l'analogo della transizione metallo-isolante di Mott [8] e per indagare la fisica del disordine con la localizzazione di Anderson [9].

La maggior parte di questi risultati sono stati raggiunti utilizzando atomi alcalini (Rb, K, Li, Na) che hanno il vantaggio di avere transizioni permesse in approssimazione di dipolo in una regione spettrale in cui esistono laser commerciali (rosso o vicino infrarosso). Inoltre, avendo uno stato fondamentale dotato di dipolo magnetico, possono essere intrappolati in trappole magnetiche e raffreddati grazie alle loro proprietà collisionali. Tuttavia, essendo paramagnetici, gli atomi alcalini sono molto sensibili ai campi magnetici spuri, e quindi sono facilmente soggetti a decoerenza il che ne limita l'utilizzo nella realizzazione di simulazioni quantistiche. Inoltre le transizioni otticamente permesse corrispondono a stati dal tempo di vita molto breve (tipicamente  $\tau \sim 10$  ns), il che rappresenta un'ulteriore limitazione.

Sotto questo profilo invece, gli atomi a due elettroni come lo Stronzio (Sr) o l'Itterbio (Yb) presentano numerosi vantaggi in quanto sono diamagnetici e in più dispongono di una transizione fortemente proibita  $J = 0 \rightarrow J' = 0$ . Queste caratteristiche, che finora sono state sfruttate principalmente nell'ambito della metrologia per sviluppare orologi atomici e per effettuare misure di precisione, si prestano anche a scopi di com-

putazione e simulazione quantistica. In quest'ambito, l'Itterbio è un candidato ideale perché abbina a queste caratteristiche dei livelli energetici, buone proprietà collisionali [10] che permettono di raggiungere la degenerazione quantistica [11]. Inoltre è dotato di sette isotopi stabili (5 bosoni e 2 fermioni) il che rende possibile esplorare la fisica delle miscele Bose-Bose e Fermi-Bose. In particolare la struttura dei livelli degli isotopi bosonici (numero di massa  $A$  pari) è estremamente semplice perché essendo nullo anche lo spin nucleare le prime transizioni permesse sono quelle  $J = 0 \rightarrow J' = 1$  il che rende possibile testare la teoria di un atomo a due livelli interagente con la radiazione elettromagnetica. Inoltre, non avendo momento magnetico, può essere manipolato solo tramite luce laser, il che offre considerevoli vantaggi sul controllo dell'esperimento e sulla velocità di risposta degli atomi.

A discapito di questi vantaggi, l'Itterbio presenta alcune difficoltà: è un metallo refrattario e ha un alto punto di fusione e dunque è necessario scaldarlo per ottenere una pressione di vapore sufficiente a realizzare un fascio atomico. Gli atomi del fascio dunque hanno velocità elevate ( $v \sim 350$  m/s) e devono essere rallentati usando uno Zeeman Slower [12] prima di essere intrappolati e raffreddati. Inoltre l'Itterbio possiede le transizioni verso i primi stati eccitati in regioni spettrali non semplici (a differenza del rosso e del vicino infrarosso degli atomi alcalini) e dunque per ottenere la luce laser per manipolarlo è necessario ricorrere a tecniche di ottica non lineare come la generazione di seconda armonica. Questa tesi illustra alcuni dei passi compiuti verso la realizzazione di campioni degeneri di Itterbio attraverso il rallentamento di un fascio atomico e l'intrappolamento in una trappola magneto-ottica (MOT).

Nel capitolo 1, dopo una breve introduzione sull'interazione radiazione-atomo, sarà illustrata la teoria del raffreddamento Doppler, i principi di funzionamento delle melasse ottiche e di una trappola magneto-ottica.

Nel capitolo 2 sarà illustrato l'apparato sperimentale, caratterizzando e descrivendo le sorgenti laser con lo schema per la generazione di seconda armonica, il sistema da vuoto costruito durante questa tesi e lo Zeeman Slower utilizzato per rallentare il fascio atomico.

Nel capitolo 3 sarà descritta la realizzazione sperimentale di una MOT di Itterbio riportando le misure di ottimizzazione e caratterizzazione. Saranno illustrati gli andamenti del numero degli atomi e della temperatura della nuvola atomica al variare dei parametri sperimentali, confrontandoli con le previsioni teoriche. Infine saranno messi in luce effetti collettivi che hanno luogo in caso di alte densità atomiche e che rendono la temperatura dipendente dalla densità, diversamente da quanto previsto dalla teoria Doppler.

## Capitolo 1

# Teoria del raffreddamento e intrappolamento laser

In questo capitolo, dopo aver analizzato la struttura dei livelli energetici dell'Itterbio e delineato le sue caratteristiche principali, saranno descritti i principi su cui si basa il raffreddamento e l'intrappolamento degli atomi tramite radiazione coerente. Infatti tutti i meccanismi di manipolazione atomica tramite luce laser si basano sulla conservazione dell'impulso che caratterizza il processo di interazione tra atomi e fotoni. In particolare il fotone trasporta una quantità di moto  $\hbar k$  ( $k$  è il numero d'onda) che, se viene assorbita da un atomo, provoca una variazione di velocità  $\Delta v = \hbar k/m$ , dove  $m$  è la massa dell'atomo. Questa velocità è dell'ordine di qualche mm/s (nel caso della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  dell'Itterbio,  $\hbar k/m = 5$  mm/s), e confrontata con le centinaia di m/s della temperatura ambiente risulta irrilevante a meno di assorbire circa  $10^5$  fotoni. Di qui l'importanza di utilizzare la radiazione laser per manipolare efficientemente gli atomi [13]. Oltre all'interazione tra atomo e radiazione coerente, è sempre presente anche l'interazione con il campo elettromagnetico di vuoto che è il responsabile dei fenomeni di emissione spontanea. Dunque nei paragrafi seguenti sarà prima descritta brevemente l'interazione di un sistema a due livelli con una riserva di radiazione incoerente limitatamente al caso del campo di vuoto e poi verrà trattata più in dettaglio l'interazione coerente atomo-laser introducendo e risolvendo le equazioni di Bloch ottiche. Successivamente verranno descritte le forze medie che agiscono sull'atomo in presenza di un laser e verranno illustrati i principi del raffreddamento Doppler. In particolare, tramite l'analisi delle fluttuazioni delle forze radiative, verranno illustrati i meccanismi che determinano la temperatura di equilibrio della melassa ottica. Infine verrà spiegato il funzionamento di una trappola magneto-ottica e verranno caratterizzati i suoi parametri principali, ovvero la velocità di cattura, la temperatura di equilibrio e la densità massima.

## 1.1 Itterbio: schema dei livelli e caratteristiche principali

L'Itterbio è un metallo raro, fortemente diamagnetico, che trova collocazione all'interno della serie dei Lantanidi. Con numero atomico  $Z = 70$ , ha molti isotopi stabili, sia bosonici (numero di massa  $A$  pari) che fermionici ( $A$  dispari) come mostrato in Tabella 1.1. La configurazione elettronica del suo stato fondamentale risulta essere  $[\text{Xe}]4f^{14}6s^2$  e la

**Tabella 1.1:** Abbondanza relativa degli isotopi di Itterbio

Isotopo	Abbondanza relativa (%)	Spin Nucleare
$^{168}\text{Yb}$	0.13	0
$^{170}\text{Yb}$	3.05	0
$^{171}\text{Yb}$	14.3	1/2
$^{172}\text{Yb}$	21.9	0
$^{173}\text{Yb}$	16.12	5/2
$^{174}\text{Yb}$	31.8	0
$^{176}\text{Yb}$	12.7	0

struttura dei livelli energetici delle transizioni ottiche è molto simile a quella degli atomi alcalino-terrosi, come il Calcio o lo Stronzio, nonostante l'Itterbio non faccia parte di tale gruppo. Essendo un atomo con due elettroni nell'orbitale più esterno, come l'He ad esempio, si può suddividere la struttura energetica tenendo conto del momento di spin elettronico distinguendo gli stati di singoletto ( $S = 0$ ) e di tripletto ( $S = 1$ ). Lo schema dei livelli dell'Itterbio è illustrato in Figura 1.1. La transizione  $6s^2\ ^1S_0 \rightarrow 6s6p\ ^1P_1$  a 398.9 nm è permessa e ciò giustifica il breve tempo di vita dello stato  $^1P_1$  di 5.5 ns, o una larghezza di riga pari a 28.9 MHz. Le transizioni verso gli stati di tripletto  $^3P_2$ ,  $^3P_1$  e  $^3P_0$  invece sono dette transizioni d'intercombinazione in quanto violano la regola di selezione di conservazione dello spin ( $\Delta S = 0$ ) e hanno quindi un tempo di vita considerevolmente più lungo delle transizioni ottiche permesse, come ad esempio la  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ . Il motivo per cui la transizione viene comunque osservata è che per alti numeri atomici ( $Z = 70$  nel caso dell'Yb) l'approssimazione LS coupling non è più valida perché il termine d'interazione di spin-orbita diviene non trascurabile rispetto al termine di repulsione coulombiana elettronica. Infatti per  $Z > 30$  l'Hamiltoniana di spin-orbita è confrontabile, se non più importante, del termine elettronico e dunque non è più trattabile come perturbazione. Nel caso in cui  $\langle H_{SO} \rangle > \langle H_{el} \rangle$ , l'Hamiltoniana totale non è più diagonale in  $|\alpha, J, S, m_L, m_S\rangle$  (dove  $\alpha$  il numero quantico radiale) perché il momento orbitale  $\hat{\mathbf{L}}_i$  interagisce con lo spin  $\hat{\mathbf{s}}_i$  e va a formare il momento angolare totale per ogni singolo elettrone  $\hat{\mathbf{j}}_i = \hat{\mathbf{L}}_i + \hat{\mathbf{s}}_i$  (JJ coupling). Dunque gli autovettori

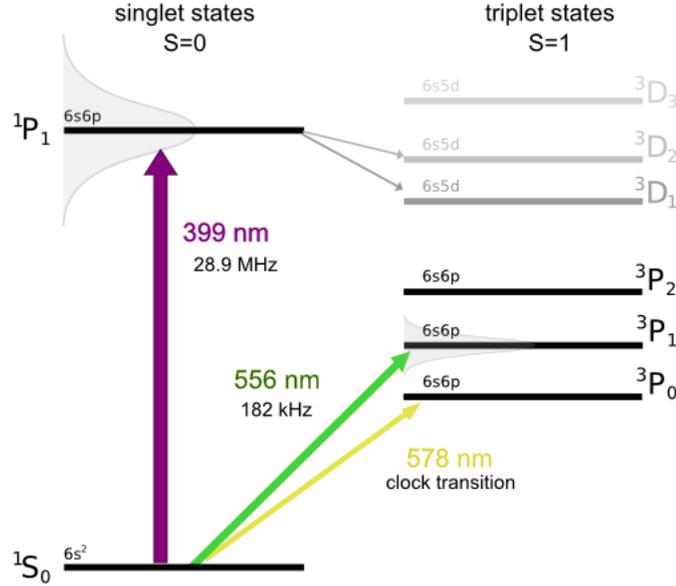
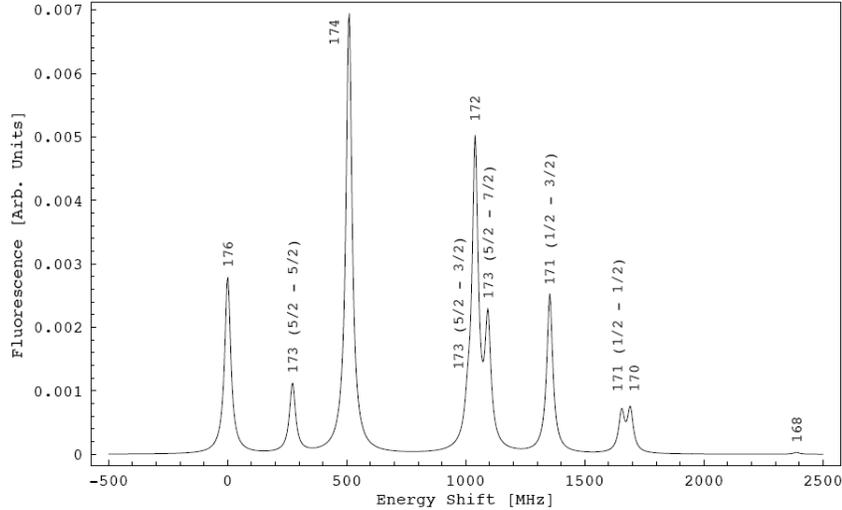


Figura 1.1: Schema dei livelli energetici dell'Itterbio.

dell'Hamiltoniana sono il prodotto degli stati di singolo elettrone  $|\alpha_i, l_i, j_i, m_{j_i}\rangle$  la cui degenerazione viene risolta dalla perturbazione  $\hat{H}_{el}$  definendo il momento angolare totale  $\hat{\mathbf{J}} = \sum_i \hat{\mathbf{j}}_i$ . Dunque in questa approssimazione le quantità conservate sono  $\hat{\mathbf{J}}^2$  e i singoli  $\hat{\mathbf{j}}_i$  ma non più  $\hat{\mathbf{L}}$  e  $\hat{\mathbf{S}}$  e le uniche regole di selezione valide sono  $\Delta J = 0, \pm 1$  ( $0 \rightarrow 0$  proibita) e  $\Delta j_i = 0, \pm 1$  ( $0 \rightarrow 0$  proibita). Il caso dell'Itterbio è intermedio: La transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  è proibita solo in approssimazione LS e quindi ha una larghezza di riga di 182 kHz o un tempo di vita di 850 ns [14]. Le transizioni  $^1S_0 \rightarrow ^3P_2$  e  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  sono proibite anche in approssimazione JJ e in particolare quella verso  $^3P_0$  è una transizione  $0 \rightarrow 0$  ed è dunque altamente metastabile esibendo un tempo di vita dell'ordine della decina di secondi. Come detto nell'introduzione, questo stato metastabile accresce l'interesse scientifico dell'Itterbio.

Per rallentare ed intrappolare gli atomi di Itterbio si utilizzano le transizioni  $6s^2 \ ^1S_0 \rightarrow 6s6p \ ^1P_1$  a 398.9 nm e quella d'intercombinazione  $6s^2 \ ^1S_0 \rightarrow 6s6p \ ^3P_1$  a 555.8 nm. La Figura 1.2 mostra lo spettro della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  dove l'intensità delle righe spettrali corrispondenti alle transizioni degli isotopi pari riflette la loro abbondanza naturale. Dato che lo spin nucleare è nullo per gli isotopi bosonici (A pari), non vi è struttura iperfine ed una sola risonanza per isotopo è visibile. Per gli isotopi dispari bisogna considerare anche l'interazione iperfine indotta dallo spin nucleare ( $I \neq 0$ ). Indicando con  $F$  e  $F'$  il momento angolare totale (nucleare ed elettronico) rispettivamente dello stato fondamentale ed eccitato si possono distinguere diverse



**Figura 1.2:** Transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  per i diversi isotopi di Itterbio [14]. Si possono distinguere sia i picchi di risonanza corrispondenti ai bosoni (A pari) sia le diverse componenti della struttura iperfine dei fermioni (A dispari).

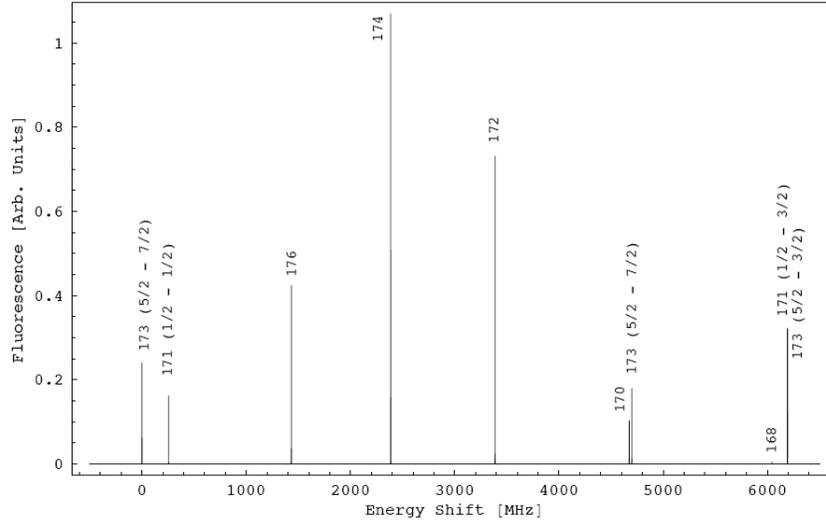
transizioni: per  $^{171}\text{Yb}$ , ad esempio, si ha  $I = 1/2$  ( $F = 1/2$ ) e le possibili transizioni sono quelle  $F = 1/2 \rightarrow F' = 1/2, 3/2$ . Per  $^{173}\text{Yb}$  si hanno invece tre possibilità:  $F = 5/2 \rightarrow F' = 3/2, 5/2, 7/2$ . Questa transizione verrà utilizzata per il rallentamento del fascio atomico. L'apparato per rallentare gli atomi è lo Zeeman slower che sarà descritto nella sezione 2.6. In Figura 1.3 è riportato lo spettro della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ , per la quale valgono analoghe considerazioni. Questa transizione verrà utilizzata per la realizzazione di una trappola magneto-ottica (MOT) (vedi sezione 3.2).

## 1.2 Interazione atomo - riserva di radiazione

In questa sezione verranno illustrati i principi dell'interazione di un sistema atomico a due livelli con la radiazione elettromagnetica, a partire dal caso particolare di una riserva di radiazione. Il sistema atomico, essendo un sottosistema rispetto al sistema totale atomo+radiazione, sarà rappresentato da una matrice densità ridotta:

$$\hat{\sigma}_A = \text{Tr}_R(\hat{\rho}) \quad (1.1)$$

dove  $\hat{\rho}$  è la matrice densità globale del sistema e  $\text{Tr}_R$  indica la traccia sui gradi di libertà della radiazione. Invece  $\sigma_{ab} = \langle a | \hat{\sigma}_A | b \rangle$  è l'elemento di matrice tra due stati

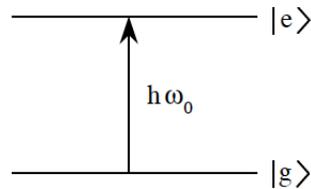


**Figura 1.3:** Transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  per i diversi isotopi di Iridio [14]. Si possono distinguere sia i picchi di risonanza corrispondenti ai bosoni (A pari) sia le diverse componenti della struttura iperfine dei fermioni (A dispari). Si può notare come le righe siano molto più strette della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ .

atomici dove, per un sistema a due livelli come quello indicato in figura 1.4,  $a, b = e, g$ . Dunque  $\sigma_{ee}$  e  $\sigma_{gg}$  sono le popolazioni rispettivamente dello stato eccitato e di quello fondamentale mentre  $\sigma_{eg}$  è detto termine di coerenza e descrive l'accoppiamento tra lo stato fondamentale e quello eccitato come sarà chiaro più avanti. L'Hamiltoniana totale si presenta come:

$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_R + \hat{V}_{AR} \quad (1.2)$$

dove  $\hat{H}_A$  è l'Hamiltoniana atomica,  $\hat{H}_R$  è l'Hamiltoniana della radiazione e  $\hat{V}_{AR}$  il termine d'interazione. La trattazione che segue è fatta tenendo conto di alcune assunzioni



**Figura 1.4:** Schema energetico di un atomo a due livelli.

fondamentali. In primo luogo le scale di tempi trattati  $\Delta t$  sono tali che  $\tau_c \ll \Delta t \ll T_R$

dove  $\tau_c$  è il tempo di correlazione della radiazione e  $T_R$  è il tempo tipico dei gradi di libertà dell'atomo (tipicamente  $T_R = 2\pi/\Gamma$  con  $\Gamma$  la larghezza di riga della transizione). In secondo luogo l'interazione tra campo elettromagnetico e atomo è della forma  $\hat{V}_{AR} = -\hat{A}\hat{R}$  dove  $\hat{A}$  e  $\hat{R}$  sono osservabili caratterizzanti il sistema atomico o la radiazione. Ad esempio per una particella carica sono corrente e potenziale vettore ( $\hat{A} = \hat{\mathbf{J}}$ ,  $\hat{R} = \hat{\mathbf{A}}$ ) mentre per una neutra tipicamente sono momento di dipolo elettronico e campo elettrico ( $\hat{A} = \hat{\mathbf{d}}$ ,  $\hat{R} = \hat{\mathbf{E}}$ ). Si assume l'interazione atomo-radiazione debole e dunque si considera la correlazione tra  $\hat{A}$  e  $\hat{R}$  trascurabile su tempi maggiori di  $\tau_c$ . Allora è possibile scrivere la matrice densità totale come  $\hat{\rho} = \hat{\sigma}_R \otimes \hat{\sigma}_A + \hat{\rho}_{corr} \sim \hat{\sigma}_R \otimes \hat{\sigma}_A$ . In base a queste assunzioni e senza specificare la forma esplicita di  $\hat{A}$  e  $\hat{R}$ , si possono ricavare in via del tutto generale le equazioni di evoluzione temporale degli elementi di matrice densità atomica, dette *Master equations*, partendo direttamente dall'equazione di Heisenberg in rappresentazione d'interazione. Qui sono riportate solo quelle attinenti al caso in esame, ovvero un atomo a due livelli immerso nel campo elettromagnetico di vuoto ( $\hat{\sigma}_R = |0\rangle\langle 0|$ ), mentre per una trattazione più completa si rimanda a [15]. Nel caso di atomo a due livelli in quiete in  $\mathbf{R} = 0$ , le *Master equations* acquistano la forma:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{ee}}{dt} &= -\Gamma\sigma_{ee} \\ \frac{d\sigma_{gg}}{dt} &= +\Gamma\sigma_{ee} \\ \frac{d\sigma_{eg}}{dt} &= -i(\omega_0 + \Delta)\sigma_{eg} - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{eg} \end{aligned} \quad (1.3)$$

dove  $\sigma_{ge} = \sigma_{eg}^*$ ,  $\Gamma$  è il tasso di emissione spontanea<sup>1</sup> e  $\Delta$  è lo shift radiativo<sup>2</sup> che, nel caso del campo elettromagnetico di vuoto è un effetto non osservabile e quindi sarà trascurato. Invece nel caso di luce incidente, coerente o meno, lo shift radiativo è alla base del tipo d'interazione che più avanti sarà chiamato forza di dipolo. E' importante puntualizzare che, includendo nella trattazione anche i gradi di libertà traslazionali riguardanti il moto del centro di massa dell'atomo, si può individuare un ulteriore tempo caratteristico oltre a  $\tau_c$  e  $T_R$ , ovvero  $T_{ext} = \hbar/E_r = 2m/\hbar k^2$ , dove  $E_r = \hbar^2 k^2/2m$  è detta energia di rinculo. Tipicamente queste tre scale temporali sono nettamente separate e l'assunzione su cui si basa tutta la trattazione seguente è che sia soddisfatta la condizione  $\tau_c \ll T_R \ll T_{ext}$ . Ad esempio nel caso della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  dell'Itterbio abbiamo  $T_R = 5.5 \cdot 10^{-9} s$  mentre  $T_{ext} = 22.3 \cdot 10^{-6} s$ .

Nel caso di un atomo immerso nel campo elettromagnetico di vuoto, possiamo scrivere l'espressione esplicita delle Hamiltoniane dell'equazione 1.2. L'Hamiltoniana atomica comprende sia i gradi di libertà interni riguardanti lo stato elettronico sia quelli

<sup>1</sup>  $\Gamma = \left(\frac{2\pi}{\hbar}\right) \sum_{\mathbf{k}\epsilon} |\langle g, \mathbf{k}\epsilon | V_{AR} | e, 0 \rangle|^2 \delta(\hbar\omega_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_0)$

<sup>2</sup>  $\Delta = \left(\frac{1}{\hbar}\right) P \sum_{\mathbf{k}\epsilon} \left( \frac{|\langle g, \mathbf{k}\epsilon | V_{AR} | e, 0 \rangle|^2}{(\hbar\omega_{\mathbf{k}} - \hbar\omega_0)} + \frac{|\langle e, \mathbf{k}\epsilon | V_{AR} | g, 0 \rangle|^2}{(\hbar\omega_{\mathbf{k}} + \hbar\omega_0)} \right)$  dove  $P$  indica la parte principale.

esterni riguardanti l'energia cinetica del centro di massa:

$$\hat{H}_A = \frac{\hat{P}^2}{2m} + \hbar\omega_0|e\rangle\langle e| \quad (1.4)$$

con  $\hat{P}$  l'operatore momento del centro di massa. L'Hamiltoniana del campo elettromagnetico di vuoto comprende la somma di tutti i possibili modi del campo:

$$\hat{H}_R = \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \left( \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \right). \quad (1.5)$$

L'Hamiltoniana d'interazione tra l'atomo e il campo elettromagnetico trasverso è invece  $\hat{V}_{AR} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{E}}_{\perp}(\mathbf{R}, t)$  dove  $\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{d}(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|)$  è l'operatore momento di dipolo e il campo elettromagnetico di vuoto è:

$$\hat{\mathbf{E}}_{\perp}(\mathbf{R}, t) = i \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \sqrt{\frac{\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{2\epsilon_0 V}} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{k}\lambda} (\hat{a}_{\mathbf{k}\lambda} e^{-i\mathbf{k}\lambda \cdot \mathbf{R}} - \hat{a}_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger e^{i\mathbf{k}\lambda \cdot \mathbf{R}}) \quad (1.6)$$

dove  $\mathbf{R}$  è la posizione del pacchetto d'onda atomico,  $V$  è il volume d'integrazione,  $\epsilon_0$  è la costante dielettrica del vuoto,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{k}\lambda}$  è il vettore di polarizzazione con  $\lambda = 1, 2$  l'indice di polarizzazione. Dunque l'Hamiltoniana d'interazione è:

$$\hat{V}_{AR} = -i \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \sqrt{\frac{\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{2\epsilon_0 V}} (\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{k}\lambda}) (\hat{a}_{\mathbf{k}\lambda} e^{-i\mathbf{k}\lambda \cdot \mathbf{R}} - \hat{a}_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger e^{i\mathbf{k}\lambda \cdot \mathbf{R}}) (|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) \quad (1.7)$$

Con questa Hamiltoniana d'interazione otteniamo che l'espressione esplicita del tasso di emissione spontanea presente in equazione (1.3) è:

$$\Gamma = \frac{|\mathbf{d}|^2 \omega_0^3}{3\epsilon_0 \hbar \pi c^3} \quad (1.8)$$

Dopo aver brevemente illustrato le equazioni che governano un atomo immerso nel campo elettromagnetico di vuoto, si può affrontare il caso di una radiazione laser, argomento che sarà affrontato nella prossima sezione.

### 1.3 Le equazioni di Bloch ottiche

L'interazione di un atomo con un campo laser deve essere trattata con metodi non perturbativi e tenendo conto del fatto che un'onda monocromatica ha in teoria un tempo di correlazione infinitamente lungo al contrario della radiazione incoerente. Infatti il campo laser è ben descritto da uno stato coerente:

$$|\alpha\rangle = e^{-\alpha/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n |n\rangle}{\sqrt{n!}}. \quad (1.9)$$

Questa proprietà fa sì che il campo, nonostante sia quantistico, possa essere trattato come un campo classico senza approssimazioni [15], esprimendolo nella forma:

$$\mathbf{E}_L(\mathbf{R}, t) = \mathcal{E}_0(\mathbf{R})\boldsymbol{\varepsilon} \cos[\omega t + \Phi(\mathbf{R})] \quad (1.10)$$

dove  $\mathcal{E}_0$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  e  $\Phi(\mathbf{R})$  sono rispettivamente l'ampiezza, la polarizzazione e la fase del campo laser. Allora l'Hamiltoniana totale diventa:

$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_R + \hat{V}_{AR} + \hat{V}_{AL}, \quad (1.11)$$

con:

$$\begin{aligned} \hat{V}_{AL} &= -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}_L \\ &= \hbar\Omega(\mathbf{R}) \cos[\omega_L t + \Phi(\mathbf{R})] (|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) \end{aligned} \quad (1.12)$$

dove:

$$\Omega(\mathbf{R}) = -\frac{(\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon})\mathcal{E}_0(\mathbf{R})}{\hbar} \quad (1.13)$$

è la frequenza caratteristica con cui l'atomo e il laser interagiscono, detta frequenza di Rabi. L'evoluzione temporale degli elementi della matrice densità atomica è determinata dalle *Master equations* (1.3) a cui si aggiungono i termini derivanti dal commutatore  $[\hat{V}_{AL}, \hat{\sigma}_A] / i\hbar$ :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{ee}}{dt} &= i\Omega(\mathbf{R}) \cos[\omega_L t + \Phi(\mathbf{R})] (\sigma_{eg} - \sigma_{ge}) - \Gamma\sigma_{ee} \\ \frac{d\sigma_{gg}}{dt} &= -i\Omega(\mathbf{R}) \cos[\omega_L t + \Phi(\mathbf{R})] (\sigma_{eg} - \sigma_{ge}) + \Gamma\sigma_{ee} \\ \frac{d\sigma_{eg}}{dt} &= -i\omega_0\sigma_{eg} - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{eg} + i\Omega(\mathbf{R}) \cos[\omega_L t + \Phi(\mathbf{R})] (\sigma_{ee} - \sigma_{gg}) \end{aligned} \quad (1.14)$$

che sono dette equazioni di Bloch ottiche (OBE). Per risolverle sarà usata la “rotating wave approximation” (RWA). In questa approssimazione si considerano solo i termini risonanti dell'Hamiltoniana d'interazione ovvero quelli del tipo  $|e\rangle\langle g|e^{-i(\omega_L t + \Phi)}$  e  $|g\rangle\langle e|e^{i(\omega_L t + \Phi)}$  che descrivono rispettivamente processi di assorbimento + distruzione di un fotone e di emissione + creazione di un fotone e si trascurano quelli anti-risonanti. Applicando questa approssimazione e passando in rappresentazione di interazione con le trasformazioni  $\tilde{\sigma}_{eg} = \sigma_{eg}e^{-i(\omega_L t + \Phi)}$ ,  $\tilde{\sigma}_{ee} = \sigma_{ee}$  e  $\tilde{\sigma}_{gg} = \sigma_{gg}$ , le equazioni (1.14) diventano:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\sigma}_{ee}}{dt} &= i\Omega(\mathbf{R})(\tilde{\sigma}_{eg} - \tilde{\sigma}_{ge}) - \Gamma\tilde{\sigma}_{ee} \\ \frac{d\tilde{\sigma}_{gg}}{dt} &= -i\Omega(\mathbf{R})(\tilde{\sigma}_{eg} - \tilde{\sigma}_{ge}) + \Gamma\tilde{\sigma}_{ee} \\ \frac{d\tilde{\sigma}_{eg}}{dt} &= i(\delta_L + \dot{\Phi})\tilde{\sigma}_{eg} - \frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{eg} + i\frac{\Omega(\mathbf{R})}{2}(\tilde{\sigma}_{ee} - \tilde{\sigma}_{gg}) \end{aligned} \quad (1.15)$$

dove  $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ . Nella trattazione che segue sarà molto utile riscrivere le OBE in termini delle seguenti variabili:

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_{eg} + \tilde{\sigma}_{ge}) = \text{Re}(\tilde{\sigma}_{eg}) \\ v &= \frac{1}{2i}(\tilde{\sigma}_{eg} - \tilde{\sigma}_{ge}) = \text{Im}(\tilde{\sigma}_{eg}) \\ w &= \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_{ee} - \tilde{\sigma}_{gg}) \end{aligned} \quad (1.16)$$

Le OBE diventano dunque:

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Gamma/2 & \delta_L + \dot{\Phi} & 0 \\ -\delta_L - \dot{\Phi} & -\Gamma/2 & -\Omega \\ 0 & \Omega & -\Gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Gamma/2 \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

L'interpretazione fisica delle nuove variabili è immediata:  $w$  è proporzionale all'inversione di popolazione, mentre  $u$  e  $v$  sono direttamente riconducibili al valor medio dell'operatore momento di dipolo:

$$\begin{aligned} \langle \hat{\mathbf{d}} \rangle &= \text{Tr}(\hat{\sigma}_A \hat{\mathbf{d}}) \\ &= 2\mathbf{d} [u \cos(\omega_L t + \Phi) - v \sin(\omega_L t + \Phi)] \end{aligned} \quad (1.18)$$

Dunque  $u$  e  $v$  sono proporzionali rispettivamente alla risposta in fase e in quadratura di fase del valor medio del dipolo indotto dal campo laser.

In generale può essere molto complicato trovare le soluzioni delle equazioni (1.15) perché in principio sia  $\Omega(\mathbf{R})$  che  $\Phi(\mathbf{R})$  possono dipendere dalla posizione dell'atomo e quindi variare nel tempo. Nel caso di un atomo in quiete in  $\mathbf{R} = 0$  (che sarà analizzato in dettaglio nella sezione 1.4.1),  $\Omega(\mathbf{R}) = \Omega$ ,  $\Phi(\mathbf{R}) = \Phi$  e  $\dot{\Phi} = 0$  e dunque le OBE diventano equazioni differenziali con coefficienti costanti le cui soluzioni stazionarie sono facilmente individuabili:

$$\begin{aligned} u_{st} &= \frac{\Omega}{2} \frac{\delta_L}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2} \\ v_{st} &= \frac{\Omega}{2} \frac{\Gamma/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2} \\ w_{st} + \frac{1}{2} &= \sigma_{st}^{ee} = \frac{\Omega^2}{4} \frac{1}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2} \end{aligned} \quad (1.19)$$

E' importante notare che queste soluzioni sono non perturbative nel campo incidente in quanto  $\Omega^2 \propto I$  si trova anche al denominatore. Questo termine descrive il fenomeno dell'allargamento di potenza che consiste in un allargamento della riga di assorbimento oltre una certa soglia d'intensità. Si possono riscrivere le soluzioni stazionarie delle

equazioni di Bloch in forma più compatta, definendo un parametro di saturazione  $s$  come:

$$\begin{aligned} s &= \frac{\Omega^2/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \\ &= s_0 \frac{\Gamma^2/4}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \end{aligned} \quad (1.20)$$

dove è conveniente definire la quantità  $s_0 = 2\Omega^2/\Gamma^2 = I/I_s$  che a sua volta definisce l'intensità di saturazione  $I_s$  oltre la quale il profilo di assorbimento dell'atomo inizia a essere soggetto ad allargamento in potenza. Inserendo le definizioni di  $\Gamma$  (1.8) e  $\Omega$  (1.13), l'espressione esplicita dell'intensità di saturazione  $I_s$  è:

$$I_s = \frac{4\pi^2 \hbar c \Gamma}{6\lambda^3} \quad (1.21)$$

Le soluzioni stazionarie delle equazioni di Bloch allora possono essere riesprese in termini di  $s$  come:

$$\begin{aligned} u_{st} &= \frac{\delta_L}{\Omega} \frac{s}{s+1} \\ v_{st} &= \frac{\Gamma}{2\Omega} \frac{s}{s+1} \\ \sigma_{st}^{ee} &= \frac{1}{2} \frac{s}{s+1} \end{aligned} \quad (1.22)$$

Si può notare come per  $s \gg 1$  la popolazione dello stato eccitato saturi al valore massimo di  $1/2$ . Nel regime stazionario, in cui l'assorbimento del campo incidente e l'emissione spontanea si compensano, è possibile calcolare le forze che agiscono sull'atomo in seguito all'interazione con il campo laser, determinando l'evoluzione degli operatori  $\hat{P}$  e  $\hat{R}$  momento e posizione del centro di massa del pacchetto d'onda atomico.

## 1.4 Effetti meccanici nell'interazione atomo-laser nel limite semiclassico

Per studiare l'evoluzione del pacchetto atomico si parte dalle equazioni di Heisenberg [16]:

$$\frac{d\hat{\mathbf{R}}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{\mathbf{R}}, \hat{H}] = \nabla_{\mathbf{R}} \hat{H}_A = \frac{\hat{\mathbf{P}}}{m} \quad (1.23)$$

$$\frac{d\hat{\mathbf{P}}}{dt} = -\frac{1}{i\hbar} [\hat{\mathbf{P}}, \hat{H}] = -\nabla_{\mathbf{R}} \hat{V}_{AL} - \nabla_{\mathbf{R}} \hat{V}_{AV} = \hat{\mathbf{F}}(\mathbf{R}) \quad (1.24)$$

Dove:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{F}}(\mathbf{R}) &= \hat{\mathbf{d}} \cdot \left[ \nabla_{\mathbf{R}} \hat{\mathbf{E}}_{\perp}(\mathbf{R}, t) + \nabla_{\mathbf{R}} \mathbf{E}_L(\mathbf{R}, t) \right] \\ &= \hat{\mathbf{F}}_{vac}(\mathbf{R}) + \hat{\mathbf{F}}_{las}(\mathbf{R})\end{aligned}\quad (1.25)$$

è l'operatore forza applicato sul centro di massa atomico. Per risolvere queste equazioni si ricorre al limite semiclassico nel quale si fanno le seguenti assunzioni fondamentali:

- Il pacchetto d'onda atomico è ben localizzato a  $t = 0$  rispetto alla lunghezza d'onda del laser  $\lambda_L$  ovvero:

$$\Delta R(0) \ll \lambda_L.$$

- La distribuzione di velocità a  $t = 0$  dell'atomo dev'essere abbastanza piccola da rendere irrilevante il corrispondente allargamento Doppler rispetto alla larghezza di riga  $\Gamma$ , ovvero:

$$\frac{k_L \Delta P(0)}{m} \ll \Gamma.$$

Combinando le queste due assunzioni con il principio d'indeterminazione di Heisenberg  $\Delta R(0)\Delta P(0) \geq \hbar$ , si ottiene la condizione  $E_r \gg \hbar\Gamma$  ovvero  $T_{ext} \gg T_R$  che è l'assunzione iniziale. Dunque per tempi  $T_R \ll t \ll T_{ext}$ , l'allargamento del pacchetto d'onda rimane limitato e l'evoluzione del sistema è tale che, nei tempi caratteristici in cui variano i gradi di libertà interni, l'atomo resta ben localizzato. In questo caso è possibile trattare classicamente le variabili posizione e momento dell'atomo e sostituire agli operatori quantistici  $\hat{\mathbf{R}}$  e  $\hat{\mathbf{P}}$  i valori medi  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{p}$ . Allora, date le condizioni iniziali  $\langle \hat{\mathbf{R}}(0) \rangle = \mathbf{r}_0$  e  $\langle \hat{\mathbf{P}}(0) \rangle = \mathbf{p}_0$ , nel calcolare il valor medio della forza che agisce sull'atomo, si può fare la sostituzione  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t$  dove  $\mathbf{v}_0 = \mathbf{p}_0/m$ . In altre parole in questa approssimazione, data una certa posizione iniziale del pacchetto atomico  $\mathbf{r}_0$ , il valor medio dell'operatore dipolo  $\langle \hat{\mathbf{d}} \rangle$  ha sempre sufficiente tempo di raggiungere il valore stazionario prima che la posizione del pacchetto atomico cambi apprezzabilmente sotto l'effetto del campo incidente. Fatte queste considerazioni, il valor medio della forza in condizioni stazionarie, considerando la media su un ciclo ottico, è:

$$\begin{aligned}\langle \hat{\mathbf{F}}(\mathbf{r}) \rangle_{|\mathbf{r}=\mathbf{r}_0+\mathbf{v}_0 t} &= -\langle \hat{\mathbf{d}} \rangle_{st} \cdot \left[ \nabla_{\mathbf{r}} \mathbf{E}_L(\mathbf{r}, t) + \left\langle \nabla_{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{E}}_{\perp}(\mathbf{r}, t) \right\rangle \right] \\ &= (\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) \left[ \nabla_{\mathbf{r}} \mathcal{E}_0(\mathbf{r}) u_{st} + v_{st} \mathcal{E}_0 \nabla_{\mathbf{r}} \Phi(\mathbf{r}) \right] \\ &= -\hbar \Omega(\mathbf{r}) \left[ u_{st} \frac{\nabla \Omega(\mathbf{r})}{\Omega(\mathbf{r})} + v_{st} \nabla \Phi(\mathbf{r}) \right] \\ &= -\hbar \Omega(\mathbf{r}) \left[ u_{st} \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{r}) + v_{st} \boldsymbol{\beta}(\mathbf{r}) \right]\end{aligned}\quad (1.26)$$

E' importante notare come il valor medio del campo di vuoto sia nullo in quanto  $\langle \hat{\mathbf{E}}_{\perp} \rangle = Tr(\hat{\sigma}_R \hat{\mathbf{E}}_{\perp}) = \langle 0 | \hat{\mathbf{E}}_{\perp} | 0 \rangle = 0$ . Intuitivamente la forza di rinculo dovuta all'emissione spontanea di un fotone da parte dell'atomo eccitato è distribuita su tutto

l'angolo solido e dunque mediando su tutte le configurazioni possibili il suo contributo si annulla. Il campo di vuoto e i processi di emissione spontanea acquisteranno importanza nel considerare le fluttuazioni della forza e le sue conseguenze sulla temperatura di equilibrio dell'atomo. Si distinguono due contributi nella forza radiativa media: un termine di tipo reattivo  $\mathcal{F}_{reatt} \propto u_{st}\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{r})$  proporzionale alla risposta in fase del dipolo al campo laser, detto forza di dipolo, e un termine di tipo dissipativo  $\mathcal{F}_{diss} \propto v_{st}\boldsymbol{\beta}(\mathbf{r})$  proporzionale alla risposta in quadratura di fase, riconducibile alla pressione di radiazione. La distinzione tra questi due contributi sarà più chiara una volta esaminato il caso specifico dell'atomo a riposo.

#### 1.4.1 Atomo a riposo: pressione di radiazione e forza di dipolo

Prendendo come condizioni iniziali:

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_0 &= 0 \\ \mathbf{v}_0 &= 0 \\ \Phi(0) &= 0\end{aligned}$$

le forze che agiscono sull'atomo nel regime stazionario sono:

$$\mathcal{F}_{reatt} = -\hbar\Omega\boldsymbol{\alpha}u_{st} = -\frac{\hbar\delta_L}{4} \frac{\nabla\Omega^2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2} \quad (1.27)$$

$$\mathcal{F}_{diss} = -\hbar\Omega\boldsymbol{\beta}v_{st} = -\hbar\nabla\Phi \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2} \quad (1.28)$$

dove  $\Omega$ ,  $\nabla\Omega$  e  $\nabla\Phi$  sono tutte valutate in  $\mathbf{r} = 0$  e dunque  $\boldsymbol{\alpha} \equiv (\nabla\Omega/\Omega)|_{\mathbf{r}=0}$ ,  $\boldsymbol{\beta} \equiv (\nabla\Phi)|_{\mathbf{r}=0}$ . È importante notare che la componente reattiva della forza è non nulla solo se  $\nabla\Omega \propto \nabla\mathcal{E}_0 \neq 0$ , ovvero se il fronte d'onda non è uniforme. Allora considerando un'onda monocromatica  $\mathbf{E}_L(\mathbf{r}, \mathbf{t}) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega_L t - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{r})$ , si ottiene  $\nabla\Omega = 0$  e  $\nabla\Phi = -\mathbf{k}_L$ . Dunque la forza reattiva è nulla e la forza dissipativa è:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_{diss} &= \hbar\mathbf{k}_L \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2} \\ &= \hbar\mathbf{k}_L \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \\ &= \hbar\mathbf{k}_L \Gamma \sigma_{st}^{ee}\end{aligned} \quad (1.29)$$

Per sottolineare che la forza dissipativa è riconducibile alla pressione di radiazione, si può dimostrare che essa non è altro che l'impulso del singolo fotone per il numero di fotoni assorbiti per unità di tempo in regime stazionario,  $\langle dN/dt \rangle_{st}$ . Per dimostrarlo, si parte da considerazioni energetiche e si scrive il lavoro compiuto dal campo laser

nell'intervallo di tempo  $[t, t + dt]$  sull'elettrone atomico che si sposta da  $\mathbf{r}$  a  $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$ , mediando su un periodo ottico:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle_{st} &= \mathcal{E}_0 \cos(\omega_L t) \langle \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \dot{\mathbf{d}} \rangle_{st} \\ &= \mathcal{E}_0 \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{d} \cos(\omega_L t) 2\omega_L [u_{st} \sin(\omega_L t) + v_{st} \cos(\omega_L t)] \\ &= \hbar\Omega\omega_L v_{st} \end{aligned} \quad (1.30)$$

Allora:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} &= \frac{1}{\hbar\omega_L} \left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle_{st} \\ &= \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{s+1} \\ &= \Gamma\sigma_{st}^{ee} \end{aligned} \quad (1.31)$$

In conclusione la forza dissipativa è proprio:

$$\mathcal{F}_{diss} = \hbar\mathbf{k}_L \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} \quad (1.32)$$

confermando l'interpretazione fisica di pressione di radiazione dovuta a cicli di assorbimento e emissione spontanea. E' importante notare che l'energia totale atomo+fotone si conserva, però il processo è dissipativo nel senso che la forza media non è conservativa e dissipa l'energia cinetica dell'atomo trasferendo energia al fotone riemesso spontaneamente su tutto l'angolo solido. Quando  $s \gg 1$ , la forza satura al valore massimo di  $\mathcal{F}_{diss}^{max} = \hbar\mathbf{k}_L\Gamma/2$ . Per dare un'idea dell'ordine di grandezza dell'accelerazione massima  $a_{max} = \mathcal{F}_{diss}^{max}/m$  causata dalla pressione di radiazione generata da un fascio laser, nel caso della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  dell'Itterbio,  $a_{max} \sim 10^5 g$ , dove  $g$  è l'accelerazione di gravità.

Se da un lato la forza dissipativa descrive l'effetto di cicli di assorbimento e emissione spontanea, dall'altro lato la forza reattiva descrive l'effetto di cicli di assorbimento e emissione stimolata attraverso cui il dipolo atomico, oscillando in fase con il campo laser, redistribuisce fotoni da un'onda piana a un'altra. Per questo motivo è necessario un fronte d'onda non uniforme, quindi sovrapposizione spaziale di più onde piane, perché la forza non sia nulla. E' importante notare che anche in questo processo l'energia è conservata perché la frequenza dei fotoni assorbiti e riemessi è la stessa, ma i momenti associati alle varie onde piane sono diversi il che genera una forza sull'atomo. Come risulta evidente dall'equazione (1.27), il segno della forza dipende dal detuning: è attrattiva per detuning negativi e repulsiva per detuning positivi. Dunque per  $\delta_L < 0$ , la forza ha lo stesso segno di  $\nabla\Omega^2(\mathbf{r})$  e gli atomi sono attratti verso le zone ad alta intensità mentre per  $\delta_L > 0$  sono spinti verso le zone a intensità nulla. Inoltre, a differenza

della pressione di radiazione, la forza di dipolo è conservativa e può essere vista come il gradiente di un potenziale  $\mathcal{F}_{reatt} = -\nabla U(\mathbf{r})$  dove:

$$U(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\delta_L}{2} \log \left( 1 + \frac{\Omega^2(\mathbf{r})/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \right) \quad (1.33)$$

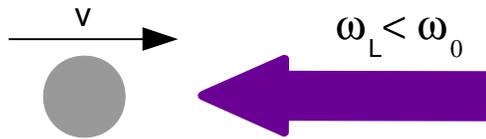
Da questa espressione si nota che per detuning grandi ( $|\delta_L| \gg 0$ ) si può scrivere l'energia potenziale come:

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}) &\simeq \frac{\hbar\delta_L}{2} \frac{\Omega^2(\mathbf{r})/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \\ &= \frac{\hbar\delta_L}{2I_s} \frac{I(\mathbf{r})}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} \\ &\simeq \frac{3\pi c^2 \Gamma}{\omega_0^3} \frac{I(\mathbf{r})}{\delta_L} \end{aligned} \quad (1.34)$$

Da questa espressione si può notare come, diversamente dalla forza dissipativa che satura perché limitata dal tasso di emissione spontanea  $\Gamma$ , la forza di dipolo non abbia un limite superiore e per opportuni valori di intensità  $I(\mathbf{r})$  e detuning  $\delta_L$  possa raggiungere valori arbitrariamente grandi.

#### 1.4.2 Atomo in movimento in un'onda piana contropropagante

In questa sezione sarà trattato il caso di un atomo in moto illuminato da luce laser illustrando come, nel caso di un'onda piana  $\mathbf{E}_L(\mathbf{R}, t) = \mathcal{E}_0 \boldsymbol{\varepsilon} \cos(\omega t - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{R})$  contropropagante, si eserciti sull'atomo una forza media dipendente dalla sua velocità e parallela alla direzione di propagazione dell'onda. Infatti, prendendo le stesse condizioni



**Figura 1.5:** Atomo in un'onda contropropagante con detuning negativo [17].

iniziali della sezione precedente con la differenza che  $\mathbf{v}_0 \neq 0$ , si ha che la posizione del pacchetto d'onda atomico è descritta da  $\mathbf{r} = \mathbf{v}_0 t$ . Allora, visto che in un'onda piana la polarizzazione e l'ampiezza sono costanti nello spazio, si ha da un lato una frequenza di Rabi costante ( $\Omega(\mathbf{r} = \mathbf{v}_0 t) = \Omega$ ) e dall'altro si ha una fase variabile nel tempo secondo l'equazione:

$$\dot{\Phi}(\mathbf{r}) = \nabla\Phi \cdot \dot{\mathbf{r}} = -\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}_0 \quad (1.35)$$

che corrisponde allo spostamento Doppler che cambia la condizione di risonanza atomica. Dunque, sostituendo questo valore nelle soluzioni delle OBE (1.19), si ottiene la forza media:

$$\mathcal{F}_{diss} = \hbar \mathbf{k}_L \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2}{(\delta_L - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}_0)^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2} \quad (1.36)$$

E' conveniente riscrivere la forza in termini del rapporto  $I/I_s$  come:

$$\mathcal{F}_{diss} = \hbar \mathbf{k}_L \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + 4 \left( \frac{\delta_L - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}_0}{\Gamma} \right)^2} \quad (1.37)$$

Proiettando sulla direzione di propagazione del campo laser ( $\delta_L - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v} = \delta_L + k_L v$ ), se è soddisfatta la condizione  $k_L v \ll \Gamma$ , è possibile fare lo sviluppo in serie intorno a  $v = 0$ , ottenendo al primo ordine una forza viscosa del tipo:

$$\mathcal{F}_z(v) = \mathcal{F}(v=0) - \alpha v + \dots \quad (1.38)$$

dove il coefficiente di viscosità  $\alpha \equiv (\partial \mathcal{F}_z / \partial v)_{v=0}$  è dato da:

$$\begin{aligned} \alpha &= -4\hbar k_L^2 \left( \frac{I}{I_s} \right) \frac{\delta_L/\Gamma}{\left[ 1 + I/I_s + (2\delta_L/\Gamma)^2 \right]^2} \\ &= -\hbar k_L^2 \frac{s}{(1+s)^2} \frac{\Gamma \delta_L}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \end{aligned} \quad (1.39)$$

La condizione  $k_L v \ll \Gamma$  può essere interpretata in due modi: da un lato vuol dire che lo spostamento Doppler dev'essere trascurabile rispetto alla larghezza naturale della transizione, dall'altro può essere formulato come  $v\Gamma^{-1} \ll \lambda_L$ . L'interpretazione di questa disuguaglianza è che lo spostamento compiuto durante un ciclo di assorbimento ed emissione dev'essere trascurabile rispetto alla lunghezza d'onda in modo che lo stato interno dell'atomo segua adiabaticamente il campo laser. Come mostrato nell'equazione (1.39), per detuning negativi il coefficiente di viscosità è positivo e dunque la forza provoca in media un rallentamento dell'atomo. Nel limite  $I/I_s \ll 1$  il coefficiente di viscosità si riduce a:

$$\alpha = -4\hbar k_L^2 \left( \frac{I}{I_s} \right) \frac{\delta_L/\Gamma}{\left[ 1 + (2\delta_L/\Gamma)^2 \right]^2} \quad (1.40)$$

E' istruttivo notare come il tasso di smorzamento  $\gamma = \alpha/m$  sia strettamente connesso all'energia di rinculo in quanto:

$$\gamma \sim \frac{\hbar k_L^2}{m} \sim \frac{E_r}{\hbar} \quad (1.41)$$

Nelle due transizioni  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  e  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ , il tempo di smorzamento  $\gamma^{-1}$  è rispettivamente  $40 \mu s$  e  $90 \mu s$ . Queste scale temporali così brevi spiegano la grande efficacia

del meccanismo della pressione di radiazione nel raffreddamento e nell'intrappolamento degli atomi.

A questo proposito, per rallentare più efficientemente gli atomi, si possono aggiungere dei campi magnetici non omogenei spazialmente. Infatti se lungo la direzione di propagazione dell'onda piana è presente anche un campo magnetico, la risonanza atomica viene ulteriormente cambiata dallo spostamento Zeeman che si va a sommare allo spostamento Doppler. Allora, nel caso di un atomo a due livelli con una transizione ( $J = 0 \rightarrow J' = 1$ ), la pressione di radiazione dell'onda incidente acquista anche una dipendenza spaziale:

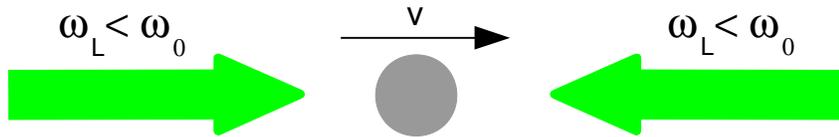
$$\mathcal{F}_z(v, z) = \hbar k_L \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + 4 \left( \delta_L + k_L v - \frac{g_{J'} M_{J'} \mu_B B(z)}{\hbar} \right)^2 / \Gamma^2} \quad (1.42)$$

dove  $g_{J'}$  è il fattore di Landè dello stato eccitato,  $\mu_B$  è il magnetone di Bohr e  $M_{J'}$  è la componente del momento angolare selezionata dalla polarizzazione incidente.

Nella sezione 2.6 sarà illustrato come sfruttare un fascio laser combinato con un campo magnetico per rallentare un fascio atomico da velocità termiche a velocità dell'ordine di circa 10 m/s. Nella prossima sezione invece sarà affrontato il caso di un atomo in moto in due fasci contropropaganti entrambi con detuning negativo, detto melassa ottica.

## 1.5 Melasse ottiche: raffreddamento Doppler

La melassa ottica è una tecnica ormai molto usata per raffreddare gli atomi tramite due fasci contropropaganti. Infatti, se i due fasci sono entrambi detunati verso il rosso ( $\delta_L < 0$ ), l'atomo che si muove in una direzione assorbe preferibilmente fotoni dal fascio contropropagante, più vicino alla risonanza nel suo sistema di riferimento, piuttosto che dal fascio copropagante. In questa trattazione si assume che i due fasci siano onde piane



**Figura 1.6:** Schema della configurazione di melassa ottica.

di uguale intensità  $I$  e che non interferiscano, come ad esempio nel caso di polarizzazioni

ortogonali. L'atomo dunque non può essere coinvolto in cicli di assorbimento e di emissione stimolata redistribuendo momento da un'onda piana ad un'altra. Dunque, nel limite  $I/I_s \ll 1$  (la generalizzazione per alte intensità è tratta nella sezione 1.5.2), la forza totale è semplicemente la somma dei contributi dei due fasci:

$$\mathcal{F}_{\pm} = \pm \hbar k_L \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + 4(\delta_L \mp k_L v)^2 / \Gamma^2} \quad (1.43)$$

La forza totale è quindi:

$$\mathcal{F}_{tot} = \hbar k_L \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I_s} \left[ \frac{16k_L v \delta_L / \Gamma^2}{1 + \frac{8}{\Gamma^2}(\delta_L^2 + k_L^2 v^2) + \frac{16}{\Gamma^4}(\delta_L^2 - k_L^2 v^2)^2} \right] \quad (1.44)$$

Per velocità tali che  $k_L v \ll \Gamma$  è possibile fare lo stesso sviluppo della sezione 1.4.2 in serie di potenze in  $k_L v / \Gamma$ . Gli ordini zero si elidono e si ottiene al primo ordine una forza viscosa  $\mathcal{F}_z = -\alpha v_z$  con:

$$\alpha = -8\hbar k_L^2 \left( \frac{I}{I_s} \right) \frac{\delta_L / \Gamma}{\left[ 1 + (2\delta_L / \Gamma)^2 \right]^2} \quad (1.45)$$

che infatti è il doppio di quella ottenuta con un singolo fascio (1.40).

In realtà per una configurazione  $\sigma^+ - \sigma^-$ , che poi è quella usata in una trappola magneto-ottica (vedi sezione 1.6), è possibile ricavare l'espressione della forza più completa sfruttando il fatto che lo stato fondamentale  $|g\rangle$  è accoppiato solo ai due stati  $|e_+\rangle$  e  $|e_-\rangle$  per le regole di selezione. Dunque in questo caso è possibile risolvere le 9 equazioni di Bloch e trovare, senza limitarsi al caso di basse intensità, un'espressione esatta per la forza e per il coefficiente  $\alpha$  per cui si rimanda a [18]. In realtà si vedrà che in una trappola magneto ottica, basterà la semplice teoria Doppler per un atomo a due livelli.

Il coefficiente di viscosità massimo si ottiene con il detuning:

$$\delta_L = -\frac{\Gamma}{2\sqrt{3}} \quad (1.46)$$

Come si vedrà nella prossima sezione, questo valore di detuning non è il valore che ottimizza la temperatura della melassa.

### 1.5.1 Temperatura in una melassa ottica

Se per calcolare gli effetti meccanici sugli atomi si sono considerate le forze medie, per calcolare la temperatura d'equilibrio bisogna considerare le fluttuazioni dell'operatore forza dell'equazione (1.25). Intuitivamente infatti la temperatura di equilibrio nasce

dal bilancio tra la forza viscosa che tende a rallentare gli atomi e la forza aleatoria dovuta all'assorbimento e alla riemissione spontanea dei fotoni che provoca una diffusione browniana nello spazio dei momenti degli atomi. Il moto di una particella soggetta a una forza viscosa più una forza aleatoria a media nulla  $\langle F(t) \rangle = 0$  e con correlazione  $\langle F(t)F(t') \rangle = 2Dg(t-t')$ , è descritta dall'equazione di Langevin:

$$\frac{dp}{dt} = -\gamma p(t) + F(t) \quad (1.47)$$

dove  $D$  è detto coefficiente di diffusione e  $g(t)$  è una funzione non nulla su scale di tempi dell'ordine di  $\tau_c$  e normalizzata a 1 su  $\mathbb{R}$  ( $\int g(t)dt = 1$ ). Inoltre, dato che la forza che ne determina l'evoluzione è la risultante di un gran numero di cicli di assorbimento e emissione spontanea indipendenti tra di loro, ci si aspetta che la distribuzione dell'impulso sia gaussiana per il teorema del limite centrale [19]. Sono facilmente calcolabili il momento primo e secondo della variabile aleatoria  $p$ :

$$\langle p \rangle = 0, \quad \Delta p^2(t) = \langle p^2(t) \rangle = \frac{D}{\gamma}(1 - e^{-2\gamma t}) \quad (1.48)$$

Dunque, all'equilibrio, per  $t \gg \gamma^{-1}$ , si può ricavare dal principio di equipartizione (in una dimensione  $\langle p^2 \rangle / 2m = k_B T / 2$ ) la seguente relazione termodinamica:

$$k_B T = \frac{D}{m\gamma} = \frac{D}{\alpha} \quad (1.49)$$

detta relazione di Einstein. Dunque, calcolando il coefficiente di diffusione  $D$ , è possibile trovare la temperatura di equilibrio. Per trovare l'espressione di  $D$  si può utilizzare la sua relazione con il momento secondo del momento:

$$2D = \frac{d}{dt} \Delta p^2 \quad (1.50)$$

che può essere ricondotta alla funzione di correlazione delle fluttuazioni della forza. Infatti partendo dall'equazione di Heisenberg (1.24) e considerando che:

$$p(t) = \int_0^{+\infty} F(t-\tau) d\tau \quad (1.51)$$

si ottiene:

$$2D = 2\text{Re} \int_0^{+\infty} \langle \delta F(t) \delta F(t-\tau) \rangle d\tau \quad (1.52)$$

dove  $\delta F(t) \equiv F(t) - \langle F(t) \rangle$ .

Il calcolo esplicito di  $D$  è piuttosto laborioso dunque in questa sede è preferibile ricavarlo in base a argomenti fenomenologici: consideriamo separatamente i contributi di  $\mathbf{F}_{vac}$  e  $\mathbf{F}_{las}$  calcolando due coefficienti di diffusione  $D_{vac}$  e  $D_{las}$  che si riferiscono

rispettivamente ai processi di emissione spontanea e di assorbimento. Infatti la diffusione del momento  $p$  consiste in una successione aleatoria di cicli di assorbimento ed emissione e la lunghezza di ogni passo è di  $\pm\hbar k$ . Dunque nel caso dell'emissione spontanea, assumendo che in un certo tempo  $\delta t$  si emettano spontaneamente  $N$  fotoni, si può scrivere:

$$\langle p^2 \rangle = \sum_{i=1}^N \hbar^2 k_i^2 = N \hbar^2 k_L^2 = \hbar^2 k_L^2 \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} \delta t = \hbar^2 k_L^2 \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \delta t \quad (1.53)$$

Visto che nel moto browniano, il momento secondo di  $p$  varia linearmente nel tempo per intervalli brevi ( $\delta t \ll \gamma^{-1}$  in questo caso) come  $\Delta p^2 = 2D\delta t$  (vedi equazione 1.48), allora si ottiene:

$$D_{vac} = \hbar^2 k_L^2 \frac{\Gamma}{4} \frac{s}{1+s} \quad (1.54)$$

Per quanto riguarda i processi di assorbimento causati dal campo laser, le fluttuazioni del momento degli atomi sono direttamente collegate alle fluttuazioni nel numero di fotoni assorbiti  $\Delta N$  secondo l'equazione  $\langle \Delta p^2 \rangle = \hbar^2 k_L^2 \langle \Delta N^2 \rangle$ . Essendo il laser un campo quantistico in uno stato coerente (1.9), si può ragionevolmente assumere che la statistica delle fluttuazioni nel numero di fotoni sia poissoniana e dunque il momento secondo sia uguale alla media del numero di fotoni assorbiti, ovvero:

$$\langle \Delta N^2 \rangle = \langle N \rangle = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \delta t \quad (1.55)$$

Dunque anche in questo caso:

$$D_{las} = \hbar^2 k_L^2 \frac{\Gamma}{4} \frac{s}{1+s} \quad (1.56)$$

E il coefficiente di diffusione totale  $D = D_{vac} + D_{las}$  per un singolo fascio è:

$$\begin{aligned} D &= \hbar^2 k_L^2 \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \\ &= \hbar^2 k_L^2 \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + (2\delta_L/\Gamma)^2} \end{aligned} \quad (1.57)$$

Nel caso di due fasci contropropaganti, se si considera il limite di basse intensità  $I/I_s \ll 1$  (la generalizzazione sarà affrontata nella prossima sezione), si possono semplicemente sommare gli effetti dei due fasci ottenendo come coefficiente di diffusione totale:

$$D = \hbar^2 k_L^2 \Gamma \frac{I/I_s}{1 + (2\delta_L/\Gamma)^2} \quad (1.58)$$

Allora sostituendo le espressioni di  $D$  (1.58) e  $\alpha$  (1.45) nell'equazione (1.49) si ottiene nel limite di basse intensità:

$$k_B T = \frac{\hbar \Gamma^2}{8|\delta_L|} \left[ 1 + \left( \frac{2\delta_L}{\Gamma} \right)^2 \right] \quad (1.59)$$

Il minimo della (1.59), detto limite Doppler, si ottiene per  $\delta_L = -\Gamma/2$  ed è dato da:

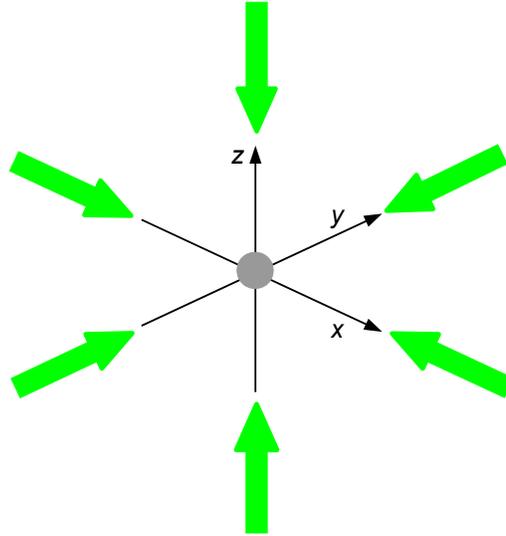
$$k_B T_D = \frac{\hbar \Gamma}{2} \quad (1.60)$$

Ad esempio, nel caso delle due transizioni  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  e  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  le temperature Doppler sono rispettivamente  $T_D = 700 \mu K$  e  $T_D = 4.3 \mu K$ .

Ci si potrebbe chiedere se è possibile parlare di temperatura per un singolo atomo. Infatti un sistema ha una temperatura definita quando è in equilibrio con un bagno termico e in questo caso non è del tutto rigoroso dare questo ruolo al campo di vuoto o al campo laser. Però si può dimostrare rigorosamente che la distribuzione di equilibrio di una particella il cui moto è descritto da un'equazione di Langevin come (1.47) è una Maxwelliana di cui si può definire la temperatura di equilibrio rigorosamente [20].

### 1.5.2 Generalizzazione a N dimensioni e alte intensità

Finora è stato considerato solo un modello unidimensionale. La generalizzazione a più dimensioni non presenta particolari difficoltà se però si assume che i fasci posti su direzioni ortogonali non interferiscano, assunzione non verificata nella realtà. Infatti



**Figura 1.7:** Schema di una melassa ottica tridimensionale

anche se le coppie di fasci contropropaganti hanno polarizzazioni ortogonali e quindi non interferiscono, è possibile che i fasci posti su direzioni ortogonali interferiscano

in maniera complicata creando un pattern d'intensità non omogeneo. Inoltre, vista la non omogeneità spaziale, sono possibili cicli di assorbimento e emissione stimolata che distribuiscono il momento atomico da un'onda a un'altra. Se si ignorano tutte queste complicazioni, considerando  $N$  dimensioni e  $2N$  fasci laser ortogonali a coppie, si possono semplicemente sommare i contributi delle diverse intensità al denominatore, ottenendo come coefficiente di viscosità:

$$\alpha = -8\hbar k_L^2 \left( \frac{I}{I_s} \right) \frac{\delta_L/\Gamma}{\left[ 1 + 2NI/I_s + (2\delta_L/\Gamma)^2 \right]^2} \quad (1.61)$$

E' importante notare che al numeratore non si possono sommare i contributi dei diversi fasci. Infatti, ipotizzando che i fasci ortogonali non interferiscano, si è fatta l'assunzione implicita che fasci lungo direzioni ortogonali agiscano uno alla volta sugli atomi. Allora i valori per ottenere il massimo smorzamento sono:

$$\begin{aligned} \text{fissato } \delta_L &\rightarrow \frac{I}{I_s} = \frac{(2\delta_L/\Gamma)^2 + 1}{2N} \\ \text{fissato } \frac{I}{I_s} &\rightarrow \delta_L = -\frac{\Gamma}{2} \sqrt{\frac{1 + 2NI/I_s}{3}} \end{aligned}$$

La temperatura in  $N$  dimensioni e per intensità arbitrarie è dunque facilmente calcolabile in questa approssimazione considerando che avendo  $N$  gradi di libertà il principio di equipartizione è  $\langle p^2 \rangle / 2m = Nk_B T / 2$  e dunque la relazione di Einstein (1.49) diventa:

$$k_B T = \frac{D}{N\alpha} \quad (1.62)$$

Nell'ipotesi di fasci alternati il coefficiente di diffusione del singolo fascio (1.57) viene generalizzato come:

$$D = \hbar^2 k_L^2 \frac{\Gamma}{2} \frac{2NI/I_s}{1 + 2NI/I_s + (2\delta_L/\Gamma)^2} \quad (1.63)$$

Dunque la temperatura della melassa  $N$ -dimensionale è:

$$k_B T = \frac{\hbar\Gamma^2}{8|\delta_L|} \left[ 1 + 2N \frac{I}{I_s} + \left( \frac{2\delta_L}{\Gamma} \right)^2 \right] \quad (1.64)$$

Un'altra grandezza caratteristica della melassa  $N$ -dimensionale è il tempo di diffusione, facilmente calcolabile tramite il coefficiente di diffusione nello spazio delle posizioni  $D_x$ . Infatti quello calcolato nella sezione 1.5.1 è il coefficiente di diffusione nello spazio dei momenti  $D_p$  che è legato a  $D_x$  dalla relazione:

$$D_x = \frac{D_p}{N\alpha^2} \quad (1.65)$$

Allora la distanza quadratica media percorsa dall'atomo è:

$$\langle r^2 \rangle = N \langle x^2 \rangle = 2D_x N t = \frac{2tD_p}{\alpha^2} \quad (1.66)$$

Dunque, si ottiene come tempo di diffusione in una melassa:

$$t_D = \frac{8k_L^2 \langle r \rangle^2 I}{N\Gamma} \frac{(2\delta_L/\Gamma)^2}{I_s \left[ 1 + 2NI/I_s + (2\delta_L/\Gamma)^2 \right]^3} \quad (1.67)$$

che per i parametri ottimali  $\delta_L = -\Gamma/2$  e  $I/I_s = 1/2N$  diventa:

$$t_D = \frac{4k_L^2 r^2}{27N^2\Gamma} \quad (1.68)$$

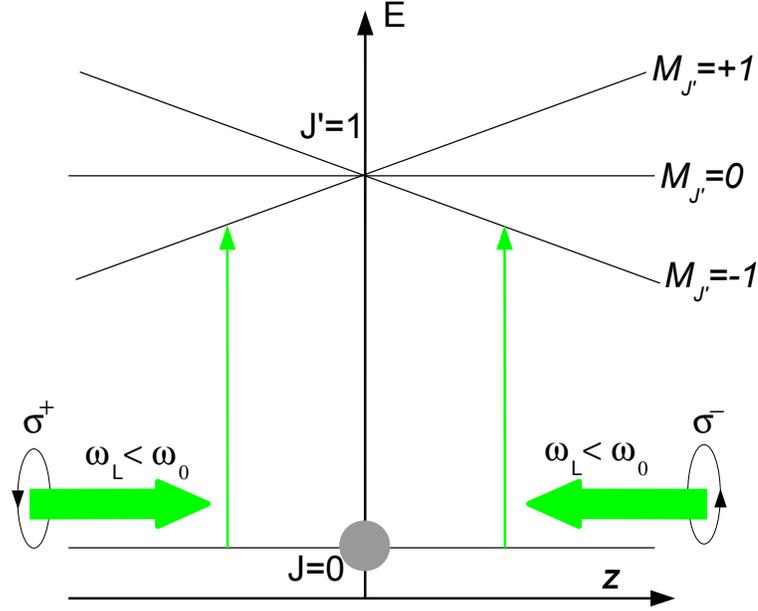
Anche se questa è una stima perché si assume una melassa infinitamente estesa, si può comunque stimare l'ordine di grandezza di  $t_D$  per la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  che, come spiegato in seguito, si utilizzerà per rallentare gli atomi. Per diffondere in 0.5 cm, un atomo impiega circa  $t_D = 0.2$  s. Per la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ , utilizzata per l'intrappolamento, invece il tempo di diffusione in 0.5 cm è molto più lungo ( $t_D = 45$  s), perché è una transizione più stretta, ma la velocità di cattura è troppo bassa per usarla per caricare un melassa. Questo tempo così breve è una delle limitazioni principali all'uso delle melasse per intrappolare gli atomi come sarà illustrato nella prossima sezione.

## 1.6 Trappola magneto-ottica (MOT)

L'utilizzo della pressione di radiazione per confinare gli atomi è caratterizzato da un limite fondamentale: le densità raggiunte sono molto basse perché gli atomi diffondono nella regione d'intersezione dei fasci laser e dopo un tempo relativamente breve escono dalla regione delimitata dai sei fasci. Questo è un limite di carattere fondamentale perché è legato alla natura stessa della forza dissipativa. Infatti questa è proporzionale a  $\mathbf{k}_L$ , ovvero al vettore di Poynting  $\mathbf{S}$  che, visto che non ci sono cariche su cui agire, ha divergenza nulla. Di conseguenza vale:

$$\nabla \cdot \mathcal{F}_{diss} = 0, \quad (1.69)$$

ovvero le linee di forza che entrano in un volume ne devono necessariamente uscire offrendo così agli atomi una possibilità di fuga (Teorema di Earnshaw ottico) [21]. Dunque un confinamento più efficace è impossibile facendo affidamento solo sulle forze dissipative. Per spezzare la proporzionalità tra vettore di Poynting e pressione di radiazione è necessario manipolare anche i gradi di libertà interni dell'atomo facendo in modo che



**Figura 1.8:** Schema del funzionamento di una trappola magneto-ottica per una transizione  $J = 0 \rightarrow J' = 1$ . Il campo magnetico  $\mathbf{B} = b \mathbf{e}_z$  rende la forza agente sugli atomi dipendente dalla posizione.

la costante di proporzionalità vari nello spazio. Per fare ciò è sufficiente aggiungere alla configurazione di melassa un debole campo magnetico variabile linearmente lungo l'asse di propagazione dei fasci contropropaganti (figura 1.8). In questo modo, nel caso semplice di una transizione  $J = 0 \rightarrow J' = 1$  (che poi è proprio quella dell'Itterbio), anche lo spostamento per effetto Zeeman dei sottolivelli  $M_J$  ha una dipendenza spaziale. La scelta delle polarizzazioni ( $\sigma^+ - \sigma^-$ ) dei fasci laser fa sì che l'atomo che si trova in  $z \neq 0$  assorba preferibilmente il fascio che lo spinge nuovamente verso  $z = 0$ . Inoltre dal momento che la frequenza dei fasci laser è minore della frequenza di risonanza atomica, a causa dell'effetto Doppler si avrà anche un raffreddamento. E' possibile ottenere in modo più quantitativo la pressione di radiazione dovuta a ciascuno dei due fasci laser semplicemente includendo lo spostamento della frequenza di risonanza per effetto Zeeman nell'eq.(1.70). Prendendo un campo magnetico con gradiente costante lungo  $z$  e che si annulla per  $z = 0$  ( $\mathbf{B} = b \mathbf{e}_z$ ), si ottiene che le due forze di scattering dovute ai due fasci assumono la forma:

$$\mathcal{F}_{\pm} = \pm \hbar k_L \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + 2NI/I_s + 4 \left[ \delta_L \mp \left( k_L v + \frac{g_{J'} M_{J'} \mu_B b z}{\hbar} \right) \right]^2 / \Gamma^2} \quad (1.70)$$

dove  $g_{J'}$  è il fattore di Landè dello stato eccitato,  $\mu_B$  è il magnetone di Bohr ed è stata considerata direttamente una configurazione  $N$  dimensionale. Analogamente a quanto fatto nella sezione 1.5 si può calcolare la forza totale sommando le due forze e facendo lo sviluppo per piccole velocità ( $k_L v \ll \Gamma$ ) e piccoli spostamenti ( $g_{J'} M_{J'} \mu_B b z / \hbar \ll \Gamma$ ). In questo modo si ottiene uno sviluppo in serie di potenze di  $k_L v + (g_{J'} M_{J'} \mu_B b z / \hbar)$ , il cui primo ordine è:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(v, z) &= 8\hbar k_L \frac{I}{I_s} \frac{\delta_L / \Gamma}{[1 + 2NI/I_s + 4\delta_L^2 / \Gamma^2]^2} \left( k_L v + \frac{g_{J'} M_{J'} \mu_B b z}{\hbar} \right) \\ &= -\alpha v - \kappa z \end{aligned} \quad (1.71)$$

dove  $\alpha$  è la stessa dell'equazione (1.45) mentre la costante di richiamo è:

$$\kappa = \alpha \frac{g_{J'} M_{J'} \mu_B b}{\hbar k_L} \quad (1.72)$$

Allora la forza media agente sull'atomo è in prima approssimazione quella di un oscillatore armonico smorzato:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \gamma \frac{dz}{dt} + \omega_{trap}^2 z = 0, \quad (1.73)$$

con  $\gamma = \alpha/m$  e  $\omega_{trap}^2 = \kappa/m$ . Gli atomi vengono catturati al centro della trappola se il moto è sovrasmorzato ovvero se vale la relazione:

$$\frac{\gamma}{4\omega_{trap}^2} = \frac{\hbar k_L^3}{m} \frac{\hbar}{g_{J'} M_{J'} \mu_B b I_s} \frac{I}{[1 + 2NI/I_s + 4\delta_L^2 / \Gamma^2]^2} \frac{2\delta_L / \Gamma}{\hbar} \gg 1 \quad (1.74)$$

che, a parte fattori numerici dipendenti da detuning e intensità, è sostanzialmente proporzionale al rapporto tra energia di rinculo e spostamento Zeeman della frequenza su una lunghezza pari alla lunghezza d'onda del laser  $\lambda_L$ :

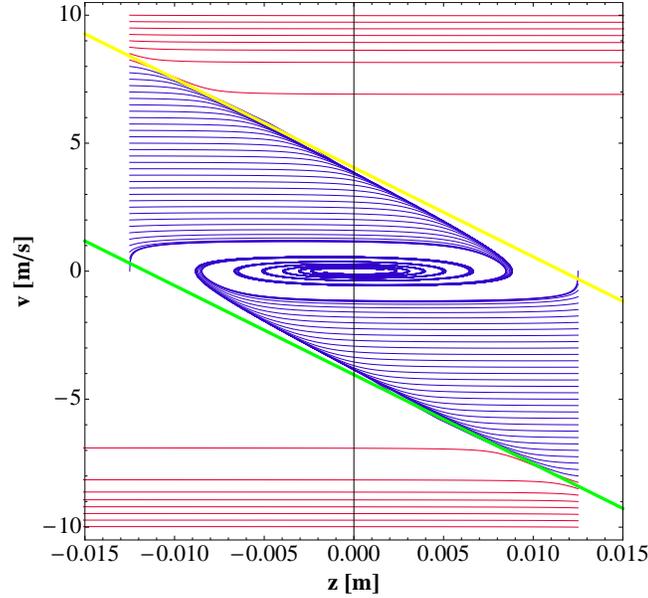
$$\frac{\gamma}{4\omega_{trap}^2} \propto \frac{E_r}{g_{J'} M_{J'} \mu_B b \lambda_L} \quad (1.75)$$

Per i parametri ottimali della MOT a singola frequenza (vedi sezione 3.2) si ottiene  $\gamma/4\omega_{trap}^2 \sim 2$ .

Nei paragrafi successivi saranno caratterizzati i parametri fondamentali della MOT ovvero velocità di cattura e temperatura.

## 1.7 Velocità di cattura

Si definisce velocità di cattura  $v_c$  della trappola la velocità massima che può avere un atomo per essere intrappolato su di una distanza uguale al diametro del fascio laser



**Figura 1.9:** Simulazione delle traiettorie degli atomi nello spazio delle fasi in una MOT sulla transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ . Le due rette rappresentano le equazioni (1.76) (verde) e (1.77) (giallo). In questo caso  $\delta_L = -40\Gamma$ ,  $I/I_s = 40$ ,  $b = 3$  Gauss/cm,  $r = 1.25$  cm.

2r. Si assuma un valore di  $\delta_L$  tale che le due lorentziane dei due fasci contropropaganti in eq. (1.70) non si sovrappongano nello spazio delle frequenze, ovvero tale per cui l'atomo senta solo la pressione di radiazione del fascio che si oppone al suo moto. In questo caso, si possono tracciare su un diagramma delle fasi  $(v, z)$  le due rette dove la forza esercitata sull'atomo è massima:

$$\delta_L - k_L v - \frac{g_{J'} M_{J'} \mu_B b z}{\hbar} = 0 \quad (1.76)$$

$$\delta_L + k_L v + \frac{g_{J'} M_{J'} \mu_B b z}{\hbar} = 0 \quad (1.77)$$

indicate in figura 1.9 in verde (1.76) e giallo (1.77). Se un atomo all'ingresso nella regione della MOT ha una velocità tale che la sua traiettoria nello spazio delle fasi è esterna alla regione del piano  $(z, v)$  compresa fra queste due rette, l'atomo avrà basse probabilità di essere intrappolato perché al di fuori di queste rette la forza che agisce sull'atomo decresce rapidamente. Gli atomi catturati sono quindi quelli che hanno una velocità iniziale  $v$  tale che la loro traiettoria nello spazio delle fasi abbia pendenza, in valore assoluto, superiore o uguale a quella delle rette che rappresentano i punti in cui la forza è massima. Nella figura 1.9 sono illustrate le traiettorie atomiche nello spazio

delle fasi integrando l'equazione del moto numericamente senza approssimazioni<sup>3</sup>, con le rette di risonanza. Si può notare che gli atomi catturati sono quelli per cui vale la condizione [17]:

$$\left| \frac{dv}{dz} \right| \geq \left| \frac{g_{J'} M_{J'} \mu_B b}{\hbar k_L} \right| \quad (1.78)$$

dove il secondo termine è la pendenza delle rette di risonanza. Allora, visto che vale la relazione:

$$\frac{dv}{dz} = \frac{dv}{dt} \frac{dt}{dz} = \frac{\mathcal{F}}{mv}, \quad \mathcal{F} = \hbar k_L \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s} \quad (1.79)$$

dove  $\mathcal{F}$  è la forza di un solo fascio sulla retta di risonanza, si ottiene l'espressione esplicita della velocità di cattura:

$$v_c = \frac{\hbar^2 k_L^2}{g_{J'} M_{J'} \mu_B b} \frac{1}{m} \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s} \quad (1.80)$$

Considerando che la scelta del gradiente di campo magnetico è fatta imponendo che un atomo a velocità nulla rimanga confinato nella regione di MOT di raggio  $r$ , sostituendo  $v = 0$  nelle equazioni (1.76) o (1.77) si ottiene la relazione tra  $b$  e  $\delta_L$ :

$$b = \frac{\hbar |\delta_L|}{g_{J'} M_{J'} \mu_B r} \quad (1.81)$$

Allora la velocità di cattura in funzione del detuning diventa:

$$v_c = \frac{\hbar k_L^2 r}{m |\delta_L|} \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s} \quad (1.82)$$

La velocità di cattura dunque satura al valore  $v_c = \hbar k_L^2 r / m |\delta_L|$  nel limite di intensità alte. Ad esempio nel caso dell'Itterbio, per i parametri utilizzati in figura 1.9, la velocità di cattura della transizione d'intercombinazione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  è circa  $v_c \sim 8$  m/s. In questo caso la velocità di cattura è piuttosto bassa a causa di una transizione relativamente stretta ( $\Gamma = 2\pi \cdot 182$  kHz) rispetto alle transizioni otticamente permesse ( $v_c \sim 1000$  m/s per la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ ) e questo rischia di compromettere il caricamento della MOT. Nella sezione 2.4 sarà spiegato come per risolvere questo problema e intrappolare un maggior numero di atomi, si debba ricorrere alla modulazione dei fasci di MOT per aumentare dunque la velocità di cattura e intrappolare classi di velocità atomiche più elevate.

<sup>3</sup>Nella simulazione in figura 1.9 vale  $I/I_s \gg 1$  ma le forze si possono lo stesso semplicemente sommare perché si assume una dimensione e fasci con polarizzazione ortogonale.

## 1.8 Temperatura e densità massima in una MOT

La temperatura che si ottiene in una MOT è in prima approssimazione uguale a quella calcolata per una melassa ottica. Infatti la forza di richiamo che viene aggiunta dalla presenza del campo magnetico è conservativa e non contribuisce a diminuire l'energia. Dunque il raffreddamento è dovuto solo alle fluttuazioni della forza viscosa e la temperatura di equilibrio è quella indicata nell'equazione (1.64).

Tuttavia, sfruttando il fatto che nel sistema c'è una forza lineare nella posizione, tramite il principio di equipartizione, si può stimare la dimensione della MOT considerando l'energia potenziale media. Infatti sostituendo nell'equazione:

$$\frac{1}{2}k_B T = \frac{1}{2}\kappa \langle x^2 \rangle \quad (1.83)$$

le espressioni della costante di richiamo  $\kappa$  (1.72) e della temperatura di equilibrio  $k_B T$  (1.64) si ottiene:

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\hbar \Gamma^3}{64 \delta^2 k_L^2} \frac{1}{g_{J'} M_{J'} \mu_B b} \frac{I_s}{I} \left[ 1 + 2N \frac{I}{I_s} + \left( \frac{2\delta}{\Gamma} \right)^2 \right]^3 \quad (1.84)$$

Da questa espressione sembra che le dimensioni della MOT crescano al crescere dell'intensità contrariamente al numero di atomi che satura perché c'è un limite superiore alla velocità di cattura  $v_c$ . Dunque la densità dovrebbe decrescere al crescere dell'intensità. In realtà le dimensioni e la densità in una MOT sono determinate da altri fattori non inclusi nella teoria fin qui sviluppata, in quanto per numeri tipici di atomi intrappolati il sistema smette di comportarsi come un gas perfetto [22]. Infatti se la densità degli atomi è sufficientemente alta, si creano delle forze a lungo range tra gli atomi dovute allo scattering multiplo di fotoni assorbiti e riemessi dagli atomi intrappolati. Questo meccanismo può essere descritto da due tipi di forze: una forza repulsiva che descrive l'assorbimento da parte degli atomi dei fotoni riemessi dagli altri atomi e una attrattiva generata dal fatto gli atomi all'interno della MOT vedono un'intensità più bassa a causa dell'assorbimento di quelli più esterni. Per quanto riguarda la forza repulsiva, prendendo una certa intensità incidente  $I$ , si può calcolare la potenza irradiata da un atomo eccitato, ovvero  $\langle dN/dt \rangle_{st} \hbar \omega \equiv \sigma_L I$ , e dunque l'intensità irradiata su una distanza  $d$  sarà [23]:

$$I_{rad} = \frac{\sigma_L I}{4\pi d^2}, \quad \sigma_L = \frac{\hbar \omega_L \Gamma}{I} \frac{s}{2(1+s)} \quad (1.85)$$

Allora la forza repulsiva tra due atomi a distanza  $\mathbf{r}$  generata dal riassorbimento dei fotoni scatterati sarà una forza a simmetria sferica decrescente con il quadrato della distanza:

$$\mathbf{F}_R(\mathbf{r}) = \frac{I}{c} \sigma_L \frac{\sigma_R}{4\pi r^3} \mathbf{r} \quad (1.86)$$

dove  $n$  è la densità,  $I$  l'intensità totale,  $\sigma_R$  è la sezione d'urto di assorbimento dei fotoni riemessi e  $c$  è la velocità della luce. Generalizzando a un insieme di atomi la forza diventa:

$$\mathbf{F}_R(\mathbf{r}) = \frac{I}{4\pi c} \sigma_L \sigma_R \int n(\mathbf{r}') \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\mathbf{r}' \quad (1.87)$$

Applicando il teorema di Gauss otteniamo:

$$\nabla \cdot \mathbf{F}_R = \frac{I}{c} \sigma_L \sigma_R n(\mathbf{r}) \quad (1.88)$$

Analogamente per definire la forza attrattiva, generata dall'“ombra” di area  $\sigma_L$  dell'assorbimento degli atomi più esterni, possiamo scrivere l'equazione:

$$\nabla \cdot \mathbf{F}_A = -\frac{I}{c} \sigma_L^2 n(\mathbf{r}) \quad (1.89)$$

E' importante notare che la luce reirradiata dagli atomi è differente dalla luce incidente sia nello spettro che nella polarizzazione quindi le due sezioni d'urto  $\sigma_L$  e  $\sigma_R$  non sono uguali. Dunque le due forze non si bilanciano ma, a seconda del segno di  $\sigma_R - \sigma_L$ , danno vita a una forza attrattiva o repulsiva. E' stato dimostrato che, per parametri sperimentali tipici,  $\sigma_R > \sigma_L$  e dunque la forza è repulsiva e limita la densità ottenibile nella MOT. La densità di equilibrio si ottiene quando  $\mathbf{F}_R - \mathbf{F}_A$  si bilancia con la forza di richiamo  $-\kappa\mathbf{r}$ , che si assume anch'essa a simmetria sferica per semplicità. Visto che  $\sigma_R > \sigma_L$ , la densità di equilibrio è calcolabile annullando la somma delle divergenze delle tre forze ( $\nabla \cdot (-\kappa\mathbf{r}) = -3\kappa$ ) ottenendo così:

$$n = \frac{3\kappa c}{I\sigma_L(\sigma_R/\sigma_L - 1)} \quad (1.90)$$

Un calcolo approssimato di  $\sigma_R/\sigma_L - 1$  tenendo conto della distribuzione spettrale della luce riemessa dagli atomi (tripletto di Mollow), porta all'espressione [24]:

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_L} - 1 \simeq \left( \frac{s}{s+1} \right) \frac{\delta_L^2}{s(\delta_L^2 + \Gamma^2/4) + \Gamma^2/4} \quad (1.91)$$

Sostituendo questo valore nella (1.90) si ottiene:

$$n_{max} = \frac{3\kappa c}{I\sigma_L^2} \left( \frac{s}{1 + s \frac{\delta_L^2}{s(\delta_L^2 + \Gamma^2/4) + \Gamma^2/4}} \right)^{-1} \quad (1.92)$$

Prendendo il valore massimo del coefficiente di viscosità e parametri tipici per  $b$  e  $I$ , la densità massima è dell'ordine  $n_{max} \approx 10^{12} \text{cm}^{-3}$  che è la densità massima osservata anche in questo esperimento.

In una MOT ad alta densità inoltre ci sono anche effetti che fanno sì che la temperatura osservata sia maggiore di quella prevista dalla teoria Doppler, come è stato osservato in questa tesi. Questi effetti verranno descritti nella sezione 3.4 dove si commenteranno i risultati sperimentali.

## Capitolo 2

# Descrizione dell'apparato sperimentale

In questa sezione saranno descritte in dettaglio le componenti dell'apparato sperimentale costruito per rallentare e raffreddare atomi di Itterbio. L'apparato può essere suddiviso in tre parti principali:

- **Le Sorgenti Laser** utilizzate per produrre le radiazioni risonanti con le transizioni  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  a 399 nm e  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  a 556 nm. Non esistendo laser commerciali a queste lunghezze d'onda, entrambe vengono prodotte tramite la generazione di seconda armonica (SHG), i cui principi fisici sono illustrati brevemente nell'appendice A. Per manipolare efficientemente gli atomi, i laser rispettano dei requisiti di purezza spettrale, di potenza emessa e di stabilità ottenuta tramite feedback elettronici. Inoltre è cruciale il controllo della frequenza che è attuato tramite degli AOM<sup>1</sup> (Acousto-Optical Modulator). In particolare per la transizione a 556 nm è stato necessario costruire un apposito AOM-driver per la modulazione dei fasci di MOT per aumentare la velocità di cattura  $v_c$  (vedi sezione 1.7). Durante il lavoro di tesi è stata progettata e costruita il sistema di suddivisione dei fasci di MOT dopo la cavità di duplicazione ed è stato costruito l'AOM-driver per effettuare la modulazione di frequenza dei fasci di MOT. Inoltre è stato caratterizzato e ottimizzato l'aggancio della radiazione a 556 nm sulla transizione d'intercombinazione.

---

<sup>1</sup>L'AOM è un dispositivo che si basa sull'interazione fotone-fonone permettendo di aggiungere o sottrarre una radiofrequenza a una frequenza ottica. La radiofrequenza alimenta un trasduttore che eccita dei fononi in un cristallo all'interno del quale passa la radiazione laser. A seguito dell'interazione fotone-fonone parte del fascio laser viene diffratta con una frequenza e un angolo determinati dalla conservazione di energia e impulso.

- **Il sistema da vuoto** che oltre al forno e allo Zeeman Slower comprende la cella ad ultra alto vuoto della MOT, le bobine che creano il gradiente di campo magnetico e la bobina di compensazione del campo dello Zeeman Slower. Durante questo lavoro di tesi è stato eseguito il baking e il montaggio di tutte le componenti di ultra alto vuoto che riguardano la MOT. In particolare è stata testata e caratterizzata la cavità che è montata all'interno della cella che in futuro servirà a realizzare una trappola di dipolo per il trasporto ottico del campione atomico (vedi sezione 3.6). Inoltre sono state avvolte e caratterizzate le bobine per la MOT e di compensazione misurandone il campo e l'induttanza.
- **Lo Zeeman Slower** ovvero l'apparato utilizzato per rallentare il fascio atomico di Itterbio proveniente dal forno da velocità termiche a velocità compatibili con la velocità di cattura  $v_c$  della MOT. Nella sezione 2.6 saranno spiegati i principi di funzionamento dello Zeeman Slower e gli accorgimenti presi per ottenere il maggior flusso di atomi possibile. Ulteriori informazioni sulla sua progettazione e funzionamento sono disponibili nella tesina triennale [25].

## 2.1 Sorgenti laser

Le transizioni dell'Itterbio non sono nell'infrarosso o nel vicino infrarosso come le transizioni tipiche degli alcalini e dunque non è possibile utilizzare dei laser a diodo per ottenere potenze sufficienti per rallentare e intrappolare gli atomi. Non esistendo in commercio dei laser con le caratteristiche di purezza spettrale e tunabilità alle lunghezze d'onda delle transizioni dell'Itterbio (399 nm e 556 nm), si deve ricorrere a processi non lineari come la generazione di seconda armonica (SHG) che permette di sommare coerentemente due fasci laser a frequenza  $\omega$  ottenendo una radiazione coerente a frequenza  $2\omega$ . Dunque partendo da laser nell'infrarosso (1112 nm) o nel vicino infrarosso (798 nm) verranno prodotte radiazioni laser alle frequenze desiderate.

### 2.1.1 Generazione della luce laser a 556 nm

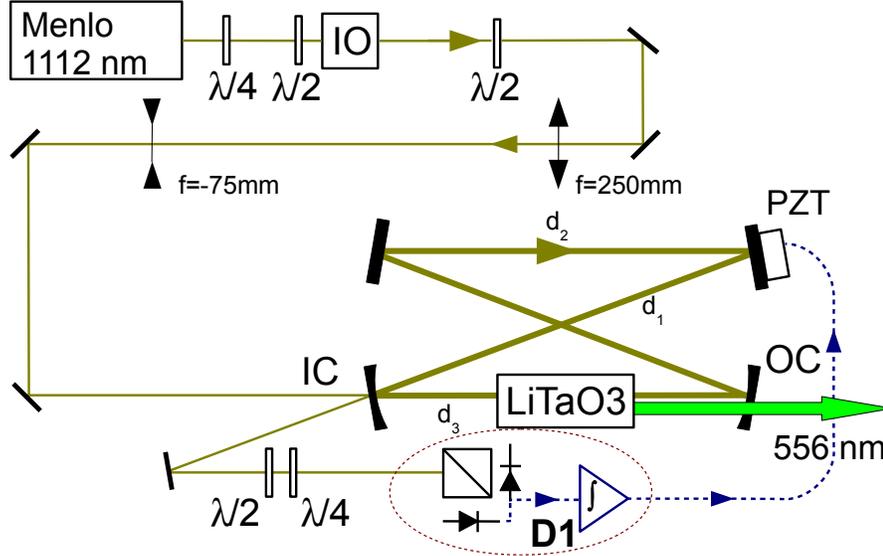
La generazione della luce verde a 556 nm per intrappolare gli atomi nella MOT è ottenuta a partire da un laser in fibra nell'infrarosso a 1112 nm, Menlo System, mod. Orange one. Le specifiche tecniche di questo laser sono:

- Singolo modo a 1112 nm creato per effetto nonlineare di una fibra in Silicio drogata con ioni  $\text{Yb}^+$ . La potenza in uscita può arrivare fino a 2 W.
- Larghezza di riga  $< 100$  kHz.

- Possibilità di controllare la lunghezza d'onda variando la temperatura della fibra su un intervallo di circa 450 pm.
- Controllo esterno con un piezoelettrico che applica una pressione sulla fibra cambiandone la sezione e facendo quindi cambiamenti veloci di frequenza con una banda di 10 kHz e su un intervallo di circa 9 pm.
- La polarizzazione in uscita dalla fibra oscilla lentamente nel tempo (nell'ordine dei minuti).

L'apparato per la SHG è illustrato nella figura 2.1. Subito dopo la fibra che emette la radiazione a 1112 nm viene inserito un isolatore ottico con la funzione di proteggere il laser da eventuali retroriflessioni accidentali dei componenti ottici successivi che potrebbero bruciare la fibra o danneggiare il laser. Questo dispositivo consiste in due cubi polarizzatori (PBS) le cui superfici semiriflettenti sono disposte a  $45^\circ$  l'una rispetto all'altra e in mezzo alle quali la polarizzazione viene ruotata per effetto Faraday in modo che la luce possa passare solo in un verso. Per ottimizzare il passaggio nell'isolatore ottico subito prima di esso sono inserite due lamine  $\lambda/2$  e  $\lambda/4$ . Subito dopo invece c'è una  $\lambda/2$  per ottimizzare l'efficienza del processo SHG e il segnale di errore come sarà chiaro più avanti.

La scelta della cavità è fatta per ottenere una potenza di pompa incidente sul cristallo più alta del caso del singolo passaggio in modo da ottenere una migliore efficienza perché il processo di SHG è quadratico con il campo. Infatti utilizzare il cristallo in singolo passaggio non sarebbe stato sufficiente per generare la potenza richiesta per l'esperimento. In particolare la scelta di utilizzare la cavità "bow-tie" e non un tradizionale risonatore lineare, è stata fatta per non creare un'onda stazionaria al suo interno, con conseguenti problemi di spatial hole burning, ma facendo sì che la luce attraversi il cristallo solo in un verso. Dunque la cavità "bow-tie" è costituita da quattro specchi: due piani, lo specchio d'ingresso (input coupler o IC in fig 2.1,  $R_1 = 95\%$  a 1112 nm) e uno specchio munito di piezoelettrico per controllare la lunghezza della cavità (PZT,  $R_3 = 99.9\%$ ), e due sferici di raggio di curvatura  $r_c = 100$  mm di cui uno costituisce lo specchio di uscita della cavità (output coupler o OC,  $R_o = 99.9\%$  per 1112 nm e  $R < 1\%$  per 556 nm). Il fascio laser è accoppiato in cavità tramite l'IC che è posto a  $d_1 = 133$  mm dallo specchio piano sul lato opposto. La distanza tra gli specchi piani è  $d_2 = 150$  mm. Un cristallo non lineare di Tantalato di Litio ( $\text{LiTaO}_3$ ) lungo  $L_c = 10$  mm è posto a  $d_3 = 45$  mm dall'input coupler in modo che sia centrato nel waist del fascio che è circa  $W_0 = 13$   $\mu\text{m}$ . Dunque il cammino ottico totale della cavità è  $L = n_c L_c + 2d_1 + d_2 + 2d_3 = 528$  mm dove  $n_c = 2.2$  è l'indice di rifrazione del



**Figura 2.1:** Apparato sperimentale per la generazione di seconda armonica da 1112 a 556 nm: Isolatore ottico (IO). Input e output coupler (IC) e (OC). Specchio munito di piezoelettrico per l'aggancio (PZT).

cristallo  $\text{LiTaO}_3$ . Allora il free spectral range (FSR) è:

$$\text{FSR} = \frac{c}{L} = 567 \text{ MHz.} \quad (2.1)$$

Il cristallo è periodically poled con periodo  $\Lambda = 9.12 \mu\text{m}$  ed è dotato di coating anti-riflesso per la luce a 1112 nm e stabilizzato termicamente tramite una cella Peltier per massimizzare l'efficienza del processo di duplicazione come spiegato nella appendice A. Inoltre il cristallo è drogato con ioni di ossido di magnesio ( $\text{MgO}$ ) per far sí che la soglia di danneggiamento per alte potenze d'ingresso sia innalzata. La radiazione proveniente dall'IC viene analizzata in polarizzazione con due lamine  $\lambda/2$  e  $\lambda/4$  più un PBS e le due polarizzazioni verticale e orizzontale vengono analizzate da un fotodiode differenziale per realizzare il metodo di aggancio Hänsch-Couillaud [26].

Questo metodo solitamente viene applicato a cavità con un elemento polarizzatore al proprio interno. Visto che solo una componente può circolare nella cavità (l'altra viene assorbita dal polarizzatore), la polarizzazione del segnale proveniente dall'IC consiste in due componenti: quella parallela al polarizzatore è la somma della riflessione parziale della luce incidente più la trasmissione parziale della luce che viene trasmessa dall'IC dopo aver compiuto un round-trip nella cavità, non essendo assorbita dal polarizzatore; l'altra componente è quella ortogonale al polarizzatore che è semplicemente

la riflessione parziale dell'IC visto che la parte di radiazione che entra in cavità viene assorbita dal polarizzatore. Il vantaggio principale di questo metodo è che non bisogna ricorrere a una modulazione di frequenza (come ad esempio nel metodo Pound-Drever-Hall [27]) per ottenere un segnale di errore dispersivo rispetto alla risonanza della cavità ma è sufficiente solo analizzare la polarizzazione del fascio proveniente dall'IC. Un altro vantaggio è che il segnale di errore così ottenuto rimane significativo anche lontano dalla risonanza e quindi, se utilizzato per un feedback sul laser o sulla cavità stessa, riesce a compensare anche ampi salti di frequenza accidentali. In questo caso il feedback agisce sullo specchio munito di piezoelettrico (PZT in figura 2.1) e fa in modo che la cavità segua le fluttuazioni del laser rimanendo sempre in risonanza e garantendo una potenza a 556 nm stabile nel tempo.

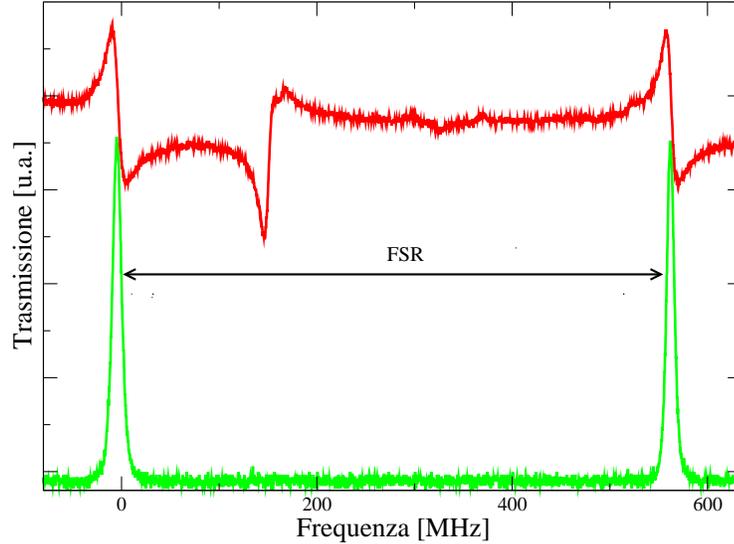
Il metodo Hänsch-Couillaud in questo caso è applicato in base al fatto che la SHG è massimizzata solo per una componente di polarizzazione del campo incidente orientata secondo un certo angolo  $\theta$  dato dalle specifiche tecniche del cristallo. Dunque il cristallo fa da elemento polarizzatore in quanto la componente  $E_{\parallel}^{(i)} = E^{(i)} \cos(\theta)$  viene convertita con una certa efficienza  $\eta$  in radiazione a 556 nm ed esce dalla cavità mentre la componente ortogonale  $E_{\perp}^{(i)} = E^{(i)} \sin(\theta)$  riesce a fare il round-trip della cavità ed a ritornare all'IC con un ritardo di fase  $\delta$ . Dunque usando il formalismo standard [28] per tener conto delle riflessioni e trasmissioni multiple e definiti  $R_2$  e  $T_1$  rispettivamente il coefficiente di riflessione cumulativo di un round-trip in cavità e il coefficiente di trasmissione dell'IC, abbiamo che le due componenti che sono rivelate dal fotodiode differenziale D1 per costituire il segnale di aggancio sono:

$$E_{\parallel}^{(r)} = E_{\parallel}^{(i)} \left[ \sqrt{R} - \frac{T_1 R}{\sqrt{R_1}} \frac{(1 - \eta)e^{i\delta}}{1 - (1 - \eta)R e^{i\delta}} \right] \quad (2.2)$$

$$E_{\perp}^{(r)} = E_{\perp}^{(i)} \left[ \sqrt{R} - \frac{T_1 R}{\sqrt{R_1}} \frac{e^{i\delta}}{1 - R e^{i\delta}} \right] \quad (2.3)$$

Dove  $\eta$  è l'efficienza di conversione,  $R = \sqrt{R_1 R_2}$  è il coefficiente che determina la finesse della cavità  $F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$  senza tener conto delle perdite per SHG. In questa trattazione, per semplicità si assume un'efficienza di conversione del 100% ( $\eta = 1$ ) per la componente  $E_{\parallel}^{(i)}$  e dunque si ottiene semplicemente  $E_{\parallel}^{(r)} = E_{\parallel}^{(i)} \sqrt{R}$ . Dunque si può notare che se le due componenti sono in fase ( $\delta = 2m\pi$ ), la polarizzazione dell'onda risultante sarà lineare (anche se ruotata rispetto alla polarizzazione originale). Invece se  $\delta \neq 2m\pi$  la polarizzazione risultante è ellittica a causa della componente immaginaria acquisita da  $E_{\perp}^{(r)}$ . Analizzando la polarizzazione dell'onda riflessa per un arbitrario valore di  $\delta$  otteniamo la seguente differenza tra le due componenti d'intensità:

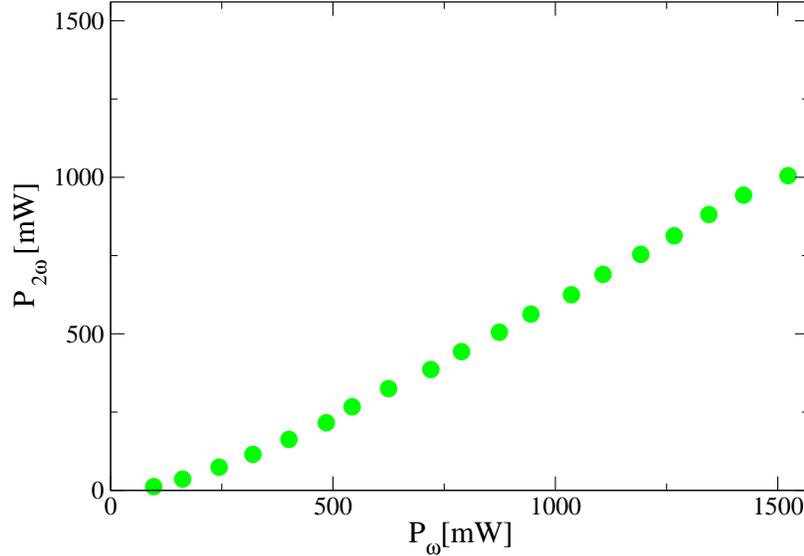
$$I_{\parallel} - I_{\perp} = I^{(i)} 2 \cos(\theta) \sin(\theta) \left[ \frac{T_1 \sin(\delta)}{(1 - R)^2 4 \sin^2(\delta/2)} \right] \quad (2.4)$$



**Figura 2.2:** Segnale di trasmissione dalla cavità di duplicazione con rispettivo segnale di errore ottenuto tramite il metodo Haensch-Coulliaud.

Questo segnale dispersivo è ottenuto tramite un fotodiode differenziale che rivela separatamente le intensità delle due componenti di polarizzazione e tramite un semplice circuito effettua la differenza delle due fotocorrenti. Il segnale di errore viene quindi processato opportunamente da un controllore PID<sup>2</sup> e inviato al piezoelettrico sullo specchio della cavità per attuare il feedback. Nella figura 2.2 è riportato il segnale di trasmissione della cavità e i segnali di errore dispersivi corrispondenti ai picchi di risonanza ottenuti effettuando una scansione in frequenza della cavità tramite il piezoelettrico montato sullo specchio. Si noti che, a causa del fatto che la cavità trasmette parzialmente anche un modo diverso dal TEM<sub>00</sub>, c'è un segnale dispersivo in più in corrispondenza di un picco di risonanza che non è visibile sulla scala della figura 2.2. La Finesse  $F = FSR/\Delta\nu_{00} = 67$  (dove FSR è il Free Spectral Range) è stata misurata tramite il confronto tra la distanza tra due picchi di risonanza consecutivi e la larghezza del singolo picco  $\Delta\nu_{00}$  del modo principale TEM<sub>00</sub>. Per quanto riguarda l'efficienza di conversione di SHG, si sono misurate le potenze in uscita dalla cavità al variare delle

<sup>2</sup>Il PID è un circuito di controllo in retroazione negativa che acquisisce un segnale d'ingresso e lo confronta con un segnale di riferimento. La retroazione controllata dal PID agisce in modo che i due segnali d'ingresso abbiano differenza nulla.



**Figura 2.3:** Potenza della luce verde a 556 nm in funzione della potenza del laser a 1112 nm.

potenze di ingresso del laser infrarosso a 1112 nm. Il risultato è illustrato in figura 2.3. L'andamento teorico ottimale della SHG per un fascio gaussiano focalizzato [29] con il waist nel centro del cristallo e per una scelta opportuna del “momentum mismatch”  $\Delta k$  e del range di Rayleigh  $z_R$ , è:

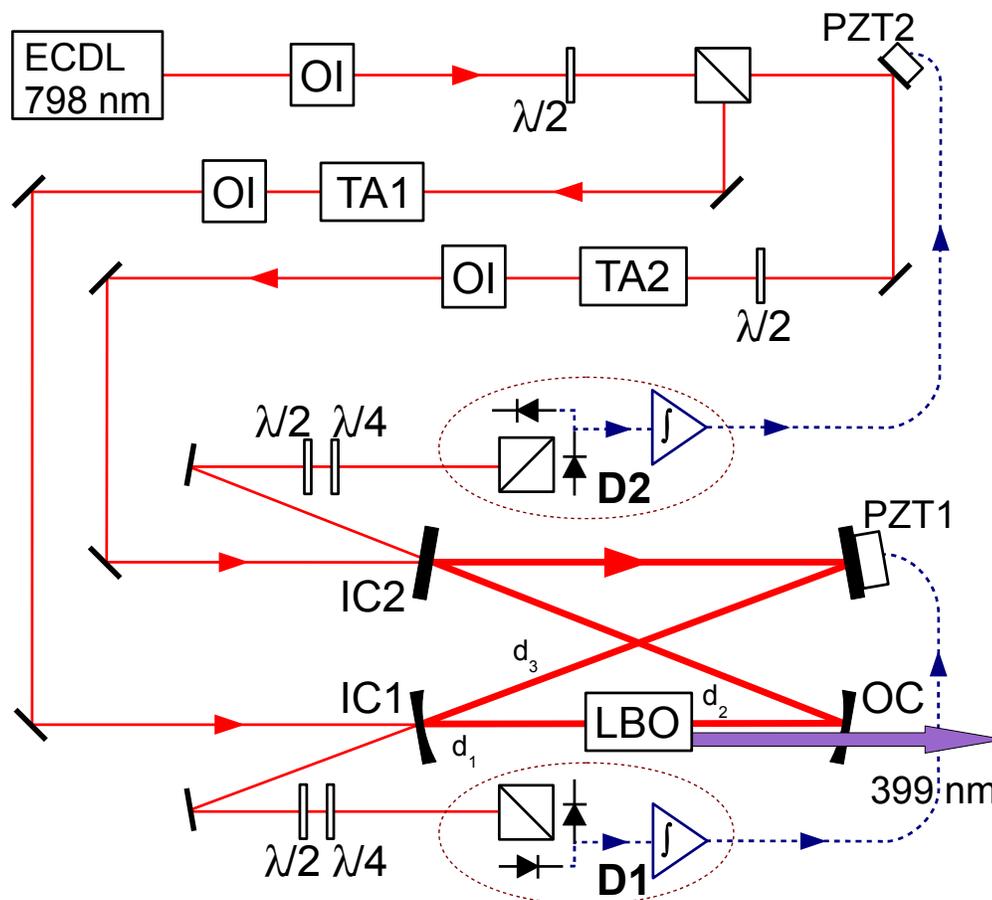
$$P_{2\omega} = K \frac{128\pi^2 \omega_1^3 d_{eff}^2 L_c}{c^4 n_1 n_2} P_{\omega}^2 \quad (2.5)$$

dove  $K$  è un parametro numerico,  $L_c$  è la lunghezza del cristallo e  $d_{eff}$  è la suscettività non lineare efficace (vedi appendice A). L'andamento sperimentale tuttavia è quadratico solo all'inizio poi, per potenze più alte, il fascio di pompa viene svuotato e dunque l'ampiezza della seconda armonica satura come spiegato in appendice A e mostrato in figura A.3. Si può notare che con circa 1.5 W di infrarosso a 1112 nm si ottiene 1 W di potenza a 556 nm. Questo corrisponde a un'elevata efficienza del processo di duplicazione, pari a  $\eta = 66\%$ .

### 2.1.2 Generazione della luce laser a 399 nm

La radiazione viola a 399 viene utilizzata, oltre che per rallentare il fascio atomico uscente dal forno, anche per fare imaging di assorbimento degli atomi intrappolati nella MOT. In realtà verrà utilizzato in una fase successiva anche per fare raffreddamento trasverso del fascio stesso prima che questo entri nello Zeeman slower per aumentare il flusso di atomi nella MOT. La potenza minima richiesta per tutti questi usi è di circa 500 mW.

Per la generazione di seconda armonica si utilizza lo stesso schema della radiazione a 556, con una SHG partendo da un laser a 798 nm. Nello schema inizialmente sviluppato la radiazione a 798 nm veniva ottenuta da un laser a diodo in configurazione di cavità estesa (ECDL). Tuttavia questi tipi di diodi laser, anche se amplificati da un MOPA (Master-oscillator power amplifier), non permettono di arrivare a produrre 1W di potenza necessaria per ottenere 500 mW di potenza a 399 nm. Dunque per aumentare la potenza della radiazione a 399 nm è stato inizialmente sviluppato lo schema mostrato in figura 2.4 dove si opera una doppia iniezione della cavità con due fasci provenienti dallo stesso laser a diodo e poi amplificati separatamente da due MOPA [30]. Per aumentare la SHG i fasci devono interferire costruttivamente nella cavità e perché questa condizione d'interferenza sia soddisfatta, la fase relativa tra i cammini ottici dei due fasci dev'essere un multiplo intero di  $2\pi$ . Dunque l'unica differenza con lo schema utilizzato per la radiazione a 556 nm è che il segnale di riflessione del secondo input coupler IC2 viene utilizzato per creare un ulteriore segnale dispersivo tramite il metodo Haensch-Coulliaud che va ad attuare il feedback sul cammino ottico del secondo fascio per fare in modo che questo sia sempre in fase con il primo fascio. Il laser principale è un laser a diodo in cavità estesa (ECDL) che genera radiazione a 798 nm con una potenza di circa 120 mW. Il fascio laser primario viene separato in due fasci che iniettano rispettivamente due MOPA (TA1 e TA2) ognuno dei quali presenta in uscita una potenza di circa 0.5 W di luce polarizzata linearmente dopo un isolatore ottico di 35 dB. Come per l'apparato per la generazione della radiazione a 556 nm, la cavità è di tipo bow-tie con quattro specchi di cui due piani (IC2 e PZT1) e due curvi (IC1 e OC) con raggio di curvatura rispettivamente di  $r_c = 60$  mm e  $r_c = 100$  mm. Un cristallo di Triborato di Litio (LBO), tagliato per un phase matching di tipo I (vedi appendice A), lungo 15 mm e mantenuto a una temperatura costante di circa 55 °C, è posto tra i due specchi curvi a una distanza di  $d_1 = 25$  mm dall'IC1 e  $d_2 = 67$  mm dall'OC. La radiazione infrarossa viene iniettata nella cavità tramite due specchi d'ingresso (IC1 e IC2) che hanno rispettivamente una riflettività 99.2% e 99.0% a 798 nm. Gli altri due specchi hanno una riflettività migliore del 99.9% nell'infrarosso. Il cammino ottico che connette IC1 all'OC passando per i due specchi piani è  $d_3 = 300$  mm. Dunque il cammino ottico totale in cavità è  $L = d_1 + d_2 + d_3 + n_c L_c = 400$  mm, con  $n_c = 1.55$

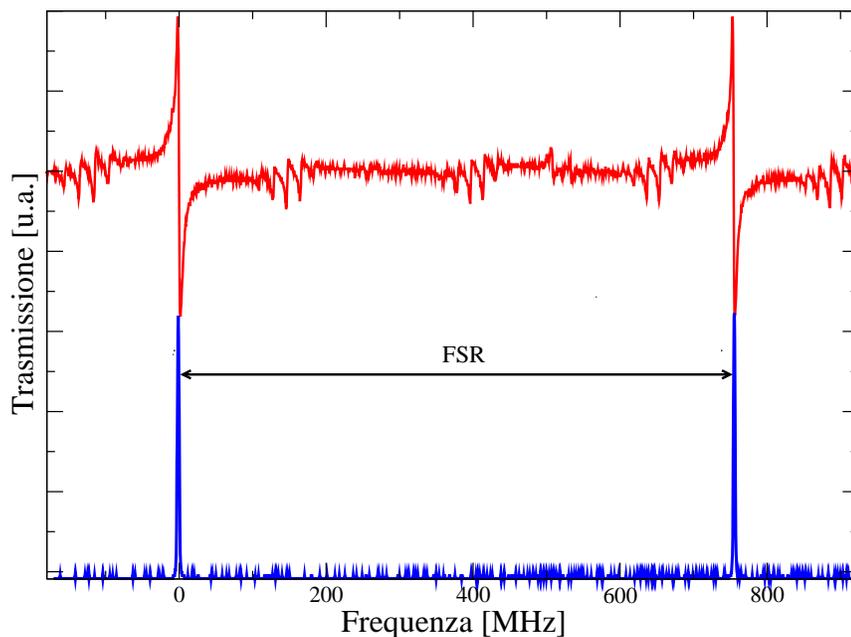


**Figura 2.4:** Apparato sperimentale per la generazione di seconda armonica da 798 a 399 nm. ECDL: Extended cavity diode laser. IO: Isolatore ottico. TA1 e TA2: Master oscillator power amplifiers. IC1 e IC2: input couplers. OC: output coupler. PZT1: specchio munito di piezoelettrico che controlla la lunghezza della cavità. PZT2: Specchio munito di piezoelettrico che controlla la fase relativa tra i due fasci. D1 e D2: due fotodiodi differenziali per effettuare il feedback tramite PZT1 e PZT2.

l'indice di rifrazione del cristallo LBO. Allora il free spectral range è:

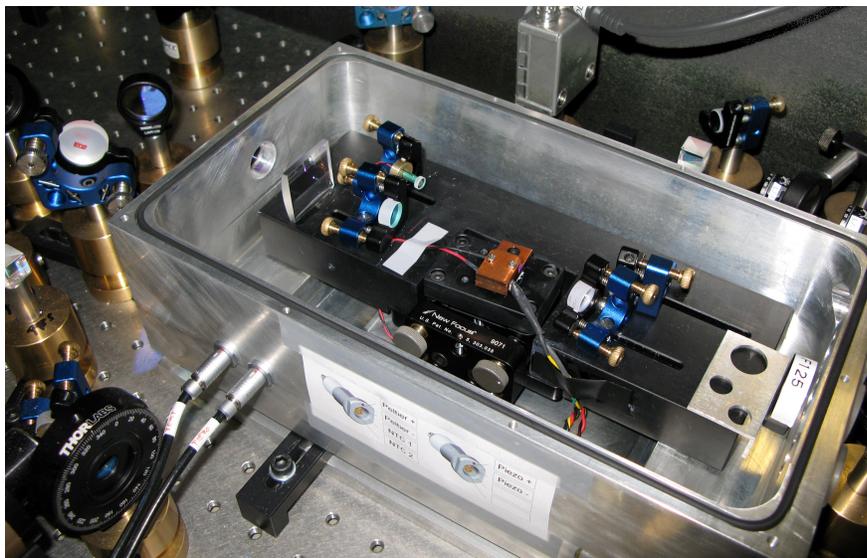
$$\text{FSR} = \frac{c}{L} = 749 \text{ MHz} \quad (2.6)$$

Il segnale di trasmissione della cavità e i relativi segnali di errore sono illustrati in figura 2.5. I segnali di errore più piccoli che si notano ai margini di quelli principali fanno riferimento a picchi di risonanza di modi trasversali non visibili su questa scala. Questo



**Figura 2.5:** Picchi di risonanza e relativi segnali di errore della cavità per la generazione della luce viola a 399 nm misurati utilizzando il laser Titanio-Zaffiro MBR.

apparato sperimentale permette di ottenere in uscita 150 mW di luce laser a 399 nm con una larghezza di riga  $< 1$  MHz, molto inferiore rispetto a quella naturale della transizione ( $\Gamma_{399}/2\pi = 28.9$  MHz). Questa potenza è insufficiente per gli obiettivi dell'esperimento. Inoltre, a causa della presenza di due agganci contemporanei, il sistema si è rivelato alquanto sensibile alle vibrazioni acustiche presenti in laboratorio. Si è provato a isolare la cavità dalle vibrazioni acustiche mettendola sotto vuoto in una scatola di alluminio (vedi figura 2.6) ma senza sostanziali miglioramenti. Allora, in attesa di sviluppare un nuovo apparato per la produzione della luce a 399 nm, basata su due SHG in cascata a partire da un laser a 1600 nm, si è utilizzato come laser di iniezione della cavità di duplicazione un Titanio-Zaffiro (Coherent MBR 110) a sua volta pompato da un laser a stato solido Coherent Verdi-18 a 532 nm. L'MBR è un laser la cui lunghezza d'onda è accordabile tra 700 e 1000 nm grazie a un filtro birifrangente e dotato di una larghezza di riga  $< 100$  kHz. La potenza massima in uscita è 4 W per 798 nm ottenuta utilizzando



**Figura 2.6:** Foto della cavità per la generazione di seconda armonica da 798 a 399 nm e della scatola di alluminio costruita per isolarla dalle vibrazioni meccaniche e acustiche.

come pompa 18 W emessi dal laser Verdi. E' possibile stabilizzare la frequenza del laser MBR tramite una cavità interna di riferimento e variando la lunghezza di quest'ultima, si può controllare la frequenza di emissione del laser con un segnale esterno.

Utilizzando il laser Titanio-Zaffiro, lo schema sperimentale si è semplificato notevolmente in quanto si effettua un solo aggancio sul picco di risonanza della cavità con il metodo Haensch-Coulliaud proprio come nel setup per la generazione della luce a 556 nm. Avere solo l'aggancio della cavità al laser ha migliorato molto la stabilità della luce a 399 rispetto alle vibrazioni acustiche e meccaniche. Inoltre è stato sostituito lo specchio IC2 (vedi figura 2.4) con uno specchio ad alta riflettività ( $R = 99\%$  a 798 nm) per migliorare la Finesse della cavità e la potenza di pompa del cristallo. Con questi cambiamenti, utilizzando una potenza di 1.3 W, è stato possibile ottenere una potenza in uscita di circa 450 mW di luce a 399 nm che è sufficiente per gli obiettivi dell'esperimento.

## 2.2 Aggancio dei laser sulla fluorescenza delle transizioni atomiche

Per manipolare gli atomi in maniera efficiente uno dei punti di fondamentale importanza è la stabilità e il controllo della frequenza dei laser. Le fluttuazioni e i drift

della frequenza del laser in fibra a 1112 nm e del Titanio-Zaffiro a 798 nm sono dovuti principalmente a fluttuazioni termiche e meccaniche. La frequenza di emissione deve essere quindi stabilizzata attraverso dei meccanismi di feedback elettronico in cui gli oscillatori di riferimento sono proprio le transizioni atomiche. E' importante puntualizzare che i feedback non migliorano la purezza spettrale del laser, ma correggono solo fluttuazioni su scale temporali molto più lunghe rispetto alla larghezza di riga dei laser ( $< 100$  kHz per entrambi i dispositivi, che è sufficientemente stretta ai fini dell'esperimento). Per agganciare la frequenza dei laser alle risonanze atomiche si devia parte della radiazione laser su un fascio atomico di Itterbio proveniente da un piccolo forno e si rivela il segnale di fluorescenza con un fotodiodo per la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ , ( $\Gamma = 2\pi \cdot 28.9$  MHz) e un fotomoltiplicatore (mod. Hamamatsu H7827-012) per la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ , ( $\Gamma = 2\pi \cdot 182$  kHz) che è molto più stretta e quindi il segnale di fluorescenza è più debole. Per stabilizzare attivamente il laser però è necessario un segnale antisimmetrico che discrimini gli spostamenti del laser verso basse o alte frequenze proprio come nel caso dell'aggancio della cavità per la duplicazione di frequenza con il metodo Hansch-Coulliaud. La differenza è che in questo caso il segnale dispersivo è ottenuto modulando la frequenza del fascio laser che effettua la spettroscopia. Infatti se la frequenza del fascio di spettroscopia è modulata in frequenza tramite un AOM che viene alimentato con un'onda con frequenza<sup>3</sup>  $a \cos(\nu t)$ , il segnale di fluorescenza rivelato dal fotodiodo è:

$$f(\omega) = f(\omega_0 + a \cos(\nu t)) \quad (2.7)$$

dove  $a$  e  $\nu$  sono rispettivamente l'ampiezza e la frequenza di modulazione. Per ampiezze di modulazione piccole si può sviluppare intorno alla frequenza di risonanza  $\omega_0$  scomponendo il segnale nei termini proporzionali alle armoniche della frequenza di modulazione  $\nu$ :

$$\begin{aligned} f(\omega) &= f(\omega_0) + \frac{a^2}{4} f''(\omega_0) + \mathcal{O}(a^4) \\ &+ \left[ a f'(\omega_0) + \frac{a^3}{8} f'''(\omega_0) + \mathcal{O}(a^5) \right] \cos(\nu t) \\ &+ \left[ \frac{a^2}{4} f''(\omega_0) + \mathcal{O}(a^4) \right] \cos(2\nu t) \\ &+ \left[ \frac{a^3}{24} f'''(\omega_0) + \mathcal{O}(a^5) \right] \cos(3\nu t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Notiamo che il termine oscillante a frequenza  $\nu$  contiene tutte le derivate dispari a partire dalla prima pesate per coefficienti dipendenti dall'ampiezza di modulazione  $a$ , il

<sup>3</sup>In realtà all'AOM è alimentato con un'onda oscillante alla frequenza  $\Delta(t) = \Delta_0 + a \cos(\nu t)$  ma la frequenza principale in questa sezione viene omessa per semplicità.

termine oscillante a  $2\nu$  contiene tutte le derivate pari a partire dalla seconda e così via. Dunque inviando il segnale  $f(\omega_0 + a \cos(\nu t))$  all'ingresso di un amplificatore lock-in<sup>4</sup> che abbia come riferimento l' $n$ -esima armonica di  $\nu$  è possibile isolare il contributo di quella armonica e ottenere un segnale proporzionale all' $n$ -esima derivata di  $f(\omega)$  (al primo ordine significativo). In particolare, prendendo come riferimento la frequenza di modulazione stessa  $\nu$ , per  $a$  sufficientemente piccole, si isola la derivata prima di  $f(\omega)$  che costituisce il segnale dispersivo, che opportunamente processato da un PID, viene utilizzato per effettuare il feedback sul laser. Per quanto riguarda il laser a 1112 nm, il segnale di errore opportunamente amplificato (vedi sezione 2.2.2) alimenta un piezoelettrico che agendo sulla fibra del laser, ne cambia la frequenza. Invece nel caso del Titanio-Zaffiro, il segnale di errore viene utilizzato per variare la lunghezza della cavità interna di riferimento a cui il laser stesso è agganciato. Nei prossimi paragrafi, sono caratterizzati gli agganci in frequenza dei due laser che generano le radiazioni a 399 e 556 nm, mettendone in luce le differenze, dovute principalmente alla diversità delle larghezze di riga delle transizioni.

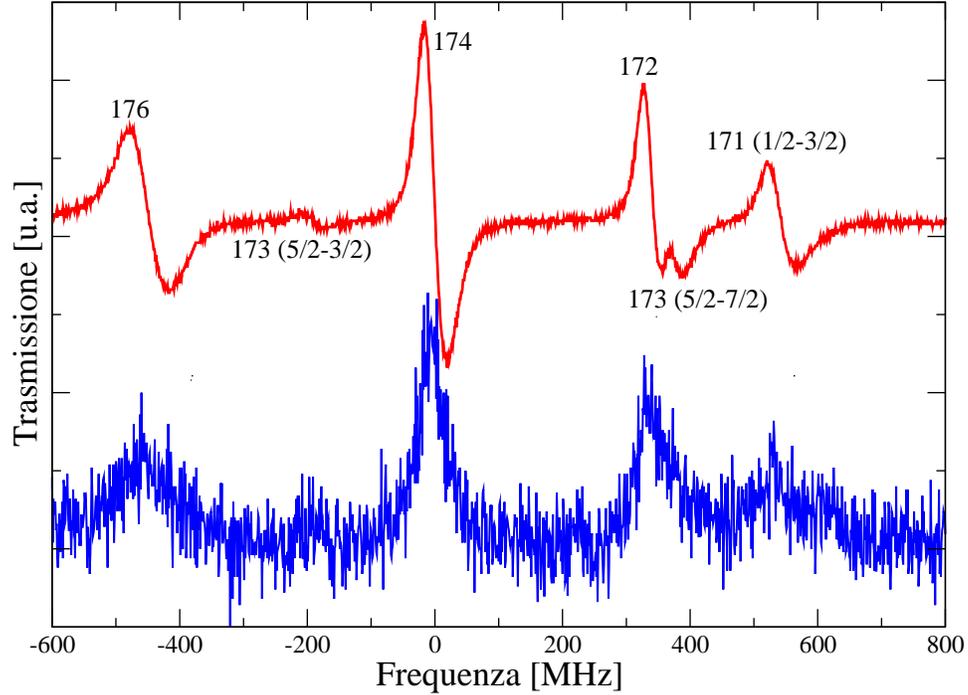
### 2.2.1 Stabilizzazione in frequenza della radiazione a 399 nm

Nel caso della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ , ( $\Gamma = 2\pi \cdot 28.9$  MHz) per evitare allargamenti o spostamenti dovuti all'effetto Doppler si allinea il fascio laser di spettroscopia in direzione perpendicolare al fascio atomico ed effettuando la scansione in frequenza del laser si possono osservare i segnali di fluorescenza dei diversi isotopi. Infatti, visto che il fascio atomico è ben collimato, la velocità trasversa è di qualche m/s che corrisponde ad un allargamento Doppler di qualche MHz. Dato che la transizione in questione ha una larghezza naturale di circa 30 MHz, la spettroscopia trasversa è più che sufficiente per ottenere un riferimento in frequenza stabile ed esattamente sulla risonanza. In figura 2.7 è riportato parte dello spettro dell'Itterbio con i rispettivi segnali di errore ottenuti con la modulazione in frequenza.

Un modo per caratterizzare la stabilità del feedback sul laser, è misurarne la banda, ovvero l'intervallo di frequenze di rumore che il circuito di aggancio riesce a correggere senza oscillare. Per farlo si alimenta l'AOM che effettua la modulazione in frequenza del fascio di spettroscopia con una modulazione aggiuntiva simulando l'effetto di un "rumore" ad una data frequenza. In questo modo, se la radiofrequenza che alimentava l'AOM prima era  $\Delta(t) = \Delta_0 + a \cos(\nu t)$  dove  $\Delta_0$  è la radiofrequenza

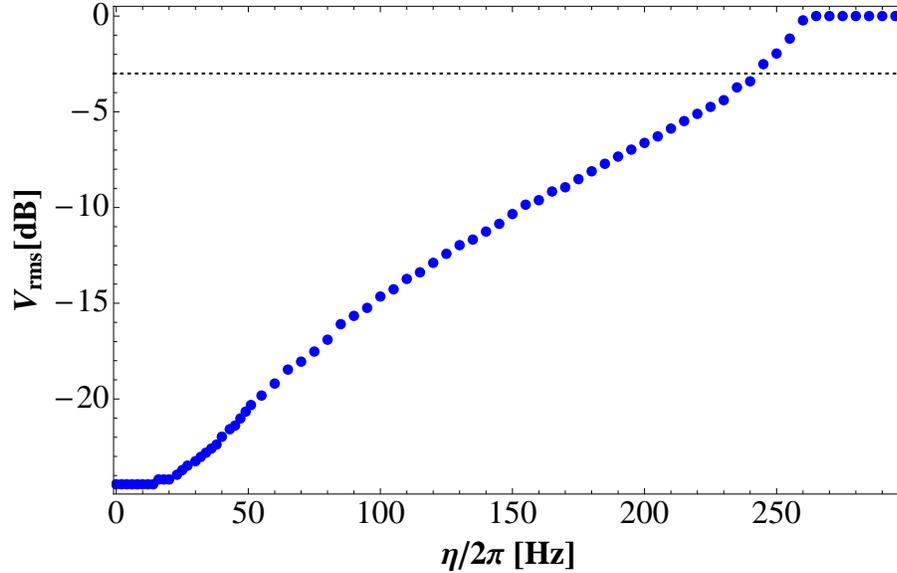
---

<sup>4</sup>L'amplificatore lock-in è un dispositivo che moltiplica con un mixer il segnale d'ingresso con un segnale di riferimento (in questo caso la modulazione a frequenza  $\nu$  del fascio di spettroscopia), e lo integra per uno specifico periodo di tempo, tipicamente dell'ordine dei ms. Il segnale risultante è sostanzialmente un segnale DC perché tutte le componenti di frequenza diverse dalla frequenza del segnale di riferimento vengono mediate a zero.



**Figura 2.7:** Spettro della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ . A ogni isotopo di Itterbio corrisponde un picco di fluorescenza (blu) con i rispettivi segnali di errore (rosso) ottenuti con la modulazione in frequenza. Sono indicati i numeri di massa dei differenti isotopi e delle diverse componenti iperfini per gli isotopi fermionici. Il segnale di Fluorescenza è rumoroso per via della modulazione di frequenza del fascio di probe.

principale, ora diviene  $\Delta(t) = \Delta_0 + a \cos(\nu t) + b \cos(\eta t)$ . Variando la frequenza  $\eta$  a una data profondità di modulazione  $b$ , si misura l'ampiezza delle oscillazioni del segnale di errore mentre l'aggancio è in funzione. Se il segnale di errore è zero vuol dire che il circuito di aggancio compensa interamente le fluttuazioni introdotte, mentre se presenta una modulazione residua a frequenza  $\eta$  vuol dire che la correzione a quella frequenza è soltanto parziale. La correzione del circuito d'aggancio dunque è tanto meno efficiente quanto maggiore è questa modulazione residua sul segnale di errore. Quindi il comportamento dell'aggancio, è quello tipico di un filtro passa-alto come illustrato in



**Figura 2.8:** Misura della banda di aggancio dell'MBR Ti:Sa per la produzione della luce laser a 399 nm. La profondità di modulazione di rumore  $b = 9 \text{ MHz} \sim (\Gamma/2\pi)/3$ . La scala in decibel è definita in base al valore di voltaggio  $V_{rms}$  misurato per frequenze superiori alla frequenza di taglio  $\eta^*/2\pi \sim 240 \text{ Hz}$  individuata dalla linea tratteggiata a -3 dB.

figura 2.8. E' possibile inferire che le principali limitazioni di banda dell'aggancio siano dovute alla capacità del piezoelettrico che controlla la cavità di riferimento dell'MBR. Inoltre bisogna puntualizzare che le oscillazioni del segnale di errore non vanno a zero per frequenze basse o nulle ma saturano a un valore finito per il rumore elettrico presente nel circuito di aggancio.

### 2.2.2 Spettroscopia Doppler-free sulla transizione $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$

Nel caso del laser utilizzato per la radiazione a 556 nm, la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  ha una larghezza di riga dell'ordine delle centinaia di kHz ( $\Gamma = 2\pi \cdot 182 \text{ kHz}$ ) e dunque l'allargamento Doppler di qualche MHz dovuto alla residua divergenza del fascio atomico è un effetto non trascurabile e che limita la precisione con la quale il centro-riga può essere determinato. In questo caso dunque non si può semplicemente fare spettroscopia trasversa ma si deve fare spettroscopia di saturazione con due fasci laser contropropaganti e ortogonali al fascio atomico. Questo tipo di spettroscopia permette di eliminare l'effetto Doppler al primo ordine sfruttando il fatto che i fasci interagiscono con classi diverse di atomi a meno che la loro frequenza non sia esattamente in risonanza con

la transizione atomica. Infatti gli atomi che possono interagire con il fascio laser sono quelli la cui velocità  $\mathbf{v}$  rispetta la condizione:

$$|\omega_0 - \omega_L - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}| < \Gamma \quad (2.9)$$

dove  $\omega_0$  è la frequenza di risonanza,  $\omega_L$  è la frequenza del fascio laser,  $\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}$  è lo spostamento Doppler e  $\Gamma$  è la larghezza della risonanza. Dunque per i due fasci contropropaganti lungo l'asse  $x$ , questa condizione si traduce nelle condizioni:

$$\begin{aligned} |\omega_0 - \omega_L - kv_x| &< \Gamma \\ |\omega_0 - \omega_L + kv_x| &< \Gamma \end{aligned} \quad (2.10)$$

dove  $x$  è la direzione trasversa. Dunque solo quando  $\omega_L \simeq \omega_0$ , i fasci laser interagiranno con la stessa classe di atomi, precisamente quella per cui  $|kv_x| < \Gamma$ . Per rivelare quando questa condizione è soddisfatta si sfrutta la dipendenza non lineare del coefficiente di assorbimento (e quindi quello di fluorescenza) dall'intensità del fascio incidente. Per comprendere quantitativamente questo fenomeno si parte da una descrizione semiclassica dell'interazione atomo-radiazione con le rate equations (le equazioni di Einstein). Da queste equazioni, la differenza di popolazione tra stato fondamentale e stato eccitato  $\Delta N \equiv N_g - N_e$ , varia secondo l'equazione [31]:

$$\Delta N = \frac{\Delta N_0}{1 + s(\omega)} \quad (2.11)$$

Dove  $\Delta N_0$  è la differenza di popolazione all'equilibrio termico (che nel caso di una transizione ottica è sempre  $\Delta N_0 = 1$ ) e  $s(\omega)$  è il parametro di saturazione che è definito dall'equazione (1.20), ovvero:

$$\begin{aligned} s(\omega_L) &= \frac{\Omega^2/2}{(\omega_L - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4} \\ &= s_0 \frac{\Gamma^2/4}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \end{aligned} \quad (2.12)$$

con  $s_0 = I/I_s = 2\Omega^2/\Gamma^2$ . Se consideriamo anche un allargamento inhomogeneo di tipo Doppler, dove  $\Delta N_0$  dipende dalla classe atomica che si sta considerando secondo la distribuzione maxwelliana:

$$\Delta N_0(v_x) = \Delta N_0 \sqrt{\frac{m}{2k_B T \pi}} e^{-mv_x^2/2k_B T}, \quad (2.13)$$

possiamo fare uno sviluppo per basse intensità  $s_0 \ll 1$ , ottenendo l'espressione:

$$\Delta N(\omega_L, v_x) = \Delta N_0 \left[ 1 - s_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega_L - \omega_0 - kv_x)^2 + \Gamma_s^2/4} \right] \quad (2.14)$$

dove  $\Gamma_s = \Gamma\sqrt{1+s_0}$  è la larghezza di riga soggetta ad allargamento in potenza e nel detuning  $\delta_L = \omega_L - \omega_0$  è stato aggiunto anche lo spostamento Doppler  $-kv_x$ . Dunque nella differenza di popolazione si genera un “buco” (detto Bennet hole) alla frequenza che soddisfa la condizione  $kv_x = (\omega_L - \omega_0)$ . Questa caratteristica può essere rivelata solo con due fasci laser diversi perché se si considera il coefficiente di assorbimento  $\alpha(\omega_L) = \int \Delta N(v_x)\sigma(\omega_L, v_x)dv_x$  dove  $\sigma(\omega_L, v_x)$  è la sezione d’urto che ha anch’essa un andamento lorentziano del tipo:

$$\sigma(\omega_L, v_x) = \sigma_0 \frac{\Gamma^2/4}{(\delta_L - kv_x)^2 + \Gamma^2/4} \quad (2.15)$$

dove  $\sigma_0$  è la massima sezione d’urto di assorbimento alla risonanza, allora otteniamo che, sempre nel limite  $s_0 \ll 1$ , il coefficiente di assorbimento è:

$$\alpha(\omega_L) = \Delta N_0 \sigma_0 \sqrt{\frac{m}{2k_B T \pi}} \int \frac{e^{-mv^2/2k_B T}}{(\delta_L - kv_x)^2 + \Gamma_s^2/4} dv_x \quad (2.16)$$

dove non c’è nessuna diminuzione dell’assorbimento per effetti non lineari. Dunque per osservare il Bennet hole e usarlo come riferimento in frequenza si devono usare due fasci laser contropropaganti. Nel caso questi abbiano la stessa intensità, la differenza di popolazione diventa:

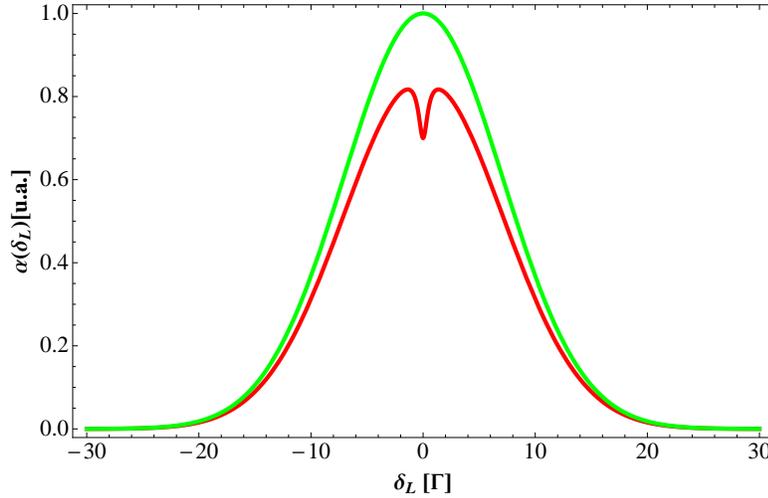
$$\Delta N(v_x) = \Delta N_0(v_x) \left[ 1 - s_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(\delta_L - kv_x)^2 + \Gamma_s^2/4} - s_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(\delta_L + kv_x)^2 + \Gamma_s^2/4} \right]. \quad (2.17)$$

Dunque il coefficiente di assorbimento, sempre nel limite  $s_0 \ll 1$  diventa:

$$\begin{aligned} \alpha(\omega_L) &= \int \Delta N(v_x) [\sigma(\delta_L - kv_x) + \sigma(\delta_L + kv_x)] dv_x \\ &= \alpha_0(\omega_L) \left[ 1 - \frac{s_0}{2} \left( 1 + \frac{\Gamma_s^2/4}{\delta_L^2 + \Gamma_s^2/4} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.18)$$

dove  $\alpha_0(\omega_L)$  rappresenta il profilo di assorbimento Doppler non saturato.

Nel caso in esame in realtà si rivela la fluorescenza della transizione che è proporzionale all’assorbimento dunque il Bennet hole è ugualmente osservabile. Infatti, dato che la larghezza di riga della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  ( $\Gamma = 2\pi \cdot 182$  kHz) è piuttosto stretta, l’assorbimento di un fascio di probe sarebbe troppo debole per generare dei segnali di errore con un buon rapporto segnale-rumore. Come già descritto per la spettroscopia sulla transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ , anche in questo caso il fascio di spettroscopia è modulato in frequenza e il segnale di fluorescenza rivelato da un fotomoltiplicatore viene inviato all’ingresso di un amplificatore lock-in. In figura 2.12a è mostrato un tipico profilo Doppler osservato nella spettroscopia trasversa la cui larghezza è largo circa 10 MHz che è perfettamente in linea con la stima di una velocità trasversa di



**Figura 2.9:** Coefficiente di assorbimento Doppler (verde) e Doppler saturato (rosso) nel caso di due fasci contropropaganti e con la stessa intensità. In questo caso  $s_0 = 0.3$ .

5-6 m/s. Nel profilo Doppler non si riesce a risolvere il “dip” di saturazione perché è stretto (circa dell’ordine della larghezza naturale) e poco profondo e inoltre perché il segnale di fluorescenza è piuttosto rumoroso a causa della modulazione. Per avere un’idea della differenza tra un profilo di assorbimento saturato e non, è riportato in figura 2.9 il grafico del coefficiente di assorbimento  $\alpha(\omega_L)$  (2.18) al variare del detuning del laser incidente.

Nel segnale demodulato, invece, la traccia del dip di saturazione appare distintamente come un segnale dispersivo che si somma alla derivata del profilo Doppler più largo e su questo segnale viene poi effettuato l’aggancio (figura 2.12a). Per osservare i segnali di saturazione si retroriflette il fascio di spettroscopia come illustrato in figura 2.15. In realtà, visto che la transizione è molto stretta, per evitare che campi magnetici spuri presenti in laboratorio influenzino il riferimento in frequenza, è stata posizionata una piccola bobina quadrata per produrre un campo magnetico parallelo al fascio atomico in modo da definire un asse di quantizzazione e isolare così la componente Zeeman  $M_J = 0$  che è insensibile ai campi magnetici. Possiamo individuare la componente  $M_J = 0$  usando luce polarizzata lungo la direzione del campo magnetico e osservando la fluorescenza in direzione perpendicolare al campo magnetico.

Il meccanismo della saturazione è evidente nella figura 2.10 dove sono illustrati i segnali di fluorescenza delle transizioni  $\sigma^+$  e  $\sigma^-$  eccitate utilizzando luce polarizzata ortogonalmente al campo magnetico (vedi appendice B per un approfondimento sulle regole di selezione al variare della polarizzazione). Nella figura 2.10a sono stati rivelati

i due segnali di fluorescenza bloccando il fascio retroriflesso contrariamente alla figura 2.10b dove invece si rivelano i dip di saturazione. Inoltre sapendo che  $g_J = 1.493$  per la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  e conoscendo il campo magnetico nella zona degli atomi ( $B = 10.25$  Gauss) si possono calcolare i rispettivi spostamenti Zeeman e da questi ricavare la scala di frequenza dei segnali di fluorescenza osservati sull'oscilloscopio. Il campo magnetico prodotto dalla bobina è stato misurato con una sonda di Hall<sup>5</sup> per due diversi valori di corrente prima di posizionarla vicino al fascio atomico. Successivamente è stato realizzato un modello teorico di bobina quadrata (con il software Mathematica) che fosse in accordo con i due profili di campo magnetico misurati. Una volta posizionata la bobina vicino la spettroscopia, il campo magnetico sulla posizione degli atomi è stato calcolato tramite il modello teorico a partire dalla corrente. Noto lo spostamento Zeeman, è stato possibile calibrare la scala di frequenza del segnale di fluorescenza.

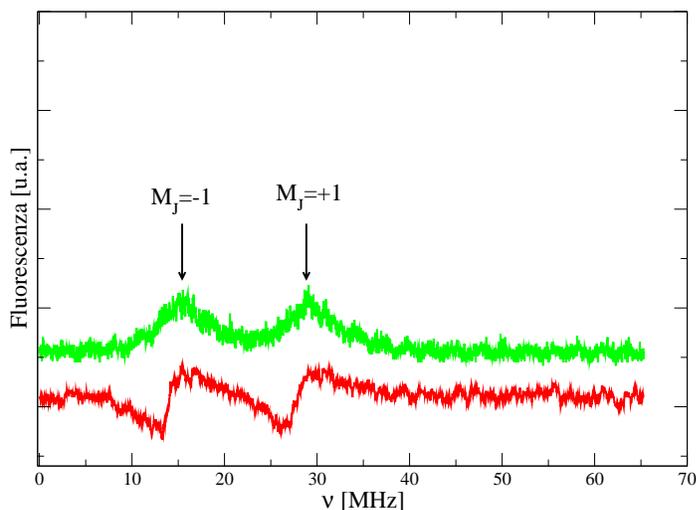
Se il campo magnetico viene ridotto a sufficienza, è possibile che il fascio di andata e quello di ritorno interagiscano con la stessa classe di atomi (aventi velocità  $v_x$  opportuna) eccitando ciascuno una transizione diversa. Il segnale appare alla frequenza  $\omega_L = (\omega_0^{(1)} + \omega_0^{(2)})/2$  pari alla semisomma delle frequenze delle due transizioni  $\omega_0^{(1)}$  e  $\omega_0^{(2)}$  perché  $\omega_L$  deve rispettare le due condizioni:

$$\begin{aligned}\omega_L - \omega_0^{(1)} + kv_x &= 0 \\ \omega_L - \omega_0^{(2)} - kv_x &= 0\end{aligned}\tag{2.19}$$

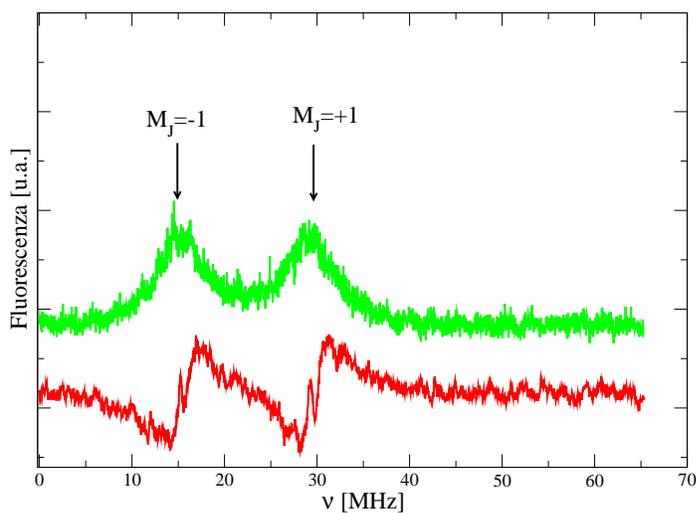
Un esempio di quanto detto è illustrato in figura 2.11 dove per un campo magnetico di  $B = 2.15$  Gauss, si osserva il segnale di crossover tra le due componenti  $\sigma^+$  e  $\sigma^-$  che, essendo  $\omega_0^{(1)} = \omega_0 + g_J\mu_B B/\hbar$  e  $\omega_0^{(2)} = \omega_0 - g_J\mu_B B/\hbar$ , risulta esattamente sulla risonanza. Ovviamente per il riferimento in frequenza è stata utilizzata la polarizzazione parallela al campo magnetico che eccita solo la componente  $\pi$  della transizione (figura 2.12a). Se invece si utilizza la polarizzazione diagonale si possono osservare tutte e tre le transizioni  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$  e  $\pi$  più i due termini di crossover (figura 2.12b).

Nell'ottimizzare l'ampiezza di modulazione  $a$  è stato considerato che per riuscire a rivelare una larghezza di riga  $\Gamma$  deve valere approssimativamente la condizione  $a \sim \Gamma/2\pi$ . L'ampiezza ottimale trovata è  $a = 300$  kHz. Per quanto riguarda la frequenza di modulazione  $\nu$ , per agganciare un laser su una transizione atomica è preferibile soddisfare la condizione  $\nu \ll a$  di modo da non creare delle bande laterali ben separate ma uno spettro continuo di frequenze distribuito nell'intervallo  $[\Delta_0 + a, \Delta_0 - a]$ . Il valore ottimale trovato per la modulazione è  $\nu/2\pi = 12.5$  kHz. Visto che intensità troppo alte rischiano di compromettere l'aggancio perché se la transizione satura, il dip

<sup>5</sup>Sonda di Hall, mod. HoneyWell SS496A, a stato solido delle dimensioni di  $(3 \times 4)$  mm<sup>2</sup> con un range di  $(-670, +670)$  Gauss con una sensibilità di  $2.500 \pm 0.075$  mV/Gauss.

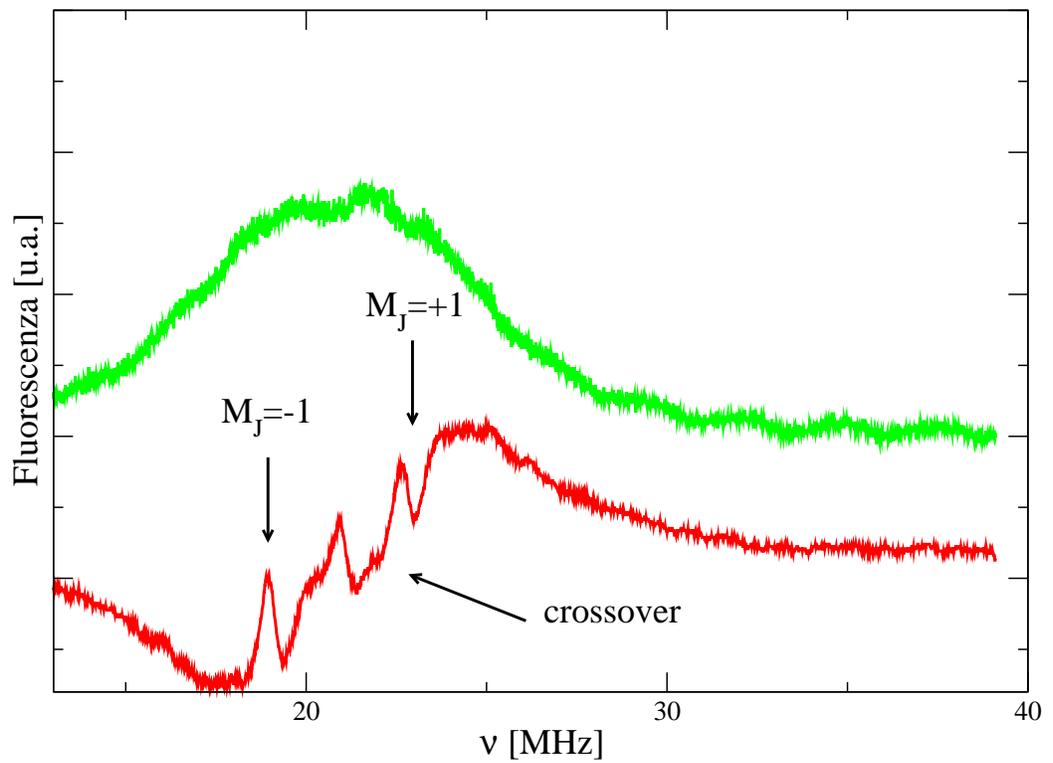


(a) Fluorescenza con singolo fascio

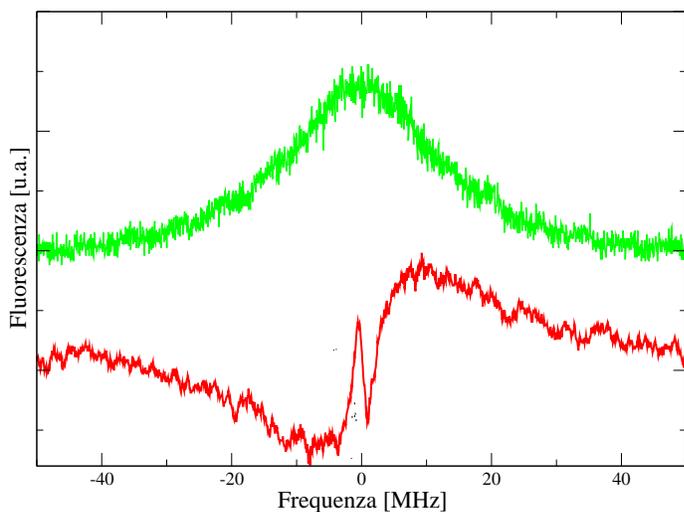
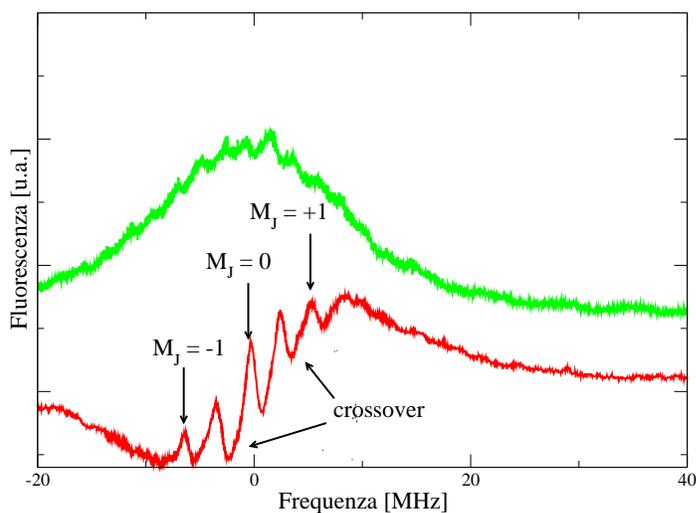


(b) Fluorescenza con due fasci contropropaganti

**Figura 2.10:** Componenti Zeeman  $\sigma^+$  e  $\sigma^-$  dell'Isotopo  $^{174}\text{Yb}$  eccitate con polarizzazione verticale. In verde i segnali di fluorescenza e in rosso i rispettivi segnali di errore. In (a) si noti il segnale dispersivo dovuto al dip di saturazione.  $\mu_B g_J B/h = 21.4$  MHz dove  $B = 10.25$  Gauss.



**Figura 2.11:** Segnale di crossover tra le componenti  $\sigma^+$  e  $\sigma^-$  eccitate con la polarizzazione verticale. Il campo magnetico è  $B = 2.15$  Gauss che corrisponde a uno spostamento Zeeman  $g_J \mu_B B / h = 4.5$  MHz

(a) Polarizzazione orizzontale, transizione  $\pi$ (b) Polarizzazione diagonale, transizione  $\pi, \sigma^+, \sigma^-$  e due crossover

**Figura 2.12:** Spettroscopia della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  sull'Isotopo  $^{174}\text{Yb}$ . In entrambe le configurazioni  $B = 3.50$  Gauss che corrisponde a uno spostamento Zeeman di  $g_J \mu_B B / h = 7.3$  MHz. Si notino in (b) i segnali di crossover tra le transizioni  $\sigma^+, \pi$  e  $\sigma^-$ .

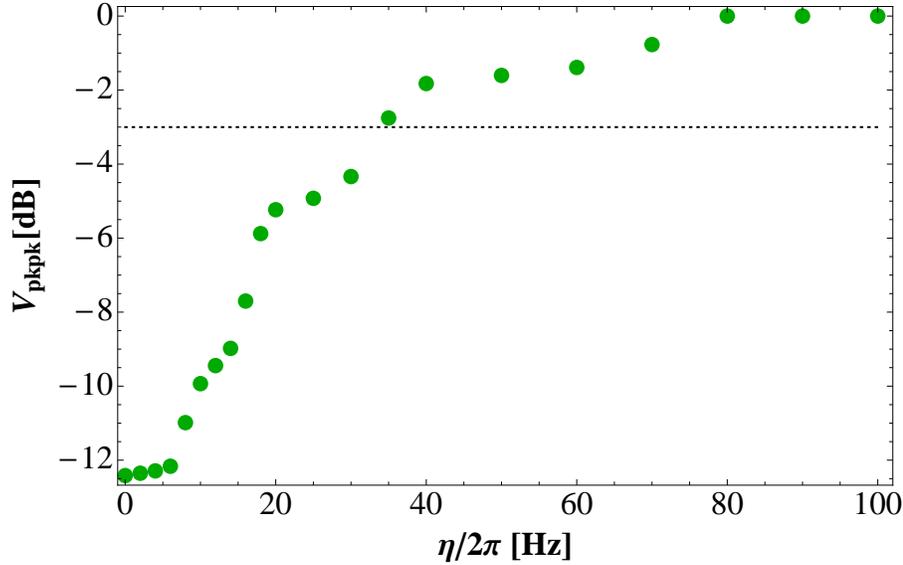
diviene meno visibile, è stato posto un filtro di potenza sul cammino ottico del fascio di spettroscopia. Inoltre, un telescopio aumenta il waist del fascio di spettroscopia per interagire con un numero maggiore di atomi e avere un miglior rapporto segnale rumore. Nella configurazione ottimale la potenza del fascio è  $450 \mu\text{W}$  su un waist di circa  $0.5 \text{ cm}$ . Il campo magnetico ottimale è stato trovato tenendo conto che campi troppo alti disturbano il funzionamento del fotomoltiplicatore perché deviano i fotoelettroni. Dunque è stato scelto un campo di circa  $3.5 \text{ Gauss}$  corrispondente a una corrente nella bobina di  $0.3 \text{ A}$ . Per effettuare l'aggancio, il segnale di errore processato dal PID viene inviato a un amplificatore HV (High Voltage) che opera tra  $0$  e  $180 \text{ V}$  per avere più range dinamico nella correzione della frequenza. Infatti la trasduzione voltaggio-frequenza del piezoelettrico che agisce sulla fibra del laser a  $1112 \text{ nm}$  è  $16 \text{ MHz/V}$  e visto che il PID utilizzato ha un'uscita limitata all'intervallo  $(-10, +10) \text{ V}$ , la scansione massima sarebbe stata di  $320 \text{ MHz}$ . Invece con l'amplificatore il drift massimo che si può correggere è di  $2.88 \text{ GHz}$ .

Una volta effettuato l'aggancio è possibile stimare le fluttuazioni residue in frequenza del laser. In primo luogo è stata calibrata la trasduzione voltaggio-frequenza basandosi sullo spostamento isotopico noto tra gli isotopi  $^{174}\text{Yb}$ - $^{172}\text{Yb}$  e  $^{174}\text{Yb}$ - $^{176}\text{Yb}$  ( $1 \text{ mV} = 0.782 \text{ MHz}$ ). Fatto ciò, si è misurato sull'oscilloscopio l'intervallo di frequenza  $\Delta\nu_{err}$  coperto dalla retta a pendenza negativa del segnale d'errore di saturazione (vedi figura 2.12a,  $\Delta\nu_{err}=1.9 \text{ MHz}$ ) e il corrispondente voltaggio  $\Delta V_{err}$  (in figura 2.12a,  $\Delta V_{err} = 35 \text{ mV}$ ), ottenendo così una misura della pendenza  $\Delta V_{err}/\Delta\nu_{err}$  del segnale dispersivo utilizzato per l'aggancio (tipicamente  $\Delta V_{err}/\Delta\nu_{err} \sim 20 \text{ mV/MHz}$ ). Successivamente, una volta effettuato l'aggancio è stata misurata l'ampiezza delle oscillazioni del segnale di errore tipicamente trovando  $V_{rms} \sim 2 \text{ mV}$ . Le fluttuazioni in frequenza  $\Delta\nu_{laser}$  del laser agganciato sono dunque stimate come:

$$\Delta\nu_{laser} \sim \frac{\Delta\nu_{err}}{\Delta V_{err}} V_{rms} \quad (2.20)$$

Le fluttuazioni in frequenza del laser tipicamente sono circa  $\Delta\nu_{laser} \simeq 100 \text{ kHz}$  che è sostanzialmente la larghezza di riga del laser in fibra a  $1112 \text{ nm}$ .

Infine, una volta ottimizzati tutti i parametri dell'aggancio, ne è stata misurata la banda usando lo stesso metodo descritto nella sezione 2.2.1 per il laser utilizzato per la luce a  $399 \text{ nm}$  (vedi figura 2.8). Come illustrato in figura 2.13, la frequenza di taglio è  $\eta/2\pi \sim 35 \text{ Hz}$ , un ordine di grandezza più bassa rispetto a quella dell'aggancio del laser Titanio-Zaffiro. Questo è dovuto al fatto che il circuito di aggancio è costituito, oltre che da un PID, anche da un amplificatore ad alto voltaggio che, su un carico capacitivo come il piezoelettrico, che ne limita la banda.



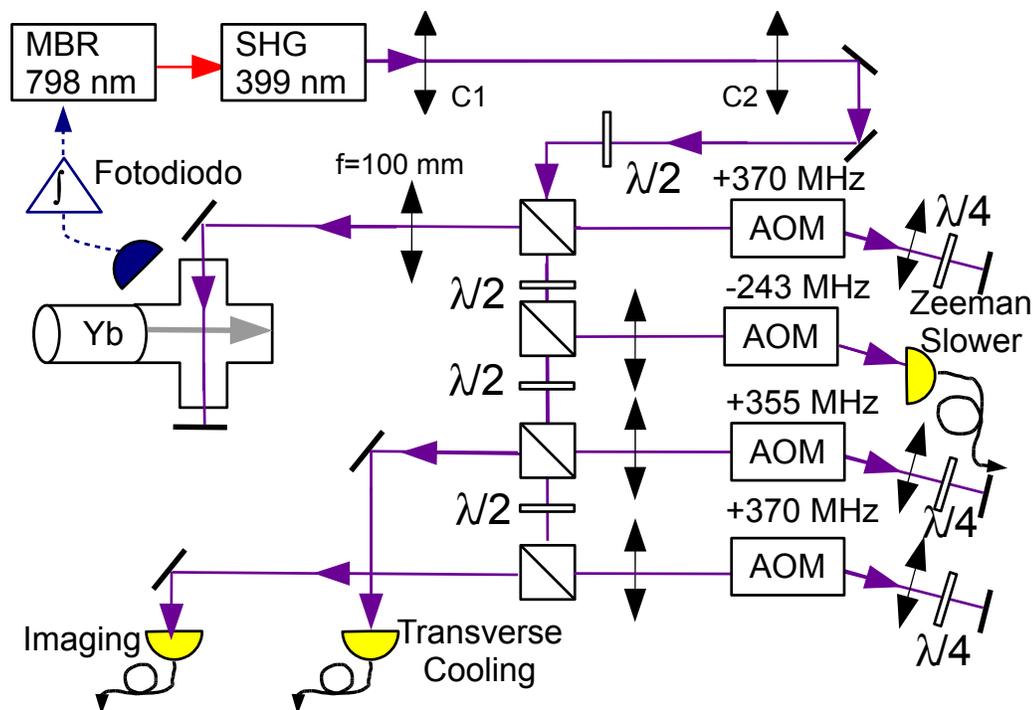
**Figura 2.13:** Misura della banda di aggancio del laser a 1112 per la produzione del laser a 556 nm. La profondità di modulazione di rumore  $b = 1.2 \text{ MHz} \sim 6\Gamma/2\pi$ . La scala in decibel è definita in base al valore di voltaggio misurato per frequenze superiori alla frequenza di taglio  $\eta^*/2\pi \sim 38 \text{ Hz}$  individuata dalla linea tratteggiata a -3 dB.

### 2.3 Detuning del fascio di rallentamento, di raffreddamento trasverso e di imaging

La radiazione viola a 399 nm è destinata a tre compiti: rallentare il fascio atomico uscente dallo Zeeman Slower, fare del raffreddamento trasverso subito dopo l'uscita dal forno per collimare il fascio atomico e aumentarne il flusso, e infine fare delle immagini di assorbimento degli atomi intrappolati.

Il fascio per il rallentamento dev'essere spostato verso il rosso rispetto alla transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  per essere in risonanza con gli atomi che escono dal forno. Infatti il forno è a una temperatura media di 500 °C e dunque la velocità longitudinale media degli atomi del fascio atomico è  $v_z = \sqrt{3k_B T/m} \sim 300 \text{ m/s}$  il che si traduce in uno spostamento Doppler di circa 900 MHz. Per effettuare questo detuning non basta un singolo AOM in configurazione di doppio passaggio <sup>6</sup> perché la radiofrequenza richiesta

<sup>6</sup>La configurazione di doppio passaggio è utilizzata per poter controllare la frequenza del fascio laser avendo il fascio di ritorno sovrapposto a quello di ingresso in quanto il fotone diffratto al primo ordine al ritorno assorbe, oltre a un fonone di uguale energia a quella del primo passaggio, anche un impulso uguale e contrario. In questo modo si semplifica l'allineamento in quanto la direzione del fascio diffratto non dipende dallo spostamento di frequenza.



**Figura 2.14:** Schema ottico per il detuning dei fasci laser a 399 nm e dell'aggancio sulla transizione atomica, illustrato nella sezione 2.2. La separazione tra fascio di primo passaggio e di secondo passaggio nell'AOM (che sono sovrapposti) si ottiene con una lamina  $\lambda/4$  posta tra l'AOM e lo specchio che trasforma la polarizzazione da orizzontale a verticale essendo attraversata due volte dal fascio. Il segnale di fluorescenza è rivelato da un fotodiodo. Le lenti cilindriche C1 e C2 servono a correggere l'astigmatismo del modo di uscita dalla cavità. Le lamine  $\lambda/2$  e i cubi polarizzatori (PBS) servono a suddividere la potenza tra i vari fasci, mentre le fibre ottiche trasportano la radiazione a 399 nm sul tavolo ottico del sistema da vuoto.

sarebbe troppo alta (450 MHz) per l'AOM a disposizione che quindi non funzionerebbe. Allora per raggiungere il detuning desiderato, si combinano gli effetti dell'AOM del fascio di spettroscopia e del fascio di rallentamento: si alimenta con una radiofrequenza di  $\Delta_0 = 370$  MHz l'AOM del fascio di spettroscopia che quindi effettua un detuning effettivo del laser di -740 MHz rispetto alla risonanza. Invece al fascio destinato allo Zeeman Slower vengono sottratti altri 243 MHz con un AOM in singolo passaggio come mostrato in figura 2.14, arrivando così a un detuning  $\delta_L/2\pi = -983$  MHz. Invece i fasci destinati al raffreddamento trasverso e all'imaging devono avere una frequenza

vicina alla risonanza. Per questo si utilizzano due AOM in doppio passaggio: nel caso dell'imaging si usa una radiofrequenza di 370 MHz che annulla il detuning del fascio di spettroscopia. Invece il fascio del raffreddamento trasverso dev'essere detunato leggermente verso il rosso e dunque si utilizza una radiofrequenza di 355 MHz che equivale a un detuning  $\delta_L/2\pi = -30 \text{ MHz} \sim -\Gamma/2\pi$ .

## 2.4 Detuning e modulazione dei fasci di MOT

La radiazione a 556 nm per intrappolare gli atomi deve essere detunata verso il rosso rispetto alla risonanza di 4.8 MHz ( $\sim 26\Gamma/2\pi$ ). Per effettuare il detuning desiderato si fa ricorso a due AOM entrambi in doppio passaggio, come illustrato in figura 2.15.

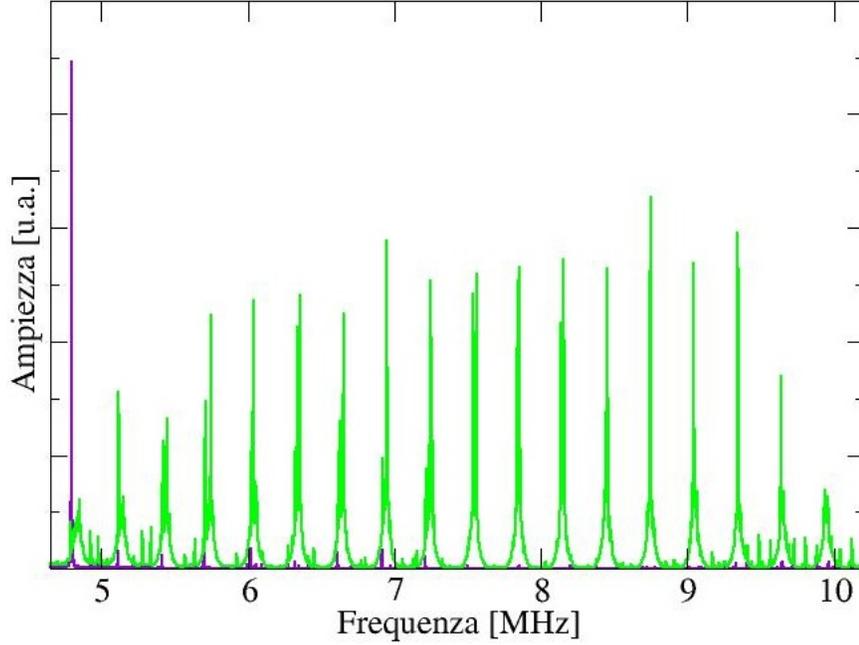
L'AOM che effettua la modulazione in frequenza per l'aggancio sulla transizione atomica viene alimentato con una radiofrequenza a  $\Delta_0 = 83 \text{ MHz}$  che in doppio passaggio aggiunge 166 MHz alla frequenza del fascio di spettroscopia, effettuando così un detuning effettivo verso il rosso di  $-166 \text{ MHz}$  del laser rispetto alla risonanza. Il fascio che viene utilizzato per la MOT invece effettua un doppio passaggio in un AOM con una radiofrequenza di 80.6 MHz che, aggiungendo 161.2 MHz, effettua un detuning di  $\delta_L/2\pi = -4.8 \text{ MHz}$ .

In realtà la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  è piuttosto debole e dunque la velocità di cattura, direttamente proporzionale a  $\Gamma$  come mostrato nell'eq. (1.80), ha un valore massimo in saturazione di circa 8 m/s per i parametri tipici utilizzati, ovvero un fascio di waist  $w_0 = 1.3 \text{ cm}$ , un gradiente  $b \sim 3 \text{ Gauss/cm}$  e un parametro di saturazione  $I/I_s \sim 40$ . Lo Zeeman Slower però riesce a rallentare gli atomi fino a 15 m/s: al di sotto di questa velocità si ha una notevole diminuzione del flusso atomico, che dunque rischierebbe di compromettere l'efficienza di carica della MOT. Per ovviare a questo problema ed avere velocità di cattura più alte, si modula la frequenza del fascio della MOT aggiungendo delle bande laterali equispaziate a intervalli di frequenza  $\Delta f$ , tutte spostate verso il rosso rispetto alla frequenza portante, caratterizzata da  $\delta_L/2\pi = -4.8 \text{ MHz}$  rispetto alla transizione atomica.

La modulazione viene effettuata tramite un AOM driver progettato "in casa" in cui si utilizzano 10 diversi VCOs<sup>7</sup> (Voltage Control Oscillators) per controllare individualmente sia la frequenza portante che ognuna delle 9 singole bande laterali. Il controllo sulle singole bande laterali e sulla loro spaziatura è analogico, tramite dei potenziometri che regolano il voltaggio DC che alimenta i diversi VCOs mentre c'è un controllo remoto sulla frequenza della portante. Inoltre nel circuito è incluso un interruttore che permette di scegliere sempre dal controllo remoto le due possibili con-

<sup>7</sup>Il VCO è un dispositivo che, dato come input un voltaggio DC, restituisce come output un segnale sinusoidale la cui frequenza dipende dal voltaggio in ingresso.



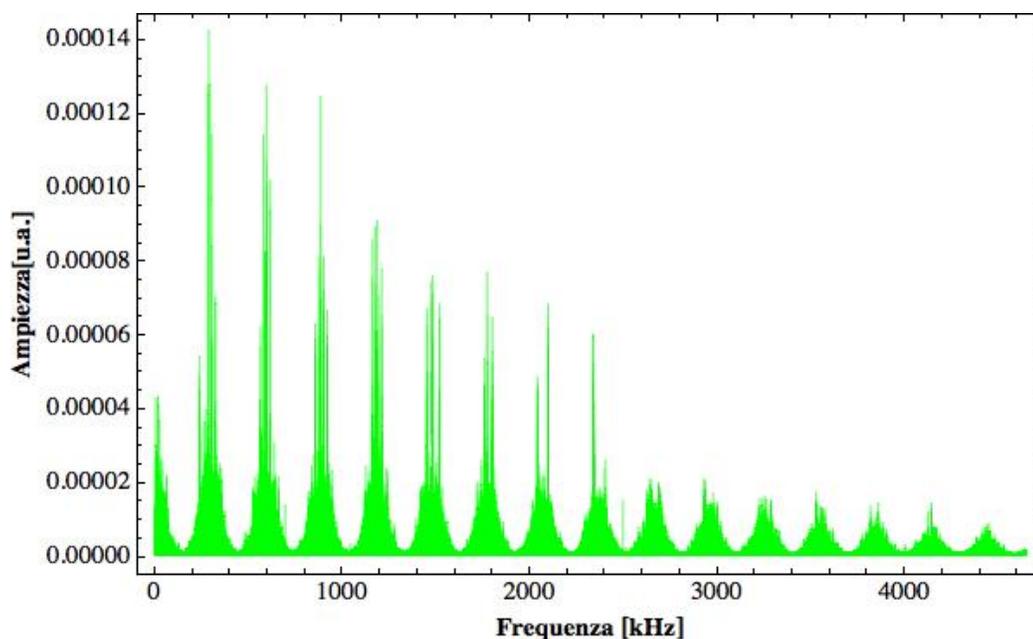


**Figura 2.16:** Nota di battimento tra il fascio MOT e quello della spettroscopia (vedi 2.2.2) rivelata con un fotodiodo veloce e analizzata da un analizzatore di spettro. In viola il battimento a 4.8 MHz con la modulazione spenta e in verde con il fascio di MOT modulato con 18 bande laterali spaziate di  $\Delta f = 300$  kHz e detunate verso il rosso.

dalla modulazione e decresce ai lati. Questo è dovuto al fatto che i fotoni che vengono diffratti nell'AOM con una data energia e con un dato momento nel primo passaggio, al secondo passaggio non necessariamente vengono diffratti dalla stessa banda laterale ma piuttosto possono casualmente essere diffratti da una delle nove bande laterali che alimentano il cristallo dell'AOM. Dunque, per una certa spaziatura  $\Delta f$  delle bande laterali, la frequenza  $\omega_{dp}$  e il momento finale  $\mathbf{k}_{dp}$  dei fotoni dopo il doppio passaggio, diventano delle variabili aleatorie esprimibili come:

$$\begin{aligned}\omega_{dp} &= \omega_0 + 2(2\pi\Delta_0) + (n_1 + n_2)\Delta\Upsilon, \quad \Delta\Upsilon = 2\pi\Delta f \\ \mathbf{k}_{dp} &= \mathbf{k}_0 + (n_1 - n_2)\Delta\mathbf{q}\end{aligned}\tag{2.21}$$

dove  $\omega_0$  e  $\mathbf{k}_0$  sono rispettivamente la frequenza e il numero d'onda ottici,  $\Delta_0$  è la radiorifrequenza della portante,  $\Delta\mathbf{q} = \Delta\Upsilon/c$  (con  $c$  la velocità del suono nel cristallo) è il momento corrispondente alla spaziatura  $\Delta\Upsilon$  tra le bande laterali e  $n_1$  e  $n_2$  sono le variabili aleatorie che indicano con quale componente in frequenza il fotone ha interagito nel primo e nel secondo passaggio e che assumono valori compresi tra 1 e 9



**Figura 2.17:** Note di battimento tra le diverse componenti in frequenza del fascio di MOT con  $\Delta f = 300$  kHz.

con probabilità  $1/9$ . Come si evince facilmente,  $\langle n_{1,2} \rangle = 5$  e  $\sigma_{n_{1,2}} = 2.7$  e dunque il valore medio di  $\langle \omega_{dp} \rangle = \omega_0 + 10\Delta\Upsilon$  il che spiega perché non tutte le note di battimento abbiano la stessa ampiezza ma siano più evidenti al centro che ai lati del comb. E' interessante caratterizzare le componenti in frequenza del fascio modulato senza utilizzare come riferimento il fascio di spettroscopia ma osservandone i battimenti tra le diverse componenti in frequenza. Come mostrato in figura 2.17, i battimenti sono a tutte le possibili frequenze differenza ovvero a multipli della spaziatura tra le bande laterali  $\Delta f$ . Ovviamente il contributo più importante è alla frequenza  $\Delta f$  e va decrescendo per multipli superiori.

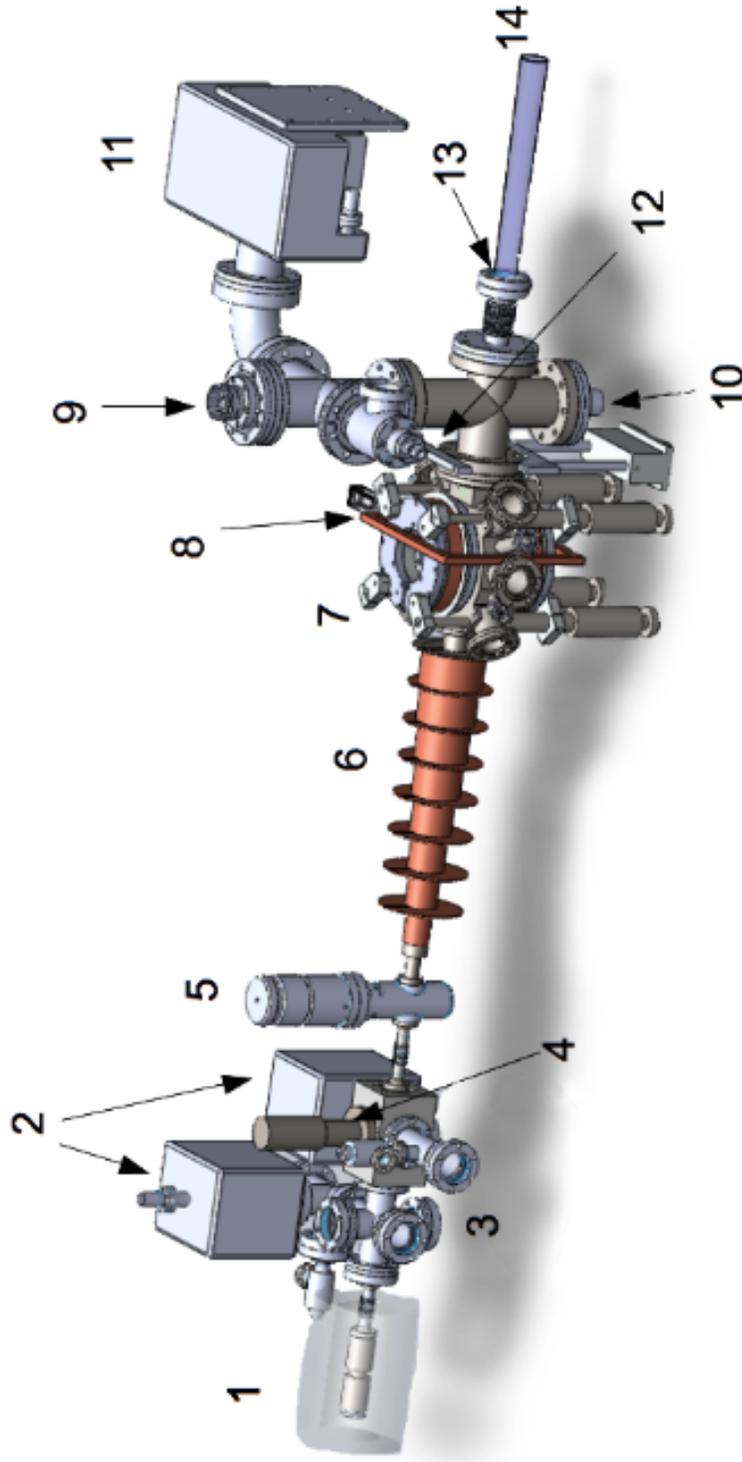
## 2.5 Sistema da vuoto

Il sistema da vuoto è illustrato in figura 2.18. Il forno (1) riscaldato a  $500$  °C genera un fascio atomico d'Itterbio che s'incanala in una matrice quadrata di circa 100 piccoli tubi paralleli lunghi 1.0 cm e con un diametro interno di 0.2 mm che selezionano gli atomi la cui velocità è parallela all'asse dello Zeeman Slower. In questa regione è presente una pompa ionica Varian StarCell (2) da 20 l/s che effettua un primo stadio di pompaggio. Successivamente una seconda pompa ionica Varian StarCell (2) da 20

l/s effettua un secondo stadio di pompaggio contribuendo ad aumentare l'efficienza del pompaggio differenziale tra la regione del forno e quella della MOT. Prima e dopo le croci per il raffreddamento trasverso **(3)** gli atomi attraversano due piccoli tubi di lunghezza 8 e 10 cm e diametro interno 5 mm per migliorare ulteriormente la collimazione del fascio e per rendere più efficace il pompaggio differenziale grazie alla loro scarsa conduttanza. In questa regione è anche presente uno shutter **(4)** ad aria compressa per bloccare il fascio atomico e una valvola **(5)** da ultra alto vuoto (UHV) per isolare questa parte dell'apparato relativamente ad alta pressione dal resto. Successivamente il fascio atomico si incanala nello Zeeman Slower **(6)** dove gli atomi sono rallentati dalla velocità termica dell'ordine di 300 m/s fino alle velocità di decine di m/s, necessarie per caricare la MOT. La bobina di compensazione **(8)** fa in modo che gli atomi catturati nella MOT non risentano del campo magnetico residuo dello Zeeman Slower. La MOT viene caricata in una cella d'acciaio AISI L316 ottagonale **(7)** la cui sezione è mostrata in figura 2.19. La cella è dotata di otto finestre CF40, sei sul piano  $xy$  e due lungo l'asse verticale, montate su due flange CF100. Una di queste flange CF100 è dotata di supporti per degli specchi che andranno a formare una cavità per l'evaporazione ottica in una trappola di dipolo che sarà sviluppata successivamente (vedi sezione 3.6). La cavità verrà realizzata sull'asse di due delle quattro flange CF16 presenti sul piano  $xy$ . La coppia di finestre CF40 con asse ortogonale al fascio atomico verrà utilizzata per realizzare un imaging di assorbimento degli atomi intrappolati nella MOT, come descritto nella sezione 3.2. Il vuoto differenziale rispetto alla regione dello Zeeman Slower è effettuato da una pompa ionica Varian StarCell **(11)** da 55 l/s che dovrebbe essere in grado di portare la cella alle pressioni più basse di  $10^{-10}$  Torr. Per migliorare ulteriormente il vuoto, l'apparato è munito di una pompa a sublimazione di Titanio **(9)** (TSP) che è costituita da tre filamenti di titanio che, riscaldati opportunamente, emettono Titanio che riveste le pareti dell'apparato<sup>9</sup>. Le letture di pressione sono effettuate con un misuratore di pressione a catodo caldo Bayard-Alpert, Varian UHV-24p **(10)**. La finestra d'ingresso del fascio di rallentamento **(13)** è fatta di Zaffiro per evitare che il fascio atomico lasci dei depositi di Itterbio. Infatti eventuali depositi assorbirebbero il fascio laser a 399 nm compromettendo il rallentamento degli atomi. Dunque, per minimizzare il deposito del fascio atomico, la finestra è mantenuta a una temperatura di 250 °C circa.

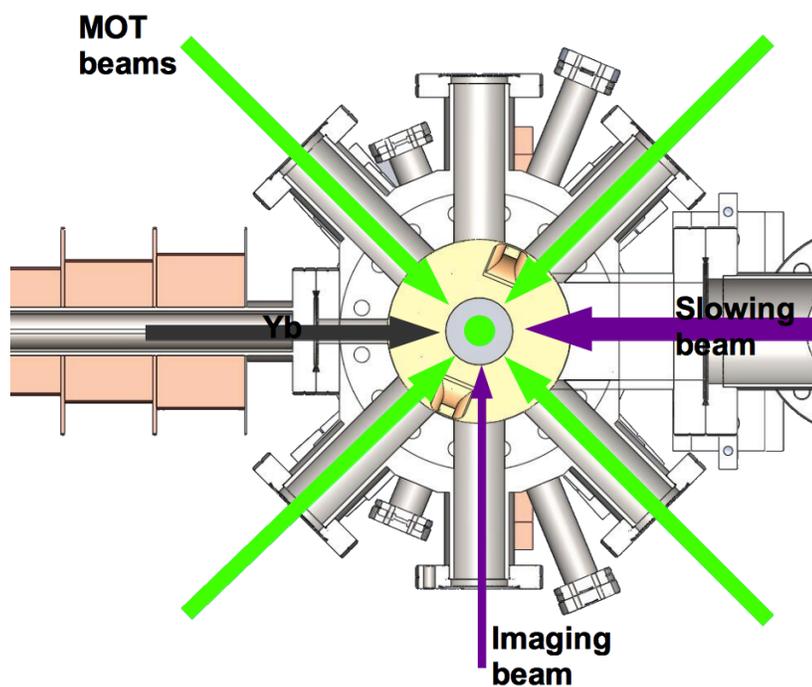
---

<sup>9</sup>Poiché il Titanio è refrattario, il gas residuo presente nell'apparato tende a essere catturato, e questo porta a un abbassamento ulteriore della pressione.



**Figura 2.18:** 1)Forno. 2)pompe ioniche per il pompaggio differenziale. 3) finestre per il raffreddamento trasverso. 4) shutter ad aria compressa per il fascio atomico. 5) valvola UHV. 6) Zeeman UHV. 7) Cella di MOT. 8) bobina di compensazione. 9) pompa a sublimazione di Titanio. 10) misuratore di pressione a catodo caldo, mod. Bayard-Alpert, Varian UHV-24p. 11) pompa Ionica per la cella di MOT. 12) valvola UHV. 13) finestra di Zaffiro. 14) fascio laser di rallentamento a 399 nm.

Lo Zaffiro è più adatto del vetro Kodial per questo scopo perché ha una ottima conducibilità termica e resiste bene a questo tipo di riscaldamento. Visto che il resto dell'apparato è a temperatura ambiente, per evitare stress termici eccessivi dovuti al grande gradiente di temperatura è stato posto un soffiato tra la finestra e la croce più bassa dell'apparato, con lo scopo di dissipare calore.



**Figura 2.19:** Sezione della cella di MOT con lo schema dei fasci di rallentamento, di imaging e quattro fasci d'intrappolamento. Gli altri due sono nella direzione verticale perpendicolare alla pagina.

### 2.5.1 Pre-baking e bake-out del sistema da vuoto

Per raggiungere pressioni inferiori a  $10^{-10}$  Torr è necessario, prima di montare l'apparato, pulire accuratamente tutte le superfici interne ed eseguire un pre-baking prolungato su ogni componente dell'apparato. Questa procedura serve per eliminare i residui di Idrogeno che risiedono sulle superfici dell'apparato, soprattutto a causa delle saldature, e che potrebbero degassare una volta che l'apparato è stato messo sotto vuoto peggiorando così la pressione. La pulizia delle componenti più piccole è stata fatta

immergendole in un bagno ad ultrasuoni in metanolo e acetone in sequenza, mentre le componenti più voluminose sono state pulite semplicemente lavando con l'acetone sulle superfici interne. Il baking di ogni componente in media è durato 3-4 giorni tipicamente alla temperatura di 350 o 400 °C a seconda che ci fossero parti in vetro o meno. Successivamente, una volta montate tutte le componenti, è stato effettuato un ulteriore baking complessivo di tutto l'apparato con le pompe in funzione (bakeout) a una temperatura media di circa 300°C per circa 4-5 giorni. In entrambe le fasi è stata riposta particolare attenzione nel raggiungere la temperatura massima non eccedendo 3 gradi al minuto perché un eccessivo stress termico avrebbe potuto danneggiare le finestre dell'apparato.

In realtà, per una perdita causata da una saldatura mal fatta su una delle finestre della cella della MOT, la pressione letta sul misuratore di pressione a catodo caldo non è mai scesa sotto  $5 \cdot 10^{-9}$  Torr, pressione a cui è possibile comunque caricare gli atomi in una trappola magneto-ottica, ma che ne limita fortemente il tempo di vita. Successivamente è stata scoperta anche una perdita sul soffietto posto tra la finestra di zaffiro e la croce inferiore (vedi figura 2.18). A causa di queste perdite anche l'effetto della TSP dura solo circa metà giornata. Per tentare di rimediare è stata applicata sulle zone in questione la colla Vacseal che, secondo le specifiche, ha un degassing compatibile con pressioni di  $10^{-12}$  Torr e può operare fino a 400 °C. Grazie alla colla, la pressione è scesa fino a  $8 \cdot 10^{-10}$  Torr, il che ha aumentato il tempo di vita della MOT da 1 s a circa 4 s (vedi sezione 3.2).

## 2.6 Zeeman Slower

L'Itterbio è un metallo refrattario il cui punto di fusione è 824 °C e dunque non è possibile utilizzare la pressione di vapore a temperatura ambiente per ottenere il gas atomico da intrappolare, come ad esempio viene fatto per gli atomi alcalini. Infatti per atomi refrattari di questo tipo, si scalda l'elemento in un forno ad una temperatura tale da avere sufficiente pressione di vapore per ottenere un fascio atomico e successivamente si rallenta il fascio atomico utilizzando la pressione di radiazione. Per avere una pressione di vapore sufficiente per caricare una MOT bisogna raggiungere temperature dell'ordine di 500 °C che è raggiunta in un forno contenente un campione di circa 7 g di Itterbio. La parte posteriore del forno è termostata a 475 °C mentre quella anteriore a 525 °C per evitare ostruzioni nei microtubi che rimangono la parte più calda del forno. La pressione di vapore varia con la temperatura secondo la legge:

$$\log_{10}(P[\text{Pa}]) = 14.117 - 8111/(T[\text{K}]) - 1.0849 \log_{10}(T[\text{K}]) \quad (2.22)$$

Dunque a 500 °C corrisponde una pressione di vapore di circa  $10^{-2}$  Torr. La distribuzione delle velocità in un fascio atomico è [32]:

$$f(v_z) = \frac{m^2 v_z^3}{2(k_B T)^2} \exp\left(\frac{-m v_z^2}{2k_B T}\right) \quad (2.23)$$

dove la velocità più probabile per una temperatura di 500 °C è  $v_{mp} = \sqrt{3k_B T/m} = 332$  m/s (vedi sezione 2.3) che è un valore troppo elevato rispetto alla velocità di cattura della transizione. Per rallentare gli atomi e raggiungere velocità atomiche dell'ordine della velocità di cattura della MOT realizzata sulla transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  (8 m/s) si utilizza la pressione di radiazione di un fascio laser risonante con la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  propagante in direzione opposta al fascio atomico. Infatti la transizione a 399 nm è più conveniente di quella a 556 nm per il rallentamento degli atomi perché ha una riga più larga ( $\Gamma = 2\pi \cdot 28.9$  MHz) e dunque la decelerazione massima  $a_{max} = \hbar k_L \Gamma / 2m$  che si può imprimere a un atomo è maggiore. Invece per intrappolare e raffreddare atomi già lenti è più conveniente usare la transizione d'intercombinazione a 556 nm che, essendo più stretta, permette di raggiungere temperature minori ( $k_B T_D \sim \hbar \Gamma$ ). Per fare in modo che gli atomi siano sempre in risonanza con il fascio laser per tutto il percorso, nonostante la loro velocità diminuisca, si utilizza un campo magnetico per fare in modo di ottenere un detuning efficace nullo [33]. Infatti la forza di un fascio laser contropropagante rispetto al fascio atomico in presenza di campo magnetico è (1.42):

$$\mathcal{F}_z(z) = -\frac{\hbar k_L \Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + 4 \left( \delta_L + k v_z(z) - \frac{g_{J'} \mu_B M_{J'} B(z)}{\hbar} \right)^2 / \Gamma^2} \quad (2.24)$$

Dunque perché il detuning effettivo sia nullo  $\forall z$ , deve valere:

$$\delta_L + k_L v_z(z) - \frac{g_{J'} \mu_B M_{J'} B(z)}{\hbar} = 0 \quad (2.25)$$

dove la polarizzazione del fascio contropropagante  $\sigma^\pm$  corrisponde all'eccitazione del livello Zeeman  $M_J = \pm 1$ . Nel caso in esame, è stato scelto il rallentamento  $\sigma^-$  [34], in cui il detuning del fascio laser è negativo e il campo magnetico è crescente con  $z$ . Questa configurazione è più conveniente in quanto il fascio laser è risonante con gli atomi all'uscita del forno a velocità  $v_0$  ( $\delta_L \sim -k_L v_0$ ) dove non c'è campo magnetico, mentre invece risulta fortemente detunato rispetto agli atomi lenti all'uscita dello Zeeman Slower minimizzando la probabilità che questi invertano il proprio moto per la pressione di radiazione e non possano essere caricati nella MOT. Inoltre per lo stesso motivo, si minimizza la pressione di radiazione che il fascio di rallentamento esercita sugli atomi intrappolati nella MOT. Prendendo il caso in cui  $I/I_s \gg 1$ , allora gli atomi sono soggetti a una decelerazione costante e l'equazione del moto di un atomo lungo

l'asse  $z$  è facilmente risolvibile come:

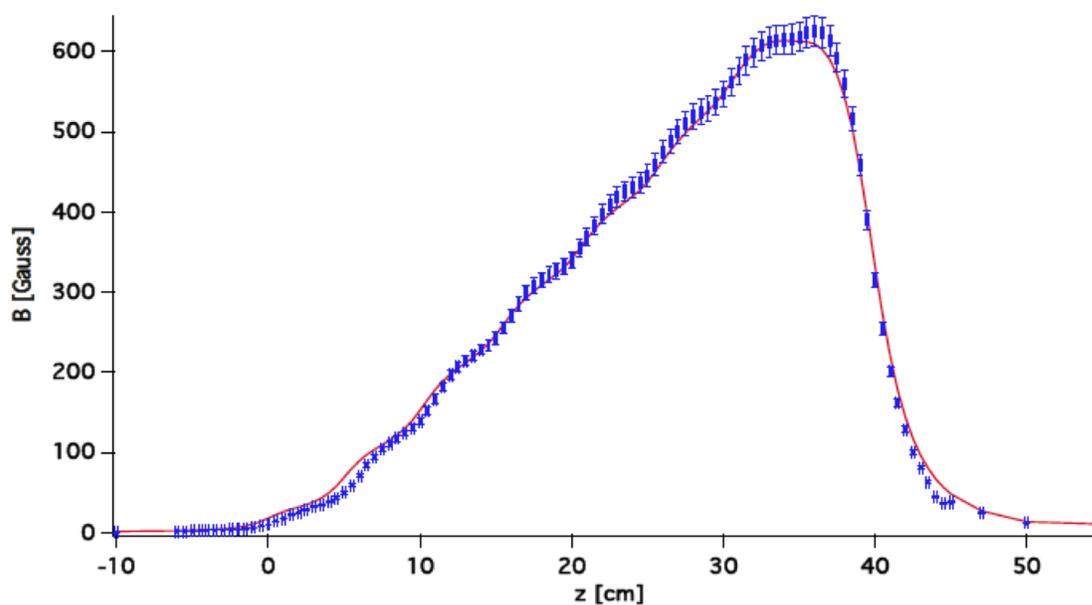
$$\begin{aligned} v(z) &= \sqrt{v_0^2 - 2az} \\ &= v_0 \sqrt{1 - \frac{z}{z_0}} \end{aligned} \quad (2.26)$$

dove  $a = a_{max} = \hbar k_L \Gamma / 2m$  è l'accelerazione e  $z_0 = mv_0^2 / \hbar k_L \Gamma$  è la lunghezza del solenoide che produce il campo magnetico e  $v_0$  è la velocità iniziale degli atomi in uscita dal forno. In realtà è più conveniente scegliere il campo magnetico in modo che valga  $v(z) = v_0 \sqrt{1 - z/z_0} + v_f$  per lasciare agli atomi una velocità residua per farli arrivare al centro della cella e caricarli nella MOT. Dunque il profilo del campo magnetico è ottenibile sostituendo l'eq. (2.26) nella condizione di detuning efficace nullo (2.25), ottenendo così:

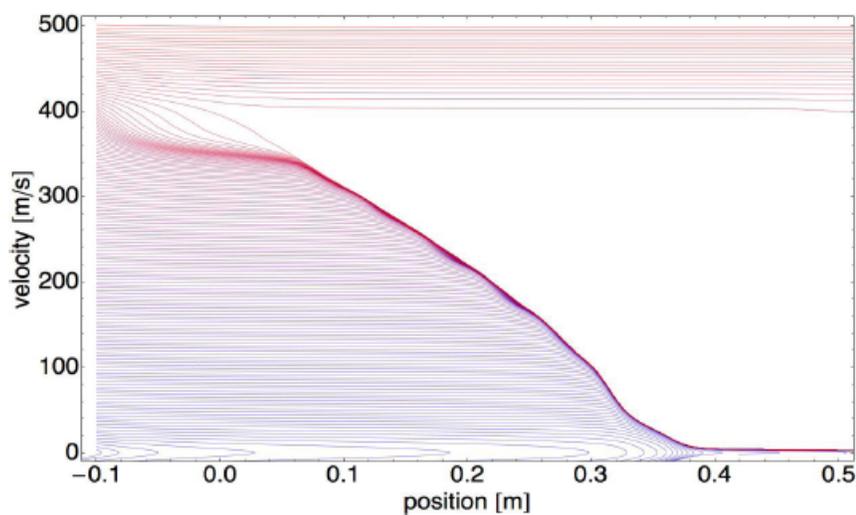
$$\begin{aligned} B(z) &= \frac{\hbar \delta_L + \hbar k_L v_f}{\mu_B M_J} + \frac{\hbar k_L v_0}{\mu_B M_J} \sqrt{1 - \frac{z}{z_0}} \\ &= B_{bias} + B_0 \sqrt{1 - \frac{z}{z_0}} \end{aligned} \quad (2.27)$$

dove  $B_{bias}$  è un campo efficace determinato dalla scelta del detuning e dalla velocità finale. In questo caso, per la velocità più probabile  $v_z = 332$  m/s, si ottengono i parametri  $B_0 = 596$  Gauss e  $z_0 = 10$  cm. In realtà il profilo del campo magnetico misurato non segue l'andamento dell'eq.(2.27) (vedi figura 2.20) perchè lo Zeeman Slower è composto da un numero finito di bobine. In ogni caso l'integrazione numerica delle equazioni del moto, mostrata in figura 2.21, dimostra che il rallentamento è efficace fino a velocità dell'ordine di 450 m/s.

Per la realizzazione dello Zeeman Slower si è avvolto del filo di rame di sezione circolare di diametro 0.9 mm su di un tubo in acciaio del diametro esterno di 33 mm. Gli avvolgimenti non sono stati realizzati su tutta la lunghezza del tubo ma coprono un segmento di 400 mm, mentre il tubo misura longitudinalmente 470 mm. La parte del tubo sulla quale sono stati realizzati gli avvolgimenti è divisa, tramite separatori in rame dello spessore di 2 mm, in 8 parti di uguale lunghezza attorno a cui sono avvolte le bobine con numero di avvolgimenti crescenti lungo  $z$ . Un generatore di corrente TDK-Lambda ZUP 120-3.6 alimenta tutte e 8 le bobine con una corrente di circa 2 A e un circuito di resistenze e potenziometri in parallelo alle bobine serve a controllare finemente le correnti nelle varie bobine per massimizzare il numero di atomi rallentati [25]. Il fascio di rallentamento dunque è detunato di  $\delta_L / 2\pi = -983$  MHz in modo da essere risonante con gli atomi a velocità di circa 400 m/s di modo che tutti gli atomi con velocità inferiori siano rallentati a velocità dell'ordine di 15 m/s come viene illustrato in figura 2.21 dalla simulazione numerica sulle traiettorie degli atomi ottenute

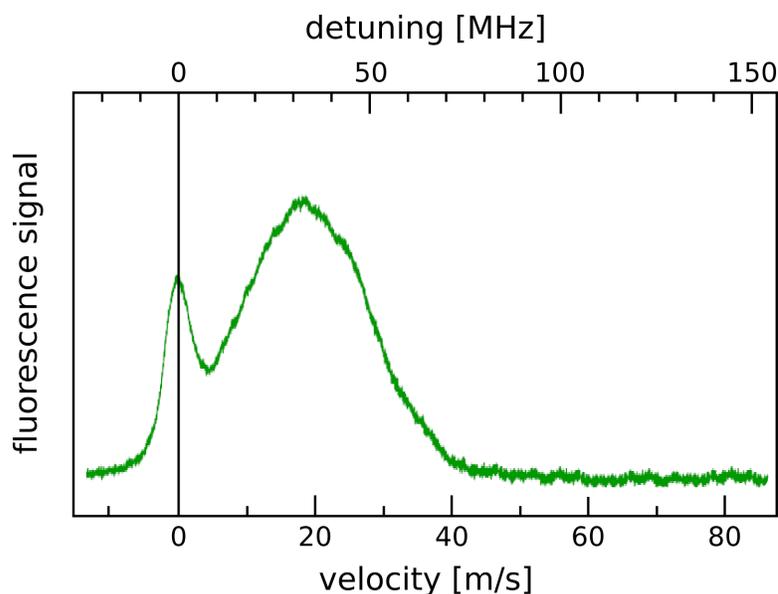


**Figura 2.20:** Campo magnetico dello Zeeman Slower teorico (linea) e misurato (punti) sperimentalmente con una sonda di Hall [25].



**Figura 2.21:** Simulazione numerica dell'andamento spaziale delle velocità atomiche per diverse velocità iniziali. Si può notare che per  $v_z < 450$  m/s le traiettorie degli atomi collassano su un'unica traiettoria [25].

integrando l'equazione del moto. Come si evince dalla figura 2.22, effettuando contemporaneamente spettroscopia longitudinale e trasversa, è possibile testare l'efficacia dello Zeeman Slower, osservando il picco di fluorescenza degli atomi rallentati eccitati dal fascio longitudinale parallelo all'asse dello Zeeman Slower e confrontandone la distanza dal segnale di fluorescenza degli atomi a velocità nulla, eccitati dal fascio trasverso.



**Figura 2.22:** Fluorescenza degli atomi rallentati (picco a  $v = 20$  m/s,  $\delta_L = -35\Gamma$ ) rivelata con la spettroscopia longitudinale e confrontato con la fluorescenza degli atomi a velocità nulla rivelata con la spettroscopia trasversa.

## 2.7 Bobine per i campi magnetici di MOT

Come visto nella sezione 1.6, per realizzare una MOT è necessario un gradiente di campo magnetico che si annulli all'intersezione dei sei fasci laser e che cresca linearmente con la distanza lungo le tre direzioni  $x, y, z$ . Una tale configurazione di campo magnetico è facilmente ottenibile con due bobine in configurazione anti-Helmholtz, che sono state costruite e testate durante il lavoro di tesi. Per avere un'idea dell'andamento del campo magnetico in configurazione anti-Helmholtz, si prende il caso di due bobine ideali composte da un solo conduttore, trascurando le dimensioni reali degli avvolgimenti. Le due bobine di raggio  $R$  sono poste a una distanza  $2d$  l'una dall'altra e sono percorse da una corrente uguale ma di verso opposto. Il campo magnetico risultante sull'asse

delle due bobine è:

$$B_z(0, 0, z) = -\frac{\mu_0 N I R^2}{2} \left[ \frac{1}{[(z+d)^2 + R^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[(z-d)^2 + R^2]^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (2.28)$$

dove  $N$  è il numero di avvolgimenti,  $I$  è la corrente totale,  $\mu_0$  è la permeabilità nel vuoto. Facendo lo sviluppo del campo in  $z = 0$  si trova che solo i termini di ordine dispari sono non nulli e in particolare lo sviluppo fino al terzo ordine è:

$$B_z(z) = -\frac{\mu_0 N I R^2}{2} \left[ \frac{6d}{[d^2 + R^2]^{\frac{5}{2}}} z + \frac{5d}{[d^2 + R^2]^{\frac{9}{2}}} (3R^2 - 4d^2) z^3 + \mathcal{O}(z^5) \right] \quad (2.29)$$

Dunque per:

$$d = \frac{\sqrt{3}}{2} R \quad (2.30)$$

il campo magnetico è puramente lineare a meno di termini del quinto ordine. In particolare possiamo scrivere  $B_z(z) = bz$  dove:

$$b = \mu_0 N I \frac{3dR^2}{(R^2 + d^2)^{5/2}} \quad (2.31)$$

L'andamento lungo le direzioni  $x$  e  $y$  si può ricavare facilmente dalla terza equazione di Maxwell ( $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ) e da considerazioni di simmetria. Infatti vista la simmetria cilindrica del problema,  $\mathbf{B}$  non dipende dall'angolo azimutale  $\phi$  e scrivendo la divergenza in coordinate cilindriche  $(\rho, \phi, z)$ , si ottiene:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho B_\rho)}{\partial \rho} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (2.32)$$

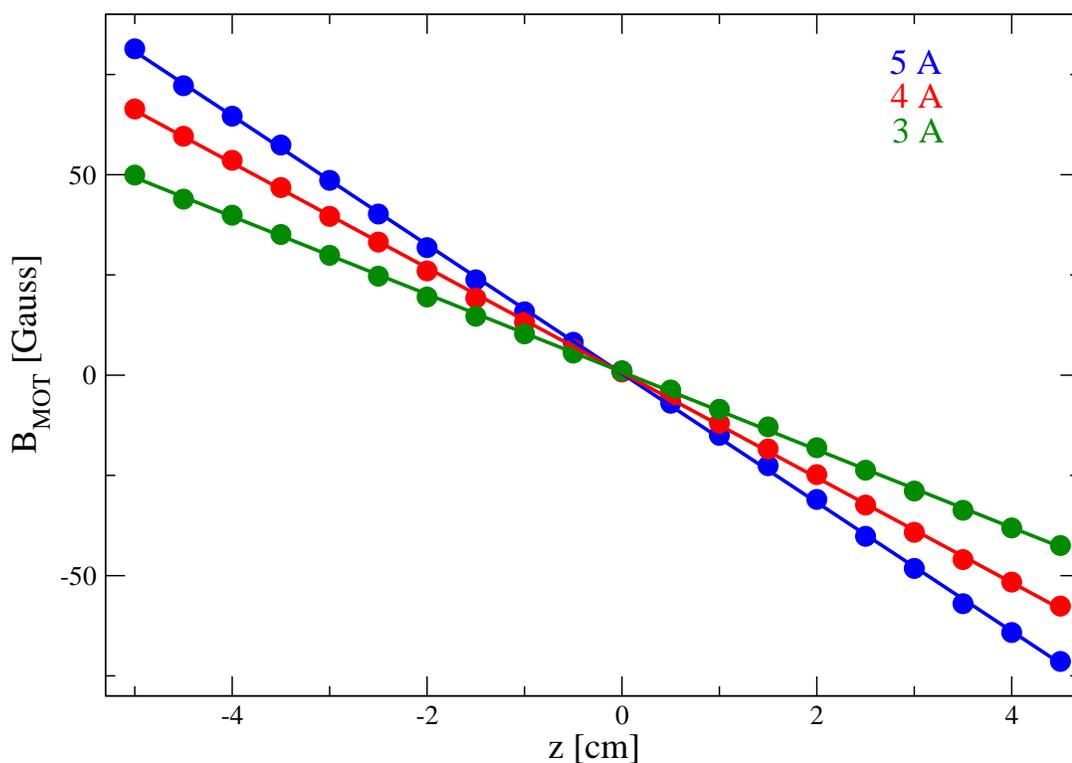
da cui si ricava facilmente:

$$B_\rho(\rho) = -\frac{b}{2} \rho \quad (2.33)$$

Nel nostro caso, considerando che i fasci di MOT sono dell'ordine di un centimetro ( $r = 1.3$  cm), si può calcolare l'ordine di grandezza del gradiente per un detuning di  $\delta_L \sim -20\Gamma_{556}$  tramite l'equazione (1.81):

$$b = \frac{\hbar \delta_L}{g_J M_J \mu_B r} \simeq 1.5 \text{ Gauss/cm} \quad (2.34)$$

Le bobine per ottenere tali gradienti magnetici sono costituite da un numero di spire  $N = 180$  (di cui 6 longitudinali e 30 radiali), con un raggio interno  $R_{in} = 4$  cm ed esterno  $R_{ext} = 7.6$  cm, sono spesse 2.1 cm e sono poste a una distanza reciproca  $d = 10$  cm. Con questi parametri, considerando il raggio medio e la distanza tra i centri delle bobine, anche se la condizione (2.30) non è soddisfatta per motivi di progettazione



**Figura 2.23:** Campi magnetici di MOT misurati con una sonda di Hall e relativi fit Lineari con le correnti rispettivamente di 5, 4 e 3 A.

il campo ha un andamento sufficientemente lineare nella regione centrale tra le due bobine come mostrato in figura 2.23. Le resistenze delle bobine sono dell'ordine di  $4 \Omega$ . Dai gradienti misurati con una sonda di Hall si può inferire che il gradiente varia con la corrente secondo l'equazione:

$$b = (3.17)I \text{ Gauss/cm} \quad (2.35)$$

Le bobine sono state avvolte con un filo di rame di sezione rettangolare spesso 1 mm in direzione radiale e 3.15 mm in direzione assiale. Il tutto è stato incapsulato con una speciale colla bicomponente (white Epoxy encapsulant) per fissare gli avvolgimenti e per aumentarne la conducibilità termica. Le bobine sono state avvolte in dei supporti di

alluminio con l'estremità superiore cava per far passare dell'acqua per il raffreddamento. L'anello inferiore dei supporti è stato tagliato in modo che non potessero circolare correnti parassite allo spegnersi dei campi magnetici.

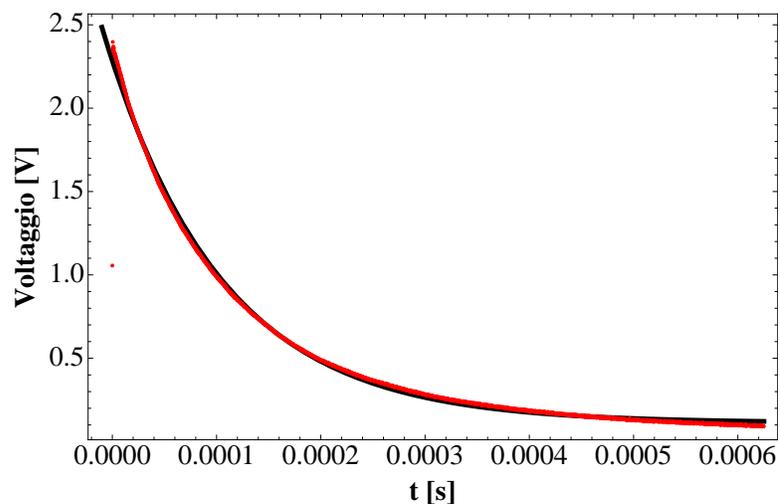
Infine sono state misurate le induttanze delle bobine per avere una stima del tempo di spegnimento dei campi magnetici. La misura è stata effettuata con due metodi diversi. Il primo consiste nell'inserire un condensatore ( $C = 100$  nF) in parallelo con le bobine, misurare la frequenza di risonanza  $\omega = 1/\sqrt{LC}$  del circuito e da questa ricavare l'induttanza  $L$ . Le misure fatte con questo metodo sono:

$$\begin{aligned} L_1 &= 2.0 \text{ mH} \\ L_2 &= 2.0 \text{ mH} \\ L_{tot} &= 3.4 \text{ mH} \end{aligned} \tag{2.36}$$

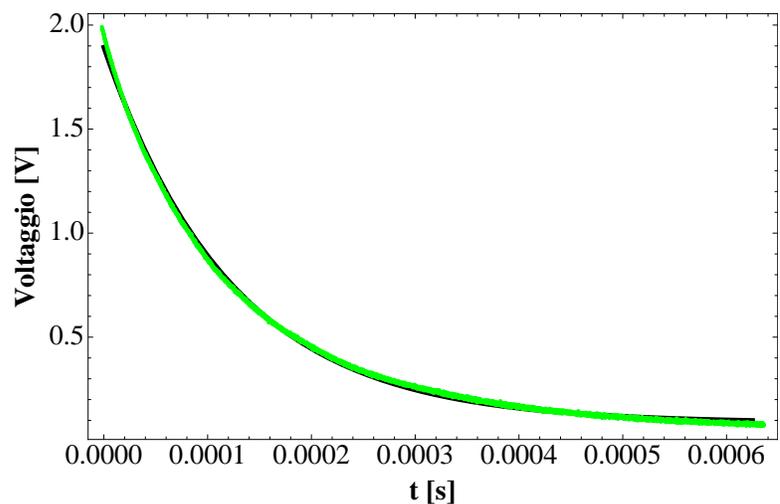
dove  $L_{tot}$  è misurata mettendo le due bobine in serie in configurazione anti-Helmholtz alla distanza di  $d = 10$  cm. Visto che la risonanza del circuito è molto larga e queste misure possono solo servire ad individuare un ordine di grandezza delle induttanze, si fa affidamento sulle misure fatte con il secondo metodo. Questo consiste nel misurare la costante di tempo delle bobine rivelando la risposta a un'onda quadra proveniente da un generatore di funzioni. In questo modo si realizza un circuito RL dove la costante di tempo è  $\tau = L/R$  e  $R$  è la resistenza del circuito che in questo caso era quella dell'oscilloscopio (terminato a  $50 \Omega$ ) in parallelo con quella del generatore di funzioni anch'esso in modalità a bassa impedenza ( $50 \Omega$ ). Dunque il circuito ha una resistenza di  $R = 25 \Omega$  perché la resistenza delle bobine è stata trascurata. Allora misurando  $\tau$  dai fit esponenziali della risposta del circuito RL (vedi le figure 2.24, 2.25 e 2.26) si ottiene:

$$\begin{aligned} L_1 &= 3.08 \pm 5 \text{ mH} \\ L_2 &= 3.0 \pm 2.5 \text{ mH} \\ L_{tot} &= 5.6 \pm 5 \text{ mH} \end{aligned} \tag{2.37}$$

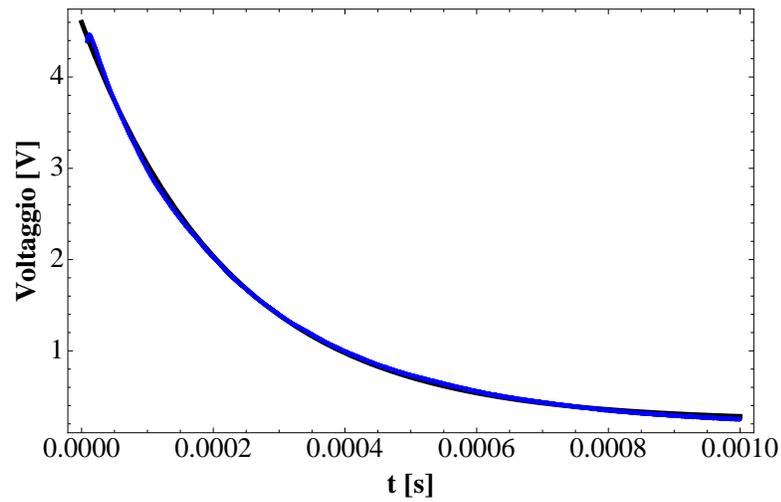
Con entrambi i metodi dunque si misura un'induttanza totale  $L_{tot}$  minore della somma delle induttanze delle due bobine  $L_1$  e  $L_2$ . Questo avviene perché le bobine in configurazione anti-Helmholtz hanno una mutua induttanza negativa.



**Figura 2.24:** Misura della costante di tempo del circuito RL costituito da bobina 1, oscilloscopio e generatore di funzioni. In questo caso  $\tau_1 = 112.7 \pm 2 \mu\text{s}$ . Il fit esponenziale è disegnato in nero.



**Figura 2.25:** Misura della costante di tempo del circuito RL costituito da bobina 2, oscilloscopio e generatore di funzioni. In questo caso  $\tau_2 = 123.3 \pm 1 \mu\text{s}$ . Il fit esponenziale è disegnato in nero.



**Figura 2.26:** Misura della costante di tempo del circuito RL costituito da bobina 1 e bobina 2 in serie, oscilloscopio e generatore di funzioni. In questo caso  $\tau_{tot} = 226.5 \pm 2 \mu\text{s}$ . Il fit esponenziale è disegnato in nero.

## Capitolo 3

# Realizzazione e caratterizzazione della MOT

### 3.1 Configurazione sperimentale

Lo schema ottico utilizzato per rallentare e intrappolare gli atomi è mostrato in figura 3.1. Tutte le ottiche sono posizionate su delle tavole sopraelevate rispetto al tavolo ottico di modo che i fasci laser siano sulla stessa altezza del centro della cella della MOT, a 25 cm dal tavolo ottico. Sul tavolo ottico, invece sono posizionate le ottiche per il fascio di imaging e per il fascio di MOT verticale che va dal basso verso l'alto. Si può notare come subito dopo entrambe le fibre che trasportano i fasci di rallentamento e di intrappolamento sia posto un cubo polarizzatore (PBS) per avere una polarizzazione ben definita della luce in uscita. Questo accorgimento è stato preso in quanto, anche se le fibre usate preservano la polarizzazione, questa non è mai perfettamente stabile nel tempo ma fluttua sulla scala delle decine di secondi. Questo porterebbe a una polarizzazione non ben definita nel caso del fascio di rallentamento e a fluttuazioni di potenza nelle coppie di fasci contropropaganti nel caso dei fasci di MOT. Posizionando un PBS subito dopo la fibra si trasformano fluttuazioni di polarizzazione in fluttuazioni di potenza che si vanno a sommare a quelle già presenti nei laser a monte. Le fluttuazioni di potenza sono facilmente correggibili tramite un circuito di aggancio che effettua un feedback attivo sugli AOM del fascio di Zeeman Slower (ZS) e del fascio di MOT. Per effettuare la stabilizzazione di potenza si preleva parte della radiazione di entrambi i fasci: nel caso dello ZS è rivelata la trasmissione dello specchio diecrico<sup>1</sup>, mentre nel caso dei fasci di MOT è prelevata della radiazione da uno specchio parzialmente

---

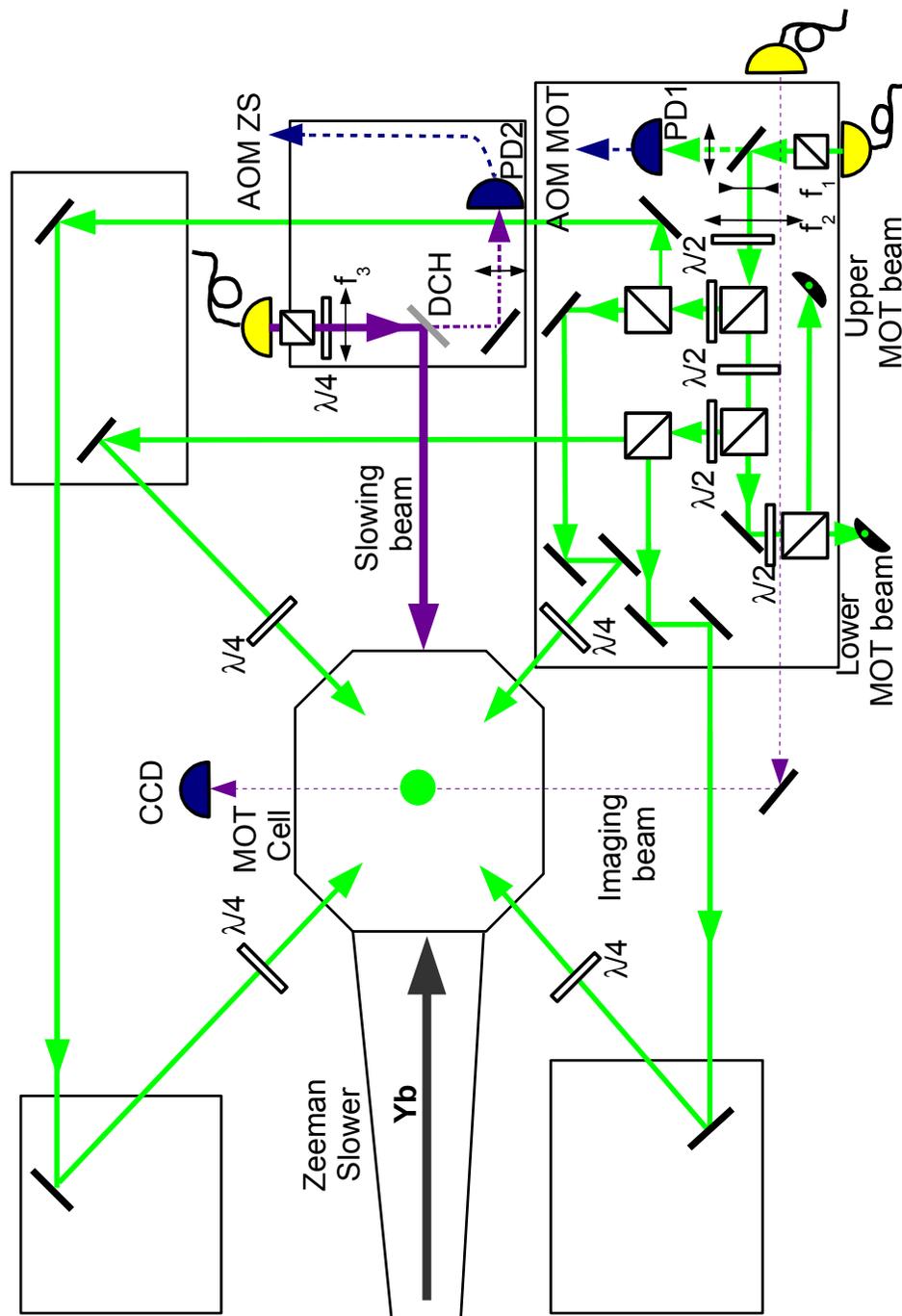
<sup>1</sup>Il diecrico è utilizzato per poter effettuare, se necessario, una spettroscopia longitudinale del fascio atomico deviando uno dei fasci di MOT e sovrapponendolo a quello di rallentamento.

riflettivo. Questa radiazione è rivelata da un fotodiode (PD1 e PD2 nella figura 3.1) la cui fotocorrente è trasdotta da uno degli ingressi di un PID. L'altro ingresso è costituito da un segnale di controllo che individua il valore di potenza desiderato. Il PID confronta i due segnali e il segnale d'uscita è inviato al VCA<sup>2</sup> (Voltage Control Attenuator) presente nell'AOM driver, aumentando o diminuendo l'ampiezza della radiofrequenza che alimenta l'AOM (aumentando o diminuendo dunque la potenza del fascio laser) in modo che la differenza tra i due segnali sia nulla. Così la potenza dei fasci è agganciata al valore desiderato.

La fibra dello ZS è usata senza collimatore facendo sì che il fascio di rallentamento diverga e poi venga focalizzato da una lente con focale  $f_3 = 100$  mm in modo che si sovrapponga il più possibile al fascio atomico. Il telescopio del fascio a 556 nm posizionato poco dopo la fibra è composto da due lenti: la prima divergente, da un pollice e con focale  $f_1 = -50$  mm e la seconda convergente, da due pollici e con focale  $f_2 = 75$  mm. In questo modo si ottiene un fascio collimato dal waist di circa  $r = 1.3$  cm.

---

<sup>2</sup>il VCA è un dispositivo che permette di controllare la potenza di un segnale tramite un voltaggio DC.



**Figura 3.1:** Schema ottico visto dall'alto.  $f_1 = -50$  mm,  $f_2 = 75$  mm,  $f_3 = 100$  mm. DCH è lo specchio diecrico. PD1 e PD2 sono i fotodiodi per la stabilizzazione della potenza dei fasci di MOT e del fascio di rallentamento. Per i fasci di MOT nella direzione verticale è stato indicato il cammino ottico solo nel piano.

### 3.1.1 Controllo remoto dell'esperimento

Il controllo dell'esperimento è effettuato via computer tramite una scheda Viewpoint DIO-64 dotata di un clock interno di 40 MHz che riesce a variare il voltaggio che viene utilizzato per il controllo delle varie componenti dell'apparato sulla scala del  $\mu s$ . La scelta del clock interno indipendente dal clock del computer è stata fatta in modo da evitare che la temporizzazione con cui si eseguono le azioni sperimentali non sia influenzata dalla CPU utilizzata di volta in volta da altre applicazioni. La scheda DIO-64 è dotata di 64 canali che possono fungere sia da output che da input e può essere caricata con una certa sequenza di azioni sperimentali tramite un programma di controllo sviluppato usando il linguaggio di programmazione LabWindows-CVI (con struttura simile a quella del C). Una volta scritta la sequenza sperimentale e compilato la scheda, i segnali vengono veicolati in formato digitale (TTL) a delle interfacce analogiche (gli Analog-out) oppure digitali (Digital-out) dotate di specifici indirizzi. I primi servono per convertire il segnale da digitale in analogico compreso nell'intervallo  $[-10, +10]$  V per controllare variabili come la frequenza dei fasci laser tramite gli AOM o le correnti delle bobine, mentre i secondi utilizzano l'uscita in formato digitale per controllare variabili logiche (shutter, modulazione dei fasci di MOT a 556 nm, ecc.).

## 3.2 Numero di atomi e temperatura nella MOT multifrequenza

Il numero di atomi confinati nella trappola è dato dal bilancio tra quelli catturati e quelli persi nell'unità di tempo. La rate equation che descrive questo processo è dunque:

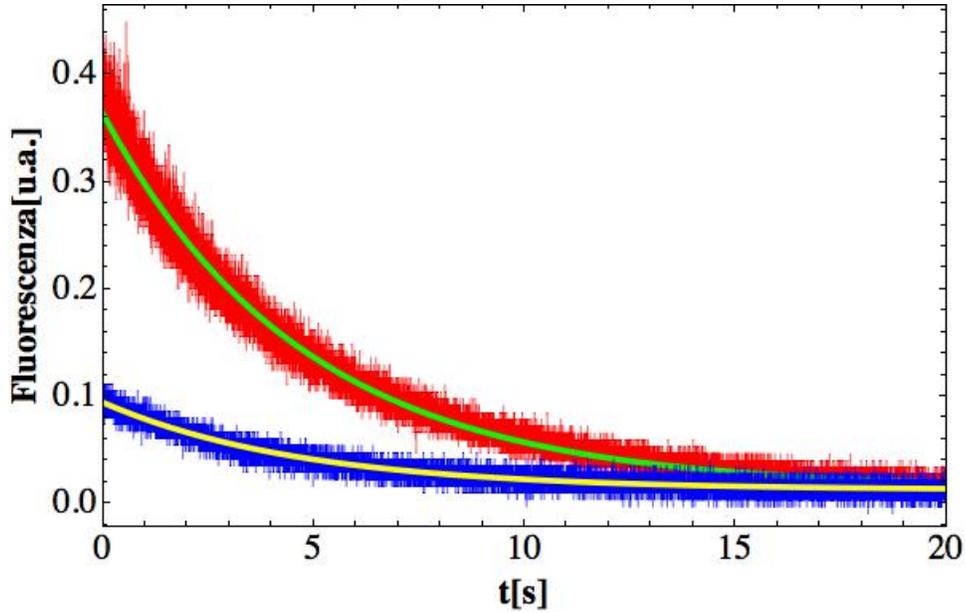
$$\frac{dN}{dt} = R - \frac{N}{\tau} - \beta \frac{N^2}{V} \quad (3.1)$$

dove  $R$  è il tasso di cattura, il termine proporzionale a  $N$  descrive le perdite dovute alle collisioni con il gas di background e il termine proporzionale a  $N^2$  (dove  $V$  rappresenta il volume d'intrappolamento) descrive le perdite dovute alle collisioni tra gli atomi intrappolati che sono rilevanti solo per alte densità e dunque in prima approssimazione sarà trascurato. La soluzione, assumendo  $N(0) = 0$ , è dunque:

$$N(t) = R\tau \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad (3.2)$$

che mostra una crescita con valore stazionario  $N_{st} = R\tau$ . Quindi, se a partire da questa condizione, viene interrotto il flusso di atomi ( $R = 0$ ), il numero di atomi intrappolato diminuisce esponenzialmente secondo  $N(t) = N_{st} \exp(-t/\tau)$ . La scarica della MOT sia con la modulazione accesa (multifrequenza o MF) che con la modulazione spenta (a

singola frequenza o SF) è illustrata in figura 3.2, dove è stato registrato il segnale di fluorescenza del fotomoltiplicatore dopo aver chiuso lo shutter del fascio atomico con la MOT al suo valore stazionario. Con un fit esponenziale sono stati misurati i tempi di vita medi  $\tau_{SF} = 4.5 \pm 0.5$  s e  $\tau_{MF} = 4.7 \pm 0.5$  s con una pressione di  $1 \cdot 10^{-9}$  Torr. Gli errori sono stimati in base all'incertezza sulla scelta del punto iniziale del fit. E' evidente come il caricamento nella MOT a multifrequenza sia molto più efficace in quanto la fluorescenza degli atomi intrappolati è quattro volte superiore a quella a singola frequenza.



**Figura 3.2:** Scarica della MOT multifrequenza (linea rossa) e singola frequenza (linea blu). Il segnale di fluorescenza è acquisito con un fotomoltiplicatore. L'intensità totale dei fasci laser è  $I_{556} = 140$  mW. La linea verde e quella gialla sono i fit esponenziali.

Il numero di atomi è stato ottimizzato nella MOT multifrequenza al variare dei parametri controllati che sono detuning  $\delta_L$ , il gradiente di campo magnetico  $b$  e l'ampiezza della modulazione  $\Delta f$ . Una volta ottimizzati questi parametri, si scelgono la potenza del fascio di rallentamento  $P_{zs}$  e la corrente dello Zeeman Slower  $I_{zs}$  che massimizzano il numero di atomi caricati nella MOT. La potenza dei fasci di MOT a 556 nm è sempre tenuta al massimo valore ovvero  $P_{556} = 140$  mW in quanto nella MOT a multifrequenza è importante avere le varie bande laterali ognuna con un'intensità dell'ordine di quella di saturazione in modo che anche gli atomi aventi frequenze di risonanza intermedie alle bande laterali possano ricevere una considerevole pressione

di radiazione per l'effetto di allargamento di potenza [35]. Considerando che per la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$   $I_s = 140 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ , che ci sono 6 fasci ciascuno composto da circa 18 bande laterali e un fascio laser di raggio  $r = 1.3$  cm, si ottiene che ogni banda laterale ha un'intensità  $I = 1.74 I_s$  che corrisponde ad una larghezza di riga effettiva di  $\Gamma' = \Gamma \sqrt{1 + I/I_s} = 301$  kHz.

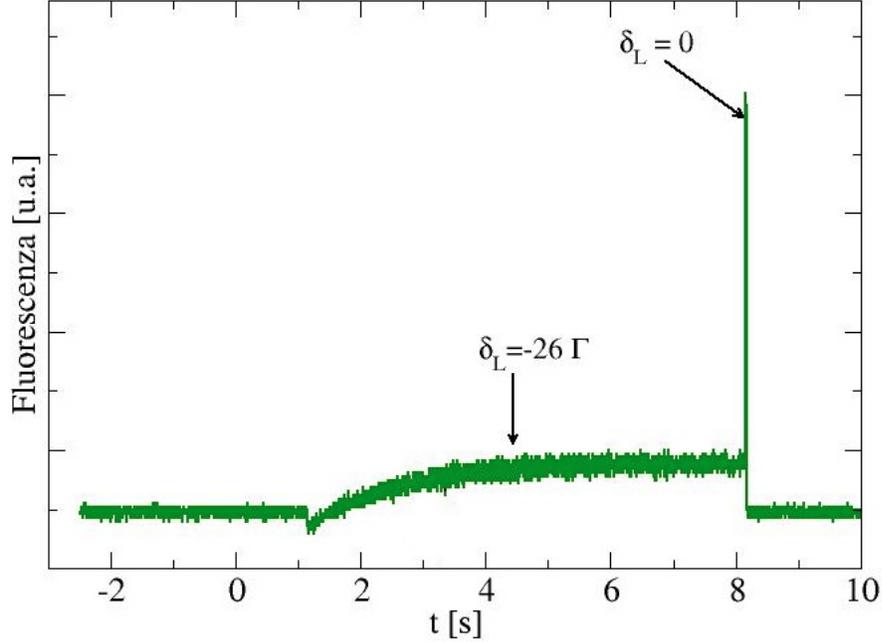
Per compiere l'ottimizzazione dei parametri  $\delta_L$  e  $b$ , è stata misurata la fluorescenza degli atomi intrappolati misurata con un fotomoltiplicatore. Questa tecnica non dà una misura diretta del numero di atomi ma è più veloce e pratica della tecnica di imaging di assorbimento (che sarà descritta più avanti), quindi più utile per esplorare le varie configurazioni possibili. Questo metodo è stato utilizzato con la seguente tempistica:

- Si carica la MOT con un certo insieme di parametri  $\{\delta_L, b, \Delta f\}$  per circa 8 s.
- Si spengono lo Zeeman Slower, la bobina di compensazione e il fascio di rallentamento.
- Si aspettano 10 ms, necessari alla completa estinzione dei campi magnetici dovuti alle correnti parassite.
- Si spegne la modulazione e contestualmente ci si mette a  $\delta_L = 0$  in modo da osservare su un oscilloscopio il segnale di fluorescenza rivelato dal fotomoltiplicatore.

E' utile puntualizzare che la frequenza viene spostata in risonanza con gli atomi alla fine del ciclo sperimentale per avere sempre la stessa costante di proporzionalità tra il numero di atomi e la fluorescenza e dunque avere un'indicazione univoca sul numero di atomi relativo ai vari cicli sperimentali. Infatti, a seconda del detuning, lo stesso numero di atomi produce un segnale di fluorescenza diverso e questo è il motivo per cui, per ottimizzare il caricamento della MOT, non si può far affidamento sulla fluorescenza durante la carica. Il segnale di fluorescenza tipico di un ciclo sperimentale è indicato in figura 3.3 dove si può notare la carica a  $\delta_L = -26 \Gamma$  e il conseguente picco di fluorescenza a  $\delta_L = 0$  di cui viene misurata l'altezza per avere un'indicazione del numero di atomi. In figura 3.4 sono riportate le misure di fluorescenza effettuate variando il detuning e il gradiente per  $\Delta f = 150, 300$  e  $600$  kHz. Per ogni grafico è indicata la configurazione ottimale  $\{\delta_L^*, b^*\}$  e il corrispondente insieme di rette che costituiscono il luogo dei punti nello spazio delle fasi  $(v_z, z)$  dove la pressione di radiazione di ciascuna banda laterale è massima. In altre parole, sono rappresentate le rette descritte dalle equazioni:

$$\delta_L^* - n_+ \Delta \Upsilon + k_L v_z + \frac{\mu_B g_J M_J b^* z}{\hbar} = 0 \quad (3.3)$$

$$\delta_L^* - n_- \Delta \Upsilon - k_L v_z - \frac{\mu_B g_J M_J b^* z}{\hbar} = 0 \quad (3.4)$$

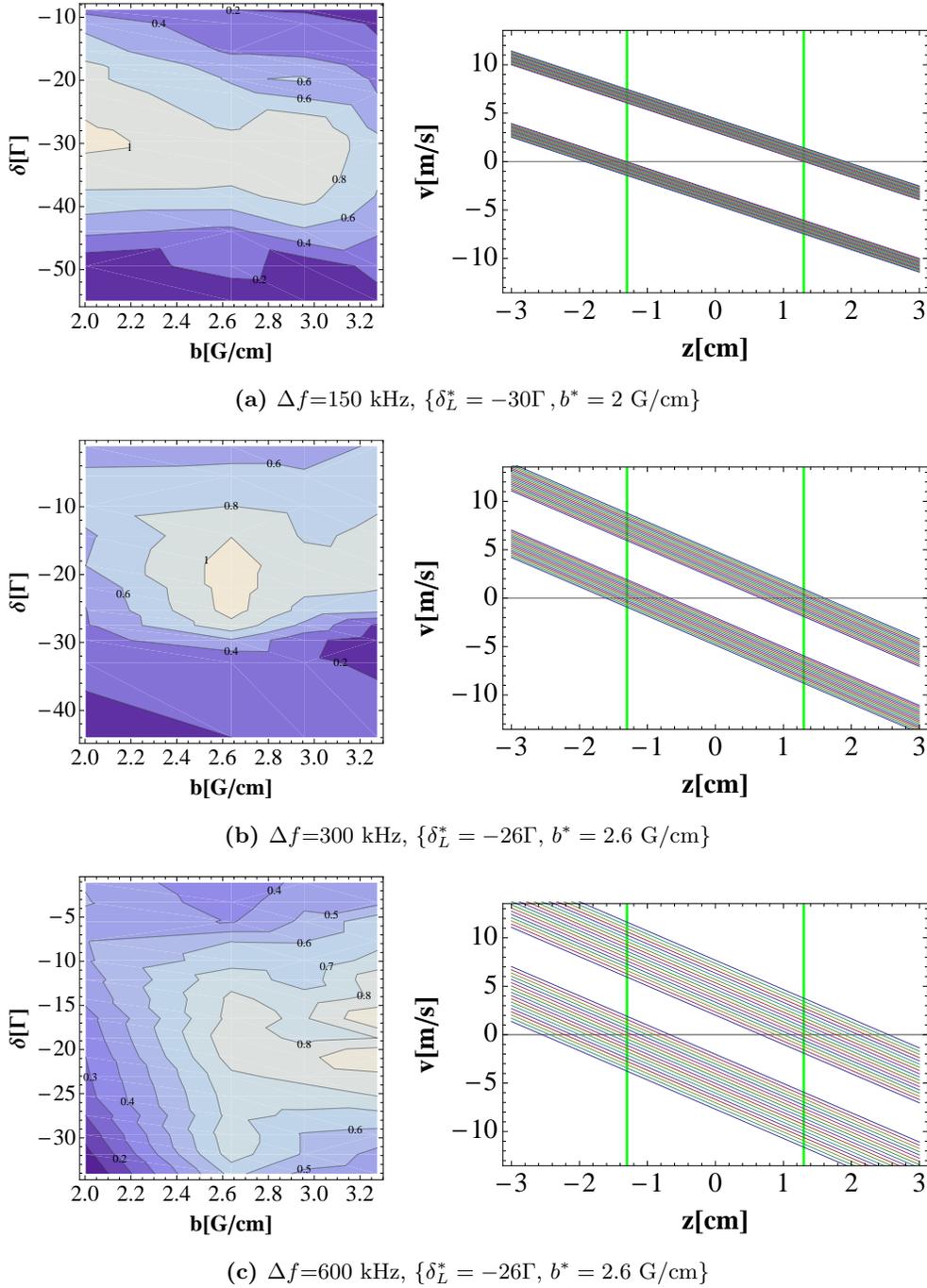


**Figura 3.3:** Il segnale di fluorescenza degli atomi intrappolati nella MOT a multifrequenza. La carica avviene a  $\delta_L = -26\Gamma$  e il picco corrisponde a  $\delta_L = 0$ .

dove  $n_{\pm} = 0, 1, \dots, 17$  è il numero della banda laterale del fascio  $\sigma^{\pm}$  e  $\Delta\Upsilon = 2\pi\Delta f$ .

Si può notare dalle figure 3.4 che per  $\Delta f = 150$  kHz, il detuning ottimale  $\delta_L^*$  è superiore alle altre due configurazioni, mentre il gradiente ottimale  $b^*$  è inferiore. Infatti, essendo lo spettro più ristretto, per massimizzare il numero di atomi è preferibile avere un gradiente più basso (pendenza della retta più bassa) in modo che aumenti la regione dove gli atomi sentono la pressione di radiazione e un detuning più alto (intercetta più alta) che equivale a intercettare atomi più veloci. Negli altri due casi invece, essendo l'intervallo di frequenze più ampio, la configurazione ottimale presenta un gradiente più alto e un detuning inferiore. Nel caso di  $\Delta f = 600$  kHz però il vantaggio di avere la modulazione inizia ad essere controbilanciato dal fatto di avere regioni dello spettro vuote e dunque classi di velocità atomiche non rallentate. Nel caso di  $\Delta f = 300$  kHz invece si riempie in maniera ottimale lo spettro in quanto la larghezza di riga di ciascuna banda laterale è esattamente  $\Gamma' = \Gamma\sqrt{1 + I/I_s} = 301$  kHz.

E' importante puntualizzare che la precisione di queste misure è stata limitata da grosse fluttuazioni nel numero di atomi dovute a un effetto etalon della finestra di Zaffiro. Questo effetto è causato da fluttuazioni termiche dello spessore della finestra che, non essendo dotata di coating antiriflesso, funge da etalon e varia nel tempo la potenza trasmessa del fascio di rallentamento. Per cercare di ovviare a queste fluttuazioni di



**Figura 3.4:** Curve di livello della fluorescenza normalizzata degli atomi interpolati al variare del detuning  $\delta_L$  e del gradiente del campo di MOT per diversi valori di  $\Delta f$  e corrispondenti rette di risonanza delle bande laterali dei due fasci nel diagramma di fase  $(v_z, z)$ . Le linee verdi delimitano la regione di MOT ( $r = 1.3$  cm).  $\{\delta^*, b^*\}$  sono i valori ottimali trovati.

numero di atomi, la temperatura della finestra di Zaffiro è mantenuta costante intorno a 150 °C da uno stabilizzatore di temperatura. Al netto di queste fluttuazioni non si è notata una grossa differenza al variare della spaziatura tra le bande laterali  $\Delta f$  ma si è scelta la configurazione a  $\Delta f = 300$  kHz in quanto è quella con il massimo più definito e che sfrutta in maniera ottimale l'intervallo di frequenza coperto dalla modulazione. L'insieme di parametri ottimali è dunque  $\{\delta_L^* = -26\Gamma, b^* = 2.6 \text{ G/cm}, \Delta f^* = 300\text{kHz}\}$ .

Per misurare precisamente il numero di atomi nella MOT è stato utilizzato il metodo dell'Imaging in assorbimento. Questa tecnica consiste nell'illuminare il campione di atomi intrappolati con un fascio laser di probe a 399 nm quasi risonante con la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  (a meno di un detuning  $\delta$ ) in modo che gli atomi assorbano la luce, lasciando un'ombra nel profilo del fascio. Il fascio di probe viene poi raccolto da una CCD BlueFox 120AG che rivela l'intensità trasmessa. Dunque, data la sezione d'urto di assorbimento [14]:

$$\sigma(\delta, s) = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \left( \frac{1}{1 + (2\delta/\Gamma)^2} \right) \left( \frac{1}{1 + s} \right) \quad (3.5)$$

dove  $s$  è il parametro di saturazione e  $\delta$  il detuning del fascio di imaging, l'intensità trasmessa sarà:

$$I_t(x, y) = I_0(x, y)e^{-\sigma\tilde{n}(x, y)} \quad (3.6)$$

dove  $\tilde{n}(x, y) = \int n(x, y, z)dz$  con  $z$  la direzione di propagazione del fascio,  $(x, y)$  le coordinate dei pixel sulla CCD e  $I_0(x, y)$  l'intensità del fascio di probe che ha un profilo gaussiano. Quindi, la densità integrata del campione atomico è:

$$\tilde{n}(x, y) = -\frac{1}{\sigma} \log \left( \frac{I_t(x, y)}{I_0(x, y)} \right) \quad (3.7)$$

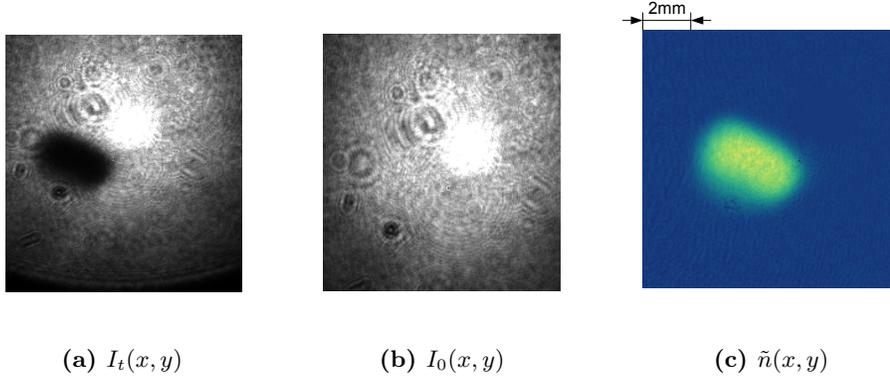
In realtà, per ricavare la reale densità integrata del sistema bisogna tener conto che la dimensione effettiva dei pixel dipende dall'ingrandimento del sistema ottico che si utilizza per raccogliere le immagini e inoltre che bisogna sottrarre il contributo della luce ambiente su ogni singolo pixel prendendo un'immagine con i laser spenti. Fatte queste considerazioni, il numero di atomi rivelato sul pixel  $(i, j)$  diventa:

$$\tilde{n}_{ij} = -\frac{S}{\sigma} \log \left( \frac{P_{i,j} - B_{ij}}{F_{ij} - B_{ij}} \right) \quad (3.8)$$

dove  $S = px^2$  è l'area efficace del singolo pixel con l'ingrandimento incluso, con dimensione lineare  $px = 53 \pm 3 \mu\text{m}$  (vedi la sezione 3.3 e la figura 3.10b per la misura del valore di px), mentre  $P_{ij}, F_{ij}, B_{ij}$  sono le intensità dei segnali rispettivamente dell'immagine con gli atomi, senza atomi e del background sul pixel  $(i, j)$ . Dopo aver preso le 3 immagini, viene fatto un fit gaussiano bidimensionale con la funzione:

$$\tilde{n}(x_i, y_j) = A \exp \left[ - \left( \frac{(x_i - x_0)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y_j - y_0)^2}{2\sigma_y^2} \right) \right] \quad (3.9)$$

da cui si stimano i parametri  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $x_0$ ,  $y_0$  e  $A$  che indicano rispettivamente le dimensioni e la posizione della nuvola nelle due direzioni e il valore massimo della gaussiana. Per misurare il numero di atomi, si sono usati due metodi diversi. Uno consiste nel-



**Figura 3.5:** Immagini di assorbimento raccolte con la CCD della MOT a multifrequenza con i parametri ottimali. Nella foto **a)** l'area oscura corrisponde agli atomi che assorbono il fascio di imaging. L'immagine **b)** è la foto del fascio laser che serve a rivelare l'intensità incidente  $I_0(x, y)$ . L'immagine **c)** riporta la densità ottica  $\tilde{n}(x, y)$  secondo l'equazione (3.8).

l'utilizzare i parametri del fit per calcolare l'integrale gaussiano della nuvola atomica secondo la formula:

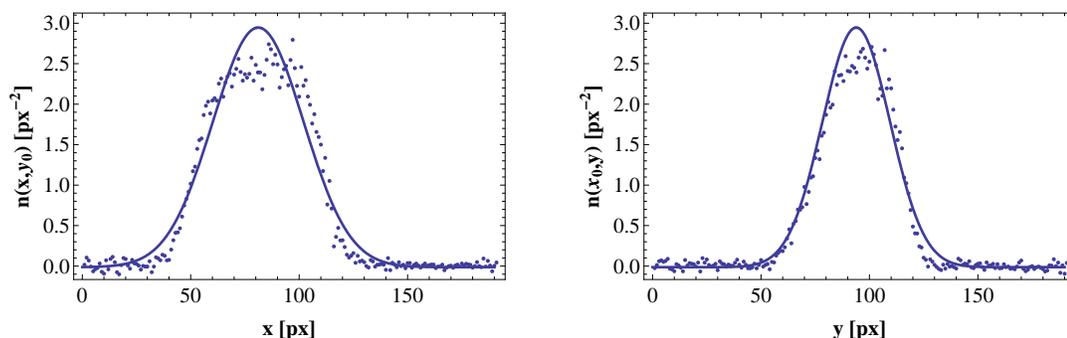
$$N_{atoms}^{(fit)} = \frac{A}{\sigma(\delta)} 2\pi\sigma_x\sigma_y S \quad (3.10)$$

L'altro metodo consiste nel sommare i contributi di tutti i pixel secondo l'equazione (3.8) ottenendo così:

$$N_{atoms}^{(px)} = -\frac{S}{\sigma(\delta)} \sum_{i,j} \log \left( \frac{P_{i,j} - B_{ij}}{F_{ij} - B_{ij}} \right) \quad (3.11)$$

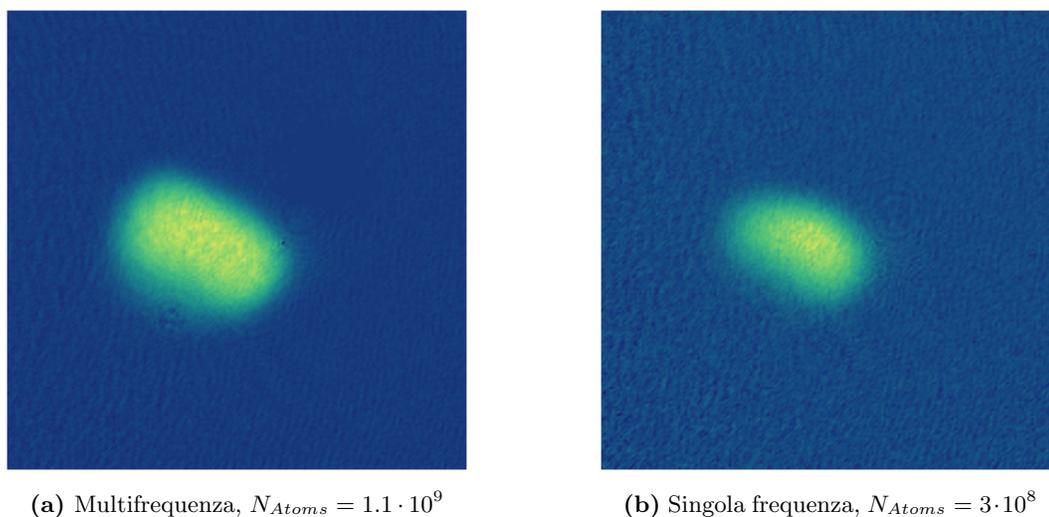
Anche se la nuvola atomica non sempre ha forma gaussiana, come si nota nelle figure 3.5, il fit con la funzione (3.9) dà una stima ragionevole delle dimensioni della nuvola tramite i parametri  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  come si nota dai grafici 3.6. La bontà del fit è confermata dal fatto che le due stime  $N_{atoms}^{(px)}$  e  $N_{atoms}^{(fit)}$  sono in accordo entro un margine del 10% circa. Dunque è stato scelto di utilizzare  $N_{atoms}^{(fit)}$  come misura del numero di atomi.

Per eseguire le misure, il fascio di imaging è detunato di  $\delta = -\Gamma$  per evitare che, nel caso di nuvole atomiche troppo dense, il numero di atomi sia sottostimato a causa del range dinamico limitato della CCD (8 bit), che impedisce una stima accurata di assorbimenti elevati. Inoltre si utilizza una potenza piuttosto bassa ( $P_{im} \sim 100 \mu\text{W}$ )



**Figura 3.6:** Sezione unidimensionale del fit gaussiano bidimensionale lungo le due direzioni  $x$  e  $y$  prendendo come riferimento il centro della nuvola  $(x_0, y_0)$  stimato dal fit. I dati fanno riferimento a una MOT MF con  $1.1 \cdot 10^9$  atomi.

con un fascio da un waist  $W_0 = 1$  cm di modo che il parametro di saturazione sia molto minore di 1 ( $s \ll 1$ ) e la densità ottica misurata sia dunque indipendente dall'intensità. La durata dell'impulso di imaging è circa  $100 \mu\text{s}$ , sufficientemente grande da avere un buon numero di conteggi nell'immagine (senza saturare la CCD), ma sufficientemente piccola da poter trascurare il moto degli atomi durante la fase di imaging (in modo da poter considerare l'immagine come un'istantanea della distribuzione di densità della nuvola atomica). Nella configurazione ottimale, gli atomi intrappolati nella MOT MF



**Figura 3.7**

sono  $N = 1.1 \cdot 10^9$  mentre nella MOT SF sono circa un fattore 4 in meno (figure 3.7)

in accordo con le misure fatte osservando la fluorescenza della carica (vedi figura 3.2).

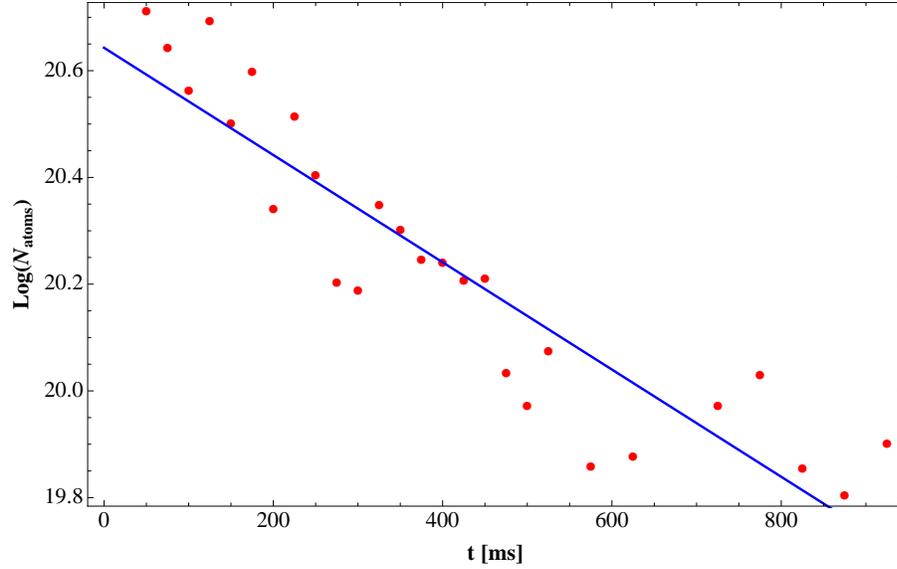
Dopo aver ottimizzato il numero di atomi catturati nella MOT multifrequenza, il passaggio successivo è ovviamente quello di ottimizzare la temperatura nella MOT a singola frequenza, che sarà l'oggetto della prossima sezione. Infatti nella MOT MF è difficile raffreddare gli atomi efficientemente in quanto, avendo tante componenti in frequenza molto più detunate verso il rosso rispetto alla portante, le temperature corrispondenti a questi detuning sono più alte secondo la relazione (1.64) (vedi anche figura 3.12). Infatti la temperatura tipica osservata tramite misure di tempo di volo (vedi sezione successiva) è circa  $200 \mu K$ , due ordini di grandezza superiore al limite Doppler  $T_D = \hbar\Gamma/2k_B = 4.3 \mu K$ . Passando invece alla singola frequenza dopo la fase di cattura con la modulazione, è possibile trasferire quasi tutti gli atomi nella MOT SF dove la larghezza di riga di 182 kHz permette di arrivare a temperature confrontabili con il limite Doppler. Il trasferimento senza sostanziali perdite di atomi è possibile perché alla temperatura di  $200 \mu K$  della MOT MF corrisponde una velocità quadratica media di  $\sqrt{\langle v^2 \rangle} \sim 0.1 \text{ m/s}$ , sensibilmente più bassa della velocità di cattura della MOT a singola frequenza ( $v_c \sim 8 \text{ m/s}$ , vedi sezione 1.7).

A questo proposito, una misura di caratterizzazione importante è la misura del tempo di vita della MOT SF misurato dopo aver catturato gli atomi nella MOT MF. Infatti anche se gli atomi riescono a essere trasferiti quasi senza perdite da una configurazione all'altra, è utile avere un'ulteriore conferma che il tempo di vita è sufficiente per il caricamento della trappola di dipolo che si realizzerà in futuro (vedi sezione 3.6). Dunque, misurando il numero di atomi rimasti nella MOT SF al variare del tempo atteso prima di effettuare l'imaging, è stato calcolato un tempo di vita  $\tau = 995 \text{ ms}$  che è più soddisfacente in ottica futura (vedi figura 3.8).

### 3.3 Temperatura degli atomi intrappolati nella MOT a singola frequenza

Per misurare precisamente la temperatura si fa ricorso al metodo del tempo di volo (time of flight o TOF). Questo metodo consiste nello spegnere la trappola improvvisamente<sup>3</sup> osservando così l'espansione balistica della nuvola atomica a un certo tempo tramite l'imaging in assorbimento. Infatti, visto che gli atomi non sono abbastanza freddi per

<sup>3</sup>I fasci laser di MOT sono spenti tramite l'AOM che controlla la frequenza. Nel driver dell'AOM è presente un VCA (Voltage control attenuator ZX73-2500 della Minicircuit) attraverso cui passa la radiofrequenza che alimenta l'AOM e che è possibile spegnere in  $25 \mu s$ . Il tempo di spegnimento del campo magnetico prodotto dalle bobine è dell'ordine di  $\tau = 1 \text{ ms}$ , misurato prima di montare la cella. Ovviamente nell'apparato saranno presenti correnti parassite dovute alle guarnizioni di rame dell'apparato da vuoto e al metallo della cella stessa che potrebbero allungare ulteriormente questo tempo.



**Figura 3.8:** Misura del tempo di vita medio ( $\tau = 995$  ms) della MOT SF dopo aver catturato circa  $N = 10^9$  atomi nella MOT MF.

entrare nel regime di degenerazione quantistica, si comportano come particelle classiche ben descritte da una distribuzione maxwelliana. Allora al tempo  $t$  la distribuzione degli atomi sarà [14]:

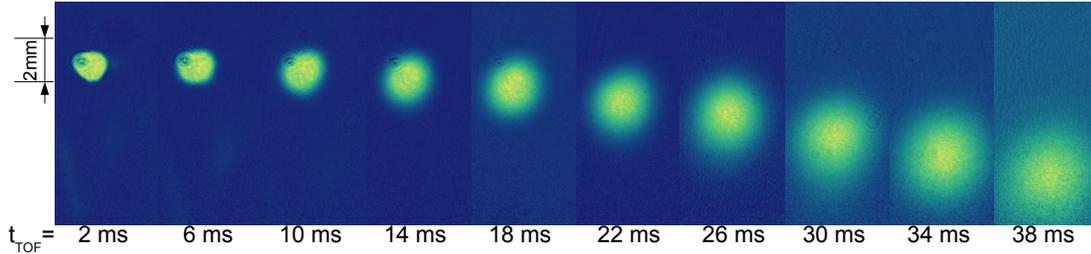
$$n(\mathbf{r}, t) = \frac{N}{(2\pi)^{3/2}(\sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(r - r_0)^2}{2(\sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2)}\right], \quad \sigma_v = \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \quad (3.12)$$

Dunque prendendo abbastanza immagini a tempi di espansioni diversi è possibile misurare  $\sigma_v$  e di conseguenza la temperatura della nuvola atomica. La tipica sequenza di espansione è illustrata nelle figura 3.9. Si nota che a tempi brevi la nuvola non è sferica in quanto la trappola è anisotropa perché il gradiente lungo l'asse delle bobine di MOT ( $y$ ) è doppio rispetto a quello in direzione radiale ( $x$ ) secondo l'equazione (2.32). Dunque sono stimati separatamente i coefficienti  $\sigma_{v_x}^2$  e  $\sigma_{v_y}^2$  e poi viene calcolata la temperatura con il valor medio  $\sigma_{av}^2 = (\sigma_{v_x}^2 + \sigma_{v_y}^2)/2$ .

Inoltre, sfruttando il moto balistico degli atomi, o meglio del centro della nuvola atomica, possiamo misurare con precisione la dimensione effettiva dei pixel. Infatti l'equazione del moto del centro della nuvola atomica sarà:

$$y_0(t) = y_0 + v_0 t + g \frac{t^2}{2} \quad (3.13)$$

Dunque effettuando un fit parabolico con una funzione  $a + bt + ct^2$ , come illustrato in figura 3.10b, possiamo stimare il coefficiente quadratico  $c$  e calcolare la dimensione



**Figura 3.9:** Sequenza di foto di un tipico TOF. In questo caso la temperatura misurata è  $T = 32 \pm 4 \mu K$ .

lineare di un pixel come  $g/2c$ . Per ogni TOF, dunque è stata presa una misura della dimensione effettiva del pixel con il relativo errore da cui risulta alla fine il valore medio di  $px = 53 \pm 3 \mu m$  che è il valore che è stato usato per tutte le misure di temperature e numero di atomi.

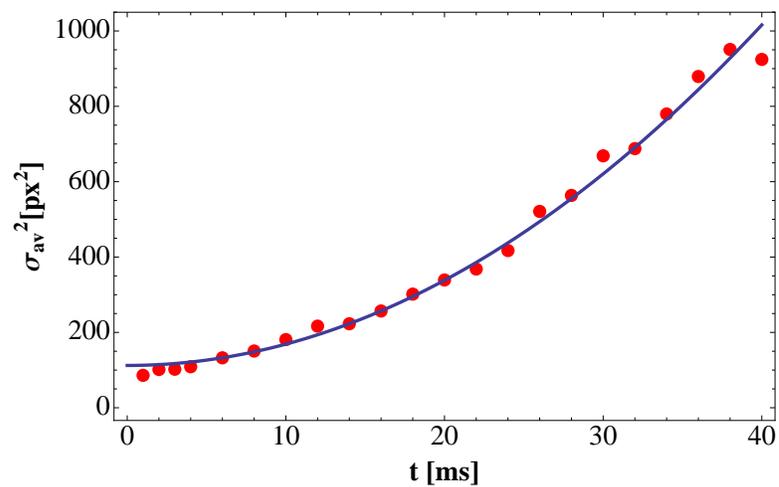
La temperatura è stata minimizzata al variare del detuning e dell'intensità. Infatti secondo la teoria Doppler la temperatura di equilibrio della nuvola atomica è, per un semplice sistema a due livelli [36]:

$$T = \frac{\hbar\Gamma}{8k_B} \frac{\Gamma}{|\delta_L|} \left[ 1 + \frac{I_t}{I_s} + \left( \frac{2\delta_L}{\Gamma} \right)^2 \right] \quad (3.14)$$

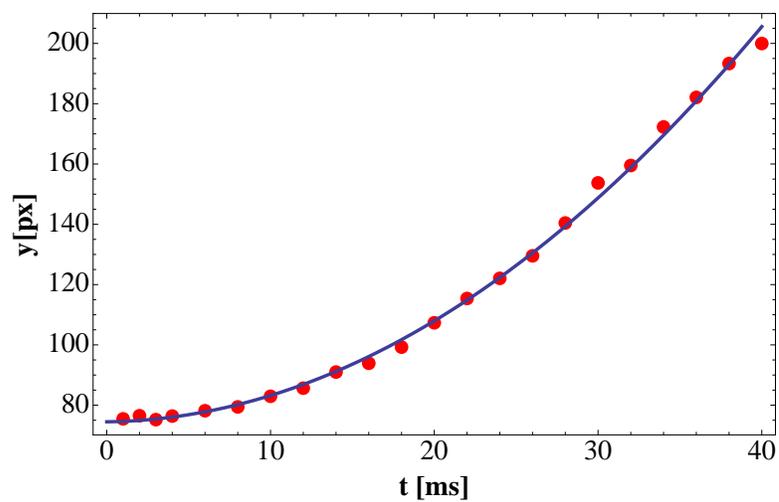
dove  $I_t$  è l'intensità totale dei fasci di MOT. In primo luogo è stata fatta una misura della  $\sigma_{av}^2$  a un dato tempo di volo ( $t = 22$  ms) al variare del detuning  $\delta_L$  (vedi figura 3.11) per capire orientativamente quale fosse il detuning ottimale. Questa misura non è definitiva perché si trascurano eventuali variazioni di  $\sigma_0$  dovute al cambio del detuning che possono contribuire alle dimensioni per un tempo di espansione finita. Successivamente dunque è stata misurata la temperatura con dei TOF per 9 detuning diversi coprendo un intervallo di circa  $15 \Gamma$  ed è stata confrontata con l'andamento illustrato nell'equazione (3.14). Il detuning ottimale misurato è  $\delta_L^* = -3.2\Gamma$  per una temperatura di  $32.5 \pm 4 \mu K$ . La temperatura è ottenuta effettuando un fit parabolico dell'espansione balistica con una funzione  $\sigma_{av}^2(t) = \sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2$ , come illustrato in figura 3.10a. A partire dal parametro  $\sigma_{av}^2$  del fit parabolico, si ottiene la temperatura secondo la relazione:

$$T = \frac{m}{k_B} \sigma_v^2 (px)^2 \quad (3.15)$$

dove il fattore  $(px)^2$  tiene conto della conversione pixel-metri. Gli errori sulla temperatura sono stati ricavati dall'equazione (3.15) in base alla propagazione degli errori sulla

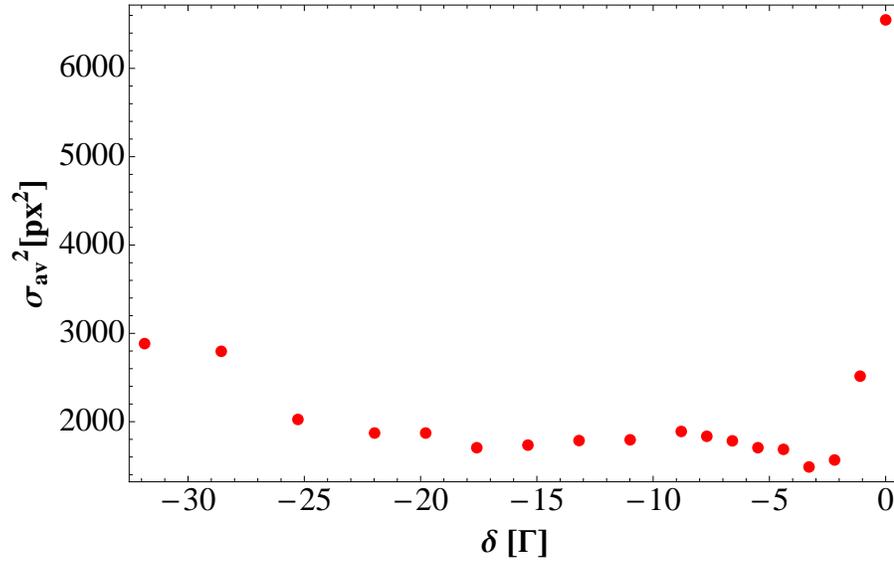


(a)  $\sigma^2(t) = \sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2$

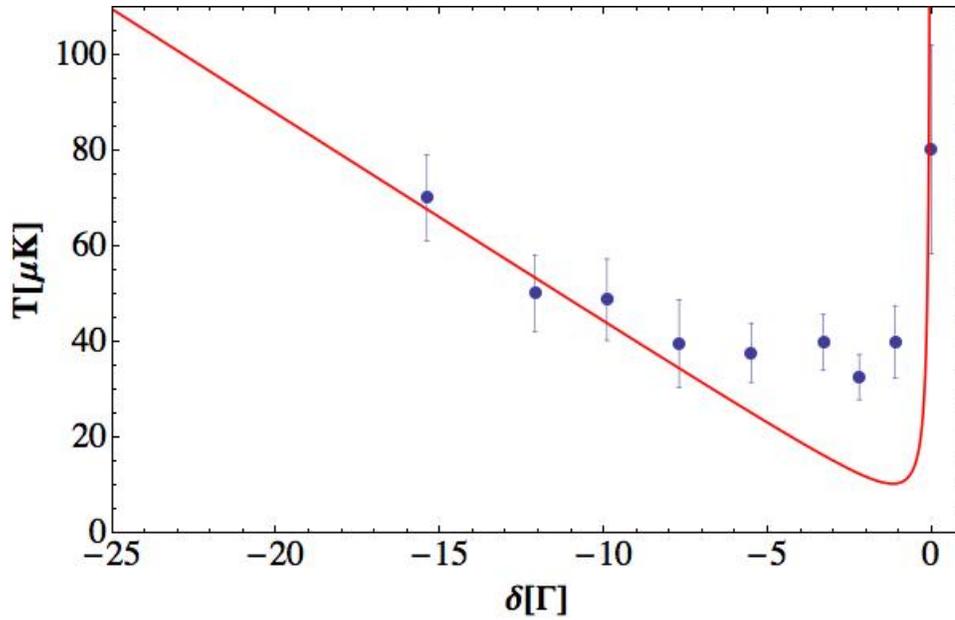


(b)  $y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{g}{2} t^2$

**Figura 3.10:** Fit parabolici dell'espansione balistica degli atomi durante la caduta (a) e del moto balistico del centro della nuvola (b).



**Figura 3.11:** Andamento della dimensione media della nuvola atomica  $\sigma_{av}^2$  al tempo di volo  $t = 22 \text{ ms}$  in funzione del detuning  $\delta_L$ .



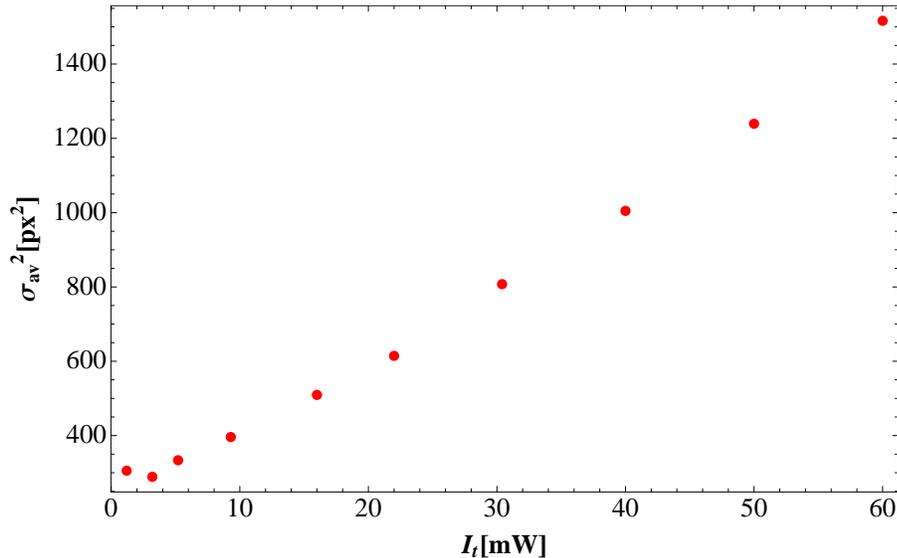
**Figura 3.12:** Andamento della Temperatura in funzione del detuning con un parametro di saturazione di  $s \sim 5$ . In rosso è indicato l'andamento Doppler teorico indicato nell'equazione 3.14. Il minimo è raggiunto per  $\delta_L = -3.2\Gamma$  per una temperatura di  $32.5 \pm 4 \mu\text{K}$ .

calibrazione del pixel  $\Delta px$  e sulla stima statistica di  $\Delta\sigma_v^2$  in base all'equazione:

$$\frac{\Delta T}{T} = \left( 2 \frac{\Delta px}{px} + \frac{\Delta\sigma_{av}^2}{\sigma_{av}^2} \right) \quad (3.16)$$

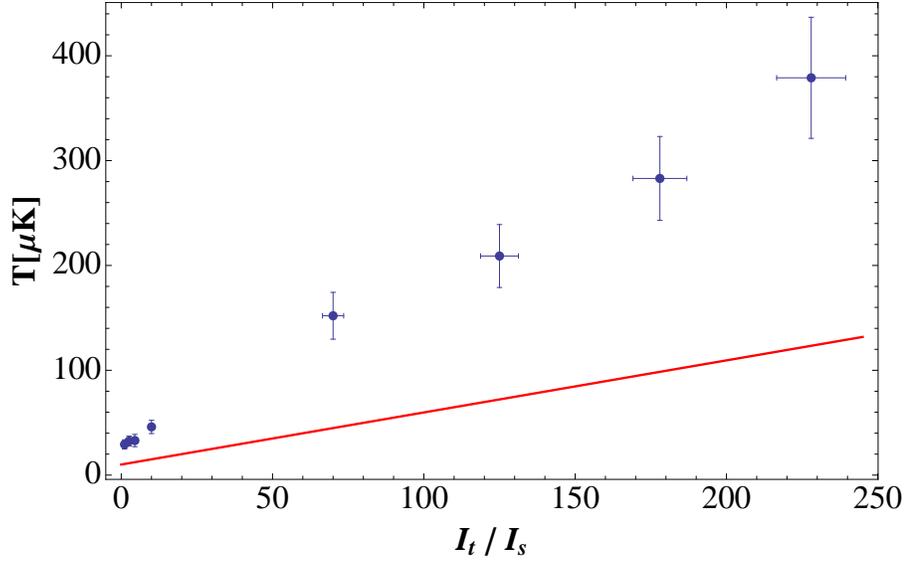
In realtà il modo migliore per stimare gli errori sarebbe stato quello di ripetere una stessa misura di temperatura più volte in modo da poter calcolare la deviazione standard ma questo non è stato possibile per motivi di tempo. Si può notare come in corrispondenza del minimo valore teorico di temperatura, i valori misurati sono nettamente superiori a quanto previsto dalla teoria Doppler. Questo è dovuto al fatto che la densità della nuvola atomica è troppo alta (in queste misure in media  $n = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ) per essere descritta da una teoria che non tenga conto delle forze che intercorrono tra gli atomi a causa dello scattering multiplo di fotoni (fotoni riemessi da un atomo che vengono riassorbiti da un altro atomo intrappolato portando così riscaldamento, vedi sezione 1.8) o a causa di meccanismi più complicati come il riscaldamento radiativo collisionale [37]. Infatti, come sarà chiaro più avanti nella sezione 3.4, diminuendo la densità sarà possibile diminuire ulteriormente la temperatura a valori vicini al limite Doppler di  $4.3 \mu\text{K}$ .

Una volta fissato il detuning ottimale, la stessa procedura è stata applicata per verificare l'andamento lineare della temperatura con il parametro di saturazione  $s = I/I_s$  come viene illustrato nelle figure 3.13 e 3.14. Si può notare come una volta



**Figura 3.13:** Andamento della dimensione media della nuvola atomica a  $t_{TOF} = 22 \text{ ms}$ , al variare dell'intensità incidente dei fasci di MOT.

raggiunto il limite di bassa intensità, la temperatura satura al valore di circa  $32 \mu\text{K}$



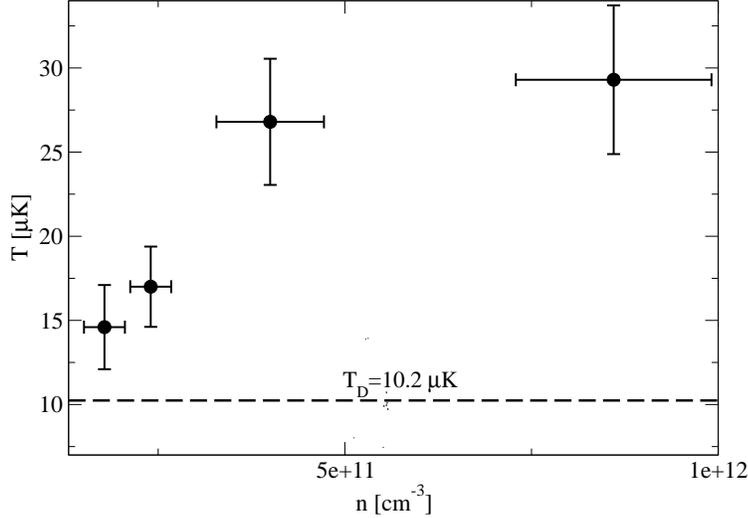
**Figura 3.14:** Andamento della temperatura al variare dell'intensità totale dei fasci di MOT. In rosso è indicato l'andamento Doppler teorico (3.14). L'errore sull'intensità è dovuto alle fluttuazioni del laser a 1112 nm che sono circa  $\Delta I_t / I_t = 3\%$ . Si noti che la temperatura è sistematicamente più alta dell'andamento teorico e che per basse intensità la temperatura tende a una temperatura superiore al limite Doppler  $T_D = 4.3 \mu K$ .

superiore al limite Doppler. Inoltre risulta evidente come la temperatura cresca più velocemente dell'intensità rispetto alle previsioni della teoria Doppler. I motivi di questa discrepanza saranno affrontati nella prossima sezione.

### 3.4 Riscaldamento radiativo dovuto alle collisioni

Questi andamenti anomali della temperatura con il detuning e l'intensità dei fasci incidenti sono già stati osservati precedentemente in atomi alcalino-terrosi come lo Stronzio [38] e lo stesso Itterbio [36]. Però in [38], tramite la misura del coefficiente di smorzamento  $\alpha$  e della costante di richiamo  $\kappa$ , è stata accuratamente verificata la teoria Doppler per un atomo a due livelli, indicando che la spiegazione di questi andamenti anomali è da ricercarsi non in un'inadeguata descrizione del processo di raffreddamento ma in qualche meccanismo di riscaldamento non incluso nella teoria Doppler. Una spiegazione possibile, proposta in [38] e [36], potrebbe essere la localizzazione degli atomi intrappolati nel reticolo ottico generato dall'interferenza tra i fasci  $\sigma^+ - \sigma^-$  provenienti dalle 3 direzioni. In realtà la spiegazione risiede più probabilmente nei



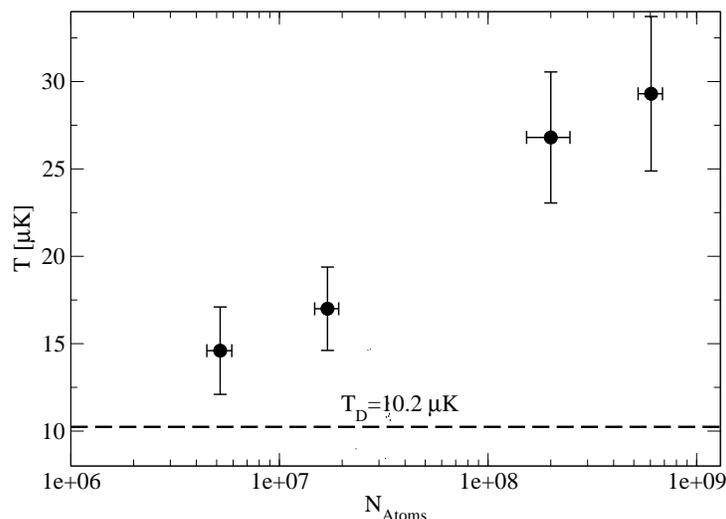


**Figura 3.16:** Andamento della temperatura al variare della densità atomica misurato nella MOT SF con parametri  $I_t/I_s = 4.5$ ,  $\delta_L = -3.2\Gamma$ . La linea tratteggiata indica la previsione teorica della temperatura Doppler per il valore del parametro di saturazione usato, ovvero  $T_D = 10.2 \mu\text{K}$ .

Una conferma indiretta del fatto che il riscaldamento radiativo dovuto alle collisioni è un fattore cruciale in questo esperimento viene dal fatto che, caricando in maniera meno efficiente la trappola e dunque riducendo la densità atomica, la temperatura abbia raggiunto valori confrontabili con quelli previsti dalla teoria Doppler. Il valore minimo di temperatura raggiunto è stato  $T = 14 \pm 2 \mu\text{K}$  per una densità di  $n = 1 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  e per un numero di atomi  $N = 5 \cdot 10^6$  come illustrato nelle figure 3.16 e 3.17. Per caricare meno efficientemente la MOT sono stati cambiati i parametri dello Zeeman Slower ed è stata spenta la modulazione caricando direttamente la MOT SF. La densità media è stata calcolata secondo la formula:

$$n = \frac{N}{(2\sigma_0)^3} \quad (3.18)$$

dove è stato misurato il numero di atomi  $N$  ed è stato stimato il valore di  $\sigma_0^2$  dal fit quadratico mostrato in figura 3.10a.



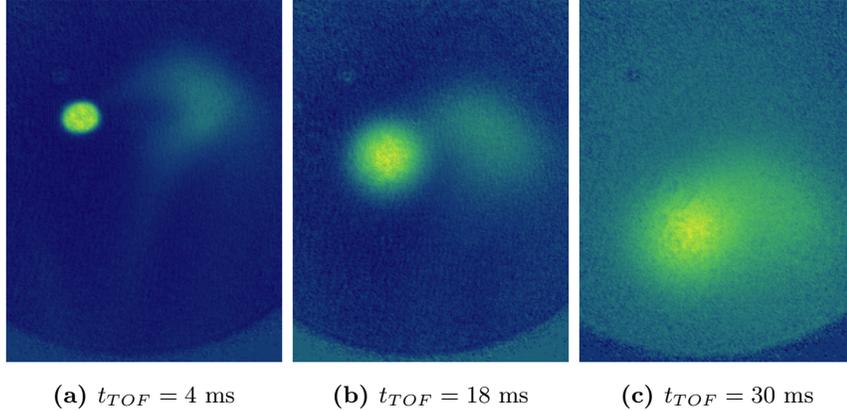
**Figura 3.17:** Andamento della temperatura al variare del numero di atomi con gli stessi parametri della figura 3.16.

### 3.5 Misura della densità nello spazio delle fasi $n\lambda_{dB}^3$

Una misura di caratterizzazione importante è quella della densità nello spazio delle fasi  $n\lambda_{dB}^3$ , dove

$$\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}} \quad (3.19)$$

è la lunghezza di De Broglie. La densità nello spazio delle fasi è un parametro cruciale per gli sviluppi futuri riguardanti il raffreddamento evaporativo in trappola di dipolo. Come sarà chiaro più avanti (vedi sezione 3.6), potrebbe essere necessario comprimere la MOT per ridurre le dimensioni e aumentare l'efficienza di caricamento nella trappola di dipolo. E' necessario assicurarsi che all'aumentare del gradiente di campo magnetico della MOT SF (dunque al diminuire del volume e all'aumentare della densità) la densità nello spazio delle fasi non diminuisca. Dalla teoria Doppler inoltre è noto che la temperatura è indipendente dal gradiente di campo magnetico (3.14) ma viste le densità alte potrebbero esserci meccanismi di riscaldamento radiativo che potrebbero aumentare la temperatura e dunque diminuire la densità nello spazio delle fasi. Dunque è stato studiato l'andamento della temperatura e della densità al variare del gradiente  $b$ . Per fare ciò, sono stati prima caricati gli atomi nella MOT MF con i parametri ottimali e poi



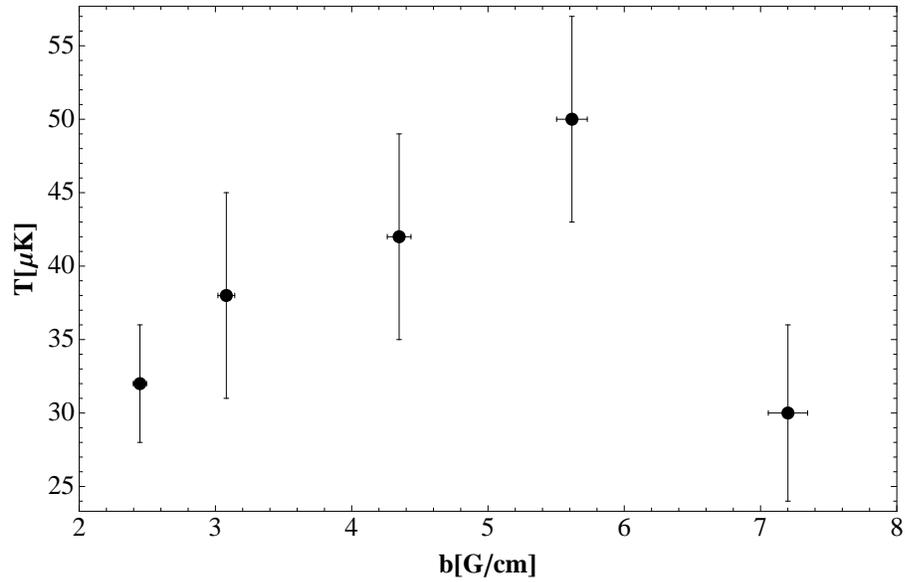
**Figura 3.18:** La MOT SF e il residuo degli atomi nella MF dopo 30 ms si ricongiungono rendendo molto difficile una buona misura della temperatura. Nelle foto,  $b = 5.6$  Gauss/cm.

sono stati trasferiti nella MOT SF dove si usano i parametri  $\{s^* = 4.5, \delta_L^* = -3.2\Gamma\}$  e si varia il gradiente  $b$ . Nelle figure 3.19, 3.20 e 3.21 sono riportate le misure con le relative barre di errore. Purtroppo le misure sono affette da incertezze piuttosto marcate perché, più viene aumentato il gradiente di campo magnetico, più il trasferimento di atomi dalla MOT MF alla MOT SF diventa inefficace. Di conseguenza un numero sempre più consistente di atomi rimane nella posizione della MOT MF che non coincide con quella della MOT SF come illustrato nelle figure 3.18. Il problema sorge a tempi volo oltre i 15 ms quando le due nuvole iniziano a ricongiungersi ed è dunque molto difficile effettuare un fit gaussiano della distribuzione di densità separando i due differenti contributi per misurare la temperatura della MOT SF.

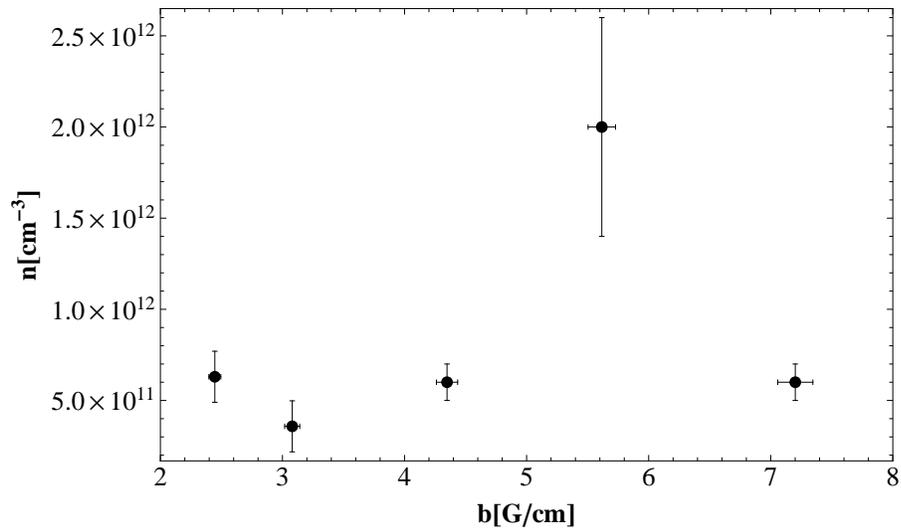
Nonostante ciò è possibile notare dalle misure che la temperatura tende a crescere con l'aumentare del gradiente di campo magnetico per poi ritornare al valore che caratterizza la configurazione ottimale ( $30 \mu\text{K}$ ) per  $b > 6$  Gauss/cm mentre la densità rimane approssimativamente costante (escludendo la misura a  $b = 5.6$  Gauss/cm che è affetta da un grande errore per i motivi spiegati prima). Questi due andamenti non producono diminuzioni sostanziali nella densità dello spazio delle fasi che rimane approssimativamente centrata intorno al valore  $n\lambda^3 \sim 5 \cdot 10^{-6}$ .

### 3.6 Sviluppi futuri

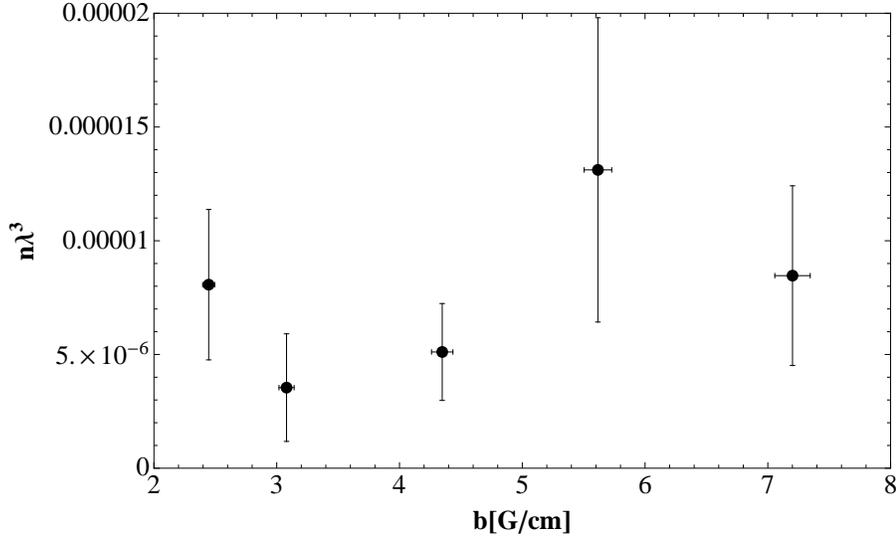
L'obiettivo prossimo dell'esperimento è caricare gli atomi intrappolati nella MOT in una trappola di dipolo per eseguire un raffreddamento evaporativo. Il principio della



**Figura 3.19:** Andamento della temperatura con il gradiente di campo magnetico della MOT SF con parametri ottimali  $s = 4.5$  e  $\delta_L = -3.2\Gamma$ .

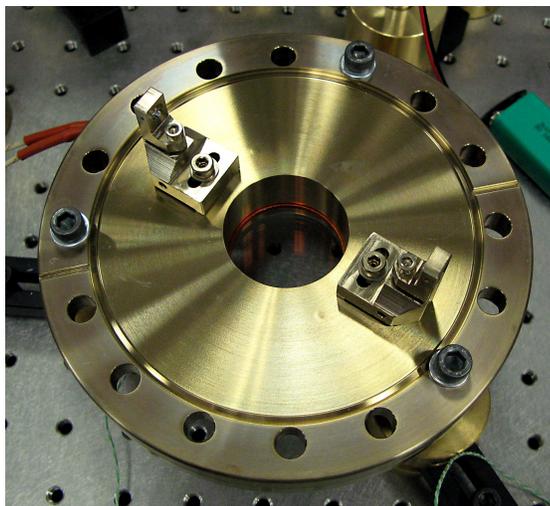


**Figura 3.20:** Andamento della densità atomica con il gradiente di campo magnetico della MOT SF misurata con gli stessi parametri della figura 3.19.



**Figura 3.21:** Andamento della densità nello spazio delle fasi con il gradiente di campo magnetico della MOT SF misurata con gli stessi parametri della figura 3.19.

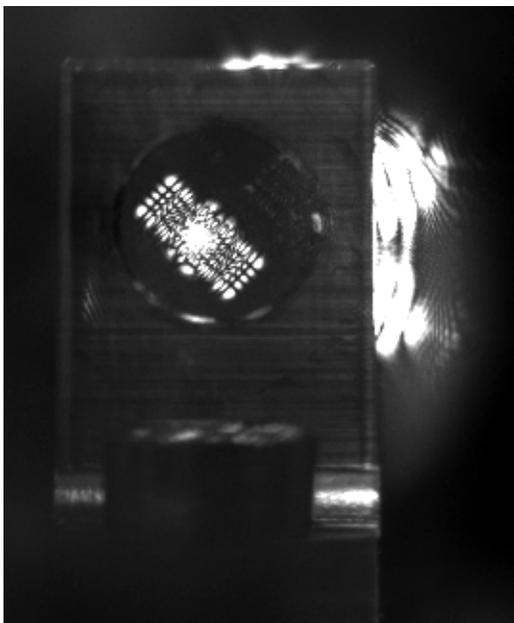
forza di dipolo esercitata con laser fuori risonanza è descritto nella sezione 1.4.2. La trappola di dipolo sarà realizzata con un laser Mephisto MOPA 25 NE della Innolight a 1064 nm, capace di emettere fino a 25 W di potenza. Per avere una profondità di trappola maggiore il fascio laser a 1064 nm inietterà una cavità ottica ad alta finesse posta all'interno della cella (vedi figura 3.22) e sarà agganciato ad essa con il metodo Pound-Drever-Hall [27] in modo da essere sempre in risonanza con il modo  $TEM_{00}$  del risonatore. La cavità è costituita da due supporti metallici, avvitati sulla flangia CF100 che costituisce la parte inferiore della cella, nei quali si possono inserire degli specchi dotati di coating antiriflesso sulla superficie rivolta verso l'esterno e di coating ad alta riflettività ( $R = 99.8\%$ ) sulla superficie rivolta all'interno della cavità. Durante questo lavoro di tesi è stata caratterizzata la cavità con un laser a diodo a 1064 nm in configurazione di cavità estesa (il laser Mephisto MOPA non era ancora disponibile) misurandone la Finesse. La lunghezza della cavità è circa 9 cm e dunque il free spectral range (FSR) è 1.66 GHz. La Finesse teorica ottenuta dalla riflettività degli specchi è 1500 mentre quella misurata confrontando il FSR con la larghezza del picco di risonanza è circa 1000. Questo è dovuto al fatto che la larghezza del picco di risonanza misurato è circa 1MHz che è comparabile con la larghezza di riga del laser a diodo utilizzato per la caratterizzazione. Dunque questa misura costituisce solo un limite inferiore della Finesse che sarà misurata con più precisione con il laser MOPA che ha larghezza di riga più stretta della cavità stessa. Il waist interno alla cavità è



**Figura 3.22:** Foto dei due supporti che fissati alla flangia CF100 andranno a costituire la cavità ad alta finesse. Gli specchi nei supporti sono posizionati sull’asse di due finestre CF16 della cella di MOT.

circa  $300\ \mu\text{m}$ , sufficientemente largo da permettere il caricamento efficiente degli atomi caricati nella MOT ma sufficientemente piccolo da ottenere un’intensità che genera un potenziale ottico con una profondità dell’ordine di  $500\ \mu\text{K}$  con 2 W. Una volta allineata la cavità, è possibile vedere, a causa delle oscillazioni acustiche e termiche presenti in laboratorio, modi trasversali di ordini superiori che si alternano nel tempo con il  $\text{TEM}_{00}$ , come mostrato nella foto 3.23.

L’obiettivo di lungo periodo dell’esperimento è invece di realizzare un setup per l’imaging ad alta risoluzione di atomi di Itterbio intrappolati in un reticolo ottico bidimensionale e utilizzare la transizione proibita  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  a 578 nm (vedi schema dei livelli 1.1), oppure gli stati di spin nucleare degli isotopi fermionici per sviluppare un “quantum register” in ottica di computazione e simulazione quantistica [40], [41], [42]. In vista di questo obiettivo, il passo successivo al caricamento degli atomi dalla MOT alla trappola dipolare, è il trasferimento da quest’ultima a un optical tweezer costituito da un singolo fascio a 1064 nm focalizzato tramite una lente di focale  $f = 1\ \text{m}$  nel centro della cavità con un waist dell’ordine di  $30\ \mu\text{m}$ . La lente sarà montata su un traslatore a cuscino d’aria che permetterà di muovere di circa 30 cm il fuoco del fascio in cui sono confinati gli atomi. In questo modo gli atomi, fortemente confinati dalla forza di dipolo, saranno trasportati otticamente dal centro della cella di MOT in una piccola cella di vetro ad alto accesso ottico nella quale saranno intrappolati in un reticolo ottico bidimensionale a 759 nm. La scelta di questa lunghezza d’onda (detta “magica”) è do-



**Figura 3.23:** Foto di un modo trasversale della cavità che si sovrappone al  $TEM_{00}$  che è costituito dalla regione più luminosa.

vuta al fatto che il “light shift”<sup>4</sup> dello stato fondamentale  $^1S_0$  e dello stato di tripletto  $^3P_0$  sono gli stessi. Questo è un grande vantaggio se si vuole sfruttare la transizione tra questi due stati per codificare informazioni nei singoli atomi di Itterbio intrappolati perché la differenza di energia tra gli stati logici  $|0\rangle$  ( $^1S_0$ ) e  $|1\rangle$  ( $^3P_0$ ) è sempre la stessa indipendentemente dall’intensità locale del reticolo e questo elimina lo shift di fase tra i due stati indotto dal confinamento esterno, riducendo quindi molto la decoerenza del sistema. Per sfruttare questa transizione che ha una larghezza di riga dell’ordine del mHz sarà necessario sviluppare un laser ultrastabile (“clock laser”) che abbia una larghezza di riga comparabile con quella della transizione. Per realizzare un reticolo ottico bidimensionale e per risolvere il singolo sito sarà necessario utilizzare un obiettivo ad alta apertura numerica ( $NA=0.7$ ) che permetterà di ottenere una risoluzione ottica inferiore al  $\mu m$ .

<sup>4</sup>Il light shift è lo spostamento dei livelli energetici atomici causati dalla presenza di una luce incidente ed è un altro modo di interpretare il meccanismo della forza di dipolo dovuta a cicli di assorbimento e emissione stimolata.

# Conclusion

In questa tesi è stato sviluppato un apparato per rallentare, intrappolare e raffreddare atomi di Itterbio. Gli atomi sono rallentati tramite uno Zeeman Slower, vengono intrappolati in una MOT multifrequenza e raffreddati in una MOT a singola frequenza. Per il rallentamento del fascio atomico, è stata usata la transizione otticamente permessa  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  sfruttando il breve tempo di vita ( $\tau = 5$  ns) dello stato eccitato che permette di raggiungere grandi pressioni di radiazione. Per l'intrappolamento e il raffreddamento invece si è utilizzata la transizione d'intercombinazione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  che, essendo caratterizzata da una larghezza di riga di  $\Gamma = 2\pi \cdot 182$  kHz, permette di raggiungere temperature Doppler molto basse rispetto alle transizioni permesse. Nella MOT sono intrappolati fino a  $N = 1 \cdot 10^9$  atomi con densità fino a  $n = 10^{12}$  cm<sup>-3</sup> e alla temperatura minima di  $32 \pm 4$   $\mu$ K. Le temperature osservate sono più alte del limite Doppler teorico ( $T_D = 4.3$   $\mu$ K) a causa di effetti collettivi che si presentano alle alte densità raggiunte, come lo scattering multiplo di fotoni e il riscaldamento radiativo collisionale. Riducendo la densità sono state rivelate temperature confrontabili con la temperatura Doppler teorica. In particolare la temperatura minima osservata è  $T = 14 \pm 2$   $\mu$ K con un parametro di saturazione  $I_t/I_s \sim 4$ , una densità di  $n = 1 \cdot 10^{11}$  cm<sup>-3</sup> e un numero di atomi  $N = 5 \cdot 10^6$ .

I risultati trovati sono migliori di quelli conseguiti precedentemente in letteratura [43], [14], [44] sia per numero di atomi intrappolati che per temperatura. Dunque costituiscono un ottimo punto di partenza per il successivo intrappolamento e raffreddamento evaporativo in trappola ottica per la produzione di campioni degeneri, sia condensati di Bose Einstein che gas degeneri di Fermi.



## Appendice A

# Ottica non-lineare: SHG e phase matching

Il fenomeno della generazione di seconda armonica può essere spiegato con un approccio classico [29], partendo dalle equazioni di Maxwell. Per campi elettrici molto intensi, la polarizzazione dei mezzi presenta contributi non lineari non più trascurabili:

$$\mathbf{P}(t) = \underline{\chi}^{(1)}\mathbf{E}(t) + \underline{\underline{\chi}}^{(2)} \cdot \mathbf{E}^2(t) + \dots \quad (\text{A.1})$$

Dove  $\underline{\underline{\chi}}^{(2)}$  è il tensore che indica la suscettività non lineare del secondo ordine del mezzo in questione. In particolare, considerando le varie componenti in frequenza del campo elettromagnetico incidente  $\mathbf{E}(t) = \sum_n \mathbf{E}_n e^{-i\omega_n t}$  possiamo decomporre la polarizzazione in frequenze come  $\mathbf{P}(t) = \sum_n \mathbf{P}(\omega_n) e^{-i\omega_n t}$  dove la suscettività  $\underline{\underline{\chi}}^{(2)}$  è definita come segue:

$$P_i(\omega_n + \omega_m) = \sum_{(nm)} \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m) E_j(\omega_n) E_k(\omega_m) \quad (\text{A.2})$$

Dove  $i, j, k$  stanno a indicare le componenti vettoriali del campo elettromagnetico mentre  $(nm)$  sta a indicare tutti i modi in cui  $\omega_n$  e  $\omega_m$  possono combinarsi per formare  $\omega_n + \omega_m$ . E' possibile dimostrare che il mezzo ha una suscettività del secondo ordine non nulla se non è centrosimmetrico ovvero se, approssimando l'atomo del mezzo come un oscillatore armonico sottoposto a una forzante esterna sinusoidale, il potenziale a cui è soggetto l'atomo è non lineare in qualche direzione. In principio, il tensore complesso  $\underline{\underline{\chi}}^{(2)}$  ha 324 componenti ma considerando le numerose simmetrie che lo caratterizzano (campi  $E(t)$  e  $P(t)$  reali, simmetria di permutazione intrinseca, simmetria di completa permutazione, simmetria di Kleinmann) e assumendo assenza di assorbimento possiamo

ridurle a 10 componenti indipendenti esprimibili in forma matriciale come:

$$d = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{31} & d_{21} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{32} & d_{14} & d_{12} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{23} & d_{13} & d_{14} \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

dove  $d_{il} = \chi_{ijk}/2$  e gli indici  $l = 4, 5, 6$  corrispondono rispettivamente a  $(j, k) = (k, j) = (2, 3), (1, 3), (1, 2)$ .

Per descrivere i processi non lineari che hanno luogo nei mezzi dotati di suscettività non lineari partiamo dalle equazioni di Maxwell nei mezzi in unità CGS:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \quad (\text{A.5})$$

dove  $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{H} = \mathbf{B}$  (materiale non magnetico),  $\mathbf{J} = 0$  (non ci sono correnti libere) e  $\rho = 0$  (non ci sono cariche libere).

Facciamo l'approssimazione di onde piane ( $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ ) e troviamo la seguente equazione delle onde:

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r})}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c} \frac{\partial^2 \mathbf{P}(\mathbf{r})}{\partial t^2} \quad (\text{A.6})$$

Sostituendo i contributi al primo e al secondo ordine della polarizzazione  $\mathbf{P} = \underline{\chi}^{(1)} \mathbf{E} + \mathbf{P}^{(2)}$  e considerando la componente di frequenza  $n$ -esima  $\omega_n$  sia di  $\mathbf{E}$  che di  $\mathbf{P}$ , otteniamo:

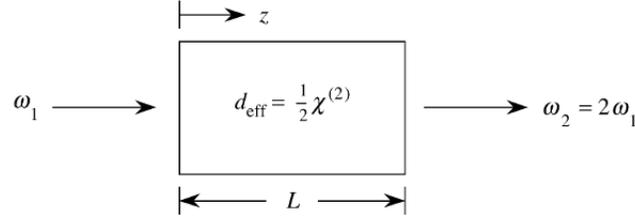
$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \underline{\epsilon}(\omega_n) \frac{\omega_n^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\frac{4\pi\omega_n^2}{c^2} \mathbf{P}_n^{(2)}(\mathbf{r}) \quad (\text{A.7})$$

con  $\underline{\epsilon} = \mathbf{1} + 4\pi\underline{\chi}^{(1)}$  è la costante dielettrica lineare del mezzo che determina, per i mezzi isotropi dove  $\epsilon$  è uno scalare, l'indice di rifrazione  $n = \sqrt{\epsilon}$  del mezzo stesso. Grazie a questa equazione, tramite le opportune approssimazioni, descriveremo quantitativamente il processo non lineare di generazione di seconda armonica e le sue caratteristiche. Consideriamo il processo indicato in figura A.1: un cristallo di lunghezza  $L$  e dotato di un coefficiente non lineare efficace  $d_{eff}$  non nullo viene illuminato da un'onda di frequenza  $\omega_1$ . Cerchiamo come soluzione un'onda piana la cui ampiezza vari lentamente lungo la direzione di propagazione  $z$ , ovvero:

$$E_n(z, t) = A_n(z) e^{i(k_n z - \omega_n t)} + c.c. \quad (\text{A.8})$$

dove  $n = 1, 2$  e si è fatta l'approssimazione scalare trascurando la natura vettoriale del campo elettrico ( $k_n = \sqrt{\epsilon(\omega_n)\omega_n/c}$ ). Sostituendo queste soluzioni di prova nell'equazione (A.7) e facendo l'approssimazione di campi lentamente variabili:

$$\left| \frac{d^2 A_n}{dz^2} \right| \ll \left| k_n \frac{dA_n}{dz} \right| \quad (\text{A.9})$$



**Figura A.1:** Processo non lineare di generazione di seconda armonica [29].

si ottengono le seguenti equazioni per le ampiezze dei campi elettrici incidente e di seconda armonica:

$$\begin{aligned}\frac{dA_1}{dz} &= \frac{8\pi i \omega_1^2 d}{k_1 c^2} A_2 A_1^* e^{-i\Delta k z} \\ \frac{dA_2}{dz} &= \frac{4\pi i \omega_2^2 d}{k_2 c^2} A_1^2 e^{i\Delta k z}\end{aligned}\quad (\text{A.10})$$

dove  $d = d_{eff}$  per brevità e  $\Delta k = 2k_1 - k_2$  è detto “momentum mismatch” ed è una quantità fondamentale per l’efficienza dell’intero processo come sarà chiaro più avanti. Le ampiezze sono legate alle rispettive intensità dalla relazione  $A_i = \sqrt{\frac{2\pi I_i}{n_i c}}$ . Inoltre dalla conservazione dell’energia discende l’equazione  $I = I_1 + I_2$ . Tramite le nuove variabili  $u_1(z)$ ,  $u_2(z)$ , legate alle ampiezze  $A_1$  e  $A_2$  dalle relazioni:

$$A_1(z) = \sqrt{\frac{2\pi I}{n_1 c}} u_1(z) e^{i\varphi_1(z)} \quad (\text{A.11})$$

$$A_2(z) = \sqrt{\frac{2\pi I}{n_2 c}} u_2(z) e^{i\varphi_2(z)} \quad (\text{A.12})$$

arriviamo alle equazioni:

$$\frac{du_1}{d\xi} = u_1(z) u_2(z) \sin(\theta) \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{du_2}{d\xi} = -u_1(z)^2 \sin(\theta) \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \log(u_1^2 u_2) \right] \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)} + \Delta s \quad (\text{A.15})$$

Dove:

- $\xi = z/l$  con  $l = \left(\frac{n_1 n_2 c^3}{2\pi I}\right)^{1/2} \frac{1}{8\pi \omega_1 d}$  la lunghezza caratteristica d’interazione.
- $\theta = 2\varphi_1 - \varphi_2 + \Delta k z$  è la fase relativa dei campi.
- $\Delta s = \Delta k l$  è il “momentum mismatch” normalizzato.

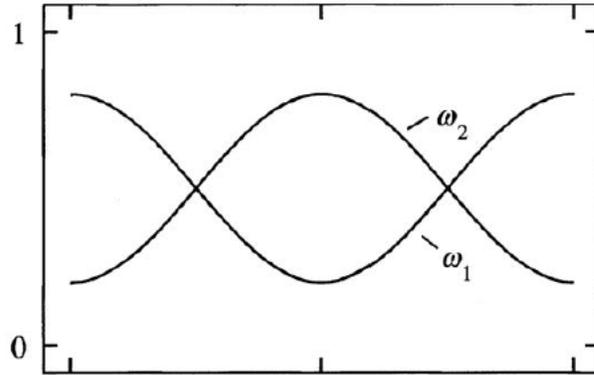
Notiamo dall'equazione (A.13) che se è soddisfatta la condizione  $\Delta s = 0$  (detta condizione di "phase matching"), c'è un'altra quantità conservata oltre all'energia ( $u_1^2(z) + u_2^2(z) = 1$ ) perché vale la condizione:

$$\frac{d}{d\xi} [\log(\cos(\theta)u_1^2u_2)] = 0. \quad (\text{A.16})$$

Definiamo la quantità conservata  $\Gamma = \cos(\theta)u_1^2u_2$ . Sfruttando anche questa quantità conservata possiamo riformulare l'equazione (A.13) per l'ampiezza della seconda armonica  $u_2(z)$  come segue:

$$\frac{du_2^2}{d\xi} = \pm 2 [(1 - u_2^2)^2 u_2^2 - \Gamma^2] \quad (\text{A.17})$$

che si risolve con le funzioni ellittiche di Jacobi. Per un valore arbitrario di  $\Gamma$ , le soluzioni  $u_1(\xi)$  e  $u_2(\xi)$  sono mostrate in figura A.2. Se invece ci si mette nel caso particolare per



**Figura A.2:** Grafico delle soluzioni  $u_1(\xi)$  e  $u_2(\xi)$  per un valore arbitrario di  $\Gamma$  dove si evidenzia un continuo scambio di energia tra l'onda incidente e la seconda armonica [29].

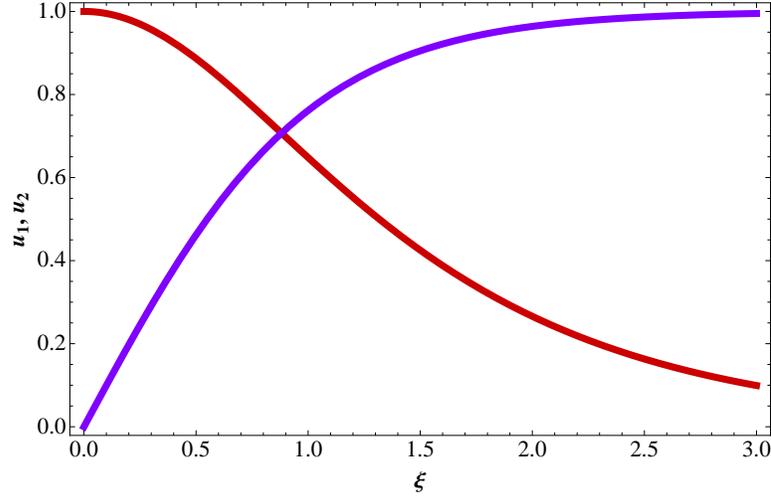
cui  $\Gamma = 0$  otteniamo la più semplice equazione:

$$\frac{du_2}{d\xi} = 1 - u_2^2 \quad (\text{A.18})$$

la cui soluzione è semplicemente  $u_2(\xi) = \tanh(\xi)$  mostrata in figura A.3.

Dunque il processo SHG è veramente efficiente se sono soddisfatte determinate condizioni sui momenti delle due onde ovvero  $\Delta s = 0$  che richiede  $\Delta k = 2k_1 - k_2 = 0$ . Questa condizione equivale a:

$$n_2(\omega_2)\omega_2 = n_1(\omega_1)2\omega_1.$$



**Figura A.3:** Grafico delle soluzioni  $u_1(\xi)$  e  $u_2(\xi)$  nel caso di  $\Gamma = 0$  dove si evidenzia lo svuotamento dell'onda di pompa in favore della seconda armonica.

Considerando che  $dn/d\omega \geq 0$  e tenendo conto della conservazione dell'energia ( $\omega_2 = 2\omega_1$ ), questa equazione risulta sempre non soddisfatta a meno che il cristallo non presenti birifrangenza. Infatti in questo caso si può sfruttare l'esistenza di due curve di dispersione differenti a seconda della direzione di propagazione dell'onda nel cristallo e fare in modo che sia soddisfatta la condizione:

$$n_{e,o}(2\omega_1) = n_{o,e}(\omega_1) \quad (\text{A.19})$$

dove  $n_o$  e  $n_e$  sono gli indici di rifrazione rispettivamente ordinario e straordinario. Ovviamente la radiazione a frequenza più alta  $\omega_2$  dev'essere polarizzata nella direzione che dà il minor indice di rifrazione tra quello straordinario e quello ordinario. Questo tipo di phase matching, dove il fascio di pompa ha sempre polarizzazione ortogonale alla radiazione di seconda armonica, è detto di tipo I, contrariamente al tipo II che però è rilevante solo per processi in cui ci sono 3 frequenze in gioco.

In particolare è possibile trovare l'espressione dell'angolo critico di phase matching scrivendo esplicitamente l'ellissoide di dispersione:

$$\frac{x^2}{n_s^2} + \frac{y^2 + z^2}{n_o^2} = 1 \quad (\text{A.20})$$

dove  $n_s$  è l'indice di rifrazione in direzione ortogonale all'asse ottico. Dato  $\phi$  l'angolo di propagazione rispetto all'asse  $x$ , si ottiene l'indice di rifrazione per l'onda straordinaria:

$$\frac{1}{n_e^2(\phi)} = \frac{\sin^2(\phi)}{n_s^2} + \frac{\cos^2(\phi)}{n_o^2}. \quad (\text{A.21})$$

Dunque per un cristallo uniassico negativo ( $n_s \leq n_o$ ), la condizione di phase matching è soddisfatta per angoli  $\phi^*$  tali che:

$$\frac{1}{n_o^2(\omega_1)} = \frac{\sin^2(\phi^*)}{n_s^2(2\omega_1)} + \frac{\cos^2(\phi^*)}{n_o^2(2\omega_1)} \quad (\text{A.22})$$

In questo apparato, il cristallo LBO utilizzato per la generazione della radiazione a 399 nm (vedi sezione 2.1.2) è tagliato per un phase matching di tipo I.

In realtà a volte il materiale richiesto per la SHG, non ha una birifrangenza sufficiente per soddisfare l'equazione (A.22). In questo caso si può ricorrere a una tecnica nota come “quasi-phase matching”, utilizzando cristalli tagliati e assemblati in modo che il coefficiente non-lineare responsabile della SHG ( $d_{eff}$ ) cambi con un certo periodo all'interno del materiale. In questo modo si riesce a compensare un eventuale “momentum mismatch” perché, per un opportuno periodo, proprio quando la SHG sta per decadere nella propagazione, l'inversione di  $d_{eff}$  porta l'ampiezza della seconda armonica a crescere monotonicamente. Un cristallo trattato con questa tecnica è detto “periodically poled” e matematicamente si può schematizzare sostituendo al coefficiente non lineare  $d_{eff}$  il seguente coefficiente spazialmente inomogeneo:

$$d(z) = d_{eff} \text{sign}[\cos(2\pi z/\Lambda)] \quad (\text{A.23})$$

dove  $\Lambda$  è il periodo del poling. Sviluppando  $d(z)$  in termini di serie di Fourier otteniamo:

$$d(z) = d_{eff} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_m e^{ik_m z}, \quad (\text{A.24})$$

dove  $k_m = 2m\pi/\Lambda$  e  $G_m = \sin(m\pi/2)/m\pi/2$ . Approssimando solo alla componente di Fourier con  $m = 1$ , visto che le altre decrescono con  $m$ , otteniamo  $d(z) \simeq d_1 e^{ik_1 z}$ . Sostituendo nelle equazioni (A.25), otteniamo:

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} &= \frac{8\pi\omega_1^2 d_{(1)}}{k_1 c^2} A_2 A_1^* e^{-i(\Delta k - k_{(1)})z} \\ \frac{dA_2}{dz} &= \frac{4\pi\omega_2^2 d_{(1)}}{k_2 c^2} A_1^2 e^{i(\Delta k + k_{(1)})z} \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

dove  $d_{(1)} = d_{eff} G_1$  e  $k_{(1)} = 2\pi/\Lambda$ . Dunque, in questa approssimazione, vediamo come, con un poling ottimale di  $\Lambda = 2\pi/(k_2 - 2k_1)$  sia possibile annullare il “momentum mismatch” incrementando l'efficienza della SHG considerevolmente. Inoltre è utile notare che l'efficienza della generazione si può variare anche grazie alla temperatura che cambia in maniera diversa i due indici di rifrazione, motivo per cui il cristallo dev'essere controllato anche in temperatura. La tecnica del poling periodico è utilizzata per il cristallo LiTaO<sub>3</sub> usato in questo apparato per la generazione della luce a 556 nm a partire da un laser in fibra a 1112 nm (vedi sezione 2.1.1).

## Appendice B

# Regole di selezione delle componenti Zeeman

Applicando il teorema di Wigner-Eckart, si possono calcolare le intensità relative delle componenti Zeeman al variare della polarizzazione della luce emessa e dell'angolo tra quest'ultima e l'asse di quantizzazione. Si prenda come asse di quantizzazione l'asse  $z$  individuato da un campo magnetico  $\mathbf{B} \parallel \mathbf{e}_z$ . Si consideri il vettore d'onda  $\mathbf{k}$  della radiazione emessa giacente nel piano  $xz$  ad un angolo  $\theta$  rispetto all'asse  $z$ , e con un vettore di polarizzazione  $\mathbf{e} = a_1 \cos(\theta)\mathbf{e}_x + a_2\mathbf{e}_y + a_2 \sin(\theta)\mathbf{e}_z$ . Allora la probabilità di una transizione  $J \rightarrow J' = J \pm 1$  è data dai seguenti contributi:

$$\begin{aligned} \sum_{m'_J} |\langle \alpha' J' m'_J | \mathbf{e} \cdot \hat{\mathbf{r}} | \alpha J m_J \rangle|^2 &= |\langle \alpha' J' m_J | z | \alpha J m_J \rangle|^2 [|a_1|^2 \sin^2(\theta)] & (B.1) \\ &+ |\langle \alpha' J' m_J + 1 | r_+ | \alpha J m_J \rangle|^2 [|a_1|^2 \cos^2(\theta) |a_2|^2 + i(a_1 a_2^* - a_1^* a_2)] \\ &+ |\langle \alpha' J' m_J - 1 | r_- | \alpha J m_J \rangle|^2 [|a_1|^2 \cos^2(\theta) |a_2|^2 - i(a_1^* a_2 - a_1 a_2^*)] \end{aligned}$$

Se l'angolo tra il rivelatore e l'asse di quantizzazione è  $\theta = \pi/2$  (come nella spettroscopia della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ ), allora le polarizzazioni orizzontale, verticale e diagonale portano ai seguenti rispettivi contributi:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow |\langle \alpha' J' m_J | z | \alpha J m_J \rangle|^2 \\ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{2} (|\langle \alpha' J' m_J + 1 | r_+ | \alpha J m_J \rangle|^2 + |\langle \alpha' J' m_J - 1 | r_- | \alpha J m_J \rangle|^2) \\ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{4} (|\langle \alpha' J' m_J + 1 | r_+ | \alpha J m_J \rangle|^2 + |\langle \alpha' J' m_J - 1 | r_- | \alpha J m_J \rangle|^2) \\ &\quad + \frac{1}{2} |\langle \alpha' J' m_J | z | \alpha J m_J \rangle|^2 & (B.2) \end{aligned}$$



# Bibliografia

- [1] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell. Observation of a Bose-Einstein Condensate in a dilute atomic vapour. *Science*, 269(5221):198–201, 1995.
- [2] B. DeMarco. Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas. *Science*, 285(5434):1703–1706, September 1999.
- [3] R. Grimm, M. Weidemuller, and Y.B. Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. *Advances in atomic, molecular, and optical physics*, 42:95–170, 2000.
- [4] C. Chin, P. Julienne, and E. Tiesinga. Feshbach resonances in ultracold gases. *Reviews of Modern Physics*, 82(2):1225–1286, April 2010.
- [5] R. P. Feynman. Simulating Physics with Computers. *International Journal of Theoretical Physics*, 21:467–488, 1982.
- [6] T. Kinoshita, T. Wenger, and D. S. Weiss. Observation of a one-dimensional Tonks-Girardeau gas. *Science (New York, N.Y.)*, 305(5687):1125–8, August 2004.
- [7] Z. Hadzibabic, P. Krüger, M. Cheneau, B. Battelier, and J. Dalibard. Berezinskii-Kosterlitz-Thouless crossover in a trapped atomic gas. *Nature*, 441(7097):1118–21, June 2006.
- [8] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T.W. Hänsch, and I. Bloch. Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms. *Nature*, 415(6867):39–44, January 2002.
- [9] G. Roati, C. D’Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno, and M. Inguscio. Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate. *Nature*, 453(7197):895–8, June 2008.
- [10] M. Kitagawa, K. Enomoto, K. Kasa, Y. Takahashi, R. Ciuryo, P. Naidon, and P. Julienne. Two-color photoassociation spectroscopy of ytterbium atoms and the

- precise determinations of s-wave scattering lengths. *Physical Review A*, 77(1):1–8, January 2008.
- [11] Y. Takasu, K. Maki, K. Komori, T. Takano, K. Honda, M. Kumakura, Tsutomu Yabuzaki, and Yoshiro Takahashi. Spin-Singlet Bose-Einstein Condensation of Two-Electron Atoms. *Physical Review Letters*, 91(4):3–6, July 2003.
- [12] W.D. Phillips. Laser Cooling and Trapping of neutral atoms. In *Nobel Lecture*, pages 199–237, 1997.
- [13] T.W. Hansch and A.L. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. *Optics Communications*, 13(1):68–69, 1975.
- [14] A. Yamaguchi. *Metastable State of Ultracold and Quantum Degenerate Ytterbium Atoms*. PhD thesis, Kyoto University, 2008.
- [15] C. Cohen-Tannoudji and G Grynberg. *Atom-photon interactions: basic processes and applications*, volume 1. Wiley, 1998.
- [16] C. Cohen-Tannoudji. *Atomic motion in laser light*. Les Houches session LIII, 1990.
- [17] C. Fort. *Intrappolamento e raffreddamento di atomi di cesio tramite luce laser: misure spettroscopiche*. PhD thesis, Università di Firenze, 1995.
- [18] J. Dalibard, S. Reynaud, and C. Cohen-Tannoudji. Potentialities of a new  $\sigma^+$  -  $\sigma^-$  laser configuration for radiative cooling and trapping. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 4577, 1984.
- [19] L. Peliti. *Appunti di Meccanica statistica*. Bollati-Boringhieri, 2002.
- [20] P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston, C. E. Tanner, R. N. Watts, and C. I. Westbrook. Optical molasses. *Journal of the Optical Society of America B*, 6(11):2084, November 1989.
- [21] A. Ashkin and J. P. Gordon. Stability of radiation-pressure particle traps: an optical Earnshaw theorem. *Optics letters*, 8(10):511–3, October 1983.
- [22] T. Walker, D. Sesko, and C. Wieman. Collective Behavior of optically trapped neutral atoms. *Physical Review Letters*, 64(4):408–412, 1990.
- [23] D. W. Sesko, T. G. Walker, and C. E. Wieman. Behavior of neutral atoms in a spontaneous force trap. *Journal of the Optical Society of America B*, 8(5):946, May 1991.

- 
- [24] A. M. Steane, M. Chowdhury, and C. J. Foot. Radiation force in the magneto-optical trap. *Journal of the Optical Society of America B*, 9(12):2142, December 1992.
- [25] G. Insero. *Realizzazione di un Apparato Sperimentale per il rallentamento di un fascio atomico di Itterbio*. Tesina Triennale, Università di Firenze, 2010.
- [26] T.W. Hansch and B. Couillaud. Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity. *Optics communications*, 35(3):441–444, 1980.
- [27] E.D. Black. An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization. *American Journal of Physics*, 69(1):79, 2001.
- [28] M. Born, E. Wolf, and A.B. Bhatia. *Principles of optics*, volume 10. Pergamon Pr., 1975.
- [29] R.W. Boyd. *Nonlinear optics*. AP, 2003.
- [30] G. Ferrari, J. Catani, L. Fallani, G. Giusfredi, G. Schettino, F. Schäfer, and P. Cancio Pastor. Coherent addition of laser beams in resonant passive optical cavities. *Optics letters*, 35(18):3105–7, September 2010.
- [31] W. Demtroder. *Laser Spectroscopy. Vol.2 Experimental Techniques*. Springer, 2008.
- [32] Harold Metcalf and Peter Van Der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, 1999.
- [33] W.D. Phillips and H. Metcalf. Laser Deceleration of an Atomic Beam. *Physical Review Letters*, 48(9):596–599, March 1982.
- [34] T.E. Barrett, S.W. Dapore-Schwartz, and M.D. Ray. Slowing Atoms with  $\sigma^-$  Polarized light. *Physical review letters*, 67:3483–3486, 1991.
- [35] T. Kuwamoto, K. Honda, Y. Takahashi, and T. Yabuzaki. Magneto-optical trapping of Yb atoms using an intercombination transition. *Physical Review A*, 60(2):R745–R748, August 1999.
- [36] Reina Maruyama. *Optical Trapping of Ytterbium Atoms*. PhD thesis, University of Washington, 2003.
- [37] John Weiner and Paul S. Julienne. Experiments and theory in cold and ultracold collisions. *Reviews of Modern Physics*, 71(1):1–85, January 1999.

- 
- [38] X. Xu, T. Loftus, M. Smith, J. Hall, A. Gallagher, and J. Ye. Dynamics in a two-level atom magneto-optical trap. *Physical Review A*, 66(1):1–4, July 2002.
- [39] K.-A. Suominen. Theories for cold atomic collisions in light fields. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 29(24):5981–6007, December 1996.
- [40] A. Daley, M. Boyd, J. Ye, and P. Zoller. Quantum Computing with Alkaline-Earth-Metal Atoms. *Physical Review Letters*, 101(17):1–4, October 2008.
- [41] A. Gorshkov, A. Rey, A. Daley, M. Boyd, J. Ye, P. Zoller, and M. Lukin. Alkaline-Earth-Metal Atoms as Few-Qubit Quantum Registers. *Physical Review Letters*, 102(11):1–4, March 2009.
- [42] R. Stock, N.S. Babcock, M.G. Raizen, and B.C. Sanders. Entanglement of group-II-like atoms with fast measurement for quantum information processing. *Physical Review A*, pages 1–5, 2008.
- [43] Y. Takasu, K. Honda, K. Komori, T. Kuwamoto, M. Kumakura, Y. Takahashi, and T. Yabuzaki. High-Density Trapping of Cold Ytterbium Atoms by an Optical Dipole Force. *Physical Review Letters*, 90(2):1–4, January 2003.
- [44] K. Honda, Y. Takahashi, T. Kuwamoto, M. Fujimoto, K. Toyoda, K. Ishikawa, and T. Yabuzaki. Magneto-optical trapping of Yb atoms and a limit on the branching ratio of the  $^1P_1$  state. *Physical Review A*, 59(2):R934–R937, February 1999.

# Ringraziamenti

In primo luogo desidero ringraziare il Professor M. Inguscio per avermi dato la possibilità di fare la tesi al LENS su un esperimento molto affascinante e per avermi sempre sostenuto e incoraggiato in questi mesi con i suoi consigli, il suo entusiasmo e la sua allegria. Un ringraziamento particolare va al Dott. L. Fallani per avermi seguito con infinita pazienza e disponibilità, per essere stato un instancabile maestro di fisica e per avere il dono della chiarezza. Il suo supporto e i suoi insegnamenti sono stati fondamentali per lo svolgimento di questa tesi. Vorrei ringraziare il Professor P. Mataloni e il Dott. F. Sciarrino per avermi fatto scoprire la fisica sperimentale e per non avermi mai dato un consiglio sbagliato.

Un grazie speciale ai componenti del gruppo dell'Yb-lab: l'inflessibile Dott. F. Schäfer, coinquilino oltre che compagno di laboratorio, che mi ha provato a trasmettere un pò del suo invidiabile metodo e rigore scientifico (non so con quanto successo). Il mitico Dott. J. Catani, meglio noto come Attila, cultore della legge di Murphy applicata alla fisica sperimentale, per la sua esuberanza e allegria, per la sua continua ricerca dell'eccellenza e per avermi sempre stimolato e spronato a dare il meglio (ovviamente sotto la costante minaccia di non poter conseguire la laurea). Il Dott. J. T. Green, per il suo fulminante senso dell'umorismo e la sua inesauribile simpatia, per avermi pazientemente insegnato un pò di elettronica e ovviamente perchè vota i democratici (quelli americani). Ringrazio anche tutti i membri degli altri laboratori del LENS per le utilissime discussioni e per avermi accolto con calore e affetto.

Vorrei ringraziare i miei Genitori, i migliori che mi potessero capitare, per avermi supportato e sopportato sempre, anche quando le mie scelte sembravano avere poco senso. La mia sorellina Paola per essere sempre con me nonostante l'oceano che ci divide e per le sue fantastiche doti di grafica di cui ho fatto uso anche in questa tesi. Il mio fratellino Carlo per essere la persona più sensibile, empatica e attenta agli altri che io conosca. Nonno Paolo per avermi insegnato a non mollare mai, in nessun caso. Nonna Bianca per la sua inesauribile energia e per avermi insegnato a contare. Nonna Maria per la sua saggezza d'altri tempi. Giogni, il vecchio Sumo, Lorenzo, Fabio, Federico e Antonio perchè con loro ho scoperto cosa significa l'amicizia nel senso più profondo del

termine e perchè, se è vero che siamo chi conosciamo, io sono principalmente loro. I miei Zii adottivi Michele e Vittoria, per la torta di mele marce e perchè sono sempre un porto sicuro. Essermi iscritto alla Bocconi, per le persone meravigliose che ho incontrato: il mitomane (in arte Enri) e la sua disponibilità a prestarsi a iniziative politiche di invidiabile successo, il prode Zak, mio futuro datore di lavoro (e mio passato datore di vitto e alloggio a sbafo), Gabri, che è riuscito a farmi apprezzare persino l'umorismo romano (che è così greve!), Giulia, per essere la mia migliore amica, Lori, perchè dopo aver riso di un caciottello siamo diventati amici per la pelle, Pandolf, per essere un adorabile compagno di sciare, Gabo, perchè da quando lo conosco anch'io mi esprimo solo con due aggettivi, pazzesco e clamoroso, Laura e i suoi saggi consigli, Raf che, oltre ad essere un vero amico, è uno a cui per mia fortuna piace cucinare, e poi Levin, Valeria, Fabio C., Ale, Sara, Alberto, Roberta, Lucia, Buba, Damiano e Mario. Un ringraziamento speciale va ai miei due coinquilini storici, Travis e Matte, che per me sono stati e sono ancora una seconda famiglia. Ringrazio di aver avuto la forza di cambiare idea e di essermi iscritto a Fisica, aver conosciuto meglio me stesso e cosa volevo. L'aver scoperto persone speciali come Nathan, Mattia, Alice, Marta, AleVai e tutti gli amici della triennale. Gli amici di Roma, in particolare Simone e Fabio con i quali ho condiviso maratone di studio che non auguro a nessuno, Leonardo per la *fisica teorica*, Carlo per avermi dimostrato in maniera inoppugnabile che era possibile tenere una casa in condizioni peggiori della mia.

Il ringraziamento più grande va però alla scoperta più importante che ho fatto da 26 anni a questa parte, ovvero alla mia dolce Ludovica B., l'unica che è capace di farmi sentire, con la sua sola presenza, veramente felice.

G.