



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

Scuola di
Scienze Matematiche
Fisiche e Naturali

Corso di Laurea in
Scienze Fisiche e Astrofisiche

**Controllo di fermioni ultrafreddi con una
transizione ottica di orologio: accoppiamento
spin-orbita e dimensioni sintetiche**

**Control of ultracold fermions with an optical clock
transition: spin-orbit coupling and synthetic
dimensions**

Relatore

Prof. Leonardo Fallani

Candidato

Lorenzo Franchi

Anno accademico 2015-2016

Indice

Ringraziamenti	I
Introduzione	1
1 Atomi a due elettroni	4
1.1 Elementi alcalino terrosi e simil-alcalino terrosi	4
1.1.1 Regole di selezione per la transizione di dipolo elettrico	7
1.1.2 Accoppiamento Russell-Saunders e j-j	11
1.2 Itterbio	13
2 Reticoli ottici e simulazione quantistica di stati topologici della materia	17
2.1 Atomi freddi in reticoli ottici	17
2.1.1 Potenziali periodici di luce	18
2.1.2 Condizione di tight-binding	21
2.2 Dall'accoppiamento spin-orbita agli stati esotici della materia	25
2.2.1 Effetto di un campo magnetico su un reticolo quadrato (2D)	27
2.3 Campi artificiali con atomi in reticoli ottici	30
2.3.1 Metodo del tunneling indotto	31
2.3.2 Metodo della modulazione del reticolo	31
2.3.3 Approccio della dimensione sintetica	32
3 Descrizione del setup sperimentale	39
3.1 Realizzazione sperimentale di un gas degenere di atomi di itterbio	39
3.1.1 Transizione $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$	40
3.1.2 Transizione $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$	42
3.1.3 Risonatore ottico, trasporto e trappola dipolare	44
3.1.4 Realizzazione di un gas degenere polarizzato	45
3.2 Reticoli ottici	48
3.3 Effetto di Stern-Gerlach ottico e attuale sistema di imaging	50
3.4 Laser di orologio a 578 nm	53
3.4.1 Sorgente infrarossa e cavità di duplicazione	53

3.4.2	Utilizzo della radiazione a 578 nm	57
4	Misurazione dell'effetto spin-orbita e di correnti chirali per mezzo di radiazione laser di orologio	63
4.1	Spettroscopia come metodo d'indagine di accoppiamento spin-orbita	63
4.1.1	Regime di Lamb-Dicke	64
4.1.2	Effetto di spin-orbita in regime di bassa profondità	67
4.1.3	Realizzazione della spettroscopia atomica a bassa profondità di reticolo	71
4.1.4	Prime evidenze del segnale	73
4.1.5	Misure con link	77
4.2	Osservazione sperimentale di correnti chirali	82
4.2.1	Misure di calibrazione e preparazione dello stato iniziale	83
4.2.2	Rivelazione delle correnti chirali di bordo	86
5	Sviluppo di una sorgente laser per l'osservazione della popolazione nello stato 3P_0	90
5.1	Sorgente laser a 649 nm	91
5.1.1	Cella di iodio	94
5.1.2	Battimento con il frequency comb	95
5.2	Realizzazione sperimentale dell'emettitore a 649 nm	95
5.2.1	Circuito di alimentazione	96
5.2.2	Sistema di controllo della temperatura interna alla cavità	97
5.2.3	Realizzazione della cavità estesa	98
5.2.4	Costruzione della cavità estesa e collimazione del fascio laser	100
5.2.5	Stabilizzazione in frequenza	102
5.3	Sorgente laser a 1389 nm	107
	Conclusioni	110

Ringraziamenti

Se sono riuscito, anche se con fatica e pazienza, ad arrivare a questo piccolo traguardo personale lo devo sicuramente ad un ampio numero di persone e queste sicuramente meritano, quantomeno, di essere menzionate nelle prime pagine del mio lavoro di tesi. Questa scelta è dovuta principalmente al fatto che talvolta, quando i ringraziamenti sono al termine dell'elaborato, essi vengono ignorati dai più, o meglio, da tutti coloro che hanno il timore o la certezza di non comparire nella lista dei nomi. Per questo ho deciso di inserire qui questa sezione, perché tutti coloro che apriranno questo documento potranno leggere, anche se in modo rapido e disinteressato, quanto certe persone abbiano contribuito a rendermi, nel bene o nel male, la persona che sono oggi.

Se il vostro nome non si trova in questa sezione e, quando avete avuto occasione di leggere queste pagine, vi siete sentiti offesi o seccati per questa assenza, vi voglio subito dire che me ne dispiace e vi chiedo scusa.

Se avessi potuto scegliere, avrei evitato di dedicare questo lavoro a persone per me importanti soprattutto perché questo lavoro è un passaggio obbligato dal quale ogni laureando deve passare prima di raggiungere il diploma **ma**, vista la stima che ho di me stesso e considerato il mio ottimismo smisurato, ho l'idea che in futuro, anche nella più rosea delle visioni, non avrò molte altre occasioni di dedicare un testo da me scritto a qualcuno e allora, dato che nella vita sicuramente non sono riuscito a dimostrare pienamente la gratitudine da loro meritata, non posso che dedicare questo mio lavoro nel modo seguente:

A Lorena, Renzo, Dania e Franca.

Detto questo, che era per me quasi una urgenza, voglio sicuramente far presente a coloro che sono arrivati a leggere fin qui che, dato che per mancanza di tempo non ho approfittato del mio elaborato di laurea triennale per scrivere dei ringraziamenti, nonostante quel primo traguardo fosse al termine di un percorso disseminato di difficoltà, sfrutterò questa occasione per ringraziare anche coloro che allora, un po' colpevolmente, dimenticai.

Perché fisica, icché diventi dopo?

Devo ringraziare le mie zie e mia madre, per avermi chiesto almeno mille volte più di quanto fosse necessario il perché di questa scelta. Devo ringraziarle per avermi un po'

costretto a cercare motivi sempre più convincenti da dire loro e da dire anche a me stesso. In realtà il motivo per il quale si sceglie una **scuola** come quella in fisica è molto complesso ma, in buona approssimazione, può essere espresso così:

[...] VIRGINIA: Du hast ihn weggeschickt,
Vater!(Sie wird ohnmächtig).
GALILEO: Ich muß es wissen.

[...] VIRGINIA: Babbo! L'hai mandato via!
(Sviene).
GALILEO: **Io devo sapere.**

Leben des Galilei - Bertolt Brecht.

Voglio ringraziare fortemente la mia famiglia perché è stata sempre presente in questi (molti) anni, anche se non sempre in forma compatta, e mi ha permesso, anche materialmente, di poter arrivare a questo traguardo. Sembra banale scrivere che senza di loro, senza i loro sacrifici, le loro premure e le loro attenzioni, anche quelle da loro ritenute più trascurabili, non sarei potuto arrivare a questo piccolo traguardo ed infatti, banale, un po' lo è per davvero, però è anche una grande verità e per questo devo essere loro grato. Un ringraziamento particolare lo merita il mio fratellone, Iacopo, che mi ha sempre spronato, anche un po' troppo ad essere onesti, a portare a termine questo lungo percorso di studi.

Non posso dimenticare di ringraziare chi ha avuto la pazienza di starmi accanto nel periodo meno felice della mia vita. Per questo non posso che esprimere gratitudine a Sara.

Voglio ringraziare chi mi ha accettato all'interno della loro piccola comunità dopo tanta latitanza e tante immotivate assenze; devo anche dire che al mio ritorno mi sono sentito accolto nuovamente da voi come mai mi era successo prima. Per questo e per i meriti che avete nell'essere così caparvi da sopportarmi quasi ogni giorno della settimana devo ringraziare tutti i ragazzi che hanno vissuto con me il cosiddetto gruppo "*Rainbow*" di Vergaio.

Devo in particolare ringraziare Martina, Irene, Fabio e tutti gli altri che, anche se non parteciparono al gruppo, hanno trovato in Vergaio un piccolo punto d'aggregazione in cui vivere e condividere i problemi e le gioie della vita quotidiana.

Devo forzosamente ringraziare in modo particolare Martina per essere **La** mia confidente e, soprattutto, la compagna idonea a far i commenti tipici dei giocatori di briscola dei circoli ARCI. Non so se è la pazienza o la sordità che ti salvano.

Devo allo stesso modo ringraziare Irene, sia per la sua presenza che, nonostante tutto, non manca, che per la schiettezza con cui si sa esprimere e far valere, per le discussioni acide da signore anziane e tutto il resto.

Infine ho citato Fabio che, se lo conosco, avrà già smesso di leggere da un po'(ammesso che abbia iniziato). Volevo dirgli che è il migliore; un compagno di bevute indomito e sempre presente più o meno per tutti. Più che altro, sempre pronto a nuove avventure

con chiunque.

Ne servirebbe di più di gente come voi tre.

Ora che ho fatto queste dichiarazioni compromettenti devo obbligatoriamente citare tutti gli altri che prima ho colpevolmente trascurato ovvero Elisa, Lorenzo, Vincenzo, Federico (quanto è stato difficile ricordarmi come ti chiami, Febo!), Niccolò, Marco, Alberto, ma anche Giacomo, un altro Giacomo, un altro Lorenzo, il terzo Lorenzo, Leonardo, Giulia e tutte le persone che mi seguono da più o meno vicino e su cui so di poter contare a prescindere dal tempo che è passato dall'ultima volta che ci siamo visti. Sappiate che vi reputo tutti **amici** preziosi.

Quelli dell'università sono stati anni ricchi di cambiamenti e nuove conoscenze ed alcune di queste, con il passare del tempo, sono diventate vere e proprie amicizie (sia ben chiaro, conoscenze **non** ottenute come si vede nei film - in cui lo studente quadratico medio è sempre un nullafacente intento soltanto a far feste ed ubriacarsi sfruttando i sudati risparmi dei genitori - ma spesso tra i banchi, parlando dieci minuti alla volta fra un'ora di lezione e l'altra).

Devo a quei compagni che mi sono stati più vicini molto, soprattutto per quel che riguarda la mia attuale sanità mentale e la mia capacità di interfacciarmi con nuove realtà. I nomi da citare sarebbero moltissimi ma sicuramente qualcuno, più di altri, merita questo ~~onore~~ onere; fra loro spiccano sicuramente Miriam (anche nel tuo caso, come per Febo, ho avuto difficoltà a scrivere il tuo nome in modo corretto), Stefano, Giacomo, Alessandra, Angela. Devo soprattutto a voi buona parte dei miei giorni felici nei pressi del polo scientifico di Sesto fiorentino.

Devo anche dire che, vedendo che moltissimi dei miei compagni sono stati costretti (c'è anche chi lo ha scelto, ma questo è un altro discorso) ad emigrare o comunque a trasferirsi, spero che almeno con voi potrà continuare un rapporto forte.

Devo e voglio ringraziare Leonardo Fallani e Jacopo Catani per avermi incluso all'interno del loro laboratorio di ricerca ed avermi assistito in questa esperienza sicuramente formativa ed interessante.

Voglio anche ringraziare Lorenzo Francesco Livi, Giacomo Cappellini, Marcel Diem e Marco Mancini per avermi affiancato, supportato e soprattutto sopportato ogni giorno all'interno delle quattro mura del laboratorio 69.

Qualunque cosa riuscirò a fare in futuro sarà in parte anche grazie alle vostre dritte.

Ultima, ma non per importanza, devo ringraziare Camilla. Con te ho creato un rapporto bellissimo e spero che durerà ancora a lungo.

Scusa per le serate brevi indotte dagli orari atipici del laboratorio, scusa per le mie assenze dovute allo studio la sera e nel fine settimana, scusa per tutte le disattenzioni e le mancanze, anche quelle non causate dalla tesi o dallo studio.

Grazie per la tua presenza e per la tua voglia di cercare di capirmi, grazie per la tua scelta insensata di continuare a scegliermi ogni giorno.

Introduzione

Gli atomi alcalino terrosi (o simil-alcalino terrosi, come ad esempio il mercurio o l'itterbio) presentano una struttura elettronica simile a quella dell'atomo di elio ma, per il loro alto numero atomico e diversamente da quanto avviene nell'elio, le transizioni fra stati caratterizzati da un diverso numero quantico di spin S , dette di *intercombinazione*, possono avvenire se eccitate per mezzo di radiazione ottica risonante [1].

Queste specie atomiche consentono di ottenere segnali spettroscopici particolarmente stretti in frequenza perché alcuni livelli della loro struttura elettronica sono accoppiati allo stato fondamentale soltanto per mezzo di una transizione di intercombinazione doppiamente proibita; questi stati energetici, detti *metastabili*, sono debolmente accoppiati alla radiazione ottica incidente e per questo sono caratterizzati da un tempo di vita media dell'ordine della decina di secondi.

La stabilità di questi livelli atomici ha permesso di pensare agli atomi a due elettroni come ad un possibile supporto sul quale investire per andare ad ingegnerizzare nuove tecnologie quantistiche.

Negli ultimi decenni, intrappolando le specie atomiche descritte all'interno di reticoli ottici si è riusciti a costruire orologi ottici che hanno permesso di giungere ad una accuratezza e precisione dell'ordine di 10^{-18} [2], rendendo prossima la ridefinizione dello standard di tempo.

La possibilità di avere un elevato controllo sull'eccitazione di uno stato elettronico metastabile, oltre a permettere di effettuare spettroscopia di altissima precisione, ha permesso di utilizzare le transizioni di intercombinazione in altri ambiti, come la *quantum information* e la simulazione quantistica. In quest'ultimo ambito si sfrutta la congettura proposta da R.Feynman [3] di risolvere problemi quantistici complessi, altrimenti non caratterizzabili per mezzo di simulazioni numeriche, attraverso lo studio sperimentale di altri sistemi di cui, però, è possibile avere controllo.

In particolare, sfruttando reticoli ottici, è possibile realizzare sistemi artificiali in cui gli atomi si muovono in strutture cristalline di luce come gli elettroni all'interno di un metallo, permettendo la simulazione di modelli hamiltoniani fondamentali per la fisica dello stato solido [4].

La simulazione quantistica di sistemi della fisica dello stato solido ha permesso

finora di descrivere, ad esempio, la transizione fra isolante e conduttore con l'osservazione della transizione di fase quantistica da fase superfluida a isolante di Mott [5] o la localizzazione di Anderson di onde di materia [6].

Un campo di ricerca particolarmente di interesse è rappresentato dalla simulazione dei così detti *stati topologici* della materia [7]. Le prime evidenze dell'esistenza di questi materiali sono dovute alle ricerche sperimentali di K.von Klitzing che portarono alla determinazione della quantizzazione della conduttanza di Hall [8] e che permisero al medesimo sperimentatore di essere insignito del premio Nobel per la Fisica nel 1985 (nel 1998 gli sperimentatori H.L.Störmer, D.C.Tsui e il fisico teorico R.B.Laughlin sono stati insigniti del premio Nobel per ulteriori ricerche sull'effetto Hall). La quantizzazione della conduttanza di Hall venne osservata in presenza di un sistema bidimensionale di elettroni soggetto ad un intenso campo magnetico ma, in generale, non tutti gli elementi della più vasta categoria degli isolanti topologici prevedono la presenza di campi esterni molto intensi. Un esempio di questo fatto è rappresentato dall'effetto *spin-Hall* quantistico che avviene per sistemi in cui l'interazione preponderante è l'effetto di spin-orbita interno al materiale. La modellizzazione e la realizzazione sperimentale di sistemi isolanti topologici risulta essere un argomento di forte interesse scientifico, come dimostrato dall'assegnazione del premio Nobel per la Fisica 2016 a D.Thouless, D.Haldane, J.M.Kosterlitz.

Nell'ambito della fisica degli atomi ultrafreddi sono già stati ottenuti considerevoli risultati sperimentali riguardo la simulazione di stati topologici. In particolare, nel 2015, nei laboratori dell'Università degli studi di Firenze [9] è stato possibile simulare l'effetto di un campo magnetico molto intenso su un reticolo bidimensionale andando ad utilizzare transizioni Raman per accoppiare stati di spin diversi. L'idea fondamentale alla base del metodo utilizzato è quella della cosiddetta *dimensione sintetica*, che consiste nel considerare differenti stati atomici come se essi fossero differenti siti reticolari di una dimensione aggiuntiva. Utilizzando questo approccio per realizzare reticoli bidimensionali è stato dimostrato sperimentalmente che è possibile, in particolari condizioni sperimentali, simulare l'effetto di un campo magnetico molto intenso sul reticolo. Questo metodo ha permesso poi di osservare le correnti di bordo, caratteristiche dell'effetto Hall quantistico.

In questo lavoro di tesi, sviluppato nell'esperimento dedicato allo studio di gas ultrafreddi di itterbio e realizzato nei locali del Dipartimento di Fisica e Astronomia dell'Università degli studi di Firenze, è stato implementato, per la prima volta, un approccio diverso rispetto a quello descritto in precedenza e basato non sull'accoppiamento fra spin nucleari per mezzo delle transizioni Raman ma sull'accoppiamento coerente fra lo stato fondamentale $|^1S_0\rangle$ e lo stato metastabile $|^3P_0\rangle$ dell'atomo di ^{173}Yb . L'accoppiamento fra i due stati stabili viene realizzato per mezzo dell'utilizzo della radiazione di "orologio" stabilizzata utilizzando un colle-

gamento dedicato in fibra ottica con l'INRiM di Torino.

In questo lavoro di tesi è stato realizzato ed osservato l'effetto dell'accoppiamento spin-orbita fra il moto degli atomi e gli stati elettronici (che possono essere interpretati introducendo uno spin sintetico). L'interazione spin-orbita è stata poi rivelata andando a compiere spettroscopia di precisione mirata a determinare la variazione del profilo di riga di transizione al variare dall'intensità dell'accoppiamento.

Inoltre è stato simulato, sfruttando l'approccio della dimensione sintetica per mezzo della transizione $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_0\rangle$, l'effetto di un campo magnetico molto intenso (dell'ordine di 10^4 T) su un cristallo bidimensionale. Anche l'utilizzo di questo metodo ha permesso di osservare le correnti di bordo tipiche dell'effetto Hall quantistico. Inoltre, proprio durante la realizzazione di questo lavoro di tesi, è stato possibile osservare l'andamento della corrente di bordo al variare del flusso di campo magnetico sintetico applicato sul cristallo bidimensionale simulato per mezzo degli atomi. In particolare, per la prima volta, è stato possibile variare sperimentalmente il flusso di campo magnetico su un intervallo macroscopico.

L'ultima parte di questo lavoro di tesi ha riguardato i primi passi sperimentali verso la realizzazione di una nuova sorgente laser che permetta la rilevazione della popolazione dello stato eccitato metastabile $|^3P_0\rangle$.

Questo lavoro di tesi è strutturato nel seguente modo:

- il capitolo 1 introduce gli atomi alcalino terrosi e simil-alcalino terrosi, andando poi a descrivere maggiormente l'atomo di itterbio, che ha riguardato questo lavoro di tesi;
- il capitolo 2 introduce la fisica degli atomi intrappolati all'interno di reticoli ottici, descrive l'effetto dell'accoppiamento spin-orbita e di un campo magnetico intenso su un sistema cristallino bidimensionale ed infine descrive i vari metodi sperimentali che prevedono l'uso di atomi all'interno di reticoli ottici per la simulazione quantistica dei sistemi precedentemente introdotti;
- il capitolo 3 è dedicato all'apparato sperimentale che ci permette di ottenere un gas ultrafreddo completamente polarizzato di itterbio. Nella sua seconda parte, viene riportato il metodo di generazione dei reticoli ottici e l'attuale sistema di *imaging*. Viene infine descritto il laser di orologio utilizzato per andare ad eccitare la transizione $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_0\rangle$;
- nel capitolo 4 verranno descritte le teorie necessarie ad interpretare i fenomeni misurati e le misure sperimentali realizzate in questo lavoro di tesi;
- il capitolo 5 tratterà principalmente della progettazione e della realizzazione di una nuova sorgente laser che permetta di rilevare la popolazione dello stato metastabile $|^3P_0\rangle$.

1 Atomi a due elettroni

In questo capitolo si introduce brevemente la fisica che descrive i sistemi atomici a due elettroni esterni che, come vedremo, vengono divisi usualmente in *elementi alcalino terrosi* e *simil-alcalino terrosi* (1.1), vengono introdotte le regole di selezione per le transizioni in approssimazione di dipolo elettrico e le più comuni approssimazioni utilizzate per descrivere sistemi atomici non risolubili esattamente. Vengono infine presentate le principali caratteristiche dell'atomo di Itterbio (1.2).

1.1 Elementi alcalino terrosi e simil-alcalino terrosi

Gli atomi che presentano una struttura elettronica interna completamente occupata e hanno, come struttura elettronica esterna, due elettroni che occupano un orbitale s , si dividono in elementi *alcalino terrosi* e *simil-alcalino terrosi*. Questo nome ha un'origine antica e deriva dal fatto che questi elementi empiricamente presentano caratteristiche chimiche e fisiche simili quali l'aspetto, il comportamento rispetto alle più comuni reazioni e la temperatura di transizione di stato di aggregazione. In ambito chimico solitamente si indicano con il nome alcalini terrosi soltanto i sei elementi che appartengono al gruppo IIA della tavola periodica proposta da Менделеев ovvero Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra¹.

Per quel che ci riguarda, la più importante caratteristica che questi elementi presentano è che la struttura energetica dei livelli energetici è simile a quella dell'elio; in particolare, se vogliamo andare a descrivere il comportamento degli elettroni, anche considerando una hamiltoniana che non dipende esplicitamente dallo spin, è possibile trovare autostati non degeneri rispetto allo spin totale S .

Dato che nella shell esterna sono presenti soltanto due elettroni è possibile trovare soltanto autostati con momento di spin totale $S = 0$ o $S = 1$. I livelli caratterizzati da $S = 0$ sono tipicamente chiamati stati di singoletto e sono caratterizzati da

¹La scoperta di questa specie, il Radio, è stata realizzata da parte di Pierre Curie e Maria Salomea Skłodowska-Curie nel 1898 ([10]).

una funzione d'onda per la sola componente di spin antisimmetrica mentre quelli caratterizzati da $S = 1$ sono denominati stati di tripletto e hanno invece funzione d'onda simmetrica per la sola componente di spin.

L'esistenza di uno spettro spin-dipendente è stata osservata da molteplici esperimenti sin dalla scoperta dell'elio sulla Terra. In particolare, dato che la transizione dagli stati di singoletto verso gli stati di tripletto è proibita, si osservavano per l'elio due spettri diversi nonostante non si osservassero altre caratteristiche fisiche e chimiche differenti; per questo, originariamente, si pensava esistessero due specie diverse di questo elemento chimico: il paraelio e l'ortoelio. Il primo corrisponde al caso in cui gli elettroni occupano uno stato di singoletto mentre nel secondo gli elettroni occupano uno stato di tripletto di spin.

Gli elementi alcalino terrosi, avendo una struttura elettronica esterna simile a quella dell'elio, sono caratterizzati anche da una simile struttura energetica, come può essere osservato nell'immagine 1.1.1. Gli elementi simil-alcalini terrosi sono

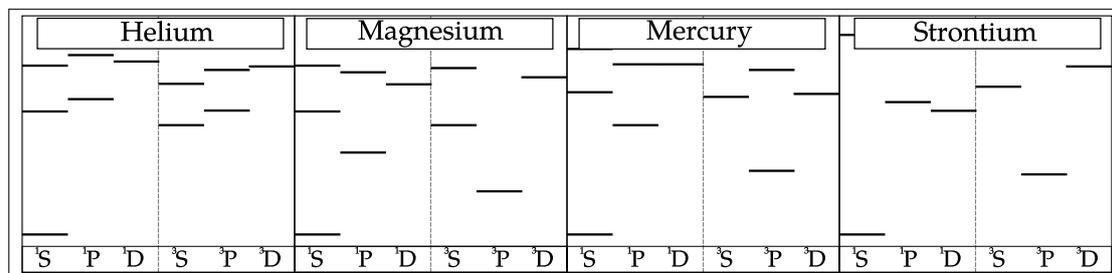


Figura 1.1.1: In questa immagine è possibile osservare i diagrammi di Grotrian dell'elio, di due metalli alcalino terrosi, lo stronzio ed il magnesio, del mercurio che, come l'itterbio, è un metallo simil-alcalino terroso. I simboli riportati per indicare i livelli energetici si riferiscono alla nomenclatura dei livelli sfruttando l'approssimazione di Russell-Saunders.

presenti in diversi gruppi della tavola periodica ed in particolare nel gruppo IIB nel quale troviamo Zn, Cd, Hg, Cn² e nei periodi dei lantanidi e degli attinidi, i cui elementi non sono catalogati in gruppi secondo lo standard CAS³, nei quali è possibile trovare Yb, No⁴. Le strutture energetiche degli atomi alcalino terrosi e simil-alcalino terrosi sono caratterizzate da almeno due livelli energetici ultrasta-

²La scoperta di questo elemento (di cui l'isotopo più stabile ha un tempo di vita media di 29 secondi) è avvenuta da parte del GSI Helmholtz Centre for Heavy Ion Research nel 1996.

³Ci si riferisce usualmente a questa dizione per indicare la nomenclatura dei gruppi proposta dal Chemical Abstracts Service che, come la nomenclatura old IUPAC, sfrutta un sistema di numeri romani e lettere (secondo lo schema A-B-A) che è possibile osservare in figura 1.1.2.

⁴Questo elemento è stato nominato nobelio in onore ad Alfred Nobel ed è stato scoperto dal Joint Institute of Nuclear Research nel 1966 dopo una gara tra le comunità scientifiche degli USA, dell'allora CCCP e della Svezia.

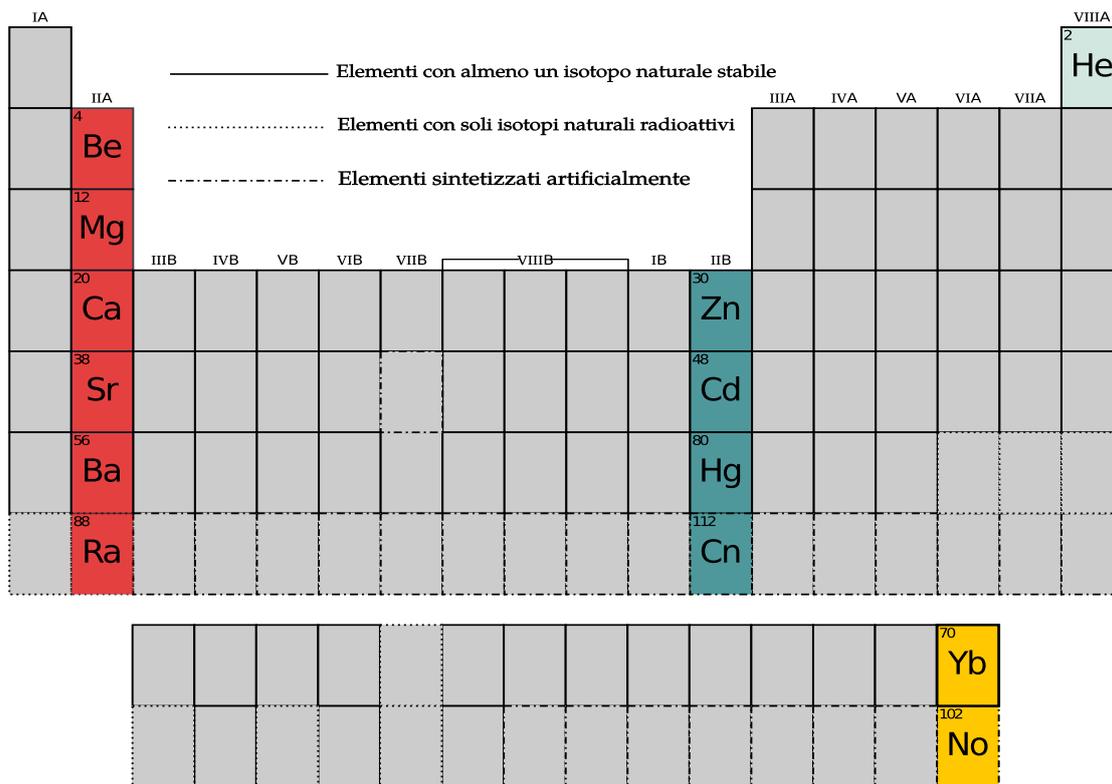


Figura 1.1.2: Tabella periodica degli elementi in cui si riportano soltanto gli elementi d'interesse. L'unico elemento del gruppo dei gas nobili (VIII A) che può essere descritto per mezzo di un modello a due elettroni è l'elio, in rosso (IIA) sono mostrati i metalli alcalini terrosi mentre in verde scuro (IIB) e giallo vengono riportati gli elementi simil-alcalino terrosi.

bili che tipicamente sono il *ground state* 1S_0 e lo stato metastabile 3P_0 . Nel caso dell'elio questi due livelli sono completamente disaccoppiati se vogliamo considerare come hamiltoniana di interazione soltanto quella che descrive l'interazione tra il momento di dipolo atomico ed il campo elettrico. Questo risultato può essere ottenuto sfruttando il *teorema di Wigner-Eckart*. Nel caso degli atomi alcalino terrosi o simil-alcalino terrosi, può essere utile introdurre un metodo generale che permetta di determinare le regole di transizione tra due livelli energetici in un generico sistema atomico caratterizzato da un numero di elettroni arbitrario come vedremo in seguito.

1.1.1 Regole di selezione per la transizione di dipolo elettrico

Consideriamo adesso un atomo idrogenoide che può essere descritto per mezzo di una generica hamiltoniana H_{ato} e un campo elettromagnetico che, per i nostri scopi, può essere approssimato usando l'approccio *semi-classico* che ci permette di "ignorare" la quantizzazione del campo elettromagnetico.

In ogni caso il campo elettromagnetico può essere descritto per mezzo di un quadripotenziale A^μ che ci permette di ricavare il campo reale per mezzo delle seguenti definizioni:

$$E^k = -\partial_k A^0 - \partial_0 A^k \quad (1.1.1)$$

$$B^k = \epsilon_{ijk} \partial_i A^j \quad (1.1.2)$$

dove ϵ_{ijk} è il tensore completamente antisimmetrico di *Levi-Civita* tipicamente utilizzato per definire il prodotto vettoriale, gli indici latini indicano le componenti spaziali mentre la componente zero corrisponde alla componente temporale.

Come è ben noto su A^μ vi è un ulteriore grado di libertà che è dato dalla scelta del gauge infatti se scegliamo una funzione χ tale che $A^\mu \rightarrow A^\mu - \partial^\mu \chi$ è possibile ottenere il medesimo campo elettromagnetico utilizzando un differente quadripotenziale. Le più comuni scelte di gauge sono le seguenti:

COULOMB GAUGE

$$\partial_k A^k = 0$$

LORENZ GAUGE

$$\partial_\mu A^\mu = 0$$

Effettuando la giusta scelta di χ è possibile selezionare un gauge in cui la componente temporale del quadripotenziale A^0 sia nulla. Con questa scelta specifica, se scegliamo di descrivere il campo elettromagnetico che interagisce con il nostro sistema atomico come un'onda piana possiamo scrivere:

$$A^l(\vec{r}, \vec{t}) = \epsilon_{k,\lambda}^l A e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)} \quad (1.1.3)$$

in cui $\epsilon_{k,\lambda}^l$ rappresenta il versore di polarizzazione corrispondente al vettore d'onda \vec{k} . Quest'ultimo è parallelo alla direzione di propagazione dell'onda elettromagnetica ed è associato alla velocità di propagazione della luce c per mezzo della relazione $\frac{\omega}{|\vec{k}|} = c$. Dalla teoria classica che descrive la dinamica dei sistemi olonmi, seguendo il formalismo hamiltoniano, sappiamo che l'interazione con il campo elettromagnetico può essere introdotta nell'hamiltoniana di una particella carica effettuando la così detta sostituzione minimale ovvero $p^\mu \rightarrow p^\mu - \frac{q}{c} A^\mu$. Considerando un punto caratteristico del sistema non relativistico, come un nostro atomo idrogenoide può essere schematizzato, è possibile ottenere un termine di

interazione non banale della forma:⁵

$$H_{int} = \frac{i\hbar q \vec{A} \cdot \vec{\nabla}}{mc}. \quad (1.1.4)$$

L'equazione di Schrödinger del sistema idrogenoide così ottenuta

$$i\partial_0\psi(\vec{r}, t) = [H_{ato} + H_{int}(t)]\psi(\vec{r}, t) \quad (1.1.5)$$

tipicamente non è risolvibile esattamente ma per mezzo della teoria perturbativa dipendente dal tempo [11] è possibile ricavare la probabilità di transizione fra due autostati dell'hamiltoniana imperturbata. Consideriamo di poter trovare le autofunzioni dell'hamiltoniana atomica che, come abbiamo rimarcato in 1.1.5, non dipende dal tempo e supponiamo di poter esprimere le funzioni d'onda per mezzo di $|a\rangle, |b\rangle, \dots$; associate a queste corrisponderà uno spettro discreto di energie E_a, E_b, \dots .

Seguendo i risultati della teoria perturbativa dipendente dal tempo, l'elemento di matrice che è correlato alla probabilità di transizione fra gli stati $|a\rangle$ e $|b\rangle$ è dato da:

$$M_{a \rightarrow b} = |\langle b | H_{int}(t) | a \rangle|^2. \quad (1.1.6)$$

Nel nostro caso di interesse dobbiamo valutare l'elemento di matrice dell'operatore

$$\frac{i\hbar q A}{mc} \epsilon_{k,\lambda}^l e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \partial_l$$

che non è banale.

Una approssimazione buona per semplificare il problema consiste nel considerare soltanto radiazione ottica; dal momento che la transizione associata a questa radiazione solitamente coinvolge funzioni d'onda che si estendono su distanze dell'ordine del raggio della prima orbita di Bohr ovvero dell'ordine di $5 \cdot 10^{-11} m$, possiamo quindi sviluppare la parte spaziale dell'esponenziale in serie di potenze:

$$e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r})} \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(i\vec{k} \cdot \vec{r})^n}{n!} \simeq 1 + (i\vec{k} \cdot \vec{r}) - \frac{1}{2!}(\vec{k} \cdot \vec{r})^2 + \dots \quad (1.1.7)$$

Per la radiazione ottica il numero d'onda $k \equiv |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ è dell'ordine di $10^9 m^{-1}$ da cui segue che l'ordine di grandezza del prodotto $\vec{k} \cdot \vec{r} \ll 1$ e quindi possiamo semplicemente sostituire l'andamento esponenziale con 1 per quel che riguarda la

⁵Analizziamo soltanto il caso in cui il termine quadratico nell'ampiezza di campo elettromagnetico è fortemente trascurabile. Questa condizione è verificata se $|\vec{A}| \ll \frac{\hbar c}{qa_0} \simeq 10^4 \frac{J}{C}$.

parte spaziale. Questa approssimazione “estrema” semplifica molto il problema perché l’operatore da valutare sarà soltanto

$$-\frac{qA}{mc}\hat{\epsilon}_{k,\lambda}\cdot\vec{p}e^{-i\omega t}.$$

Seguendo la procedura riportata in [12, 13], è possibile ottenere, introducendo $\vec{d} = q\vec{r}$ e $\omega_{ab} = \frac{E_a - E_b}{\hbar}$, effettuando alcuni passaggi algebrici e ricordando l’equazione di moto di Heisenberg, la seguente relazione:

$$M_{a\rightarrow b} = \left| \frac{iA}{c} \langle b | \hat{\epsilon}_{k,\lambda} \cdot \vec{d} | a \rangle \omega_{ab} e^{-i(\omega t)} \right|^2 \quad (1.1.8)$$

Questo procedimento costituisce la così detta *approssimazione di dipolo*. Dalla relazione 1.1.8 risulta immediato osservare che, se la proiezione del momento di dipolo sul versore polarizzazione del campo elettrico valutato sugli stati $|a\rangle$ e $|b\rangle$ è non nullo allora la transizione può avvenire e quindi quest’ultima viene detta *permessa per dipolo elettrico*.

Questa teoria può essere generalizzata in modo banale per un sistema atomico avente N elettroni.

Vorremmo trovare un metodo generale che permetta di sapere, senza svolgere ogni volta gli elementi di matrice, quando una transizione di dipolo elettrico è permessa oppure non lo è. Per fare questo introduciamo nuovamente H_{ato} ma stavolta l’hamiltoniana descriverà un generico sistema atomico caratterizzato da N elettroni e supponiamo che questa hamiltoniana commuti con l’operatore di momento angolare⁶ \vec{J} e con l’operatore di parità P . Con queste ipotesi ogni stato atomico potrà essere espresso scegliendo come buoni numeri quantici gli autovalori degli operatori \vec{J}^2 , J_z e P . Indichiamo con γ l’insieme dei buoni numeri quantici che non sono riferiti alla parte di momento angolare dell’hamiltoniana atomica. Un generico autostato di H_{ato} sarà quindi dato dalla scrittura $|j\rangle \equiv |\gamma, j, m_j\rangle$. L’elemento di matrice cruciale da valutare sarà dato da:

$$\hat{\epsilon}_{k,\lambda} \cdot \vec{d}_{a\rightarrow b} = \hat{\epsilon}_{k,\lambda} \cdot \langle \gamma', j', m'_{j'} | \vec{d} | \gamma, j, m_j \rangle. \quad (1.1.9)$$

Per valutare quando questo elemento di matrice è non banale possiamo sfruttare una proprietà generale di \vec{d} ovvero la definizione di operatore vettoriale. Un generico operatore \vec{V} viene detto un operatore vettoriale se le sue componenti si trasformano come le componenti di un vettore quando si va ad applicare una rotazione o, allo stesso modo, se le componenti cartesiane di \vec{V} obbediscono alla seguente relazione di commutazione:

$$[J_i, V_j] = i\hbar\epsilon_{ijk}V_k. \quad (1.1.10)$$

⁶Questa assunzione implica che andiamo a ignorare l’interazione iperfine. Quest’ultima può essere espressa al primo ordine per mezzo di $H_{hfs} = A_{hfs}\vec{I} \cdot \vec{J}$

Possiamo definire le *componenti sferiche* di \vec{V} per mezzo delle seguenti relazioni

$$V_{+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(V_x + iV_y) \quad V_0 = V_z \quad V_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(V_x - iV_y)$$

La definizione di queste componenti può essere utile perché questi operatori sono un caso speciale di *operatori tensoriali irriducibili* e quindi per quest'ultimi possiamo applicare direttamente il *teorema di Wigner Eckart*⁷. Il prodotto interno fra $\hat{\epsilon}_{k,\lambda}$ e \vec{d} può essere espresso nella forma

$$\hat{\epsilon}_{k,\lambda} \cdot \vec{d} = \sum_q \epsilon_{q,k,\lambda} d_q \quad (1.1.13)$$

dove $q = \pm 1, 0$. Da questo importante risultato teorico consegue che:

$$\hat{\epsilon}_{k,\lambda} \cdot \vec{d}_{a \rightarrow b} = \sum_q \epsilon_{q,k,\lambda} \frac{1}{2j'+1} \langle j, 1, m_j, q | j', m'_{j'} \rangle \langle \gamma', j' || d_q || \gamma, j \rangle. \quad (1.1.14)$$

Il coefficiente di Clebsch-Gordan che è presente in 1.1.14 è non nullo soltanto quando

- $m_j + q = m'_{j'}$;

7

IL TEOREMA DI WIGNER ECKART.

Consideriamo un set di $(2k+1)$ operatori tensoriali irriducibili T_q^k di rango k dove $q = -k, -k+1, \dots, k-1, k$ allora ogni operatore dovrà soddisfare le seguenti relazioni di commutazione:

$$[J_0, T_q^k] = \hbar q T_q^k \quad (1.1.11)$$

$$[J_+, T_q^k] = \hbar \sqrt{(k-q)(k+q+1)} T_{q+1}^k \quad [J_-, T_q^k] = \hbar \sqrt{(k+q)(k-q+1)} T_{q-1}^k$$

Per questi operatori, l'elemento di matrice valutato fra le autofunzioni ψ_{j,m_j} e $\psi_{j',m'_{j'}}$ dipende da m_j e $m'_{j'}$ soltanto attraverso un fattore che è pari al coefficiente di Clebsch-Gordan $\langle j, k, m_j, q | j', m'_{j'} \rangle$ allora,

$$\langle \gamma', j', m'_{j'} | T_q^k | \gamma, j, m_j \rangle = \frac{1}{\sqrt{2j'+1}} \langle j, k, m_j, q | j', m'_{j'} \rangle \langle \gamma', j' || T_q^k || \gamma, j \rangle \quad (1.1.12)$$

dove l'elemento di matrice ridotto non dipende da m e $m'_{j'}$.

- $j \pm 1 = j'$;
- $j \cap j' \neq 0$.

Queste condizioni sono le cosiddette *regole di selezione* per un generico sistema atomico nel semplice caso di interazione di dipolo elettrico.

Vogliamo adesso ottenere un set di condizioni meno generali per identificare quali transizioni risultano proibite. Per fare questo introduciamo un metodo molto utilizzato per descrivere la struttura energetica di un atomo con molti elettroni.

1.1.2 Accoppiamento Russell-Saunders e j-j

La meccanica quantistica permette di risolvere esattamente soltanto un piccolo insieme di problemi⁸, in particolare per quel che riguarda la fisica atomica, la lista dei problemi esattamente risolvibili risulta particolarmente breve essendo questi limitati alla struttura energetica dell'atomo di idrogeno. Di conseguenza, per descrivere ogni altro atomo presente sulla tavola periodica degli elementi, si è costretti ad utilizzare qualche approssimazione. Per risolvere il problema di un atomo avente N elettroni possiamo seguire l'approccio sviluppato da Hartree che si basa sull'introduzione di un campo centrale che permetta di interpretare l'hamiltoniana complessiva come una somma di hamiltoniane di singolo elettrone, ovvero si possa scrivere $H = \sum_{i=1}^N h_i$. Ogni hamiltoniana h_i rappresenta l'interazione fra il singolo elettrone e il campo centrale prodotto dal nucleo e dagli altri $N - 1$ elettroni e quindi con questo approccio è possibile pensare agli elettroni atomici come se essi fossero particelle indipendenti.

In realtà i termini non centrali non vengono esclusi dal problema agli autovalori ma, se il campo centrale è scelto in modo idoneo, essi vanno a costituire una perturbazione più o meno grande rispetto alla hamiltoniana centrale.

I termini non centrali che solitamente è necessario considerare maggiormente sono: il termine di *spin-orbita* e l'interazione elettrostatica fra gli elettroni. Il termine di spin-orbita può essere espresso per mezzo della hamiltoniana

$$H_{s.o.} = \sum_{i=1}^N \xi(\vec{r}_i) \vec{L}_i \cdot \vec{S}_i \quad (1.1.15)$$

dove $L_{i,k} = \epsilon_{lmk} r_{i,l} p_{i,m}$ è l'operatore di momento angolare riferito all' i -esimo elettrone e \vec{S}_i è l'operatore di spin riferito allo stesso. Come brillantemente dimostrato in [16], la struttura fine dell'idrogeno può essere ottenuta risolvendo esattamente l'equazione di Dirac o, usando un approccio più pratico, può essere ottenuta aggiungendo all'equazione di Pauli-Schrödinger alcuni termini che descrivono gli

⁸Una ottima collezione di questi problemi può essere trovata ad esempio in [14] oppure in [15].

effetti relativistici legati all'elettrone. Uno di questi termini che correggono la teoria classica è proprio l'interazione spin-orbita; è possibile dimostrare che la variazione di energia correlata a questo contributo nel caso di un atomo idrogenoide è proporzionale a Z^4 dove Z è il numero atomico.

Questa argomentazione alquanto rude permette di dare una prima stima dell'ordine di grandezza di questo contributo.

L'altro contributo citato può essere espresso, se consideriamo soltanto gli elettroni i e j , per mezzo dell'hamiltoniana di interazione coulombiana $H_{Coulomb} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_{ij}}$. Per valutare il contributo all'energia di questo termine possiamo applicare la teoria perturbativa utilizzando come base imperturbata il set di autovettori dell'hamiltoniana di campo centrale. Per avere una stima anche stavolta piuttosto rude possiamo semplificare ulteriormente e ridurci così a trattare il modello ad elettroni indipendenti dell'elio per valutare $\langle \frac{1}{r_{i,j}} \rangle$; al primo ordine perturbativo otteniamo una correzione in energia lineare rispetto al numero atomico Z .

Se consideriamo soltanto questi due contributi possiamo avere tre possibili casi:

1. $H_{Coulomb} \gg H_{s.o.}$ che è detto accoppiamento di *Russell-Saunders* o L-S;
2. $H_{Coulomb} \simeq H_{s.o.}$ che è l'accoppiamento *intermedio*;
3. $H_{Coulomb} \ll H_{s.o.}$ che viene chiamato accoppiamento *j-j*.

La condizione di accoppiamento intermedio, in cui i contributi di spin-orbita e coulombiano sono paragonabili, è certamente la più complessa da trattare.⁹ Il caso di maggiore interesse per quel che riguarda gli elementi simil-alcalino terrosi è il caso di accoppiamento L-S in cui il contributo dell'interazione elettrostatica è maggiore rispetto al contributo di spin-orbita e quindi si può considerare quest'ultimo come un contributo perturbativo; la hamiltoniana complessiva imperturbata del sistema, composta da $H_{ato} + H_{Coulomb}$ commuta non solo con l'operatore \vec{J} ma anche separatamente con gli operatori \vec{L} e \vec{S} e quindi i suoi autovalori possono essere caratterizzati dai buoni numeri quantici l, s, j, m_j . Ogni livello elettronico può quindi essere descritto per mezzo del simbolo $^{2s+1}l_j$.

È possibile verificare che soltanto gli elettroni che non occupano una subshell atomica pienamente occupata possono contribuire al termine di spin-orbita.

In approssimazione di accoppiamento L-S, anche le regole di selezione del tutto generali trovate per l'interazione di dipolo elettrico possono essere ulteriormente semplificate perché l'operatore di dipolo elettrico non dipende dallo spin. L'elemento di matrice 1.1.9 sarà non nullo se e solo se:

- $l - l' = \pm 1, 0$;

⁹Una trattazione viene svolta, per esempio, in [17, 18]

- $s - s' = 0$;
- $l \cap l' \neq 0$.

1.2 Itterbio

L'itterbio è il XIV elemento del periodo del lantanio¹⁰ ed ha numero atomico Z pari a 70. Questo atomo, nel suo stato fondamentale, ha struttura elettronica $[Xe]4f^{14}6s^2$. In natura esistono 7 isotopi stabili e sono stati identificati 22 isotopi radioattivi di questa specie atomica.

ISOTOPO	MASSA (U.M.A.)	ABBONDANZA (%)	SPIN NUCLEARE	μ_I (μ_N)
¹⁶⁸ Yb	167.933894	0.123	0	
¹⁷⁰ Yb	169.934759	2.98	0	
¹⁷¹ Yb	170.936323	14.1	$\frac{1}{2}$	+0.4919
¹⁷² Yb	171.936378	21.7	0	
¹⁷³ Yb	172.938208	16.1	$\frac{5}{2}$	-0.6776
¹⁷⁴ Yb	173.938859	32.0	0	
¹⁷⁶ Yb	175.942564	13.0	0	

Tabella 1.2.1: Vengono riportate le proprietà nucleari dei sette isotopi stabili dell'itterbio. Le abbondanze atomiche sono tratte dal riferimento IUPAC più recente [19].

I cinque isotopi ¹⁶⁸Yb, ¹⁷⁰Yb, ¹⁷²Yb, ¹⁷⁴Yb, ¹⁷⁶Yb obbediscono alla statistica di Bose-Einstein mentre gli altri due, ¹⁷¹Yb e ¹⁷³Yb, obbediscono alla statistica di Fermi-Dirac.

L'isotopo più abbondante in natura è l'¹⁷⁴Yb ma, diversamente da quanto accade per gli altri metalli alcalini terrosi¹¹ e simil-alcalino terrosi, le abbondanze delle altre specie sono dello stesso ordine di grandezza. Per questo motivo il peso atomico dell'Yb, che viene ottenuto per mezzo della media pesata delle masse considerando l'abbondanza atomica, è pari a 173.05 u.m.a. [20].

Come si può vedere dalla tabella 1.2, la natura statistica di ciascuna specie atomica viene definita dal momento nucleare I e questo è dovuto alla struttura elettronica esterna che, come detto in precedenza, è simile a quella dell'elio.

¹⁰Gli elementi dei lantanidi e degli attinidi sono caratterizzati dal fatto di avere la shell f più esterna parzialmente occupata. La shell f corrisponde a $l = 3$ e ha degenerazione $(2 \cdot \frac{1}{2} + 1)(2 \cdot 3 + 1) = 14$ quindi l'itterbio, essendo l'ultimo dei lantanidi, ha shell f piena.

¹¹Be, Ca, Sr costituiscono ottimi esempi di questo fatto.

Appartenendo alla classe degli elementi simil-alcalino terrosi, l'itterbio presenta, proprio come l'elio, uno schema dei livelli energetici dipendente dallo spin tuttavia, dato l'elevato peso atomico, il contributo dato dall'interazione spin-orbita non può essere del tutto trascurato; una evidenza di questo fatto è insita nella presenza di transizioni fra gli stati di singoletto e di tripletto [21], che sono proibite in accoppiamento L-S.

Queste transizioni vengono dette di *intercombinazione* e, come vedremo in dettaglio, se eccitate propriamente per mezzo della radiazione, permettono di manipolare in modo efficace gli atomi di itterbio.

Partendo dal modello di accoppiamento L-S andiamo a introdurre la trattazione intermedia per descrivere i livelli $|^3P_0\rangle$, $|^3P_1\rangle$, $|^3P_2\rangle$ e $|^1P_0\rangle$.

È possibile scrivere i quattro possibili stati della configurazione elettronica $6s\ 6p$, corrispondenti al medesimo L , come una espansione di stati di Russell-Saunders, che andremo ad indicare con la notazione $^iP_j^0$ dove i rappresenterà $2s + 1$ e j sarà l'autovalore corrispondente all'operatore \vec{J} . Potremo quindi scrivere

$$\begin{aligned} |^3P_0\rangle &= |^3P_0^0\rangle, & |^3P_2\rangle &= |^3P_2^0\rangle, \\ |^3P_1\rangle &= \alpha|^3P_1^0\rangle + \beta|^1P_1^0\rangle, & |^3P_1\rangle &= -\beta|^3P_1^0\rangle + \alpha|^1P_1^0\rangle. \end{aligned}$$

Gli stati $|^3P_0\rangle$ e $|^3P_2\rangle$ risultano non mescolati dall'interazione di spin-orbita perché l'operatore \vec{J} commuta con l'hamiltoniana di spin-orbita e quindi questa interazione è diagonale su questi due stati.

I coefficienti α e β possono essere calcolati sfruttando le vite medie dei livelli infatti, tenendo conto che $\tau_{|a\rangle \rightarrow |b\rangle} \propto \frac{1}{\nu^3 |d_{|a\rangle \rightarrow |b\rangle}|^2}$ dove $\tau_{|a\rangle \rightarrow |b\rangle}$ è il tempo di decadimento dal livello eccitato $|b\rangle$ al livello $|a\rangle$, ν è la frequenza della transizione e $d_{|a\rangle \rightarrow |b\rangle}$ è l'elemento di matrice dell'operatore di dipolo elettrico, è possibile ottenere

$$\frac{|\alpha|^2}{|\beta|^2} = \frac{\tau_{|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_1\rangle} \nu_{|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_1\rangle}^3}{\tau_{|^1S_0\rangle \rightarrow |^1P_1\rangle} \nu_{|^1S_0\rangle \rightarrow |^1P_1\rangle}^3}. \quad (1.2.1)$$

e, sapendo che $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, $|\alpha|^2 = 0.983$, $|\beta|^2 = 0.017$.

Le transizioni di intercombinazione possono quindi avvenire violando la condizione $s \neq s'$ perché la presenza dell'interazione non trascurabile di spin-orbita compie un *mixing* degli stati considerati. In particolare, la transizione $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_1\rangle$ è resa possibile dalla presenza dello stato $|^1P_1^0\rangle$ che è uno stato permesso per transizione di dipolo elettrico.

La presenza di queste righe di intercombinazione, anche se molto strette, è una manifestazione diretta dell'alto numero atomico dell'elemento. Questo risultato conferma anche che per alto Z l'interazione spin-orbita, di cui avevamo valutato un andamento dell'ordine di Z^4 , diviene non trascurabile rispetto all'interazione

coulombiana fra elettroni.

Se il momento nucleare I è non nullo, come avviene per gli isotopi fermionici dell'itterbio, dobbiamo considerare anche il contributo all'energia dovuto all'interazione iperfine.

Anche all'ordine più basso, l'operatore \vec{J} non commuta con l'operatore H_{hfs} e quindi il semplice meccanismo di mixing degli stati con medesimo j deve essere rivisto in favore di un analogo effetto, in cui però l'operatore $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$ stavolta commuta con tutta l'hamiltoniana del sistema.

In questo caso il risultato più importante è sicuramente il fatto che gli stati $|^3P_0\rangle$ e $|^3P_2\rangle$, che sono stati doppiamente proibiti in approssimazione di dipolo elettrico¹², risultano accoppiati allo stato fondamentale $|^1S_0\rangle$ e quindi è possibile osservare una transizione di dipolo che, per il piccolo valore dell'elemento di matrice $d_{|^1S_0\rangle \rightarrow|^3P_0\rangle}$ risulterà avere un tempo di vita media τ dell'ordine di decine di secondi.

Alcune delle transizioni indicate nella figura 1.2.1 vengono utilizzate sperimentalmente per rendere l'itterbio un gas di atomi degenere e quindi andremo a descriverle più precisamente nella sezione 3.1.

¹²Infatti in entrambi i casi si dovrebbe violare la condizione $s - s' = 0$ e, nel primo caso, si dovrebbe violare anche la condizione $j = 0 \cap j' = 0$, mentre nel secondo caso si dovrebbe violare la condizione $j - j' = \pm 1$.

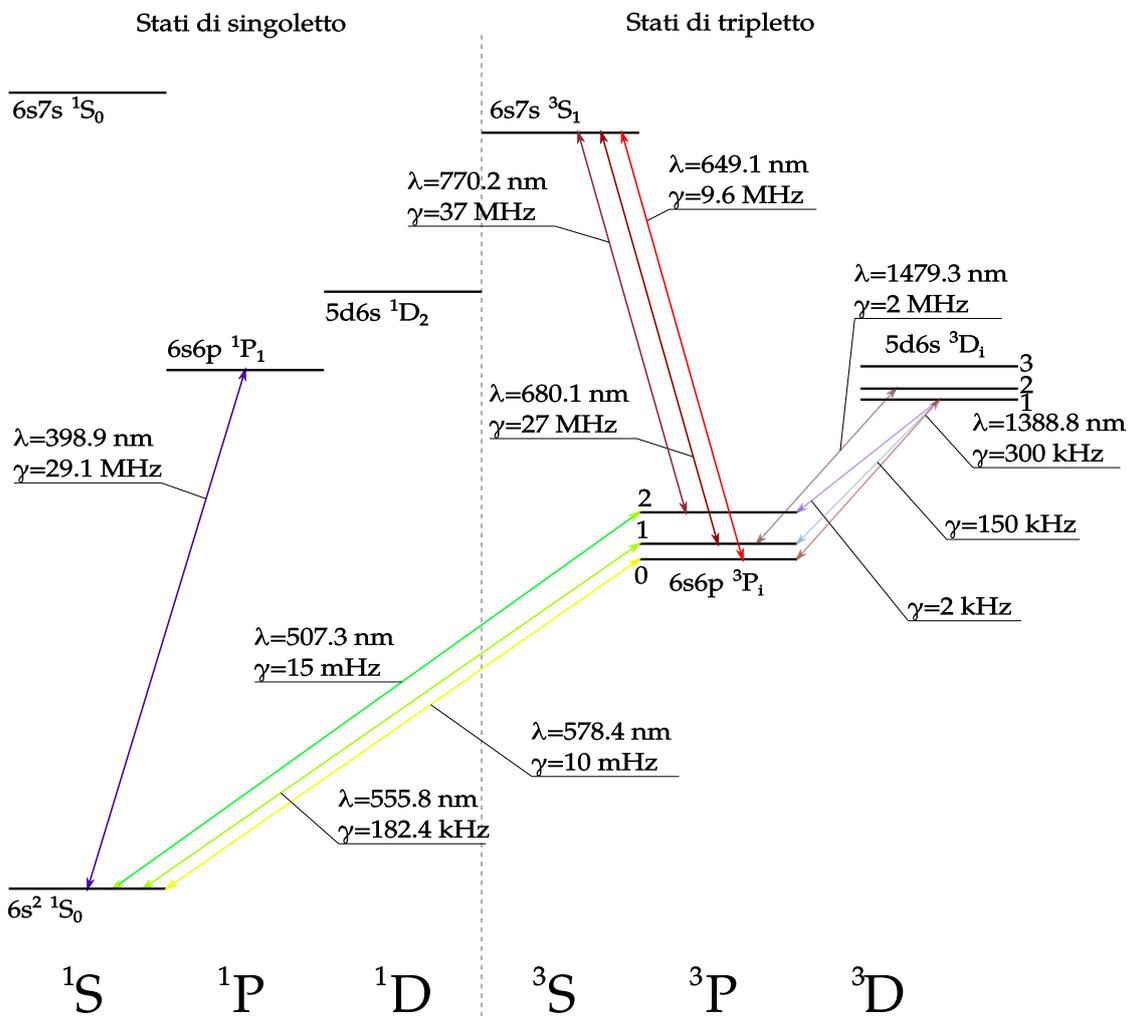


Figura 1.2.1: In questa immagine è possibile osservare il diagramma di Grotrian dell'itterbio. Le linee intere rappresentano le transizioni di dipolo elettrico; le lunghezze d'onda riportate sono quelle dell' ^{173}Yb così come le costanti di decadimento.

2 Reticoli ottici e simulazione quantistica di stati topologici della materia

In questo capitolo verrà descritta la fisica degli atomi intrappolati in reticoli ottici (2.1) con particolare attenzione alla condizione di tight-binding (2.1.2).

Verrà poi introdotta brevemente la fisica legata a sistemi bidimensionali in cui l'accoppiamento spin-orbita o la presenza di un campo magnetico molto intenso può causare l'insorgenza di nuove fasi quantistiche (2.2).

Verranno trattati i principali metodi sperimentali che permettono di simulare i sistemi precedentemente introdotti mediante l'uso di atomi ultrafreddi intrappolati in reticoli ottici (2.3). In particolare descriveremo l'approccio della dimensione sintetica (2.3.3) ed i più recenti sviluppi sperimentali correlati ad esso che hanno portato all'osservazione di fenomeni peculiari dei sistemi bidimensionali introdotti in precedenza.

2.1 Atomi freddi in reticoli ottici

Consideriamo una struttura atomica a due livelli $|g\rangle$, $|e\rangle$ che viene investita da radiazione monocromatica. Per effetto di quest'ultima l'atomo, inizialmente in stato di quiete, sarà soggetta ad una forza che, in generale, sarà esprimibile per mezzo della relazione

$$\vec{F} = \frac{1}{2} \hbar \left(\vec{k}_L \Gamma \frac{\frac{\Omega^2}{2}}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2}} - \delta \frac{\frac{\nabla \Omega^2}{2}}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2}} \right) \quad (2.1.1)$$

dove $k_L = |\vec{k}_L| = \frac{2\pi}{\lambda}$ è il numero d'onda associato alla radiazione incidente, $\Omega = \frac{\vec{d} \cdot \vec{E}}{\hbar}$ è la frequenza di Rabi, δ è il detuning della radiazione rispetto alla transizione atomica e Γ è la larghezza naturale della transizione [22].

La forza media introdotta in 2.1.1 è composta da due parti: una dissipativa, che può essere interpretata come l'effetto medio di assorbimento di radiazione (con trasferimento di momento \vec{k}_L lungo la direzione di propagazione della luce) ed

emissione spontanea da parte dell'atomo¹ ed una parte conservativa che può essere espressa per mezzo del potenziale

$$U = \frac{1}{2} \hbar \delta \ln \left[\frac{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{\Omega^2}{2}}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \right]. \quad (2.1.2)$$

La parte conservativa della forza dovuta alla radiazione viene spesso denominata *forza di dipolo* e, come vedremo, può essere utilizzata per generare trappole atomiche.

Sviluppando al primo ordine il logaritmo presente nel potenziale, considerando quindi $\frac{\Omega^2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \ll 1$, possiamo ottenere una forma approssimata del potenziale che permette un'interpretazione più agevole. In questo limite infatti il potenziale di dipolo diviene

$$U \simeq \hbar \frac{\Omega^2}{4\delta}$$

e quindi possiamo vedere che U è negativo se consideriamo una radiazione con $\delta < 0$. Dato che $\Omega = \frac{\vec{d} \cdot \vec{E}}{\hbar}$ consegue che dove abbiamo un massimo dell'intensità di radiazione, nel caso di radiazione *red detuned*, avremo un minimo del potenziale. Questo fatto permette di intrappolare gli atomi per mezzo dell'uso di fasci di radiazione coerente focalizzati.

Tutto quello che abbiamo esposto per un sistema atomico a due livelli può essere esteso ad un sistema reale a molti livelli [23].

Se l'intensità della radiazione presenta una modulazione periodica nello spazio, dato che gli atomi si dispongono nei minimi di potenziale, daranno luogo ad una struttura organizzata analoga a quella di un reticolo cristallino [24]. Queste strutture vengono denominate *reticoli ottici*.

La possibilità di formare reticoli ottici ha portato, negli ultimi anni, nuova linfa alla fisica atomica che è divenuta, per mezzo di questi, anche il metodo di base per portare avanti l'idea di R. Feynman [3] di simulare sistemi quantistici complessi per mezzo di altri sistemi quantistici di cui si abbia il controllo.

2.1.1 Potenziali periodici di luce

Per realizzare una radiazione modulata periodicamente in intensità un metodo efficiente è quello di creare un'onda stazionaria e per fare questo solitamente si sfrutta il pattern di interferenza che si viene a creare nella zona in cui due fasci

¹La radiazione spontanea viene emessa in modo isotropo dal sistema atomico e, dato che la radiazione esterna proviene da una sola direzione, l'assorbimento di un fotone dal fascio laser e la riemissione spontanea in una direzione diversa ha un effetto medio non nullo.

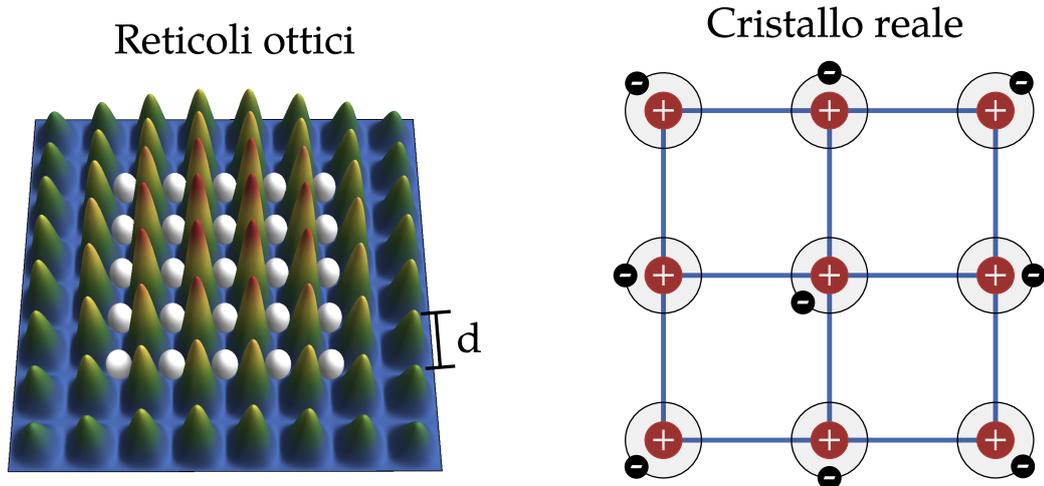


Figura 2.1.1: Confronto diretto fra atomi intrappolati nei reticoli ottici e elettroni nei reticoli reali.

contropropaganti si incontrano.

Si può verificare che, considerando due onde piane contropropaganti aventi numero d'onda k , si ottiene un profilo di intensità periodico che ha valore medio

$$I(x) = \frac{\epsilon_0 c}{4} E_0^2 (1 + 2 \cos(2kz)). \quad (2.1.3)$$

La periodicità dell'intensità mediata nel tempo e quindi la periodicità del potenziale cui gli atomi sono soggetti, è data dal periodo del coseno e quindi risulta essere $\lambda/2$.

Nella realtà, i fasci luminosi utilizzati per generare reticoli ottici sono fasci gaussiani che non possono essere schematizzati semplicemente per mezzo di onde piane e questo causa una dipendenza spaziale del fattore E_0 e una conseguente dipendenza spaziale della profondità di reticolo.

Questo fatto può essere problematico se le lunghezze caratteristiche delle nuvole atomiche che andiamo ad intrappolare all'interno dei reticoli ottici sono confrontabili con il parametro di Rayleigh dei fasci gaussiani $z_0 \equiv \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ [25].

Se poniamo lungo i tre assi cartesiani tre onde stazionarie otteniamo un potenziale² che può essere scritto nella forma:

$$U(x, y, z) = sE_r [\sin^2(kx) + \sin^2(ky) + \sin^2(kz)] \quad (2.1.4)$$

²Considerando anche il fatto che il fascio laser ha profilo gaussiano il potenziale di singolo reticolo sarà $U(r, z) = U_0 e^{-2\frac{r^2}{w(z)^2}} \cos^2(kz) \simeq U_0 \cos^2(kz) + \frac{1}{2} m \omega_r^2 r^2 + \frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2$ dove $\omega_r = \sqrt{\frac{4E_r}{m w_0^2}} \sqrt{s}$ e $\omega_z = \sqrt{\frac{2E_r}{m z_0^2}} \sqrt{s}$ sono le frequenze di trappola armonica nella direzione radiale e di propagazione del fascio luminoso.

dove E_r è l'energia di rinculo definita da $E_r = \hbar^2 k^2 / 2m$ e abbiamo introdotto il parametro adimensionale $s \equiv \frac{U_0}{E_r}$. Se adesso consideriamo il moto del centro di massa di un atomo avente massa m sottoposto al potenziale 2.1.4, potremo scrivere l'hamiltoniana del sistema nella seguente forma:

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + sE_r [\sin^2(kx) + \sin^2(ky) + \sin^2(kz)] \quad (2.1.5)$$

dove abbiamo considerato il caso tridimensionale in cui si hanno, su ogni asse cartesiano, due fasci laser contropropaganti³.

Si può notare adesso che l'operatore hamiltoniano è separabile e perciò la soluzione del problema agli autovalori può essere scritta come prodotto tensoriale delle soluzioni monodimensionali. Da questa proprietà deriva che sarà sufficiente risolvere l'equazione

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + sE_r \sin^2(kx) - E \right) \psi_x = 0. \quad (2.1.6)$$

L'hamiltoniana è anche una funzione periodica e quindi è possibile utilizzare il teorema di Bloch per andare a caratterizzare le sue autofunzioni. Dal punto di vista dell'analisi funzionale, questo problema viene affrontato nei testi di fisica dello stato solido [26] e può essere ricondotto all'equazione di Mathieu

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + [a - 2q \cos(2x)] \right) f(x) = 0$$

se imponiamo $a = E/E_r - s/2$ e $x = kz$.

La soluzione dell'equazione di Mathieu sono le funzioni speciali di Mathieu che hanno la medesima periodicità del reticolo e formano un set ortonormale completo. Le funzioni di Bloch, che sono un set completo di funzioni delocalizzate su tutti i siti reticolari, possono essere espresse per mezzo delle funzioni di Mathieu per mezzo della relazione:

$$\psi_{n,q}(x) = C \left(E^{(n)}(q) - \frac{s}{2}, -\frac{s}{4}, x \right) + i \operatorname{sgn}(q) S \left(E^{(n)}(q) - \frac{s}{2}, -\frac{s}{4}, x \right) \quad (2.1.7)$$

dove C e S indicano rispettivamente le funzioni di Mathieu pari e dispari. I coefficienti a vengono denominati valori caratteristici delle funzioni di Mathieu e permettono di valutare l'energia dei livelli energetici per mezzo della relazione:

$$E_{(q)}^{(n)} = a \left[q \pm \operatorname{sgn}(q) \left(\frac{n+1}{2} - 1 \right), -\frac{s}{4} \right] + \frac{s}{2}. \quad (2.1.8)$$

I valori di E al variare di q definiscono la struttura a bande del reticolo infatti q può essere visto come il quasimpulso espresso in unità di distanze reticolari. Per

³Questa disposizione permette di creare un reticolo cubico di lato pari al passo reticolare. Per ottenere una diversa forma geometrica del reticolo la disposizione dei fasci laser sarà diversa.

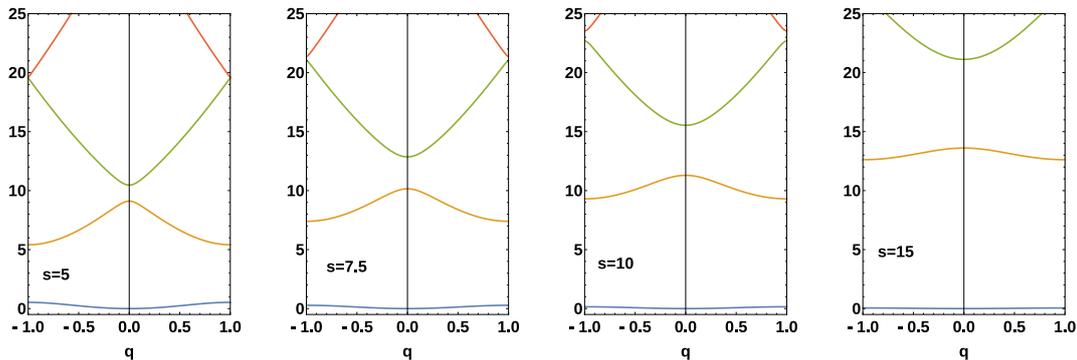


Figura 2.1.2: Viene illustrata la struttura delle bande nel caso di reticolo monodimensionale infinitamente esteso a diverse profondità di reticolo: come si può vedere, aumentando il parametro s l'ampiezza delle bande diminuisce e il gap fra di esse aumenta.

ciascuna banda reticolare è possibile definire la larghezza di banda per mezzo della differenza tra le energie corrispondenti a $q = n$ e $q = n + 1$ dove n è l'indice di banda.

La larghezza di banda si definiva tende a zero quando la profondità di reticolo tende a infinito. L'andamento può essere osservato in figura 2.1.2.

Nel caso di profondità di reticolo tendente ad infinito, è possibile sviluppare il potenziale all'ordine più basso nei pressi del massimo delle intensità e si può notare che l'intensità, in questo limite, si comporta in modo armonico. È quindi possibile pensare al reticolo ottico come ad una collezione monodimensionale di potenziali armonici indipendenti. In questa condizione limite occorre sviluppare su molte funzioni di Bloch l'autostato per poter descrivere la localizzazione della funzione d'onda all'interno dei siti reticolari ed è per questo che solitamente si sceglie di effettuare un cambio di set per descrivere la condizione di alta profondità di reticolo.

2.1.2 Condizione di tight-binding

Come abbiamo appena visto, quando il parametro s diviene molto maggiore di 1, la funzione d'onda atomica diventa fortemente modulata e addensata intorno ai siti reticolari, per questo solitamente si introduce un set di autofunzioni che sono localizzate sulla singola buca reticolare. Queste funzioni vengono dette funzioni di Wannier e, se consideriamo un reticolo monodimensionale, sono definite per mezzo

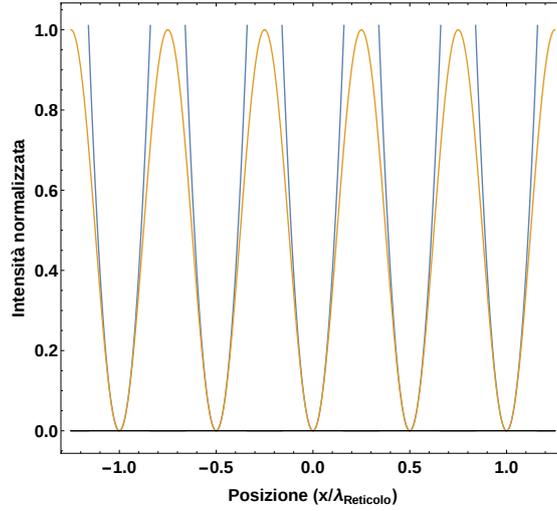


Figura 2.1.3: In approssimazione di $s \gg 1$ è possibile approssimare il potenziale sinusoidale con il suo sviluppo di Taylor al secondo ordine. In questo caso il sistema può essere interpretato come una serie di oscillatori armonici indipendenti.

della relazione [26]:

$$w_n(z - ld) = A \int_{-q}^q e^{i(kld + \theta_{n,k'})} \psi_{n,k'}(z) dk' \quad (2.1.9)$$

dove $\psi_{n,k'}(z)$ sono le funzioni di Bloch, A è una costante di normalizzazione, l è un numero intero e $\theta_{n,k'}$ è presente perché le funzioni di Bloch sono definite a meno di un fattore di fase. Con l'ambiguità introdotta dal fattore di fase non possiamo definire univocamente le funzioni di Wannier ma questo problema può essere facilmente risolto se andiamo ad imporre che le nostre funzioni siano quelle massimamente localizzate sui siti reticolari [27]. Per imporre questa condizione andiamo a minimizzare la varianza dell'operatore posizione ovvero andiamo a cercare $\forall n \theta_{n,k'}$ che renda minima la quantità

$$\Delta x^2 = \langle w_n(x) | \hat{x}^2 | w_n(x) \rangle - \langle w_n(x) | \hat{x} | w_n(x) \rangle^2. \quad (2.1.10)$$

Le funzioni di Wannier sono un set ortonormale e completo caratterizzato dalla relazione di completezza $\langle w_n(x - ld) | w_{n'}(x - l'd) \rangle = \delta_{n,n'} \delta_{l,l'}$ che conferma il fatto che la sovrapposizione fra due funzioni di Wannier riferite a bande o a siti reticolari diversi è nulla.

La descrizione del nostro pacchetto d'onda in termini delle funzioni di Wannier monodimensionali è possibile osservando nuovamente che il potenziale d'interazione è separabile. Da questo si può infatti immediatamente ottenere:

$$w_{nx,ny,nz}(x, y, z) = w_{nx}(x)w_{ny}(y)w_{nz}(z). \quad (2.1.11)$$

Per alto s , ogni massimo d'intensità potrà essere approssimato per mezzo di un potenziale armonico e quindi ogni sito reticolare ammetterà livelli vibrazionali separati da un'energia $\hbar\omega_0 \gg E_r$. Per temperature atomiche sufficientemente basse gli atomi saranno costretti ad occupare i più bassi livelli energetici disponibili in ciascun sito e quindi la loro energia cinetica diverrà trascurabile rispetto all'energia di interazione; l'unica opportunità che avranno di traslare da un sito reticolare al primo vicino sarà data dall'ampiezza di probabilità del processo di *tunneling*. Gli autostati di singola particella nelle bande più basse sono costituiti dalle funzioni d'onda di Bloch con quasimomento \vec{q} ed energia, considerando reticolo isotropo, data da

$$E_0(k) = \frac{3}{2}\hbar\omega_0 - 2J [\cos(kxd) + \cos(kyd) + \cos(kzd)] + \dots$$

dove il parametro $J > 0$ rappresenta il guadagno in energia dovuto al *tunneling*. In questa approssimazione, considerando il caso monodimensionale, è possibile verificare anche che questo parametro è proporzionale alla larghezza di banda infatti è definito per mezzo della relazione [4]:

$$J^{(n)} = \frac{|E^{(n)}(1) - E^{(n)}(0)|}{4} = \frac{\Delta E^{(n)}}{4}. \quad (2.1.12)$$

Come abbiamo appena visto, anche nel caso di buche profonde, le funzioni di Wannier pur costituendo un set ortonormale non sono le autofunzioni dell'hamiltoniana 2.1.5 perché queste sono espresse per mezzo di funzioni di Bloch. Le funzioni di Wannier sono tuttavia molto utilizzate per la loro caratteristica di permettere una descrizione semplice del sistema nel regime di tight-binding, dove si può passare da un modello definito sul continuo a un modello discretizzato. Infatti, se passiamo in seconda quantizzazione, potremo descrivere il processo di distruzione di un atomo di spin s in un determinato punto dello spazio (\vec{r}) per mezzo dell'operatore $\hat{\psi}(\vec{r})$ scritto nella base delle funzioni di Wannier ovvero:

$$\hat{\psi}_\sigma(\vec{r}) = \sum_{\vec{l}, n} w_n(\vec{r} - \vec{l} \cdot \vec{d}) \hat{a}_{\vec{l}, n, \sigma}. \quad (2.1.13)$$

Nella precedente formula abbiamo introdotto i vettori $\vec{l} = (lx, ly, lz)$ e d è il passo reticolare e l'operatore di distruzione di una particella che è associata al corrispondente stato di Wannier $\hat{a}_{l, n}$.

Avendo introdotto questo operatore è possibile riscrivere l'hamiltoniana per particella libera in un potenziale periodico nella forma compatta [4]

$$\hat{H} = \sum_{\sigma} \sum_{\vec{l}, \vec{l}', n} J^{(n)}(\vec{l} - \vec{l}') \hat{a}_{\vec{l}, n, \sigma}^\dagger \hat{a}_{\vec{l}', n, \sigma} + h.c. \quad (2.1.14)$$

Questo operatore permette di interpretare, sfruttando l'elemento di matrice $J^{(n)}(\vec{l}-\vec{l}')$, l'hamiltoniana di particella libera in reticolo ottico per mezzo del processo di *tunneling* fra due siti reticolari identificati dai vettori \vec{l} e \vec{l}' . Nel caso in cui si vogliono descrivere molte particelle interagenti, che è il caso che riguarda il nostro esperimento, dobbiamo considerare l'effetto delle interazioni fin dalla hamiltoniana di partenza.

In questo caso, considerando soltanto un'interazione di contatto per atomi nella prima banda, in seconda quantizzazione otteniamo un termine ulteriore della forma:

$$H_{int} = U_{int} \sum_{\sigma < \sigma', \vec{l}} \hat{a}_{l,\sigma}^\dagger \hat{a}_{l,\sigma'}^\dagger \hat{a}_{l,\sigma'} \hat{a}_{l,\sigma} \quad (2.1.15)$$

dove gli indici σ, σ' sono indici di spin [28]. Considerando soltanto il regime ultrafreddo, in cui l'interazione di contatto riguarda in modo prevalente soltanto due atomi alla volta, è possibile ottenere, al primo ordine nello sviluppo dell'ampiezza di scattering, una forma funzionale per U_{int} . Infatti, indicando con a la lunghezza di scattering in onda s, si ottiene:

$$U_{int} = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \int |w(\vec{r})|^4 d\vec{r}. \quad (2.1.16)$$

2.2 Dall'accoppiamento spin-orbita agli stati esotici della materia

Da quanto detto nelle sezioni 1.1.2 e 1.2, nella fisica atomica l'interazione di spin-orbita ha un ruolo centrale dato che:

- permette di determinare la struttura fine dei livelli atomici;
- crea un mixing dei livelli di Russell-Saunders negli atomi a più elettroni permettendo così di ottenere transizioni di *intercombinazione* particolarmente strette.

Più in generale, l'esistenza di un termine di accoppiamento che correla il momento di una particella al suo spin è alla base di alcuni fenomeni peculiari della fisica dello stato solido.

Un esempio rilevante è rappresentato dall'effetto *spin-Hall quantistico* nel quale l'interazione spin-orbita si origina dal movimento degli elettroni nel campo elettrico intrinseco del cristallo; questo campo non è facilmente modificabile e principalmente dipende dalle caratteristiche costruttive e intrinseche del materiale cristallino che stiamo considerando. Questo fenomeno si manifesta, in un sistema 2D di elettroni, con correnti che si propagano lungo il bordo del materiale con verso opposto per i due stati di spin, come mostrato in figura 2.2.1a. L'esistenza di un verso ben definito delle correnti, indotto dall'accoppiamento spin-orbita, ci permette di parlare di correnti "chirali".

Un altro effetto particolarmente interessante della fisica dello stato solido, dovuto principalmente alla presenza di un campo magnetico esterno molto intenso, è rappresentato dall'*effetto Hall quantistico*. Questo effetto, studiato in principio da K.von Klitzing [8] (e successivamente da H.L. Störmer, R.B. Laughlin, D.C. Tsui [29, 30, 31]), si manifesta, in un sistema 2D di elettroni, con una quantizzazione delle proprietà di trasporto, che è collegata, anche in questo caso, all'esistenza di correnti chirali di bordo, dove il verso di circolazione è dato dalla presenza del campo magnetico, che rompe l'invarianza per *time-reversal* [7].

Questi due effetti sono esempi di fenomeni quantistici che caratterizzano la fisica dei cosiddetti "isolanti topologici". Con questa denominazione si individua una nuova classe di materiali, oggetto di forte interesse nell'ambito della fisica dello stato solido, dove le proprietà di trasporto elettroniche presentano un comportamento quantistico robusto rispetto alla presenza di disordine o imperfezioni, perché associato alla "topologia" della funzione d'onda. La scoperta di questi effetti e la loro interpretazione basata sul concetto di topologia ha rivoluzionato la fisica della materia, come riconosciuto dall'assegnazione del premio Nobel per la Fisica 2016 a D.Thouless, D.Haldane, J.M.Kosterlitz.

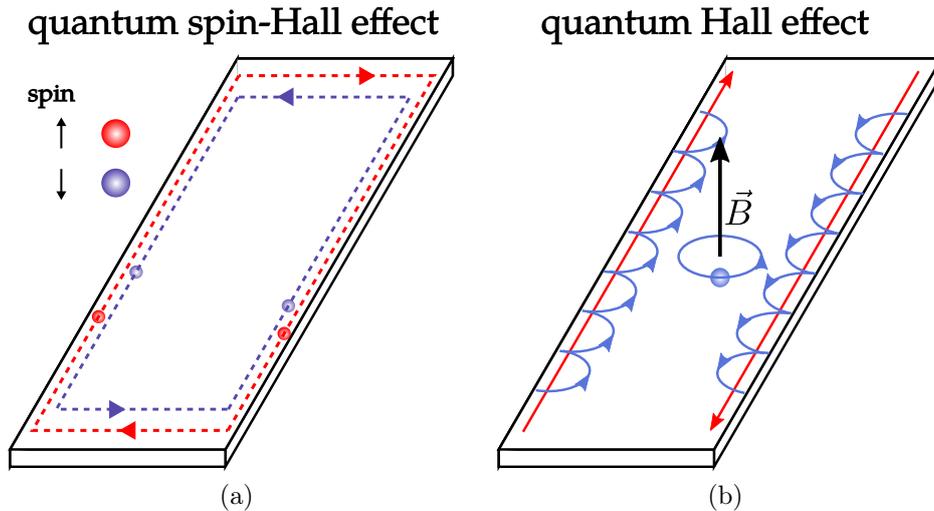


Figura 2.2.1: Nelle immagini riportate vengono schematizzati gli effetti di bordo che si originano in un materiale in cui si ha effetto spin-Hall quantistico 2.2.1a e Hall quantistico 2.2.1b.

La possibilità di osservare stati caratteristici degli isolanti topologici è stata verificata in sistemi di materia condensata [32] ma, la necessità di realizzare condizioni sperimentali difficilmente realizzabili quali la presenza di campi magnetici molto intensi o campioni a basso disordine, ha comportato l'intenso sviluppo di nuove tecniche sperimentali. In particolare, sfruttando sistemi atomici ultrafreddi confinati all'interno di potenziali periodici di luce, è stato possibile "ingegnerizzare" sistemi atti a descrivere il comportamento di questi, ancora parzialmente ignoti, materiali. Questo ha reso possibile la misura di caratteristiche degli isolanti topologici altrimenti inesplorabili [33].

Come già introdotto nei due esempi precedenti, i materiali isolanti topologici sono caratterizzati da correnti di bordo conduttive in presenza di uno stato interno, detto di "*bulk*", isolante.

Durante questo lavoro di tesi, come vedremo in seguito nella sezione 2.3.3, tratteremo più in dettaglio i metodi che hanno permesso, nei laboratori dell'Università degli studi di Firenze, di andare ad esplorare sperimentalmente alcuni concetti fondamentali della fisica dei sistemi *quantum Hall* andando a studiare sperimentalmente le correnti di bordo chirali di un sistema bidimensionale in cui è presente un flusso di campo magnetico molto elevato.

Nella sezione 2.3.3 chiariremo come l'effetto di una interazione di spin-orbita, che lega il moto di un atomo al suo stato interno, possa essere utilizzato per andare a simulare l'azione di un potenziale vettore sintetico \hat{A}_{synt} . Nella successiva sezione di questo capitolo andremo ad approfondire la fisica di un cristallo bidimensionale

in presenza di un campo magnetico molto intenso e, successivamente, le tecniche sperimentali che hanno permesso di osservare caratteristiche tipiche di questi sistemi di fisica dello stato solido [34].

2.2.1 Effetto di un campo magnetico su un reticolo quadrato (2D)

Consideriamo adesso degli elettroni che si trovano in un potenziale periodico bidimensionale avente reticolo diretto quadrato. Nel formalismo della seconda quantizzazione, se introduciamo gli operatori $\hat{a}_{n,m}^\dagger$, $\hat{a}_{n,m}$ che descrivono rispettivamente la creazione e la distruzione di un elettrone nel sito reticolare (n, m) , l'energia del sistema può essere scritta per mezzo dell'operatore:

$$\hat{H}_{lat} = -J \sum_{n,m} \left(\hat{a}_{n+1,m}^\dagger \hat{a}_{n,m} + \hat{a}_{n,m+1}^\dagger \hat{a}_{n,m} \right) + h.c. \quad (2.2.1)$$

dove n indica un sito reticolare nella direzione \hat{x} e m nella direzione \hat{y} . Seguendo il lavoro di Peierls [35], può essere dimostrato che, in approssimazione di tight binding, se si aggiunge al sistema descritto da \hat{H}_{lat} un campo magnetico trasverso, l'elemento di matrice di tunneling acquista una fase. Ne risulta che, quando avviene un processo di *hopping* fra due posizioni reticolari, l'elettrone acquisisce una fase $\phi_{n,m}^k = \frac{e}{\hbar} A_{n,m}^k$ con $k = x, y$ che viene detta *fase di Peierls* e dove \vec{A} è la parte spaziale del quadripotenziale definito in 1.1.1.

Quindi, in questo caso, l'hamiltoniana che descrive il sistema sarà:

$$\hat{H} = -J \sum_{n,m} \left(e^{i\phi_{n,m}^x} \hat{a}_{n+1,m}^\dagger \hat{a}_{n,m} + e^{i\phi_{n,m}^y} \hat{a}_{n,m+1}^\dagger \hat{a}_{n,m} \right) + h.c. \quad (2.2.2)$$

La fase acquisita dall'elettrone è direttamente correlata con la fase che una particella carica guadagna quando effettua un percorso chiuso in presenza di un campo magnetico⁴. Quest'ultima viene detta fase di *Aharonov-Bohm* ed è data, per una particella che compie un percorso chiuso con unico estremo α , come rappresentato in figura 2.2.3, da

$$\Phi_{\alpha \leftrightarrow \alpha} = \frac{e}{\hbar} \oint_{\gamma} \vec{A} \cdot d\vec{r} = 2\pi \frac{\phi_B}{\phi_0} \quad (2.2.3)$$

dove ϕ_0 indica il quanto di flusso magnetico definito per mezzo di $\phi_0 \equiv \frac{h}{e}$ [37]. Ad ogni processo di *hopping* lungo una direzione reticolare i , una particella guadagna una fase data da $\phi_{n,m}^i$ per cui, se consideriamo un percorso chiuso composto da

⁴Può essere dimostrato che una fase geometrica viene acquisita dalla funzione d'onda ogni volta che si considera una hamiltoniana che dipende da un parametro che varia adiabaticamente nel tempo [36].

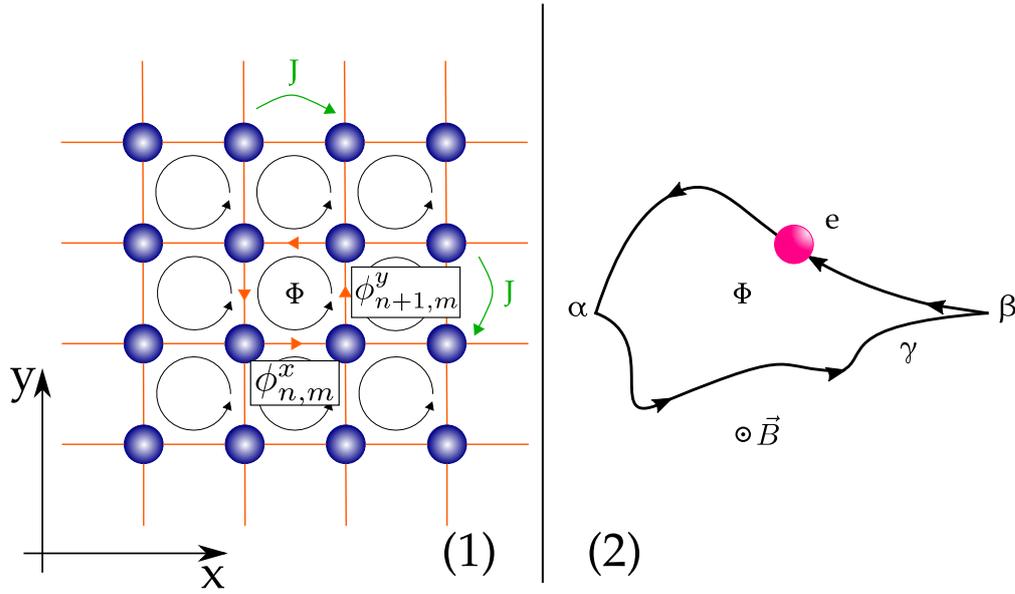


Figura 2.2.2: Si mostra l'analogia di comportamento fra una particella carica che compie un percorso chiuso in presenza di un campo magnetico trasverso (2) ed un solido in cui la particella guadagna una fase in seguito ad un processo di tunneling per mezzo dell'introduzione di un campo magnetico (1).

due spostamenti elementari lungo l'asse x e due spostamenti lungo l'asse y , come indicato in figura 2.2.3, otteniamo una fase complessiva data da:

$$\alpha = \frac{\Phi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} [\phi_{n,m}^x + \phi_{n+1,m}^y - \phi_{n+1,m+1}^x - \phi_{n,m+1}^y]. \quad (2.2.4)$$

Effettuando una trasformazione di gauge è possibile costruire dei nuovi operatori di creazione e distruzione per i quali le particelle, variando il loro sito, acquisiscono una fase soltanto in una delle due dimensioni considerate. Questo procedimento è possibile perché l'hamiltoniana complessiva del sistema è invariante rispetto alle trasformazioni di $U(1)$.

Scegliendo il gauge di Landau, per esempio imponendo la condizione $\vec{A} = (0, x\phi, 0)$, potremo scrivere:

$$\hat{H} = -J \sum_{n,m} \left(\hat{c}_{n+1,m}^\dagger \hat{c}_{n,m} + e^{i\phi n} \hat{c}_{n,m+1}^\dagger \hat{c}_{n,m} \right) + h.c. \quad (2.2.5)$$

che è nota come hamiltoniana di Harper-Hofstadter.

Se andiamo a imporre le condizioni periodiche al contorno per il nostro sistema, otteniamo una hamiltoniana che è stata studiata intensamente dal punto di vista teorico [38] e permette di ottenere uno spettro per singola particella noto come

farfalla di Hofstadter. Quest'ultimo viene illustrato in figura 2.2.3a come funzione della fase per placchetta $\frac{\phi}{2\pi}$ e ha la peculiare caratteristica di essere una struttura frattale.

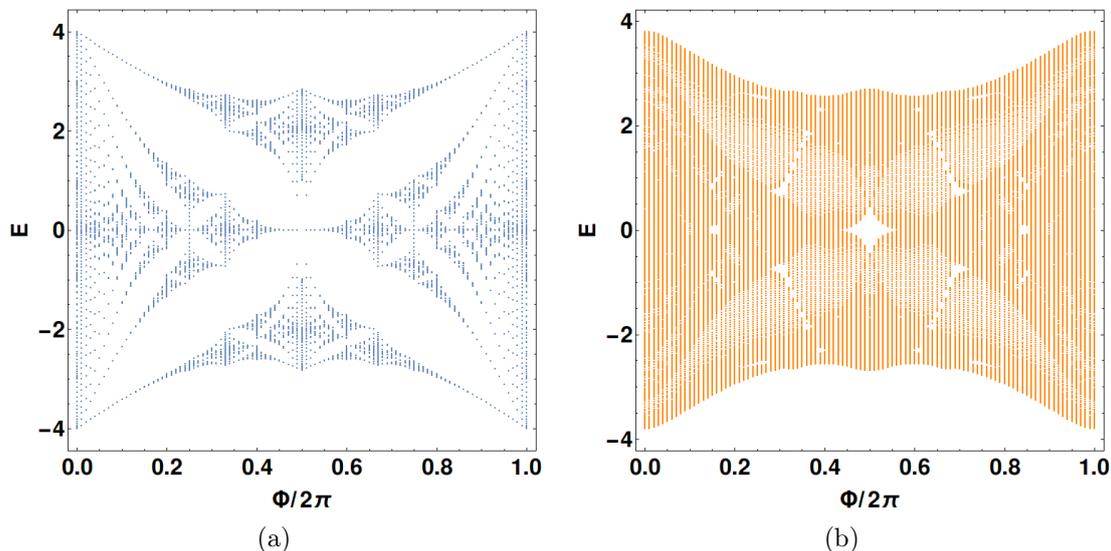


Figura 2.2.3: In questa immagine si riportano i grafici corrispondenti agli spettri di energia dell'hamiltoniana 2.2.5 valutati numericamente per un sistema di 100 siti reticolari nella direzione \hat{x} e 6 nella direzione \hat{y} . La figura 2.2.3a rappresenta la struttura che si ottiene considerando condizioni periodiche al contorno mentre in 2.2.3b si sono considerate condizioni aperte al contorno.

Questa deriva dal fatto che in presenza di un flusso razionale per placchetta, esprimibile per mezzo di $\alpha = \frac{p}{q}$, la banda fondamentale si va a separare in q sottobande [39]. Questo è evidente in figura 2.2.3a in cui si osserva che, per una qualunque fase non nulla, lo spettro energetico presenta degli “energy gap” intervallati a delle sottobande energetiche⁵. Analogamente a quanto avviene nei cristalli reali, in presenza di un gap energetico se la banda viene completamente riempita non è possibile avere conduzione. Per questo motivo, in presenza di un qualunque flusso di campo magnetico per *placquette*, il sistema risulta non conduttivo.

Come suggerito dallo stesso Hofstadter [39], l'idea di realizzare un esperimento in cui si provi ad osservare la struttura a farfalla appena mostrata, è, ad un primo sguardo, completamente fuori da ogni possibilità in quanto per ottenere $\alpha = 1$ per

⁵In realtà quest'ultime mostrano una sottostruttura piuttosto complessa che dipende dalla fase $\alpha = p/q$ infatti la banda fondamentale si divide in q bande, ciascuna delle quali contiene p sottobande.

un cristallo reale con passo reticolare pari a $d = 2 \text{ \AA}$ dovremmo avere un campo magnetico dell'ordine di 10^9 G , rendendo l'osservazione di questo spettro molto difficile nei sistemi di stato solido. Di conseguenza, lo studio di questo problema può essere affrontato nell'ambito della simulazione quantistica, ad esempio utilizzando sistemi ben controllabili quali quelli di fisica degli atomi ultrafreddi [34]. Nonostante le molte proposte di realizzazione sperimentale, ancora oggi non ci sono state evidenze di esperimenti che hanno portato alla verifica della farfalla di Hofstadter tuttavia, alcune caratteristiche dell'equazione 2.2.5 sono state verificate e hanno portato a dei risultati altrimenti difficilmente realizzabili [40].

Mentre la risoluzione dell'equazione 2.2.5 con condizioni periodiche al contorno consente di descrivere un sistema infinito ed isolante, l'imposizione di condizioni aperte descrive un sistema finito, il cui spettro presenta alcuni stati che “vivono” sulla superficie e che conducono corrente. Un sistema di questo tipo appartiene alla categoria degli isolanti topologici, che sono caratterizzati dall'avere un *bulk* isolante e degli stati di bordo conduttivi [34] e pertanto la sua realizzazione sperimentale costituisce potenzialmente la base di una indagine più approfondita sulla fisica degli isolanti topologici.

L'imposizione di condizioni al contorno aperte all'hamiltoniana 2.2.5 risulta nello spettro mostrato in figura 2.2.3b in cui si osserva che, all'interno dei gap energetici presenti nella farfalla di Hofstadter, sono presenti degli stati aggiuntivi che, come accennato in precedenza, vivono sulla superficie e sono caratterizzati da una corrente associata non nulla [28]. Così come accade nella fotonica, in cui l'esistenza di difetti e delle superfici laterali nei cristalli fotonici permette l'esistenza di stati che ammettono modi elettromagnetici [41] anche all'interno dei “band gap” fotonici, oppure nella fisica dei semiconduttori, in cui la presenza di droganti introduce stati all'interno dei gap energetici dei semiconduttori intrinseci [42], l'esistenza di stati di bordo permette la conduzione di correnti nei cosiddetti isolanti topologici.

Lo studio e la simulazione per mezzo di atomi ultrafreddi degli stati di bordo di un reticolo quadrato in cui è possibile simulare la presenza di un campo magnetico trasverso dell'ordine di 10^4 T rappresentano una parte considerevole di questo lavoro.

2.3 Campi artificiali con atomi in reticoli ottici

Per simulare la fisica descritta nella sezione 2.2.1, ma anche sistemi altrimenti non ottenibili nell'ambito della fisica dello stato solido, sono stati sviluppati metodi diversi che, nelle giuste approssimazioni sperimentali, permettono di ottenere sugli atomi gli effetti dell'hamiltoniana 2.2.5.

Principalmente esistono tre metodi sperimentali che permettono di simulare questo

tipo di fisica sfruttando gli atomi ultrafreddi neutri all'interno dei reticoli ottici e sono:

- il tunneling indotto per mezzo di radiazione laser;
- la modulazione dei reticoli ottici;
- l'approccio della dimensione sintetica.

2.3.1 Metodo del tunneling indotto

Il metodo del tunneling indotto è stato il primo metodo che storicamente è stato proposto e sviluppato e per mezzo di quale si è riusciti per la prima volta a generare campi magnetici artificiali all'interno di reticoli ottici [43, 44]. Il metodo consta nell'accoppiare per mezzo di una radiazione elettromagnetica risonante un atomo in uno stato interno $|1\rangle$ che è nel sito reticolare \vec{r}_1 con un atomo nello stato interno $|2\rangle$ nel sito reticolare primo vicino \vec{r}_2 . Utilizzando una radiazione laser risonante con la transizione $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ è possibile accoppiare la posizione degli atomi nei siti reticolari e, dato che l'elemento di matrice porta ad un termine di tunneling effettivo dato da

$$J_{\text{eff}} = |J_{\text{eff}}| e^{i(\vec{q}\cdot\vec{x})} \quad (2.3.1)$$

in cui \vec{q} è il vettore d'onda del campo utilizzato, si introduce nel sistema una fase effettiva che è equivalente alla fase di Peierls introdotta in 2.2.1.

2.3.2 Metodo della modulazione del reticolo

Un approccio diverso è quello di indurre, per ingegnerizzare una struttura a bande topologica con atomi neutri, una modulazione oppure un movimento dei reticoli. La frequenza di variazione deve essere molto maggiore rispetto a tutte le frequenze caratteristiche del sistema. Questa tecnica, che viene detta di “*lattice shaking*”, permette di giungere, utilizzando l'approccio di Floquet, ad un'hamiltoniana effettiva mediata nel tempo in cui è presente un termine complesso nel tunneling effettivo analogo al termine 2.3.1.

Effettuando la modulazione di ampiezza in un super-reticolo è inoltre possibile riprodurre il medesimo effetto che si ha utilizzando la radiazione laser per indurre il tunneling. In particolare è possibile modulare una sola componente reticolare per permettere il tunneling ove non era possibile.

È anche possibile realizzare sistemi in cui, muovendo circolarmente i reticoli ottici e sfruttando la geometria esagonale (“*honeycomb*”), si riesce a riprodurre l'effetto della radiazione circolarmente polarizzata sul grafene; la simulazione di questi sistemi permette di studiare il cosiddetto modello di Haldane [45].

La realizzazione della fase complessa che simula l'effetto del campo magnetico è sperimentalmente di difficile realizzazione dato che, per spostare rapidamente i reticoli ottici si necessita di cristalli piezoelettrici montati sugli specchi su cui vengono inviati i fasci di reticolo.

2.3.3 Approccio della dimensione sintetica

Il terzo approccio, che viene utilizzato a Firenze, si genera dall'idea fondamentale che consta nell'interpretare gli stati interni degli atomi come se essi fossero siti reticolari. La quantizzazione dell'energia interna infatti comporta la possibilità di avere stati atomici stabili che possono essere accoppiati in modo selettivo. Per mezzo di questa visione è possibile pensare agli stati atomici come se essi fossero siti reticolari indotti da un potenziale periodico che si trova in una dimensione aggiuntiva, detta *dimensione sintetica*, avente un numero fissato di siti. La similitudine fra reticoli ottici reali, ottenuti per mezzo di fasci laser contropropaganti, e reticoli nella dimensione sintetica diviene completa se andiamo ad interpretare la transizione fra stati interni come se fosse un processo di tunneling fra siti prossimi di un reticolo "ordinario". L'accoppiamento fra gli stati interni dell'atomo viene fatto per mezzo dell'uso di radiazione ottica e permette di pensare alle transizioni coerenti tra i livelli energetici come processi di tunneling in cui l'energia di tunneling J viene sostituita nell'hamiltoniana dalla frequenza di Rabi Ω indotta dalla radiazione, come mostrato nella figura 2.3.1. Dato che la frequenza di Rabi rappresenta il tunneling nella dimensione sintetica, lungo questa direzione è possibile variare semplicemente l'accoppiamento fra siti vicini per esempio modificando la polarizzazione della radiazione utilizzata oppure l'intensità di quest'ultima.

Questa idea è stata sviluppata teoricamente in [46] e ha permesso di simulare ed ingegnerizzare la fisica dei sistemi 2D sfruttando direttamente le transizioni fra stati interni atomici.

Il processo di assorbimento di un fotone che consente l'*hopping* tra siti reticolari sintetici è accompagnato dall'acquisizione di una fase da parte dell'atomo che è legata all'impulso \vec{k} della radiazione utilizzata per effettuare la transizione interna. Il trasferimento di impulso all'atomo, quando avviene il tunneling lungo la direzione sintetica, può essere interpretato come l'effetto di interazione di spin-orbita in cui il momento dell'atomo risulta legato al suo stato interno. Come vedremo nella sezione 4.2, l'osservazione dell'effetto dell'interazione di spin-orbita causa una asimmetria nella distribuzione dei momenti della nuvola atomica che può essere interpretata come una corrente chirale degli stati di bordo del cristallo bidimensionale che vogliamo simulare.

Come abbiamo veduto nella sezione 2.2.1, la presenza di un termine di tunneling complesso in sistemi cristallini bidimensionali è dovuto all'effetto di un flusso di

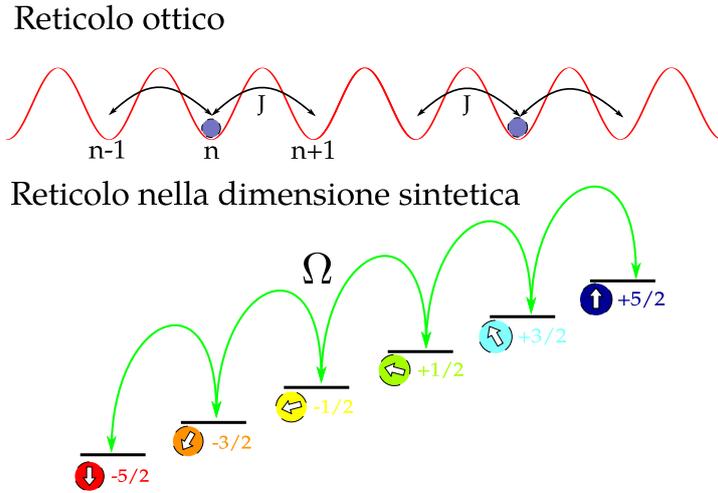


Figura 2.3.1: In questa immagine si mostra la completa analogia fra reticoli ottici e reticoli realizzati nell’approccio della dimensione sintetica. Nel caso riportato la dimensione sintetica è realizzata utilizzando i sei sottolivelli di spin nucleare dello stato fondamentale $|^1S_0\rangle$.

campo magnetico non nullo attraverso una *plaquette*.

Il flusso di campo magnetico che si riesce a raggiungere⁶ sfruttando l’approccio della dimensione sintetica risulta dell’ordine di $\Phi \simeq \pi$. In un solido reale l’intensità di campo magnetico necessaria a produrre il medesimo flusso di campo magnetico corrisponderebbe a 10^4 T e questa quantità non è sperimentalmente accessibile se non con metodi di simulazione quantistica.

Come detto, nel recente passato si sono svolti esperimenti mirati a osservare gli stati di bordo caratteristici dei solidi bidimensionali in presenza di campi magnetici molto intensi. La realizzazione di tali stati è stata resa possibile proprio grazie all’approccio della dimensione sintetica perché, dato che i siti reticolari sono determinati dagli stati atomici, è possibile realizzare dimensioni sintetiche di lunghezza controllata ed “estremi” ben definiti dal numero di stati interni accoppiati.

Prime realizzazioni della dimensione sintetica: transizione Raman

In [28, 9], questa tecnica veniva sfruttata andando a considerare come siti della dimensione sintetica gli stati di spin nucleare di atomi di ^{173}Yb nel loro stato elettronico fondamentale e l’accoppiamento fra i siti reticolari nella dimensione aggiuntiva veniva realizzato per mezzo di transizioni Raman effettuate con radiazione a 555.8 nm. Dato che il momento intrinseco nucleare dell’atomo di ^{173}Yb è $\frac{5}{2}$ gli stati di spin sono $(2I + 1) = 6$ e quindi nella direzione sintetica vi era la

⁶La fase complessiva per *plaquette* è stata introdotta per mezzo dell’equazione 2.2.4.

possibilità di avere fino a 6 siti reticolari.

Anche se teoricamente nello stato fondamentale $|^1S_0\rangle$ sono presenti 6 sottostati di spin collegabili per mezzo della radiazione e quindi la dimensione del sottospazio sintetico potrebbe essere di 6 siti reticolari, negli esperimenti che hanno portato alle prime evidenze riguardo gli stati di bordo [28], sono state sfruttate strutture aventi al più 3 siti reticolari nella dimensione sintetica.

La presenza di correnti chirali in questo esperimento è stata determinata andando a misurare l'asimmetria rispetto al centro della zona di Brillouin della distribuzione di momento dei singoli stati di spin che, in questo approccio, corrispondono a siti reticolari lungo la dimensione sintetica. L'unica condizione studiata per mezzo della dimensione sintetica è quella di condizioni al contorno aperte. L'analisi della chiralità degli stati di bordo è stata verificata sia considerando 3 siti reticolari nella dimensione sintetica, sfruttando lo schema mostrato in figura 2.3.2a, sia considerando 2 siti reticolari in cui, in cui sono presenti soltanto stati di bordo ed è assente un vero e proprio “*bulk*”. Anche in questo caso, una rappresentazione semplificata del principio di funzionamento viene illustrata in figura 2.3.2b.

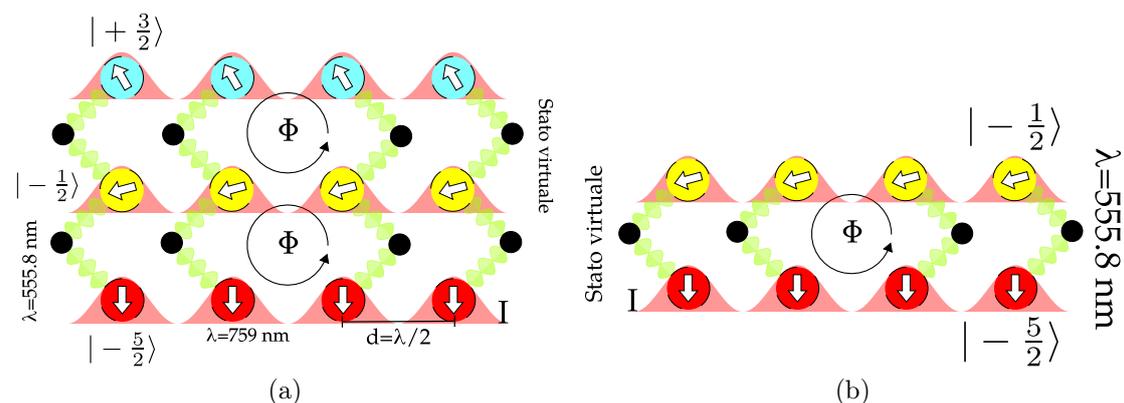


Figura 2.3.2: In questa figura viene riportato lo schema sperimentale con il quale è stato possibile creare sistemi 2D con una dimensione reale definita dal reticolo ottico e una dimensione sintetica definita dai sottostati di spin dello stato $|^1S_0\rangle$. Quest'ultimi sono accoppiati per mezzo della transizione Raman a due fotoni che viene rappresentata con la pittura dello “stato virtuale”. In particolare in 2.3.2b è mostrato lo schema nel caso di 2 siti reticolari nella dimensione sintetica mentre in 2.3.2a è mostrato lo schema avente 3 siti reticolari nella dimensione sintetica. In tutte le figure gli atomi vengono mantenuti all'interno di un reticolo ottico che viene schematizzato per mezzo del profilo di intensità della radiazione.

In entrambi i casi lo studio del sistema ha permesso di analizzare, per un flusso di campo magnetico fissato e pari a $\phi = 0.37 \pi$, la fisica rappresentata nell'immagine 2.2.3b.

Per realizzare un esperimento che miri alla verifica del comportamento previsto per gli stati di *bulk*, che sono illustrati al variare di Φ nell'immagine 2.2.3a, è possibile pensare di rimuovere il vincolo delle condizioni al contorno aperte andando a collegare gli stati caratterizzati dagli spin nucleari $|m_F = -5/2\rangle$, $|m_F = -3/2\rangle$ e $|m_F = -1/2\rangle$ per mezzo di transizioni $\sigma^+-\pi$ e gli stati di bordo della dimensione sintetica per mezzo di transizioni $\sigma^--\sigma^+$, mostrate ad esempio nella figura 2.3.2.

Nuova implementazione del metodo: il grado di libertà orbitale e la transizione di orologio

Oltre alla dimensione sintetica data dalla struttura iperfine dello stato fondamentale $|^1S_0\rangle$ l'atomo ^{173}Yb consente di sfruttare un altro grado di libertà interno per la realizzazione di una dimensione sintetica: quello *orbitale*.

Il diagramma di Grotrian mostrato in figura 1.2.1 mostra due stati metastabili caratterizzati da vite medie dell'ordine della decina di secondi quindi, considerando che la scala temporale media che caratterizza il nostro sistema di misura è dell'ordine di 100 ms, possiamo considerare di avere, nelle nostre condizioni sperimentali, tre stati con vita media indefinitamente lunga⁷. In particolare, per realizzare la dimensione sintetica per mezzo dell'utilizzo del grado di libertà orbitale, abbiamo utilizzato la transizione di orologio fra lo stato fondamentale $|^1S_0\rangle$ e lo stato metastabile $|^3P_0\rangle$ che avviene a 578 nm. La transizione fra i due stati elettronici viene realizzata per mezzo di un laser ultrastretto con larghezza di riga dell'ordine di 50 Hz; la realizzazione di questo sistema verrà descritta più nel dettaglio nella sezione 3.4.

Il livello energetico $|^3P_0\rangle$ presenta una sottostruttura di spin nucleare analoga a quella del livello $|^1S_0\rangle$ e caratterizzata da 6 stati dai sei stati di spin ($m_F = \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{5}{2}$). In questo lavoro la dimensione sintetica è stata ingegnerizzata andando ad accoppiare solo due di questi stati, in particolare lo stato $|^1S_0, m_F = -\frac{5}{2}\rangle$ e lo stato $|^3P_0, m_F = -\frac{5}{2}\rangle$ utilizzando una transizione π a 578 nm. Le altre transizioni π tra i diversi spin sono fortemente sopresse dal fatto che la nostra sorgente laser è sufficientemente "stretta" in frequenza da permettere l'eccitazione selettiva della transizione desiderata quando viene applicato un campo magnetico capace di produrre un piccolo splitting Zeeman degli stati di spin.

Per mezzo di questa transizione, se poniamo $|g\rangle \equiv |^1S_0, m_F = -\frac{5}{2}\rangle$ e $|e\rangle \equiv |^3P_0, m_F = -\frac{5}{2}\rangle$, possiamo realizzare lo schema a due livelli nella dimensione sintetica orbitale che viene mostrato in figura 2.3.3.

Questo sistema permette di replicare, con una transizione ultrastretta ad un fotone, quanto ottenuto nella dimensione sintetica dello spin nucleare per mezzo dell'interazione Raman.

⁷Questa argomentazione è spesso utilizzata per proporre l'ingegnerizzazione di *qu*-bit che utilizzino lo stato fondamentale ed uno dei livelli ultrastabili come livelli logici [47].

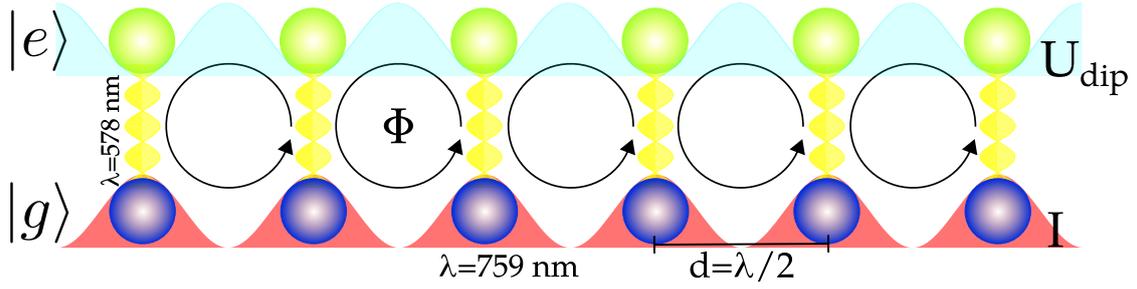


Figura 2.3.3: Schema della transizione ad un fotone utilizzata per realizzare un accoppiamento complesso corrispondente al processo di tunneling lungo la direzione sintetica orbitale. Viene riportato il profilo di intensità utilizzato per realizzare la struttura reticolare nello spazio reale ed il potenziale a cui sono soggetti gli atomi nello stato eccitato $|e\rangle$. Dato che utilizziamo radiazione alla *lunghezza d'onda magica* la differenza di energia relativa causata dal campo elettromagnetico è nulla.

Il livello energetico $|^3P_2\rangle$ ha momento elettronico complessivo $J = 2$ quindi l'effetto Zeeman, che al primo ordine è descritto dalla relazione 3.1.2, ha un ruolo fondamentale nella determinazione della frequenza della transizione dallo stato fondamentale; per questo motivo, per utilizzare questo livello energetico, in futuro, potrà essere necessario incrementare o costruire un nuovo sistema di generazione del campo magnetico.

Generazione di una fase di Peierls nella dimensione sintetica

Finora abbiamo introdotto il concetto alla base della dimensione sintetica, ovvero la possibilità, per mezzo di un accoppiamento radiativo, di considerare i livelli interni atomici come siti reticolari di una dimensione sintetica ma non abbiamo dimostrato che, per mezzo dell'accoppiamento con un campo elettromagnetico è possibile far acquisire agli atomi una fase di Peierls. Questa sezione seguirà l'approccio sviluppato in [28] ed utilizzato per descrivere l'effetto della radiazione Raman fra i sottolivelli di spin nucleare dello stato fondamentale.

Consideriamo gli stati $|g\rangle$ e $|e\rangle$ definiti nella sezione 2.3.3 e consideriamo nuovamente l'interazione fra il sistema atomico semplificato ed il campo elettromagnetico descritto dalla relazione

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \hat{e} (E^{(+)}(\vec{r}) e^{-i\omega t} + E^{(-)}(\vec{r}) e^{+i\omega t}) \quad (2.3.2)$$

dove, seguendo [48], abbiamo introdotto le ampiezze di campo spazialmente variabili $E^{(\pm)}$ corrispondenti alla componente con rotazione positiva e negativa della radiazione e \hat{e} è il versore polarizzazione del campo elettrico.

Evitando di considerare l'energia dovuta alla quantizzazione del campo elettromagnetico⁸ ed effettuando una traslazione delle energie possiamo descrivere, per mezzo del proiettore $\rho_{ee} = |e\rangle\langle e|$, l'hamiltoniana del sistema atomico in assenza di accoppiamento di dipolo per mezzo della relazione:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hbar\omega_{ge}\rho_{ee} \quad (2.3.3)$$

dove ω_{ge} corrisponde alla frequenza della transizione. L'interazione fra sistema a due livelli e campo elettromagnetico è ben descritta dall'operatore di dipolo elettrico

$$\hat{H}_{int} = -\vec{d} \cdot \vec{E}$$

che, in *rotating wave approximation*⁹, può essere riscritta nella forma

$$\hat{H}_{int} = \frac{\hbar}{2} [\Omega^*(\vec{r})\sigma e^{+i\omega t} + \Omega(\vec{r})\sigma^\dagger e^{-i\omega t}] \quad (2.3.4)$$

dove

$$\Omega(\vec{r}) = -\frac{2\langle e|\hat{\epsilon} \cdot \vec{d}|g\rangle E^{(+)}(\vec{r})}{\hbar} \quad (2.3.5)$$

è in generale una funzione complessa dato che $E^{(+)}$ contiene l'andamento spaziale della radiazione utilizzata e l'operatore $\hat{\sigma} \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{\hat{\sigma}_x - i\hat{\sigma}_y}{2}$ è l'operatore di abbassamento di stato espresso per mezzo delle matrici di Pauli.

Sfruttando l'equazione di Schrödinger dipendente dal tempo è possibile porsi nel sistema di riferimento rotante con la frequenza di rotazione pari alla frequenza della radiazione utilizzata e, in questo riferimento, le hamiltoniane 2.3.3, 2.3.4 possono essere riscritte nella forma

$$\begin{aligned} \hat{H}_* &= \frac{\hat{p}^2}{2m} - \hbar(\omega - \omega_{ge})\rho_{ee} \\ \hat{H}_{int*} &= \frac{\hbar}{2} [\Omega^*(\vec{r})\sigma + \Omega(\vec{r})\sigma^\dagger]. \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

Esplicitando adesso l'andamento spaziale del campo elettrico e scegliendo un sistema di riferimento per il quale $\vec{k} \cdot \vec{r} = k z$ è possibile esprimere l'hamiltoniana per mezzo della relazione

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \frac{\hat{p}^2}{2m} & \frac{\hbar}{2}\Omega_0 e^{ik_Y z} \\ \frac{\hbar}{2}\Omega_0^* e^{-ik_Y z} & \frac{\hat{p}^2}{2m} - \hbar(\omega - \omega_{ge}) \end{pmatrix} \quad (2.3.7)$$

⁸La quantizzazione del campo permette di aggiungere un operatore $\hat{H} = \hbar\omega(\hat{n}_\omega + \frac{3}{2})$ che, valutato su stati di Fock, dà un contributo costante all'energia del sistema.

⁹Questa approssimazione permette di ignorare i termini che, in seconda quantizzazione hanno forma funzionale $\propto a_\omega^\dagger \sigma^\dagger$ e $a_\omega \sigma$ dove l'operatore a_ω descrive l'annichilazione di un fotone.

dove k_Y è il momento acquisito dall'atomo quando avviene la transizione $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ e Ω_0 è la frequenza di Rabi da cui è stato estratto l'andamento spaziale del campo elettrico.

Seguendo quanto fatto in [49] è possibile effettuare una trasformazione unitaria senza variare la fisica del sistema, in particolare scegliendo¹⁰ $\hat{U} = e^{-ik_Y z \hat{\sigma}_z}$ ed effettuando le trasformazioni $|\psi_Y\rangle = U|\psi\rangle$, $\hat{H}_Y = U\hat{H}U^\dagger$ è possibile giungere all'hamiltoniana effettiva

$$\hat{H}_Y = \begin{pmatrix} \frac{\left(p - \frac{\hbar k_Y}{2}\right)^2}{2m} & \frac{\hbar}{2}\Omega_0 \\ \frac{\hbar}{2}\Omega_0^* & \frac{\left(p + \frac{\hbar k_Y}{2}\right)^2}{2m} - \hbar(\omega - \omega_{ge}) \end{pmatrix} \quad (2.3.8)$$

in cui abbiamo introdotto p che viene detto quasi momento¹¹ dell'atomo ed è correlato al momento reale della funzione d'onda ψ a meno di uno *shift* nello spazio dei momenti di $\pm \frac{\hbar k_Y}{2}$. L'hamiltoniana \hat{H}_Y dovrà essere valutata sugli stati ψ_Y definiti in precedenza.

Aggiungendo l'operatore $\frac{\omega - \omega_{ge}}{2}\hat{\mathbb{I}}$ e introducendo nuovamente le matrici di Pauli è possibile riscrivere l'hamiltoniana complessiva nella forma

$$\hat{H}_Y = \frac{\left(p\hat{\mathbb{I}}_{2\times 2} - \frac{\hbar k_Y}{2}\hat{\sigma}_z\right)^2}{2m} + \frac{\hbar(\omega_{ge} - \omega)}{2}\hat{\sigma}_z + \frac{\Omega_0}{2}\hat{\sigma}_x \quad (2.3.9)$$

dove abbiamo implicitamente assunto la frequenza di Rabi reale. L'operatore così ottenuto contiene, nel termine cinetico, una componente che può essere interpretata come l'azione di un potenziale vettore sintetico dato da $q\hat{A}_{synt} = \frac{\hbar k_Y}{2}\hat{\sigma}_z$. Questo risultato dimostra formalmente che per mezzo di una interazione elettromagnetica è possibile generare l'effetto di un potenziale vettore sulla cosiddetta dimensione sintetica [50].

Questo termine può essere anche interpretato come una interazione di spin-orbita, nella quale lo spin sintetico dell'atomo¹², associato allo stato elettronico, è legato allo stato di moto dello stesso.

¹⁰Sviluppando in serie l'esponenziale è possibile scrivere la trasformazione per mezzo di $\begin{pmatrix} e^{-ik_Y z} & 0 \\ 0 & e^{+ik_Y z} \end{pmatrix}$ che è la U utilizzata in [49].

¹¹Il quasi momento introdotto in questa relazione non corrisponde al quasi momento q introdotto in precedenza nella sezione 2.2.1.

¹²Un qualunque sistema a due livelli può essere schematizzato come un sistema avente uno spin sintetico $\mathfrak{s} = \frac{1}{2}$ come vedremo più in dettaglio nella sezione 4.1.2.

3 Descrizione del setup sperimentale

Nel seguente capitolo andremo ad introdurre i metodi sperimentali che permettono di ottenere, partendo dall'itterbio metallico, un gas di atomi completamente polarizzati in spin. In particolare verrà descritto l'apparato sperimentale utilizzato nei laboratori dell'Università degli studi di Firenze che permette di generare un fascio collimato di atomi di itterbio (3.1), rallentarlo per mezzo dell'utilizzo della radiazione (3.1.1), intrappolarlo all'interno di una trappola magneto-ottica (3.1.2), trasferirlo in una cella di vetro esterna alla cella nella quale si realizza la trappola magneto-ottica (3.1.3).

Verranno introdotti i reticoli ottici (3.2) che, come vedremo in seguito, costituiscono lo strumento fondamentale per andare ad osservare e caratterizzare l'effetto dell'interazione spin-orbita e gli stati di bordo su un reticolo bidimensionale in cui viene simulata la presenza di un campo magnetico molto intenso.

Verrà introdotto l'attuale sistema di rilevazione degli atomi (3.3) che permette di risolvere la popolazione di ciascun sottostato di spin nucleare del livello fondamentale $|^1S_0\rangle$ e infine verrà presentato brevemente il laser di orologio (3.4) che ha permesso di eccitare gli atomi nello stato metastabile $|^3P_0\rangle$.

3.1 Realizzazione sperimentale di un gas degenere di atomi di itterbio

L'itterbio, alla condizione di temperatura e pressione standard, si trova in forma solida e dato che il punto di fusione alla pressione standard corrisponde a 824 °C, per ottenere un gas di questo elemento è necessario utilizzare un sistema di riscaldamento che permetta di sviluppare vapori di questa specie¹. Per fare questo si sfrutta un forno che viene impostato con temperature comunque minori rispetto a quella di fusione e solitamente comprese nell'intervallo 470 ÷ 500 °C.

¹Inoltre, il sistema di riscaldamento non deve contenere reagenti chimici con i quali la sostanza metallica potrebbe reagire come, ad esempio, l'ossigeno.

Dato che la pressione di vapore del gas segue la relazione [51]

$$\log_{10}(P[\text{Pa}]) = 14.117 - \frac{8111}{T[\text{K}]} - 1.0849 \log_{10}(T[\text{K}]) \quad (3.1.1)$$

per le temperature specificate otteniamo una pressione di vapore di circa 10^{-2} Torr che è sufficiente per i nostri scopi.

La temperatura del forno utilizzato per scaldare il solido di itterbio è controllata digitalmente ed è impostata in modo da variare spazialmente così, andando ad applicare un gradiente di temperatura, gli atomi vengono principalmente estratti dal solido nella direzione in cui la temperatura è più alta. Un sistema di micro-tubi permette poi di generare un fascio atomico di particelle collimate.

L'ordine di grandezza della velocità quadratica media degli atomi di itterbio che costituiscono il fascio può essere calcolata per mezzo del teorema di equipartizione dell'energia che associa ad ogni termine quadratico dell'hamiltoniana un contributo energetico pari a $\frac{1}{2}k_B T$ dove k_B è la costante di Boltzmann.

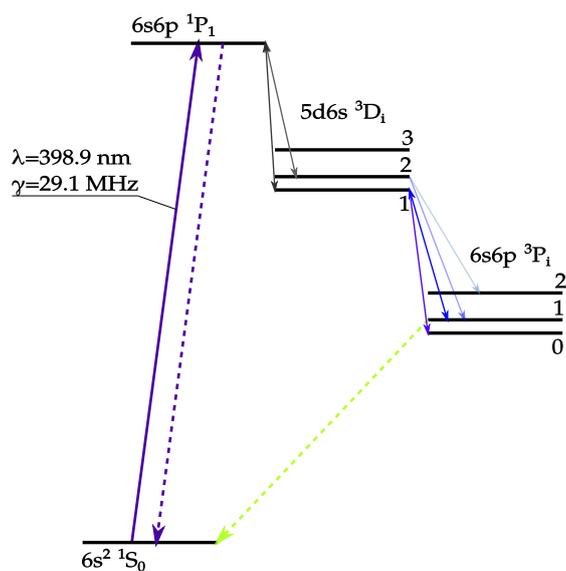
Considerando una temperatura di 485 °C e la massa dell'isotopo 173 riportata nella tabella 1.2 otteniamo una velocità dell'ordine di $330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Per rallentare e successivamente intrappolare gli atomi di itterbio andremo a sfruttare gli effetti meccanici della forza di radiazione descritta nella relazione 2.1.1. In particolare andremo ad utilizzare la transizione di dipolo $|^1S_0\rangle \rightarrow |^1P_1\rangle$ per rallentare gli atomi appena usciti dal forno e la transizione di intercombinazione $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_1\rangle$ per intrappolare gli atomi.

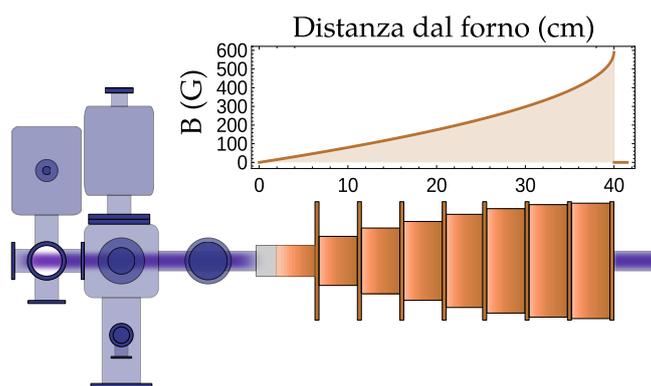
3.1.1 Transizione $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$

La transizione dallo stato fondamentale verso lo stato permesso in approssimazione di dipolo elettrico $|^1P_1\rangle$, corrispondente a 398.9 nm, ha una larghezza di 29.13 MHz [52] e questo giustifica il breve tempo di vita media dello stato eccitato che risulta di circa 5.46 ns. Questa transizione può essere considerata chiusa anche se il livello $|^1P_1\rangle$ può decadere per emissione spontanea anche verso gli stati di tripletto $|^3D_i\rangle$ con $i = 1, 2$ e questi poi possono decadere verso gli stati di tripletto $|^3P_i\rangle$ dove $i = 0, 1, 2$ con tempi caratteristici dell'ordine di 300 ns [53]. Dato che lo stato $|^3P_1\rangle$ è accoppiato allo stato fondamentale per mezzo dell'interazione di spin-orbita, il suo tempo di vita media rispetto al decadimento verso lo stato fondamentale è dell'ordine del μs e quindi è possibile "recuperare" gli atomi decaduti nello stato $|^3P_1\rangle$, la stessa argomentazione non può essere riproposta per quanto riguarda gli stati $|^3P_{0,2}\rangle$ dato che essi sono stati accoppiati allo stato fondamentale soltanto per mezzo dell'interazione iperfine, secondo il meccanismo di mixing descritto brevemente nella sezione 1.2, e quindi presentano tempi di vita media dell'ordine delle decine di secondi.

In ogni caso la transizione si può considerare chiusa per quel che riguarda il



(a) Schema della transizione utilizzata per il raffreddamento.



(b) Sistema sperimentale con il quale si genera un gas di itterbio e si compie un primo raffreddamento per mezzo di un laser contropropagante e dell'effetto Zeeman. Viene riportato il campo magnetico teorico da utilizzare per ottenere una decelerazione costante. I parametri di lunghezza e di campo magnetico finale sono stati tratti da [54].

Figura 3.1.1

raffreddamento degli atomi per mezzo della radiazione dato che le perdite dovute al popolamento degli stati metastabili possono essere trascurate vista la differenza fra le costanti di decadimento del livello eccitato.

Data l'elevata velocità delle particelle che provengono dal forno, la transizione che

vogliamo considerare viene allargata per il contributo Doppler.

Il fatto che lo stato $|^1P_1\rangle$ sia uno stato avente J non nullo permette di utilizzare l'interazione Zeeman

$$H_{Zeeman} = \frac{\mu_B}{\hbar} \left(g_J \vec{J} + \frac{\mu_N}{\mu_B} g_I \vec{I} \right) \vec{B} \quad (3.1.2)$$

dove $g_{I,J}$ sono gli appositi fattori di Landé e $\mu_{B,N}$ sono il magnetone di Bohr e quello nucleare, per spostare la frequenza di risonanza durante il moto degli atomi. Utilizzando un campo magnetico variabile spazialmente e l'effetto della pressione di radiazione di un fascio contropropagante rispetto al fascio atomico è possibile utilizzare il campo magnetico per compensare la variazione di frequenza della transizione atomica dovuta all'effetto Doppler per applicare una forza costante che non dipenda dalla posizione e quindi rallentare gli atomi inizialmente in moto fino a raggiungere velocità nella direzione di propagazione² di pochi m/s. Questo meccanismo è alla base del cosiddetto *Zeeman slower*.

È possibile solitamente avere due tipi di Zeeman slower: σ^+ o σ^- . Questi due tipi di configurazioni si differenziano per quel che riguarda il tipo di polarizzazione della radiazione e quindi di transizione tra stati iperfini che si vogliono utilizzare; nel primo caso il campo magnetico deve essere decrementato nell'avanzare degli atomi mentre nel secondo caso deve essere incrementato. Un'ulteriore differenza è rappresentata dalla frequenza del fascio di radiazione incidente: nel caso σ^+ la radiazione deve essere infatti fortemente spostata verso il rosso rispetto agli atomi all'uscita del forno mentre nel caso σ^- è possibile utilizzare luce risonante. Nella zona in cui il campo magnetico diviene nullo, mostrata in figura 3.1.1b, dato che nel sistema σ^- si utilizza radiazione risonante con gli atomi uscenti dal forno, la forza dovuta alla pressione di radiazione non permette, nel caso ideale, che avvenga l'inversione del moto. Viceversa, nel sistema σ^+ , la radiazione che si utilizza risulta risonante con gli atomi in uscita dallo Zeeman slower e per questo motivo l'effetto di pressione di radiazione non è in genere trascurabile e può causare l'inversione del moto atomico. Per questo motivo viene solitamente favorita la configurazione σ^- .

Per questo motivo anche nel nostro apparato, rappresentato in figura 3.1.1b, si sfrutta la configurazione σ^- .

3.1.2 Transizione $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$

La transizione di intercombinazione dallo stato fondamentale verso lo stato $|^3P_1\rangle$ avviene, come abbiamo detto nella sezione 1.2, perché l'interazione di spin-orbita

²Questo metodo non permette di rallentare le particelle nella direzione trasversa al moto quindi in quella direzione la velocità iniziale viene praticamente mantenuta costante.

non può essere considerata trascurabile rispetto all'interazione fra elettroni principalmente perché l'itterbio ha numero atomico elevato. La lunghezza d'onda corrispondente a questo processo è 555.8 nm.

Essendo questa una transizione vietata per dipolo elettrico che avviene soltanto per il mixing dovuto ad $H_{s.o.}$, la sua larghezza naturale $\Gamma = 2\pi \times 182.4$ kHz è molto minore rispetto a quella di una transizione permessa. Il limite di raffreddamento Doppler raggiungibile per mezzo di questa transizione di intercombinazione è di $T_{lim} \simeq 4$ μ K mentre l'energia di rinculo dovuta all'assorbimento del fotone permette di raggiungere una temperatura teorica minima di $T_r \simeq 0.36$ μ K.

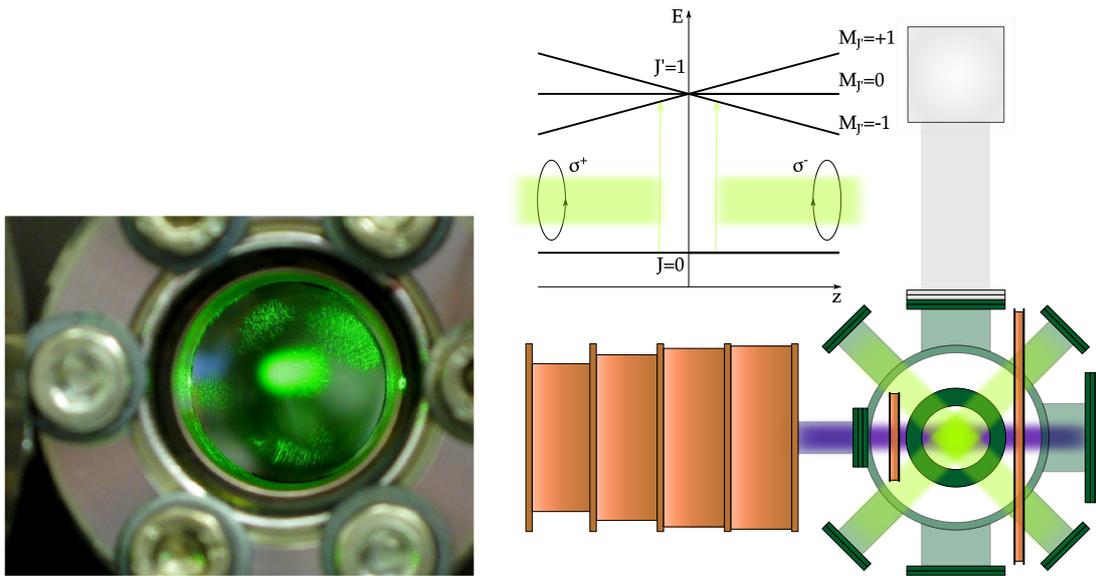
Lo stato eccitato può decadere spontaneamente per dipolo elettrico soltanto nello stato fondamentale e quindi in questo caso abbiamo realmente una transizione chiusa per la quale non dobbiamo considerare eventuali perdite di atomi. Esiste una remotissima possibilità di avere una transizione di dipolo magnetico [55] verso lo stato metastabile $|^3P_0\rangle$ ma, considerando i tempi caratteristici di questa transizione, per qualunque applicazione trattata in questo lavoro può essere ignorata in modo da considerare la transizione completamente chiusa.

Variando i parametri di lunghezza ed intensità finale del campo magnetico all'interno dello Zeeman slower è possibile scegliere con quale velocità finale gli atomi debbano uscire da quest'ultimo. È quindi possibile scegliere una velocità tale per cui gli atomi riescano a raggiungere il centro della camera da vuoto nella quale si vogliono intrappolare.

Utilizzando un campo magnetico di quadrupolo e sei fasci laser, a due a due contro-propaganti su ciascuna direzione spaziale ed aventi differenti polarizzazioni circolari, è possibile costruire una trappola magneto-ottica (MOT). Con questo schema sperimentale, mostrato in figura 3.1.2b, è possibile infatti indurre una forza sugli atomi che dipende dalla posizione e che permette di richiamare gli atomi nella zona a campo magnetico nullo.

Le frequenze dei fasci laser possono essere modificate propriamente per andare a selezionare nell'intersezione dei fasci laser l'isotopo voluto. Gli atomi vengono raffreddati ed intrappolati in MOT per 20 s e, alla fine di questo processo, al centro della trappola sono presenti 400×10^6 particelle alla temperatura di (30 ± 1) μ K.

La temperatura reale che si ottiene per gli atomi in MOT è maggiore della temperatura Doppler prevista, principalmente per la presenza, nella nuvola di atomi intrappolati, di zone ad alta densità in cui si vengono a presentare meccanismi di riscaldamento quali i comportamenti collettivi dovuti alla diffusione multipla di fotoni oppure il riscaldamento radiativo dovuto agli atomi intrappolati [56].



(a) Immagine reale della trappola magneto ottica. La nuvola atomica intrappolata all'interno della camera da vuoto nella quale è realizzata la trappola magneto-ottica viene osservata andando ad osservare la fluorescenza.

(b) Rappresentazione semplificata dell'apparato per realizzare una MOT e schema monodimensionale per la generazione della trappola utilizzando fasci laser. Una rappresentazione più realistica e completa dell'apparato si può trovare in [54, 57].

Figura 3.1.2

3.1.3 Risonatore ottico, trasporto e trappola dipolare

All'interno della camera da vuoto in cui viene realizzata la trappola magneto-ottica è anche presente una cavità ad alta finesse nella quale, alla fine del processo di raffreddamento ed intrappolamento, viene inviata radiazione a 1064 nm. Questa lunghezza d'onda è scelta perché risulta non risonante con le transizioni della specie atomica considerata e per questo permette di utilizzare la forza di dipolo descritta nella sezione 2.1 andando a trascurare il contributo dissipativo. Viene utilizzata una cavità, descritta per esempio in [54], perché al suo interno è possibile avere un'intensità di radiazione proporzionale alla finesse della cavità e questo permette di incrementare il numero di atomi intrappolati nel sistema. All'interno del risonatore gli atomi vengono a trovarsi in un reticolo monodimensionale ed è possibile, abbassando la profondità di reticolo, allontanare gli atomi aventi maggiore energia cinetica. Questo processo viene detto raffreddamento evaporativo e permette di raggiungere la temperatura di circa $2 \mu\text{K}$.

Al termine di questo primo stadio di raffreddamento evaporativo gli atomi

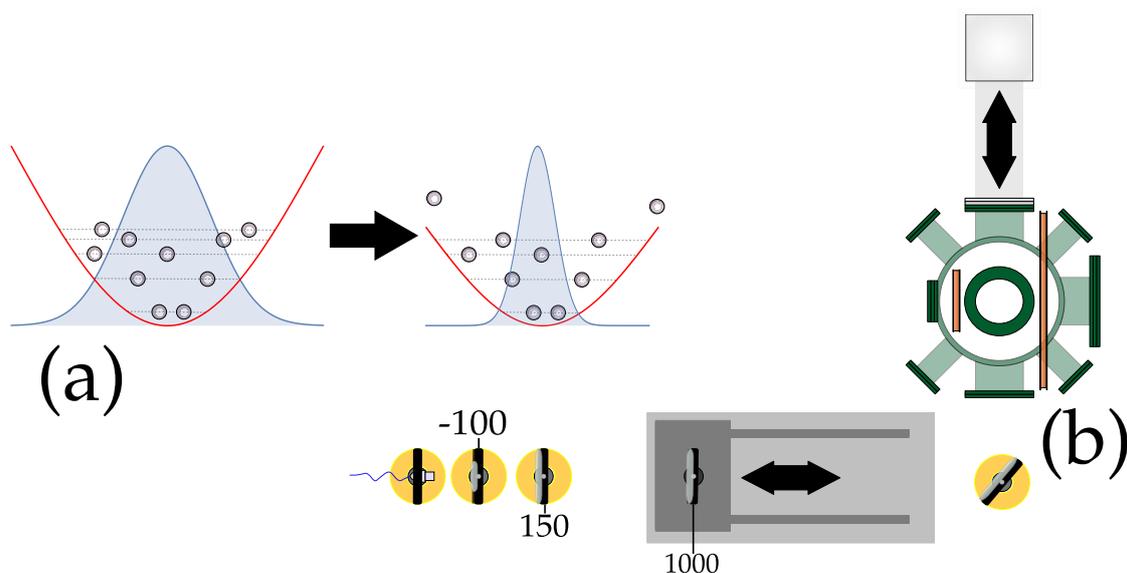


Figura 3.1.3: La figura (a) rappresenta il principio del raffreddamento evaporativo che andiamo ad effettuare nella cavità posta all'interno della cella di MOT. La figura (b) rappresenta l'apparato sperimentale utilizzato per spostare gli atomi all'interno della cella di vetro.

vengono caricati in una trappola dipolare il cui waist può essere traslato per mezzo di una lente montata su carrello a cuscino d'aria. Muovendo ad una velocità opportuna il fuoco del fascio laser a 1064 nm gli atomi riescono a mantenersi nel minimo del potenziale e quindi è possibile muovere la nuvola atomica. La distanza che viene percorsa dal centro della cella di MOT è di 26 cm e termina in una cella di vetro esterna all'apparato di raffreddamento e intrappolamento³ che permette una maggiore accessibilità ottica. Il processo ha una efficienza massima dell'80% e introduce un riscaldamento di appena $2.5 \mu\text{K}$ [58].

Al centro della cella di vetro gli atomi vengono trasferiti in una trappola di dipolo elettrico che investe le particelle nella direzione ortogonale rispetto a quella del trasporto.

3.1.4 Realizzazione di un gas degenere polarizzato

Il gas di itterbio così ottenuto contiene tutti atomi che sono decaduti nello stato fondamentale $|^1S_0\rangle$ e, dato che utilizziamo l'isotopo ^{173}Yb , abbiamo all'interno della trappola di dipolo una miscela dei sei possibili spin nucleari $\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{5}{2}$. Dato che

³La cella utilizzata nel nostro esperimento è stata prodotta da Hellma Analytics ed esternamente misura $(60 \times 60 \times 18) \text{ mm}^3$. Lo spessore di ogni parete della finestra è di 5 mm in modo che la dimensione interna sia di $(50 \times 50 \times 8) \text{ mm}^3$.

utilizziamo fermioni, la presenza di una miscela di differenti spin è una condizione necessaria per avere interazioni in onda s e quindi avere un buon raffreddamento evaporativo. In assenza di quest'ultime sarebbe impossibile avere una buona fase di ritermalizzazione dopo aver abbassato la profondità di trappola.

Dato che vogliamo ottenere un gas di fermioni completamente polarizzato rispetto allo spin nucleare è stato implementato un sistema sperimentale di pompaggi ottici che sfruttano un campo magnetico e la transizione di intercombinazione $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_1\rangle$ per ottenere un gas avente soltanto uno spin nucleare⁴.

La realizzazione sperimentale implementata nei laboratori di Firenze che permette di ottenere un gas completamente polarizzato necessita di una prima fase in cui si effettua una serie di pompaggi ottici che permette di ottenere una miscela di soli due spin nucleari ($\pm\frac{5}{2}$) e una seconda fase nella quale si allontana uno dei due spin rimasti che vedremo più nel dettaglio in seguito.

Il campo magnetico è necessario per creare, per mezzo dell'effetto Zeeman (descritto in 3.1.2), una piccola divisione in energia fra i sottolivelli iperfini degli stati elettronici considerati nella transizione $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_1\rangle$ ⁵; applicando un campo omogeneo di $B = 23 \text{ G}$ è possibile ottenere uno shift Δ_Z fra i livelli dello stato $|^3P_1\rangle$ dato da $\Delta_Z \simeq 2\pi \times 13.7 \text{ MHz} \simeq 75\Gamma$. Il procedimento di pompaggio ottico (schematizzato in figura 3.1.4) viene eseguito per mezzo di una coppia di fasci di radiazione a 555.8 nm aventi polarizzazioni circolari differenti i quali permettono le transizioni $\Delta m_F = \pm 1$.

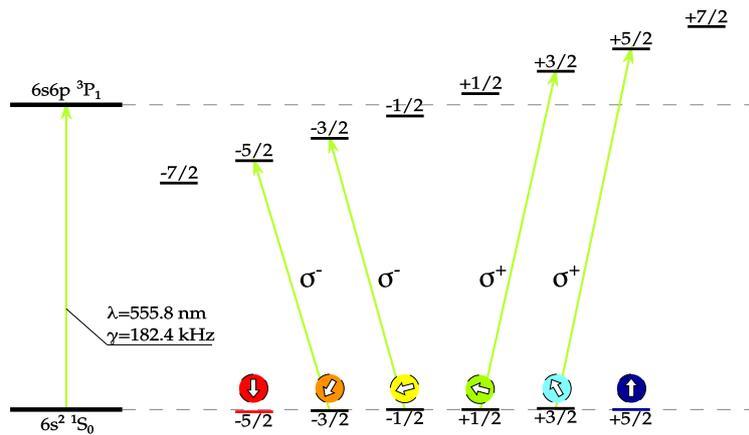
Gli impulsi luminosi di pompaggio sono di 5 ms ciascuno e permettono di selezionare le componenti di spin $\pm\frac{5}{2}$ come mostrato in figura 3.1.4a.

Appena la trappola di dipolo cattura gli atomi provenienti dalla trappola magneto-ottica viene effettuato il processo che porta alla formazione del gas avente due soli spin. Questo processo avviene in questo momento perché in questo modo gli atomi, che si trovano in una trappola molto profonda, possono assorbire molti fotoni senza essere allontanati dal sistema.

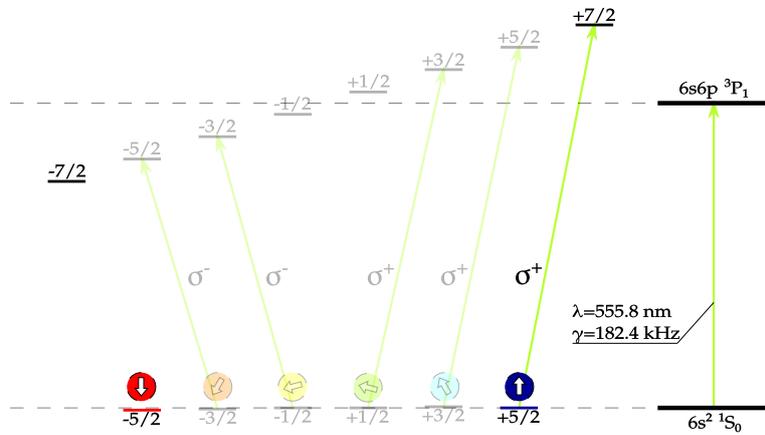
Si effettua infine un secondo raffreddamento evaporativo abbassando le potenze luminose dei fasci di trasporto e di trappola dipolare e questa procedura, di durata di 4 s , permette di ottenere un gas di 100×10^3 atomi che risultano alla temperatura dell'ordine di 20 nK . Per abbassare l'intensità luminosa del fascio di trappola dipolare viene effettuata una rampa esponenziale che permette di raggiungere circa 100 mW di potenza luminosa partendo da circa 3 W .

⁴In questo lavoro viene specificato soltanto il procedimento necessario ad ottenere un campione atomico completamente polarizzato anche se, come è possibile vedere in [28], modificando opportunamente la procedura di pompaggio ottico è possibile ottenere praticamente qualunque possibile miscela di stati di spin.

⁵Mentre nel caso dello stato fondamentale la divisione Zeeman è dovuta soltanto al contributo di spin nucleare, lo stato eccitato $|^3P_1\rangle$ dà luogo ad una divisione di $\Delta = 2\pi \times 595 \cdot B \text{ kHz/G}$ quando si considerano stati con $\Delta m_F = 1$



(a) Schema del primo processo di pompaggio ottico che porta alla formazione di un gas avente soltanto gli spin $\pm \frac{5}{2}$.



(b) Ultimo pompaggio ottico che permette di selezionare un solo spin da una miscela bilanciata dei due. Nell'immagine si mostra la selezione dello spin utilizzato nell'esperimento ovvero lo stato $m_F = -\frac{5}{2}$.

Figura 3.1.4

Nell'ambito della fisica degli atomi ultrafreddi fermionici si è soliti esprimere temperature di questo ordine di grandezza introducendo la temperatura di Fermi. Per i parametri sperimentali dell'esperimento quali: il numero di atomi, la frequenza di trappola⁶, la temperatura di Fermi risulta essere $T_F \simeq 100$ nK e quindi si riescono a raggiungere $T = 0.15 \div 0.2 T_F$.

Viene infine effettuato un ultimo pompaggio ottico, detto di “*blast*”, che mira ad allontanare in modo selettivo uno dei due spin rimasti. L'ultimo pompaggio

⁶In particolare la trappola può essere approssimata come armonica con frequenza sperimentalmente media di circa 75 Hz.

viene effettuato al termine dell'evaporazione in modo che gli atomi, che nei cicli di assorbimento e emissione riescono ad acquisire energia cinetica, possono essere espulsi dalla trappola anche con un trasferimento di energia modesto.

In questo modo si riesce ad ottenere un gas completamente spin polarizzato. Variando la frequenza e la polarizzazione della radiazione utilizzata per i pompaggi ottici è possibile ottenere un gas completamente polarizzato anche nello spin $+\frac{5}{2}$. Per i nostri esperimenti abbiamo sempre scelto di selezionare lo spin $-\frac{5}{2}$.

3.2 Reticoli ottici

Nella sezione 2.1 abbiamo introdotto la fisica che avviene considerando un gas di atomi all'interno di un potenziale periodico di luce quindi siamo interessati, per andare a simulare il comportamento descritto in 2.2.1, a caricare la nuvola atomica nell'intersezione di tre onde stazionarie dirette lungo i tre assi ortogonali in cui andremo a generare la struttura cristallina. La geometria del sistema sul piano \hat{x}, \hat{y} viene riportata nella figura 3.2.1.

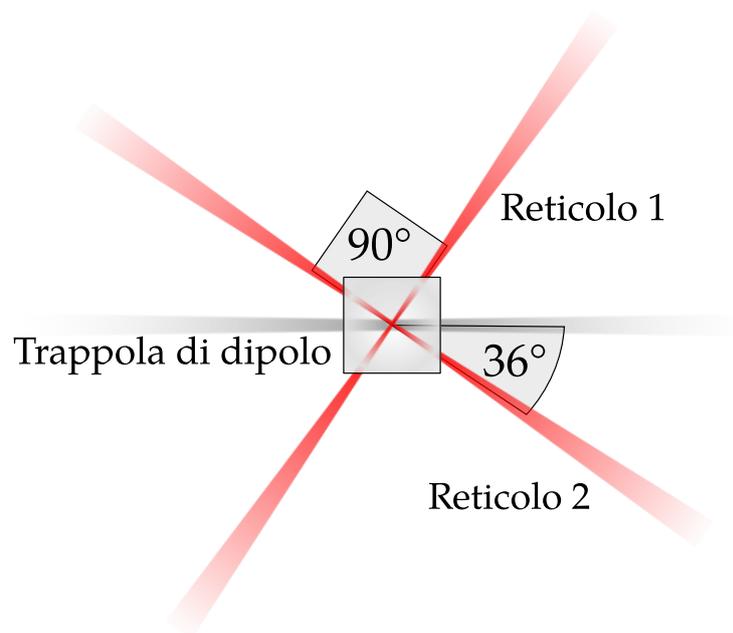


Figura 3.2.1: Nell'immagine vengono riportate le direzioni dei reticoli rispetto alla direzione di propagazione della trappola di dipolo.

Per realizzare i reticoli ottici si sfrutta, per ciascuna direzione, un fascio laser

retro riflesso alla lunghezza d'onda⁷ di 759.4 nm.

Dal momento che vogliamo effettuare transizioni fra i due stati $|^1S_0\rangle \equiv |g\rangle$, $|^3P_0\rangle \equiv |e\rangle$ il reticolo ottico deve essere in grado di intrappolare entrambi e, preferibilmente, con la medesima profondità. In generale questo non è vero infatti, se consideriamo l'interazione radiazione materia e riduciamo la struttura elettronica del nostro atomo ai soli livelli $|g\rangle$, $|e\rangle$ introdotti nella sezione 2.3.3, la differenza di energia causata dal differente potenziale di dipolo (che viene detta *light shift* luminoso) può essere espressa per mezzo della relazione

$$\Delta E_{e,g}(\omega) = (U_g(\omega) - U_e(\omega)). \quad (3.2.1)$$

Abbiamo veduto che l'effetto della radiazione, se si considerano soltanto due livelli atomici, porta alla forza 2.1.1 ma, se vogliamo considerare una transizione atomica reale e se trattiamo soltanto il caso di radiazione molto fuori risonanza, per l'¹⁷³Yb questo risultato può essere rivisto soprattutto nell'ottica di inserire nel modello la presenza di tutti i livelli elettronici. È possibile dimostrare che, utilizzando la relazione classica per la polarizzabilità atomica, il potenziale reale che viene percepito dagli atomi può scriversi per mezzo della relazione [23]

$$U_n(\vec{r}, \omega) = - \sum_{n \neq m} \frac{3\pi c^2}{2\omega_{nm}^3} \left(\frac{\Gamma_{m,n}}{\omega_{mn} - \omega} + \frac{\Gamma_{m,n}}{\omega_{mn} + \omega} \right) I(\vec{r}) \quad (3.2.2)$$

in cui n e m sono indici che indicano generici livelli elettronici, ω_{nm} è la differenza di pulsazione fra i due livelli contraddistinti dagli indici n , m e Γ_{mn} è la larghezza naturale di riga della transizione $|m\rangle \rightarrow |n\rangle$.

È quindi possibile calcolare esplicitamente l'andamento della differenza di energia tra i due livelli interessati al variare della frequenza utilizzata per generare i reticoli. Imponendo che la polarizzabilità per i due livelli sia la medesima otteniamo la condizione $\Delta E_{e,g} = 0$ che viene soddisfatta da una lunghezza d'onda che generalmente viene detta *lunghezza d'onda magica* e che risulta esattamente pari a 759.4 nm.

La lunghezza d'onda magica della transizione $|g\rangle$, $|e\rangle$ viene generata per mezzo di un emettitore Ti:Sa posto all'interno di una cavità *bow-tie* che viene iniettata sfruttando un laser single mode Coherent[®] della serie Verdi V che emette 18 W nel verde.

La luce rossa uscente dalla cavità, circa 3.6 W, viene divisa in tre rami per mezzo di tre cubi polarizzatori e viene inviata per mezzo di tre fibre ottiche sulla cella di vetro contenente gli atomi. Parte della radiazione rossa viene tuttavia

⁷La lunghezza d'onda della radiazione viene controllata periodicamente per mezzo di un wavemeter che permette la determinazione della frequenza della radiazione con una incertezza di ± 100 MHz.

mandata ad una cavità confocale⁸ di 5 cm che permette di determinare, per mezzo di una scansione in frequenza eseguita utilizzando un piezoelettrico, se la radiazione che va a creare i reticoli ottici è monocromatica.

3.3 Effetto di Stern-Gerlach ottico e attuale sistema di imaging

Dato che vogliamo effettuare transizioni π fra i due stati iperfini $|m_F = -5/2\rangle$ dei livelli elettronici $|^1S_0\rangle$ e $|^3P_0\rangle$, dobbiamo verificare che il gas di fermioni creato per mezzo della procedura sperimentale sia completamente spin-polarizzato. Per questo motivo siamo interessati ad utilizzare un sistema che ci permetta di determinare la popolazione di ciascuno spin nucleare.

Fin dalla sua scoperta [59] l'effetto di Stern-Gerlach ha permesso di confermare molte teorie riguardo lo spin delle particelle. Nell'esperimento originale si sfruttava un campo magnetico inhomogeneo per ottenere un segnale della quantizzazione dello spin negli atomi di argento ma purtroppo, dato che il momento magnetico degli elettroni negli atomi di itterbio nello stato fondamentale dipende soltanto dal momento nucleare, questa tecnica non può essere utilizzata per andare ad osservare il numero di atomi i cui elettroni occupano un determinato stato di spin.

Fin dalla metà degli anni '70, gli studi riguardanti l'interazione di dipolo hanno portato allo sviluppo, prima dal punto di vista teorico [61], poi dal punto di vista sperimentale [62], di un effetto analogo a quello di Stern e Gerlach ma realizzato per mezzo di un campo elettromagnetico. In particolare, sfruttando la forza di dipolo spin-dipendente è possibile far vedere che, in presenza di un gradiente di campo elettrico, il centro di massa del gas atomico viene separato spazialmente in molti percorsi e ciascun cammino viene intrapreso da un differente stato di spin. Questo effetto può essere interpretato per mezzo dell'approccio semiclassico che permette di considerare l'effetto dell'interazione come un solo effetto dinamico.

Il livello $|^3P_1\rangle$, considerando l'interazione iperfine ma supponendo di avere campo magnetico esterno nullo, si divide in sottolivelli caratterizzati dai momenti angolari totali $F = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$. Quando il detuning δ è confrontabile con la separazione iperfine dello stato eccitato $|^3P_1\rangle$, il potenziale totale a cui è soggetto ciascun sottolivello non viene descritto completamente dalla relazione 3.2.2 ma dobbiamo andare a considerare il contributo dovuto alla polarizzazione della radiazione incidente e gli elementi di matrice per ciascun sottolivello iperfine considerando anche la presenza dell'interazione di Zeeman. Il potenziale a cui sarà soggetto il generico

⁸La cavità monta il set di specchi riportati nel catalogo Coherent[®] 33 – 6131 – 001 aventi intervallo spettrale $690 \div 830$ nm e *finesse* alla lunghezza d'onda d'uso superiore a 200 [60].

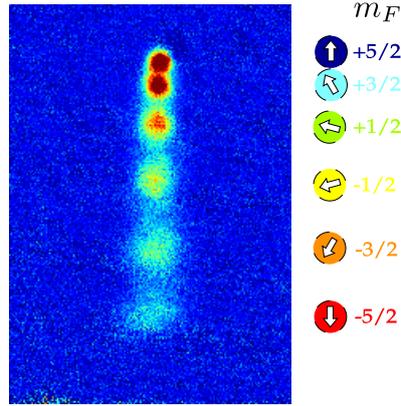


Figura 3.3.1: Acquisizione effettuata per mezzo dell'attuale sistema di *imaging*. Ogni componente di spin del gas degenere di fermioni può essere identificata per mezzo dell'effetto Stern-Gerlach ottico.

sottostato n sarà dato da

$$U_n(\vec{r}, \omega, q) = - \sum_{n \neq m} \frac{3\pi c^2}{2\omega_{nm}^3} |C_{m,n}(q)|^2 \left(\frac{\alpha_{j,j'} \Gamma_{m,n}}{\omega_{mn} - \omega} + \frac{\alpha_{j,j'} \Gamma_{m,n}}{\omega_{mn} + \omega} \right) I(\vec{r}) \quad (3.3.1)$$

dove n, m indicano due generici sottostati, C_{nm} indica il coefficiente di Clebsch-Gordan della transizione fra i due sottostati considerati, ω è la frequenza della radiazione utilizzata, ω_{nm} è la frequenza di risonanza della transizione, $\alpha = \frac{2j'+1}{2j+1}$ e $\Gamma_{n,m} = \frac{\omega_{mn}^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} \frac{2j+1}{2j'+1} |\langle j||d||j' \rangle|^2$ è la larghezza naturale della transizione.

Essendo i coefficienti di Clebsch-Gordan per ogni m_F diversi, gli atomi in ciascun stato iperfine risentiranno di un potenziale dovuto all'interazione radiazione materia differente; questo effetto di interazione con la radiazione permetterà quindi di ottenere un effetto Stern-Gerlach ottico e, più in particolare, permetterà di osservare la popolazione di ciascuno spin nucleare, come mostrato in figura 3.3.1.

Utilizzando la radiazione con polarizzazione σ^- è possibile ricavare che la forza di dipolo così ottenuta agisce maggiormente sullo stato $m_F = -5/2$.

Dal punto di vista sperimentale si utilizza un campo magnetico di 2.5 G lungo la direzione di propagazione della radiazione luminosa per definire la direzione di quantizzazione. La potenza luminosa utilizzata è di circa $P = 12.5$ mW e sfruttiamo un impulso quadrato di 1.25 ms mentre la frequenza è impostata sul valore $\delta_{5/2 \rightarrow 7/2} \simeq -566$ MHz. Per rendere l'effetto della forza sufficientemente grande da poter osservare, una volta spenti tutti i fasci luminosi che intrappolano gli atomi ed aver atteso un tempo di $t_{TOF} = 4.5$ ms in cui quest'ultimi possono espandersi liberamente, una separazione fra le diverse componenti iperfini dello stato

$|^1S_0\rangle$ sfruttiamo un fascio caratterizzato da uno waist $w_0 = 60 \mu\text{m}$ leggermente decentrato rispetto alla nuvola atomica.⁹

Il nostro attuale sistema per ottenere immagini degli atomi utilizza la transizione $|^1S_0\rangle \rightarrow |^1P_1\rangle$ a 398.9 nm. Illuminando gli atomi con la radiazione blu è possibile fare in modo che essi assorbano fotoni andando a diminuire l'intensità della radiazione iniziale in accordo con la relazione di Lambert-Beer:

$$I_t(x, y) = I_0(x, y)e^{-\sigma n_c(x, y)} \rightarrow n_c(x, y) = -\frac{1}{\sigma} \log \left(\frac{I_t(x, y)}{I_0(x, y)} \right). \quad (3.3.2)$$

Per mezzo di una camera CCD è possibile raccogliere tre immagini successive: la prima contiene la luce trasmessa I_t dagli atomi, la seconda è una acquisizione della luce utilizzata per effettuare le esposizioni I_0 e la terza viene catturata in assenza di radiazione e serve per rimuovere da I_t , I_0 l'effetto di luce di background ed eventuali difetti del CCD. Ogni pixel dello strumento, considerando l'ingrandimento del sistema ottico utilizzato per far giungere il segnale dalla cella di vetro alla camera ($2.98\times$), risulta di $(2.68 \times 2.68) \mu\text{m}^2$.

Per mezzo di un software è possibile analizzare il segnale ottenuto dalle immagini raccolte. Principalmente si è interessati alla densità della nuvola nelle direzioni ortogonali alla direzione di propagazione della radiazione usata per l'esposizione $n_c(x, y)$, alla temperatura della nuvola atomica ed alla posizione del centroide della distribuzione atomica.

L'attuale sistema per effettuare immagini permette di determinare la popolazione degli atomi in un determinato sottostato di spin del livello fondamentale $|^1S_0\rangle$ ma non permette la visualizzazione della popolazione dei principali livelli metastabili quali $|^3P_0\rangle$, $|^3P_2\rangle$. Il processo di determinazione delle popolazioni atomiche nei livelli eccitati ultrastabili può essere sviluppato in due modi:

- costruire un sistema di pompaggio ottico dai livelli eccitati ultrastabili verso il livello fondamentale e utilizzare il vecchio sistema di rivelazione [13];
- costruire ex novo un sistema di *imaging* su una diversa transizione atomica chiusa.

L'implementazione di un nuovo sistema di *imaging* per lo stato ultrastabile $|^3P_0\rangle$ riguarderà la parte conclusiva di questo lavoro.

⁹In questo modo gli atomi risentono della massima variazione di profilo di intensità possibile.

3.4 Laser di orologio a 578 nm

Per riuscire nell'intento di simulare gli stati di bordo chirali caratteristici degli isolanti topologici, è stato sviluppato nei laboratori del Dipartimento di Fisica ed Astronomia il metodo di misura descritto brevemente nella sezione 2.3.3 [28, 9] e basato sulla transizione Raman fra diversi stati di spin del livello fondamentale $|^1S_0\rangle$.

Nell'ottica di determinare se questo metodo di misura possa essere utilizzato anche sfruttando una transizione ad un fotone tra due stati ultrastabili quali $|^1S_0\rangle$ e $|^3P_0\rangle$, è necessario poter disporre di un laser ultra stretto e stabilizzato in frequenza al di sotto del limite imposto dal segnale GPS a 10 MHz [63].

Il laser che permette di eccitare la transizione da orologio $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_0\rangle$ è un laser giallo la cui lunghezza d'onda corrisponde a 578 nm. La realizzazione di un componente così fondamentale e delicato da poter interrogare con successo una transizione con larghezza naturale di soli 10 mHz è sicuramente un lavoro complesso e per questo è possibile trovare una documentazione più estesa di quella che andremo a riportare in [47, 57, 64].

La generazione di radiazione coerente alla lunghezza d'onda di 578 nm attualmente può essere realizzata in tre modi:

- usando laser a colorante che, anche se sono ampiamente variabili in frequenza, sono costosi, poco stabili e necessitano di molta manutenzione;
- a partire da due laser infrarossi di lunghezza d'onda opportuna mediante la generazione di frequenza somma in un processo a due fotoni;
- utilizzando un laser a diodo a 1156 nm che viene duplicato in frequenza utilizzando un mezzo con polarizzabilità non lineare.

Nei laboratori dell'Università degli studi di Firenze, ormai da alcuni anni, si è scelto di utilizzare la duplicazione di frequenza per produrre radiazione atta ad eccitare la transizione doppiamente proibita dell' ^{173}Yb .

In questa sezione andremo principalmente a descrivere i principi di funzionamento e le accortezze tecniche utilizzate per ottenere una radiazione stabilizzata in frequenza e caratterizzata da una larghezza di soli 50 Hz [65].

3.4.1 Sorgente infrarossa e cavità di duplicazione

La sorgente della radiazione infrarossa a 1156 nm è costituita dal *gain chip* In-nolome GC-1156-TO-200 che contiene *quantum dots* di InAs su un substrato di GaAs. Questo chip è espressamente costruito per essere impiegato in una cavità

estesa dato che la faccia posteriore dell'emettitore ha una riflettività superiore al 99% mentre la faccia anteriore ha una riflettività dell'ordine dello 0.1%. Questo fatto non consente al diodo di emettere radiazione coerente in assenza di una cavità esterna. Per questo il diodo è stato montato in una cavità estesa di 12 cm al termine della quale è presente il reticolo diffrattivo Thorlabs GH13-12U posto in configurazione Littrow. Il reticolo è ottimizzato per la radiazione UV e quindi permette di immettere in cavità soltanto il 10% della radiazione che viene inviata su di esso.

L'emettitore può essere alimentato con una corrente massima di 750 mA alla quale fornisce 250 mW di radiazione ma, nel nostro sistema sperimentale, il chip è collegato all'alimentatore a batteria ILX Lightwave LDX-3620 Ultra-Low Noise che fornisce al più 500 mA e questo limita l'emissione in uscita dalla cavità nella quale il chip è alloggiato a circa 200 mW.

All'interno della cavità è anche presente un polarizzatore Glan-Thompson in modo da eliminare l'eventuale radiazione emessa avente la polarizzazione non voluta. È presente, sul montaggio del reticolo di diffrazione, un piezoelettrico che permette di variare la lunghezza di cavità. Per stabilizzare la frequenza di emissione del laser, come vedremo più in dettaglio in seguito, viene eseguito un aggancio in frequenza sfruttando la radiazione riflessa da una cavità esterna costituita da vetro ULE (Ultra Low Expansion). Per variare la frequenza di emissione del laser è stato sviluppato un sistema che sfrutta due attuatori, uno di essi opera principalmente a basse frequenze mentre l'altro serve a limitare l'effetto del rumore sull'emissione ad alta frequenza. La tensione necessaria ad alimentare gli attuatori viene fornita da dei PID ai quali viene inviato anche il segnale di errore ricavato dall'aggancio con la cavità ULE.

In particolare, il cristallo piezoelettrico viene guidato per mezzo di un PID che è stato modificato in modo da massimizzare il suo guadagno a basse frequenze e ha basso guadagno al di sopra di 100kHz.

Per compiere la modulazione ad alte frequenze, necessaria per eliminare il rumore ad alta frequenza del laser ed ottenere una riga di emissione più stretta, dato che la corrente non permette di variarla finemente e con precisione¹⁰, è presente un EOM che ha una trasduzione frequenza voltaggio dell'ordine di 1 MHz/V.

Il principio di funzionamento dell'EOM all'interno della cavità si basa sul fatto che, applicando una tensione esterna, è possibile modificare l'indice di rifrazione del cristallo interno allo stesso EOM variando finemente la lunghezza di cavità estesa e quindi la frequenza della radiazione emessa. Questo strumento, differentemente da quanto avviene per il piezoelettrico, deve essere guidato per mezzo di

¹⁰Il *coating* antiriflesso dell'emettitore comunque costituisce una cavità risonante a basso guadagno che ammette modi fra loro distanti 30 GHz e variando la corrente è anche possibile andare a rendere a maggior guadagno complessivo un modo adiacente a quello cercato.

un PID modificato in modo tale da essere ad alto guadagno fino a circa 2 MHz. La modulazione così ottenuta ha fase circa costante differentemente da quanto avviene se si prova ad utilizzare come attuatore la corrente. La temperatura della cavità è stabilizzata per mezzo di una cella di Peltier e di alcune resistenze che hanno lo scopo di riscaldare la base del sostegno sul quale è montata la cavità estesa. Per regolare la quantità di corrente che viene dissipata dalle resistenze e il voltaggio da applicare alla cella di Peltier è stato sviluppato un sistema basato sull'architettura Arduino UNO[®] che permette di impostare la temperatura voluta con un errore di 0.01 °C. La presenza di un elemento fortemente birifrangente all'interno della cavità di duplicazione permette, per mezzo della tecnica di Hänsch-Couillaud, di generare un segnale di errore che può essere utilizzato per agganciare la frequenza di uscita della cavità. In particolare con questa tecnica, nei laboratori dell'Università degli studi di Firenze, si riesce ad ottenere circa 60 mW di luce gialla a 578 nm partendo da circa 150-160 mW di radiazione infrarossa.

La radiazione uscente dalla cavità estesa viene separata in due rami e $\simeq 5\%$ di questa viene inviata su un *frequency comb* mentre il restante 95% viene inviata all'interno di una cavità di duplicazione in configurazione *bow-tie* all'interno della quale un cristallo con risposta non lineare di LiNbO₃ drogato al 5 % con MgO permette di duplicare la frequenza in entrata come mostrato in 3.4.1.

Parte della luce uscente dalla cavità di duplicazione viene inviata ad una cavità in vetro ULE (*Ultra Low Expansion*) avente un'altissima finesse ($\mathfrak{S} \simeq 170000$). La radiazione riflessa dalla cavità con vetro ULE viene utilizzata per generare un segnale di Pound-Drever-Hall [66] che, a sua volta, permette di stabilizzare a breve termine la frequenza dell'emissione a 578 nm mediante l'utilizzo degli attuatori precedentemente introdotti. A lungo termine la cavità non è un buon riferimento di frequenza dato che, nel periodo tipico di un giorno, principalmente per l'invecchiamento del materiale di cui è costituita, la cavità in vetro ULE mostra uno spostamento del modo di cavità di circa 5 kHz¹¹. Per controllare la frequenza del laser e, se fosse necessario, variarla finemente, parte della luce prodotta dall'emettitore infrarosso viene inviata ad un *frequency comb* che usualmente è stabilizzato sul segnale GPS a 10 MHz. Il metodo di aggancio per mezzo del battimento fra la radiazione proveniente dal *comb* e quella del laser viene descritto nel dettaglio in [67].

Dato che l'aggancio sulla cavità ULE, per periodi di tempo dell'ordine dell'ora, soffre di un lieve spostamento causato dall'invecchiamento del riferimento stesso, è stato implementato un sistema di correzione che permette di correggere ogni 30 s la frequenza emessa dal laser utilizzando come riferimento assoluto la fontana al

¹¹Durante il giorno la frequenza del riferimento varia con andamento sinusoidale ed ampiezza variabile come riportato in [67].

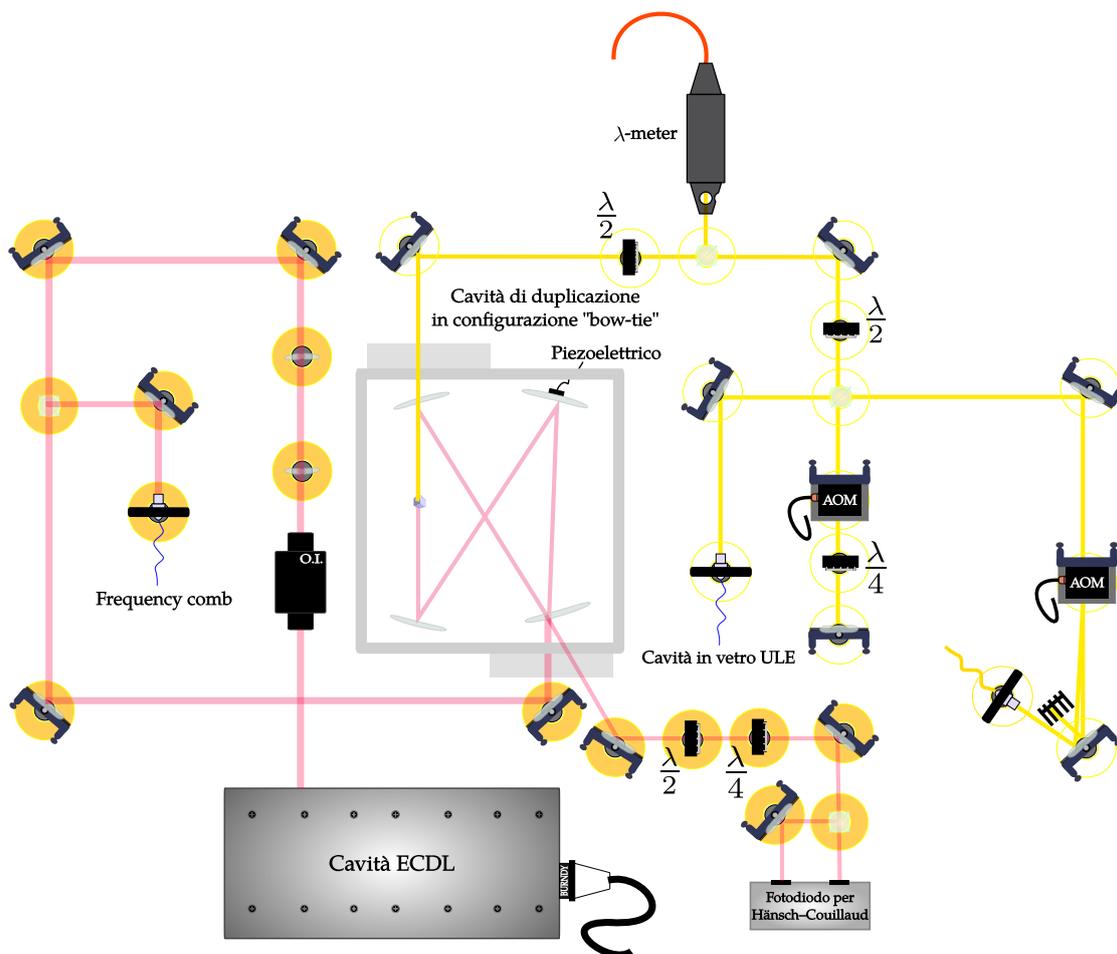


Figura 3.4.1: Schema semplificato di generazione della luce di orologio a 578 nm.

Cs^{12} che si trova all'INRiM (Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica) di Torino. Il segnale proveniente da Torino viene inviato per mezzo di un sistema di fibre ottiche che complessivamente misura 642 km e raggiunge anche l'IFN (Istituto di Fotonica e Nanotecnologie) di Milano e l'IRA (Istituto di Radio Astronomia) di Medicina (Bologna).

Quando è possibile utilizzare il segnale proveniente da Torino a 1542.14 nm, è possibile impostare il *frequency comb* su questo riferimento esterno; in questo modo è possibile ottenere un laser stabilizzato al di sotto del limite raggiungibile per mezzo del segnale GPS e continuamente corretto sul riferimento a breve periodo al di sotto del limite costruttivo della cavità ULE.

¹²In realtà l'aggancio avviene utilizzando come riferimento un *maser* all'idrogeno che a sua volta viene riferito all'orologio a fontana atomica "IT-CsF2".

3.4.2 Utilizzo della radiazione a 578 nm

In figura 3.4.1 viene mostrato il percorso che consente alla luce, stabilizzata in frequenza, di raggiungere il banco ottico sul quale è presente la camera da vuoto e la cella di vetro nella quale vengono realizzati gas ultrafreddi di ^{173}Yb fermionico. Questa radiazione verrà utilizzata per ottenere un accoppiamento coerente fra gli stati $|^1S_0\rangle$ e $|^3P_0\rangle$ e, successivamente, per andare ad osservare gli effetti di bordo di un cristallo bidimensionale realizzato per mezzo dell'approccio della dimensione sintetica utilizzando il grado di libertà orbitale. Come è possibile vedere in figura 2.2.3, lo spettro atteso dell'hamiltoniana 2.2.5 presenta un peculiare andamento al variare della fase $\frac{\phi}{2\pi}$.

Variare la fase equivale a cambiare il campo magnetico trasverso a cui gli atomi sono soggetti e per questo può essere interessante effettuare misure a differenti fasi. Dato che la fase associata al processo di hopping nella dimensione sintetica è data dalla proiezione dell'impulso della radiazione di orologio sulla direzione del reticolo ottico sul quale viene permesso il *tunneling*, variando l'angolo fra il laser di orologio e l'asse reticolare è possibile indurre un differente flusso di campo magnetico sintetico.

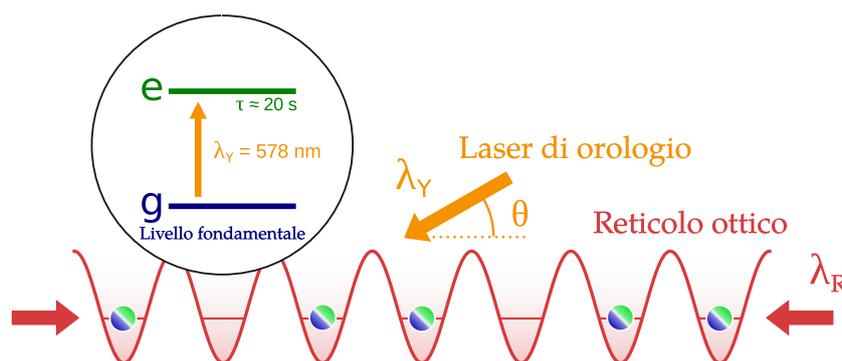


Figura 3.4.2: Rappresentazione schematica del sistema sperimentale utilizzato per generare un flusso di campo magnetico utilizzando l'approccio della dimensione sintetica.

Durante questo lavoro di tesi, per la prima volta, sono stati realizzati campi magnetici sintetici con flusso variabile sperimentalmente su un intervallo esteso. La possibilità di variare il flusso di campo magnetico sintetico potrà permettere in futuro di verificare sperimentalmente lo spettro mostrato in figura 2.2.3b. Attualmente in laboratorio le fasi a cui è possibile accedere per mezzo della radiazione sono limitate principalmente per la presenza delle ottiche necessarie ad inviare sugli atomi la radiazione necessaria a rallentare, intrappolare gli atomi nella trappola magneto-ottica, trasportarli nella cella di vetro ed infine nuovamente intrappolarli all'interno dei reticoli ottici, come è possibile vedere nell'immagine 3.4.3.

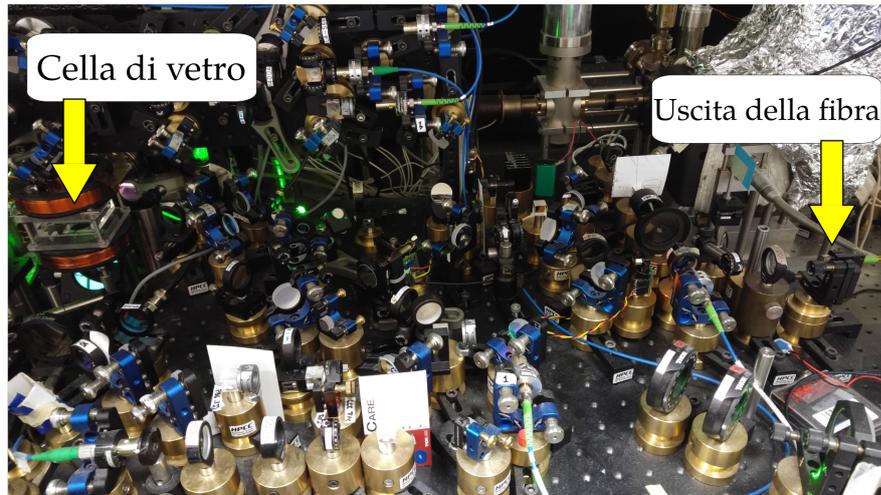


Figura 3.4.3: Immagine reale del banco ottico sul quale è montato l'esperimento.

Per questo finora è stato possibile soltanto implementare alcuni percorsi differenti: il primo permette alla radiazione a 578 nm di sovrapporsi a quella di un'asse reticolare (reticolo 2) mentre il secondo permette al fascio di propagarsi sulla direzione della trappola di dipolo come è schematizzato in figura 3.4.4.

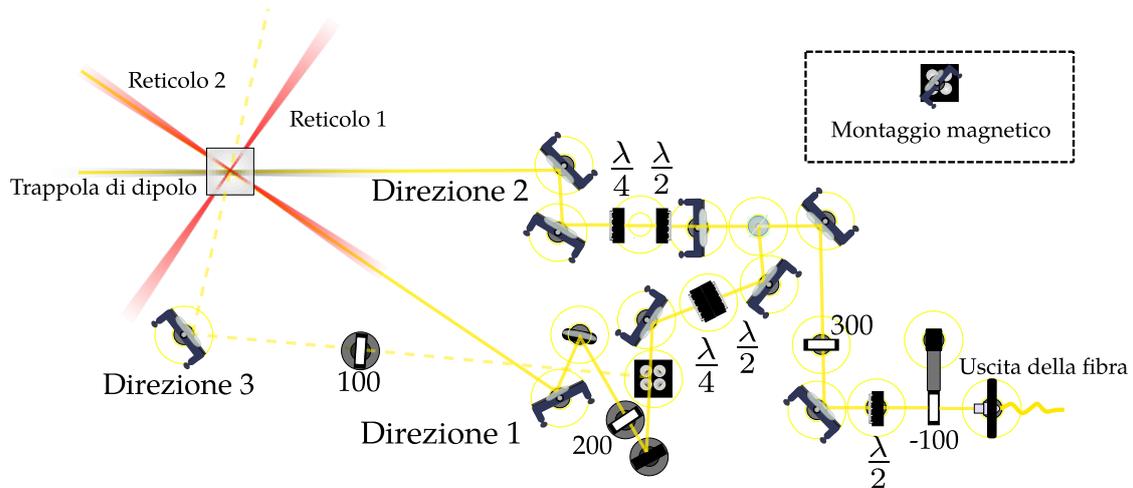


Figura 3.4.4: Rappresentazione schematica dei percorsi inizialmente utilizzati per far incidere la radiazione gialla sulla cella di vetro.

Per realizzare un cristallo 1D nella dimensione reale in cui il *tunneling* fra siti

reticolari vicini è permesso abbassiamo la profondità¹³ reticolare da $s = 30$ a $s = 6$, dove s è stato introdotto nella relazione 2.1.4, diminuendo l'intensità dei fasci che formano l'onda stazionaria. Nelle altre due dimensioni la profondità di reticolo viene mantenuta a $s = 30$ in modo che il *tunneling* risulti soppresso.

Per ciascuna direzione sulla quale è possibile inviare la radiazione di orologio è possibile realizzare il cristallo 1D nella direzione del reticolo 1 oppure del reticolo 2. Questo permette di avere, per ciascuna direzione di propagazione della radiazione gialla, due differenti valori di flusso sintetico. In particolare, considerando che $k_Y = \frac{2\pi}{\lambda_Y} \simeq 1.09 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ e che $k_R = \frac{2\pi}{\lambda_R} \simeq 8.27 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ otteniamo i flussi

DIREZIONE 1	DIREZIONE 2
$\Phi_{1,R1} = 2\pi \frac{k_Y}{2k_R} \cos(90^\circ) = 0$	$\Phi_{2,R1} = 2\pi \frac{k_Y}{2k_R} \cos(126^\circ) \simeq -0.772\pi$
$\Phi_{1,R2} = 2\pi \frac{k_Y}{2k_R} \cos(0^\circ) \simeq 1.313\pi$	$\Phi_{2,R2} = 2\pi \frac{k_Y}{2k_R} \cos(36^\circ) \simeq 1.063\pi$
(3.4.1)	(3.4.2)

dove è stato considerato che la lunghezza reticolare è $\lambda/2$ come descritto in 2.1.1, è stato indicato con il pedice R il laser di reticolo e con Y il laser di orologio stabilizzato in frequenza.

Recentemente è stato possibile, utilizzando il montaggio magnetico posto sulla direzione 2 e rappresentato nell'immagine 3.4.4, ottenere un nuovo accesso ottico alla cella di vetro. Il nuovo percorso permette alla radiazione di incidere sugli atomi soltanto quando viene posizionato lo specchio il cui montaggio è avvitato sul supporto magnetico Thorlabs KB25/M e per questo si è scelto di rappresentare il percorso della luce per mezzo di una linea tratteggiata. Sulla direzione 3 è possibile ottenere i flussi sintetici:

DIREZIONE 3

$$\begin{aligned} \Phi_{3,R1} &= 2\pi \frac{k_Y}{2k_R} \cos(14^\circ) \simeq 1.274\pi \\ \Phi_{3,R2} &= 2\pi \frac{k_Y}{2k_R} \cos(77^\circ) \simeq 0.295\pi. \end{aligned}$$

(3.4.3)

Per incrementare ulteriormente la possibilità di avere differenti flussi, si è infine scelto di utilizzare i due percorsi che vennero utilizzati per eseguire l'esperimento

¹³Il valore di riferimento a cui si effettuano gli esperimenti è $s = 6$ ma, nell'ottica di variare finemente il *tunneling* e conseguentemente le interazioni fra le particelle, in laboratorio si è provato a variare questo valore di riferimento per determinare l'andamento della chiralità degli stati di bordo al variare delle interazioni.

per mezzo della transizione Raman fra stati di spin nucleare dello stato fondamentale [28, 9]. I due percorsi permettono di ottenere, utilizzando sia il reticolo 1,

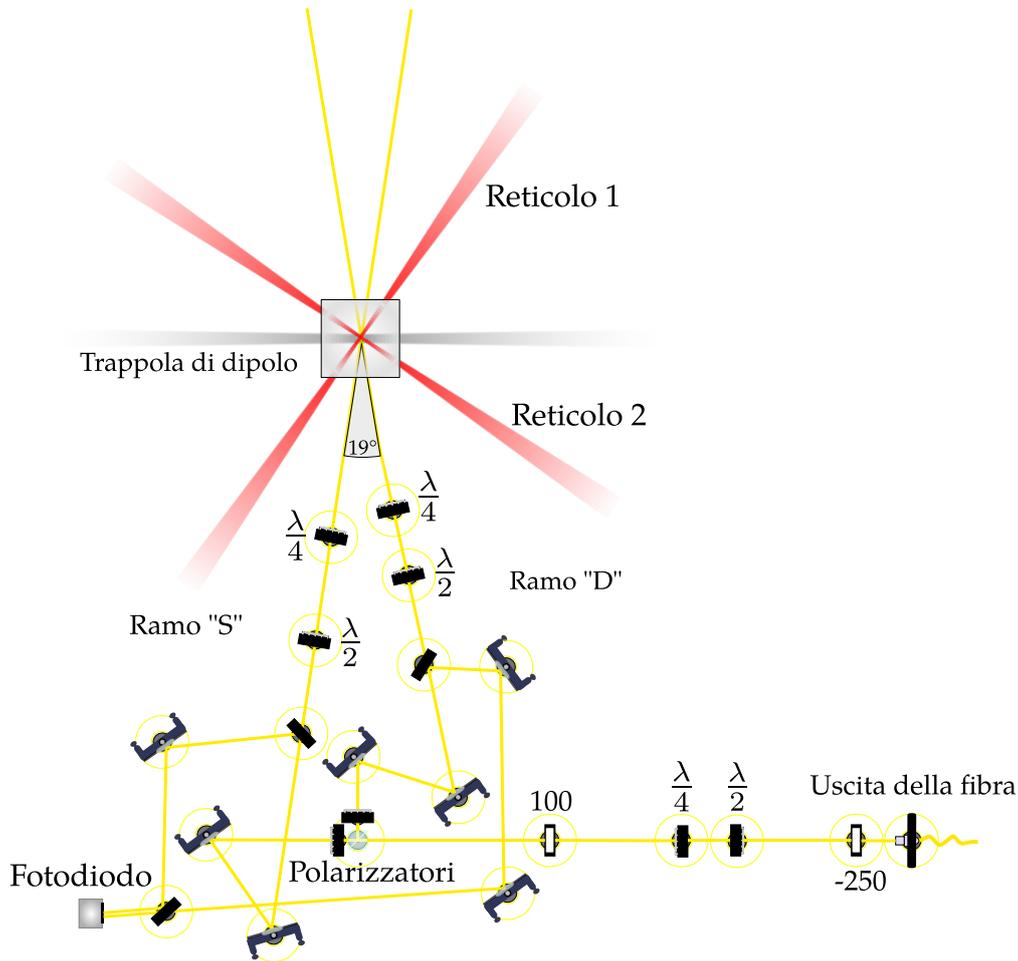


Figura 3.4.5: Rappresentazione schematica dei percorsi ottenuti sostituendo la posizione della fibra ottica di uscita a quella che venne utilizzata per realizzare transizioni Raman.

che il reticolo 2, altri quattro flussi sintetici. Per accedere a questi percorsi, precedentemente utilizzati con la radiazione verde a 556 nm, è stato scelto di sostituire l'uscita della fibra ottica proveniente dal laser verde con quella del laser di orologio¹⁴. Una rappresentazione schematica del percorso compiuto dalla radiazione prima di incidere sulla cella di vetro mostrata nella figura 3.4.5 mentre i flussi ottenuti per mezzo di questa configurazione sono dati da:

¹⁴È stato inoltre necessario modificare le ottiche polarizzatrici presenti sul percorso.

RETICOLO 1

$$\Phi_{D,R1} = 2\pi \frac{k_Y}{2k_R} \sin(44.5^\circ) = 0.920\pi$$

$$\Phi_{S,R1} = 2\pi \frac{k_Y}{2k_R} \sin(63.5^\circ) \simeq 1.18\pi$$

(3.4.4)

RETICOLO 2

$$\Phi_{D,R2} = 2\pi \frac{k_Y}{2k_R} \cos(44.5^\circ) \simeq 0.937\pi$$

$$\Phi_{S,R2} = 2\pi \frac{k_Y}{2k_R} \cos(63.5^\circ) \simeq 0.586\pi$$

(3.4.5)

dove abbiamo utilizzato la lettera D per indicare il ramo destro¹⁵ del “percorso Raman” mentre abbiamo utilizzato S per indicare quello sinistro.

Accortezze sperimentali sull'uso del laser di orologio

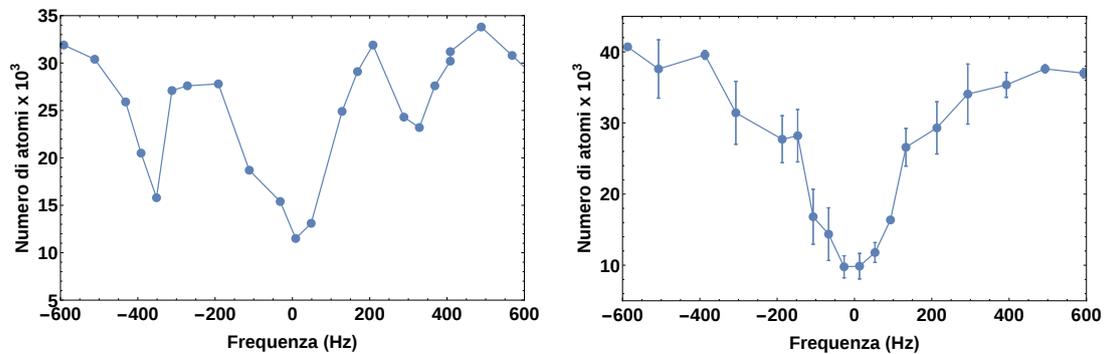
La cavità ULE e la cavità estesa del laser sono riparate dal contatto con l'esterno per mezzo di appositi sistemi di isolamento. Quest'ultimi hanno il solo scopo di disaccoppiare il sistema laser dalle variazioni repentine delle condizioni ambientali quali temperatura, umidità e da variazioni locali di indice di rifrazione dell'aria¹⁶. L'isolamento dalle vibrazioni ambientali, in particolare, ricopre un ruolo di fondamentale importanza nella realizzazione e nell'uso di un laser ultrastretto da orologio, per questo motivo la cavità ULE è montata su una apposita piattaforma antivibrante. Inoltre, è stato verificato sperimentalmente che, l'azione di un elemento meccanico quale uno *shutter*, può indurre una vibrazione sulla fibra di uscita del laser che può portare alla comparsa di effetti di decoerenza inattesi e di difficile caratterizzazione.

Come si può osservare in figura 3.4.1, la radiazione incidente sulla cella di vetro viene inviata per mezzo di un AOM. Dato che l'efficienza diffrattiva dell'AOM dipende fortemente dalla temperatura del cristallo interno allo strumento, per evitare variazioni di efficienza di quest'ultimo, che comporterebbero fluttuazioni in ampiezza del laser, si è pensato di inserire nella parte terminale dello schema ottico, riportato in figura 3.4.4, uno *shutter* che stesse aperto soltanto durante l'intervallo di tempo dell'impulso. Ma, nonostante lo *shutter* fosse montato su un tavolo ottico diverso rispetto all'uscita della fibra ed alla base avesse del materiale atto a disperdere le vibrazioni, siamo stati costretti, dopo numerose verifiche, a toglierlo dato che esso introduceva una fonte di decoerenza sulla luce laser. In particolare, gli spettri di assorbimento erano caratterizzati da picchi anomali a circa 400 Hz rispetto alla frequenza della risonanza atomica, come è possibile vedere nella figura 3.4.6. Gli impulsi di radiazione, in assenza dello *shutter* meccanico, vengono eseguiti inviando soltanto per il tempo dell'impulso la radiofrequenza all'AOM. Questo metodo non permette di tenere la temperatura costante nel cristallo interno

¹⁵Destra e sinistra si riferiscono alla figura 3.4.5.

¹⁶Il sistema di aria condizionata, per esempio, può causare una forte instabilità della lunghezza d'onda prodotta dal laser se esso viene lasciato non riparato.

allo strumento ma la sua bontà è stata verificata per mezzo del fotodiode Thorlabs DET36A/M, opportunamente montato su una piccola perdita di radiazione gialla.



(a) In questa figura si riporta un singolo spettro acquisito in assenza del collegamento con Torino. La mancanza di errori sulla stima di ciascun punto è dovuta all'instabilità sul breve periodo dell'aggancio del laser di orologio con la cavità in vetro ULE.

(b) Lo spettro mostrato in figura è stato ottenuto in presenza del collegamento con Torino e questo ha permesso di ripetere la misura sistematicamente e valutare gli errori sperimentali evitando che il laser di orologio variasse la sua frequenza durante l'acquisizione. In questo caso gli impulsi vengono eseguiti accendendo l'AOM soltanto per il tempo desiderato.

Figura 3.4.6: Confronto diretto fra uno spettro ottenuto utilizzando lo *shutter* meccanico 3.4.6a e in assenza di quest'ultimo 3.4.6b.

4 Misurazione dell'effetto spin-orbita e di correnti chirali per mezzo di radiazione laser di orologio

In questo capitolo verranno descritte le misurazioni effettuate utilizzando il setup sperimentale presentato in 3.

Nella prima parte verrà descritta la misurazione dell'accoppiamento di spin-orbita per mezzo del metodo spettroscopico (4.1). Per far questo sarà necessario introdurre il regime di Lamb-Dicke che permette di eseguire spettroscopia al di sotto del limite imposto dal rinculo associato al fotone utilizzato per effettuare la transizione (4.1.1) e la teoria che permette di interpretare la transizione di orologio in regime di bassa profondità reticolare come una interazione di spin-orbita (4.1.2). Lo scopo ultimo della prima parte di questo capitolo sarà verificare l'andamento teorico per mezzo della transizione di orologio $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_0\rangle$ utilizzando atomi di ^{173}Yb all'interno di reticoli ottici. Le misure sperimentali verranno mostrate nelle sezioni (4.1.4) e (4.1.5).

Nella seconda parte di questo capitolo verrà descritta la procedura sperimentale necessaria a preparare gli stati di bordo di cristalli bidimensionali in presenza di un campo magnetico sintetico e le misure effettuate (4.2).

4.1 Spettroscopia come metodo d'indagine di accoppiamento spin-orbita

Negli esperimenti di fisica atomica nei quali si mira a raggiungere nuovi standard di precisione utilizzando laser ottici da orologio, si è soliti evitare la procedura di raffreddamento brevemente descritta nella sezione 3.1 perché, per evitare gli effetti di allargamento sistematici dovuti al moto degli atomi, si è soliti generare una nuvola atomica e poi confinarla in un reticolo monodimensionale alla lunghezza d'onda magica con una profondità dell'ordine di $100 E_r$. Questa procedura è sufficiente, come vedremo in seguito più nel dettaglio, ad annullare l'effetto del moto degli atomi. Il regime di confinamento che permette di effettuare transizioni

fra stati atomici in assenza di effetti legati al moto degli atomi viene detto regime di Lamb-Dicke. Dato che il moto degli atomi in questo regime non influenza la transizione di spettroscopia, è anche possibile utilizzare nuvole atomiche aventi una temperatura maggiore rispetto a quelle che vengono ottenute nei laboratori dell'Università degli studi di Firenze.

La maggior parte degli atomi, in questo modo, andrà ad occupare le bande eccitate del reticolo ma, data la presenza di atomi con energia cinetica trascurabile nella nuvola atomica, una piccola parte di essi riusciranno ad occupare la banda reticolare ad energia più bassa.

Questo procedimento permette quindi di effettuare spettroscopia ad altissima precisione ed accuratezza e può favorire la rapidità del ciclo sperimentale.

4.1.1 Regime di Lamb-Dicke

Consideriamo un atomo all'interno di un reticolo ottico con profondità $s \gg 15$ e supponiamo di avere un campo elettrico esprimibile, al solito, per mezzo di una onda piana. Scegliamo inoltre un sistema di riferimento tale per cui l'onda si stia propagando sulla direzione z e, come ultima ipotesi di modello, supponiamo di descrivere un atomo che occupa uno dei livelli ad energia minore del reticolo. In queste ipotesi la funzione d'onda della specie atomica sarà confinata all'interno di un singolo sito reticolare e, in buona approssimazione, potremo considerare ciascun sito reticolare come un singolo potenziale di oscillatore armonico.

La trattazione che andiamo a sviluppare si riferisce al caso di singola particella nei singoli stati di oscillatore armonico ma, nel caso reale, dovremmo considerare la banda che viene a formarsi come risultato dell'azione del potenziale periodico. Dato che siamo interessati a trattare fermioni, dovremo considerare nel modello anche il fatto che non è possibile che essi occupino tutti gli stati a minore energia della banda fondamentale del reticolo tuttavia, nel regime di Lamb-Dicke, che viene raggiunto per $s \gg 15$, è possibile far vedere che quest'ultima è praticamente costante come è mostrato nell'immagine 2.1.2.

Siamo interessati a valutare la probabilità di transizione in approssimazione di dipolo elettrico e, per andare a vedere che l'effetto della radiazione sugli stati interni non contribuisce al moto del centro di massa dell'atomo, consideriamo la funzione atomica complessiva $|\Psi\rangle = |\psi_n, \phi_i\rangle$ dove indichiamo con la lettera i gli stati interni e con la lettera n gli stati di moto del centro di massa atomico. È necessario notare che, considerando $|\Psi\rangle$ come funzione d'onda atomica, si suppone implicitamente che non vi siano effetti nell'hamiltoniana che accoppiano stati interni a stati di moto del centro di massa. In generale i due gradi di libertà sono disaccoppiati se è

possibile trascurare l'interazione di spin-orbita¹ ma, come vedremo nelle successive sezioni di questo lavoro, non è sempre una approssimazione che può essere verificata sperimentalmente.

Consideriamo quindi l'hamiltoniana di interazione

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \hat{e}E_0e^{i(k_Y z - \omega_Y t)} = \hat{e}E_0e^{i(k_Y(r+R) - \omega_Y t)} \\ H_{int} &= -\vec{d} \cdot \vec{E}\end{aligned}\tag{4.1.1}$$

allora la probabilità di transizione sarà data da

$$P \approx |\langle \Psi | H_{int} | \Psi \rangle|^2 = \underbrace{|\langle \psi_{n'} | e^{ik_Y R} | \psi_n \rangle|^2}_{\text{Moto del c.d.m.}} \underbrace{|\langle \phi_e | \hat{e} \cdot \vec{d} e^{ik_Y r} | \phi_g \rangle|^2}_{\text{Gradi di libertà interni}} |E_0|^2\tag{4.1.2}$$

in cui abbiamo introdotto

$$\psi_n(z) = \sqrt{\frac{1}{2^n n!}} \sqrt[4]{\frac{m\omega}{\hbar\pi}} H_n \left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} z \right) e^{-\frac{m\omega z^2}{2\hbar}}$$

dove $H_n(x)$ sono i polinomi di Hermite di ordine n . Queste sono le autofunzioni della hamiltoniana di oscillatore armonico contraddistinte, nel caso monodimensionale, dall'energia $E = \hbar\omega (n + \frac{1}{2})$.

Come è possibile osservare nell'equazione 4.1.2, il termine che riguarda le variabili interne atomiche corrisponde all'espressione trovata in 1.1.6 e quindi può essere valutata seguendo quanto svolto all'interno della sezione 1.1.1. Il termine che riguarda le variabili esterne può essere valutato se andiamo a sviluppare in serie di potenze l'esponenziale $e^{ik_Y R}$ analogamente a quanto fatto in 1.1.7.

Possiamo quindi sfruttare la definizione dell'operatore posizione R in funzione degli operatori di innalzamento e abbassamento dell'oscillatore armonico per scrivere

$$R = \frac{a_0}{\sqrt{2}} (\hat{a}^\dagger + \hat{a})$$

dove $a_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$. Introducendo poi il parametro di Lamb-Dicke

$$\eta = k_Y a_0 = k_Y \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

possiamo ottenere per la sola parte che riguarda il moto del centro di massa:

$$\left| \langle \psi_{n'} | 1 + \frac{\eta}{\sqrt{2}} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) + \dots | \psi_n \rangle \right|^2.\tag{4.1.3}$$

¹Ad ogni modo, anche considerando una hamiltoniana più complessa, è sempre possibile utilizzare questo set ortonormale per esprimere gli autostati reali del sistema.

Nel regime Lamb-Dicke propriamente detto si ha $\eta \ll 1$ e quindi 4.1.3 si riduce al contributo al primo ordine:

$$P \approx \left| \delta_{n',n} + \frac{\eta}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{n+1} \delta_{n',n+1} + \sqrt{n'+1} \delta_{n'+1,n} \right) \right|^2. \quad (4.1.4)$$

Il primo termine descrive transizioni fra stati interni collegati dall'interazione di dipolo senza variare lo stato di moto del centro di massa dell'atomo che va a transire, e quindi senza spostamenti di riga dovuti alla variazione di energia cinetica dell'atomo. I due altri contributi presenti al primo ordine nella probabilità di transizione rappresentano i processi di assorbimento di un fotone con la variazione di un solo stato di oscillatore armonico, associati, per la conservazione dell'energia ad uno spostamento di riga pari a $\pm \hbar\omega$. Ovviamente, se gli atomi sono tutti nello stato fondamentale del reticolo, dato che n è definito semi-positivo, il processo di assorbimento del fotone che comporta la diminuzione dell'energia dello stato finale viene inibito ed è possibile osservare soltanto gli altri due picchi di transizione.

La conservazione dell'impulso, in questa dinamica, sembra violarsi ma, facendo riferimento alle argomentazioni proposte in [22], è possibile interpretare questo processo considerando che l'operatore posizione è il generatore delle traslazioni nello spazio degli impulsi e questo comporta che l'aggiunta di un impulso $\hbar k_Y$ ad una funzione d'onda descritta per mezzo di $|\psi_n\rangle$ confinata all'interno del singolo sito reticolare, nel regime fortemente confinato di Lamb-Dicke ha l'azione di traslare, nello spazio dei momenti, la funzione d'onda di un quantitativo che risulta essere molto minore rispetto all'estensione di quest'ultima. Lo spostamento dovuto a questo processo di interazione radiazione materia non risulta quindi rilevabile, in accordo con quanto trovato per mezzo del modello teorico e mostrato in figura 4.1.1.

Viceversa, considerando particelle libere, che sono descritte per mezzo di onde piane, il medesimo spostamento nello spazio trasformato ha un effetto netto sulla distribuzione dato che l'estensione della funzione d'onda che descrive una onda piana nello spazio trasformato è sempre da considerarsi trascurabile rispetto a qualunque k_Y .

Le transizioni in cui lo stato di moto del centro di massa varia vengono dette di *sidebands*. Come osservato in esperimenti con orologi ottici atomici [68], quest'ultime hanno solitamente una larghezza di riga molto maggiore rispetto alla transizione in cui partecipa soltanto la componente interna della funzione d'onda complessiva. Questo è dovuto principalmente al fatto che la profondità di reticolo dipende linearmente dall'intensità luminosa del fascio laser utilizzato per realizzarlo e quindi, dato che si utilizzano solitamente fasci gaussiani, la profondità di reticolo dipende dalla distanza rispetto allo *waist*. Si ottengono nel fascio zone caratterizzate da diverse profondità reticolari e diverse pulsazioni ω . Le sidebands,

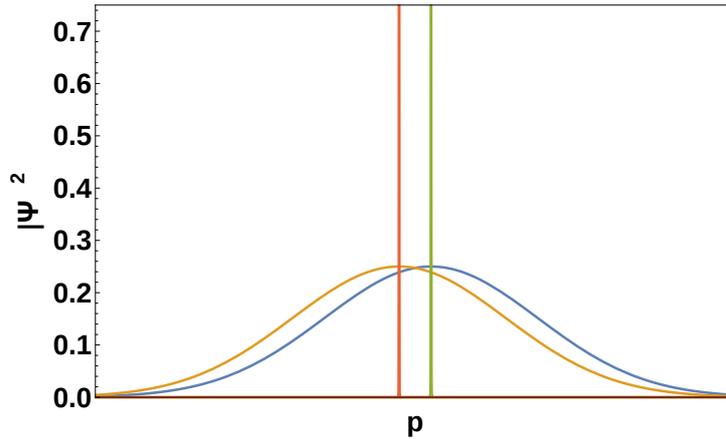


Figura 4.1.1: Confronto diretto fra il comportamento delle autofunzioni di oscillatore armonico (considerando $n = 0$) e particella libera nello spazio trasformato sotto l'azione di una traslazione. È possibile osservare che le autofunzioni di oscillatore armonico sono praticamente sovrapposte mentre la traslazione è ben visibile per le autofunzioni di particella libera.

essendo transizioni che dipendono dalla differenza di energia fra i livelli di oscillatore armonico, avranno frequenza di risonanza dipendente dalla posizione lungo il fascio e conseguentemente verranno allargate in frequenza.

4.1.2 Effetto di spin-orbita in regime di bassa profondità

Contrariamente a quanto accade nel regime Lamb-Dicke se, lungo una direzione, abbassiamo la profondità di reticolo, la funzione d'onda del singolo atomo torna a dislocarsi gradualmente su diversi siti reticolari nello spazio diretto e, in conseguenza di questo fatto, per effettuare una transizione fra due stati sarà necessario effettuare uno spostamento della funzione d'onda nello spazio trasformato che sarà determinabile. In altri termini, la transizione comporterà una variazione dello stato di moto del centro di massa pari al vettore d'onda k_{γ} . Come è possibile vedere in figura 4.1.3, le bande energetiche a reticolo basso non sono più costanti ma esibiscono una legge di dispersione sinusoidale per cui esiste un'ampia differenza nell'utilizzare particelle bosoniche o particelle fermioniche.

Nel caso bosonico, aggiungendo atomi al sistema questi possono andare ad occupare il punto della banda fondamentale ad energia minore e quindi la banda non viene, a meno di non avere atomi con energia termica tale da occupare tutti i possibili livelli della banda, completamente occupata. La frequenza di transizione viene modificata rispetto al regime Lamb-Dicke ma ogni atomo nello stato ad energia minore compie la medesima transizione verso lo stato eccitato.

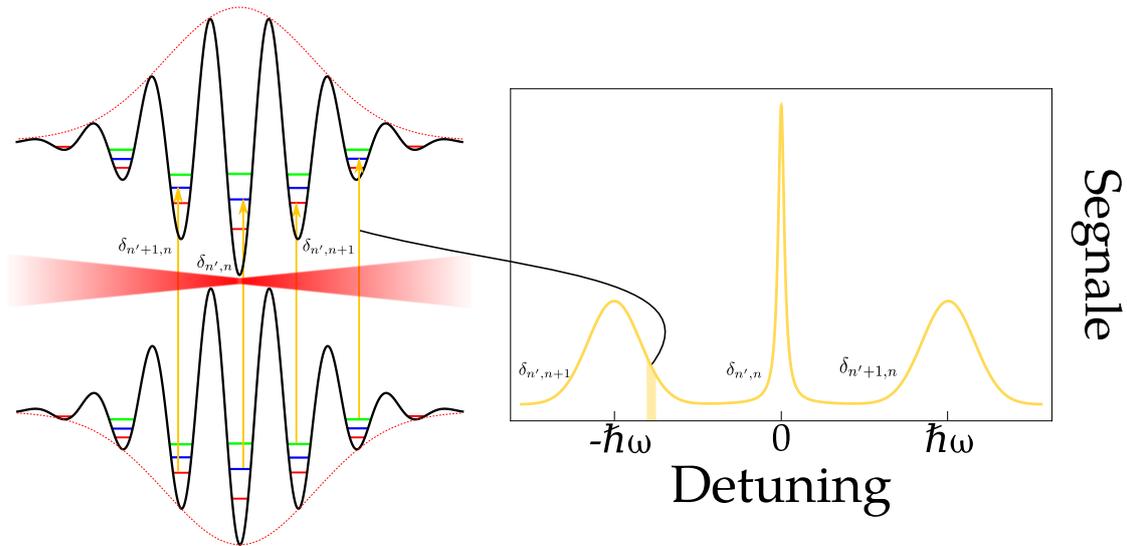


Figura 4.1.2: Si rappresenta un segnale ideale di spettroscopia in regime Lamb-Dicke ed il metodo di allargamento delle sidebands considerando il caso generale in cui $n > 0$. Come si può vedere, il profilo della radiazione di reticolo non spazialmente costante fa variare la profondità di trappola e quindi le transizioni che dipendono dalle differenze energetiche fra i livelli di oscillatore armonico corrispondono a frequenze diverse.

Nel caso fermionico, per il principio di Pauli, gli atomi caratterizzati da una certa energia possono essere soltanto quelli aventi una diversa configurazione di numeri quantici. Nel caso specifico di un gas completamente polarizzato, come quello che generiamo sperimentalmente in laboratorio, ad ogni possibile impulso è ammessa una sola particella. Aggiungendo particelle al sistema è quindi possibile riempire completamente la banda fondamentale.

Ciascun atomo caratterizzato da un determinato k nella banda fondamentale potrà transire verso il corrispondente stato eccitato $|e\rangle$ caratterizzato dal momento $k + k_Y$ quindi, andando ad interrogare gli atomi per mezzo della radiazione da orologio, si otterrà invece di una lorentziana centrata sulla frequenza della transizione, il profilo caratteristico rappresentato nella figura 4.1.4.

Supponendo di trattare i due livelli $|g\rangle$ e $|e\rangle$ come livelli aventi lo stesso numero quantico di spin sintetico $\mathfrak{s} = \frac{1}{2}$ aventi proiezioni $m_{\mathfrak{s}}$ diverse (in particolare possiamo scegliere di associare $|m_{\mathfrak{s}} = -1/2\rangle \equiv |g\rangle$ e $|m_{\mathfrak{s}} = +1/2\rangle \equiv |e\rangle$) è possibile descrivere le transizioni tra i livelli ultrastabili a bassa profondità di reticolo per mezzo di una hamiltoniana di spin-orbita.

Il problema è stato analizzato dal punto di vista teorico nel recente articolo [69]

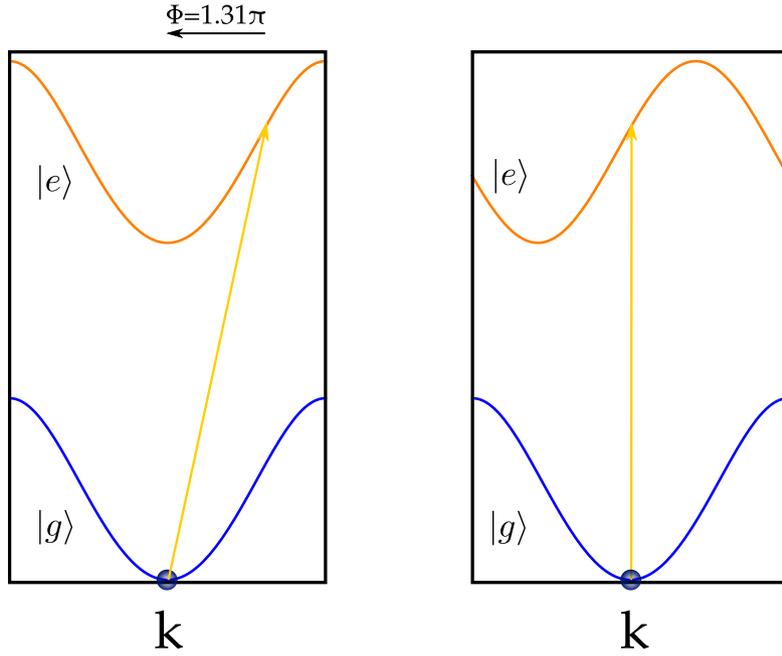


Figura 4.1.3: Rappresentazione della transizione di clock in regime di reticolo poco profondo. La transizione causa una variazione del momento finale che può essere interpretata come una variazione “verticale” nello spazio dei momenti se si esegue una traslazione della banda reticolare corrispondente allo stato eccitato.

nel quale si considera una configurazione sperimentale di orologio ottico con atomi confinati in reticoli ottici. In questo tipo di sistemi il confinamento nei reticoli ottici alla lunghezza d’onda magica avviene soltanto in una dimensione (quella lungo la quale è allineato il laser di orologio) mentre nelle direzioni trasverse il confinamento è dato praticamente soltanto dalla variazione spaziale del profilo di intensità del fascio utilizzato.

In queste ipotesi di lavoro, lungo la direzione confinata per mezzo del reticolo, gli atomi occuperanno principalmente la banda fondamentale mentre nella direzione trasversa essi occuperanno, per la loro energia termica, tutti i possibili modi permessi.

In queste condizioni sperimentali è possibile esprimere l’hamiltoniana del sistema nella forma

$$\begin{aligned}
 \hat{H} &= \sum_{\vec{n}} \hat{H}_{\vec{n}} = \\
 &= \sum_{\vec{n}, q, m_s} E_{\vec{n}, q, m_s} \hat{n}_{\vec{n}, q, m_s} - \sum_{\vec{n}, q} \left[\frac{\Omega_{\vec{n}}}{2} \hat{a}_{m_s=+1/2, \vec{n}, q+\phi}^\dagger \hat{a}_{m_s=-1/2, \vec{n}, q} + h.c. \right]. \quad (4.1.5)
 \end{aligned}$$

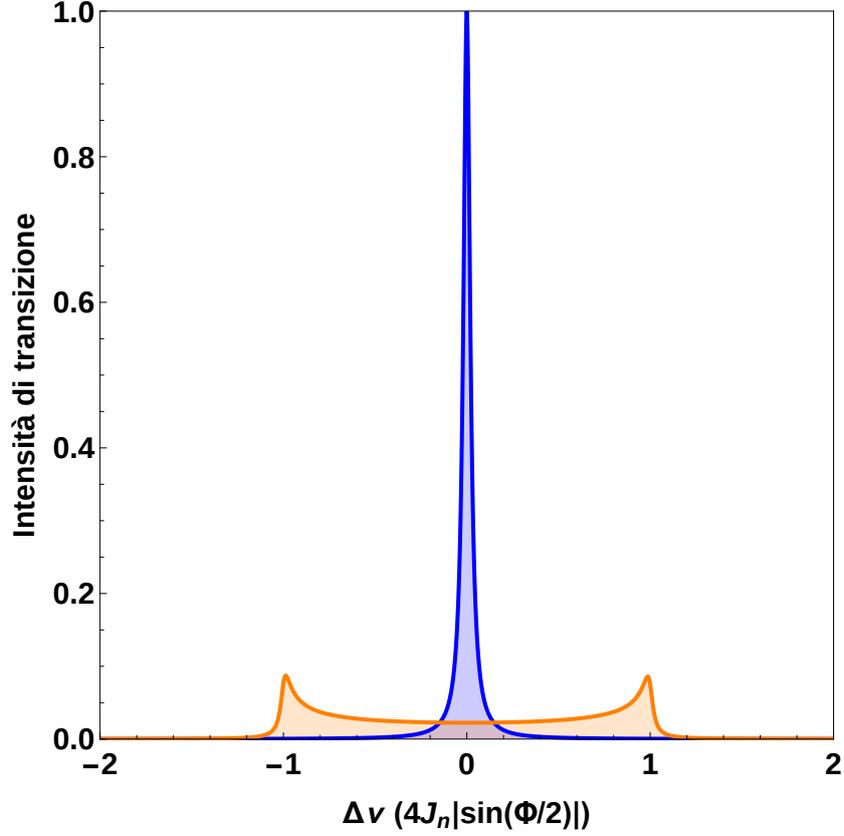


Figura 4.1.4: Si rappresentano i profili di riga previsti nel regime di Lamb-Dicke (blu) ed a reticolo basso (arancio). Le intensità sono normalizzate rispetto al massimo della funzione lorentziana e si è considerato di avere il medesimo allargamento di riga in entrambi i casi considerati.

dove $q = k \frac{\lambda_R}{2}$ è il prodotto adimensionale di quasimomento e passo reticolare, m_s è la proiezione di spin sintetico e \vec{n} è l'indice di modo trasverso bidimensionale. L'operatore hamiltoniano appena riportato può essere diagonalizzato andando ad effettuare una trasformazione di gauge sugli operatori di creazione e annichilazione all'interno del singolo sito reticolare. In particolare, effettuando la trasformazione $\hat{a}_{m_s=+1/2, q+\Phi, \vec{n}} \rightarrow \hat{a}_{m_s=+1/2, q, \vec{n}}$, l'hamiltoniana diviene diagonale ma la banda eccitata risulta spostata di Φ come mostrato in figura 4.1.3.

\hat{H} può quindi essere rappresentata per mezzo della hamiltoniana [69]

$$\hat{H}_{s.o.} = - \sum_{\vec{n}, q} \vec{B}_{\vec{n}, q} \cdot \hat{\vec{S}}_{\vec{n}, q} \quad (4.1.6)$$

dove il campo magnetico sintetico è definito per mezzo della relazione

$\vec{B}_{\vec{n},q} = (\Omega_{\vec{n}}, 0, \Delta E_{\vec{n}}(q, \Phi) + \delta)$, $\Delta E_{\vec{n}}(q, \Phi) \equiv 2J_{\vec{n}}(\cos(q) - \cos(q + \Phi))$ e $\hat{S}_{\vec{n},q}$ è l'operatore vettoriale correlato allo spin sintetico $\mathfrak{s} = \frac{1}{2}$ ed è stato introdotto il detuning δ della radiazione di orologio dalla frequenza di transizione.

Qualora la frequenza di *tunneling* J_0 nel modo fondamentale delle dimensioni trasverse sia molto maggiore della frequenza di Rabi che utilizziamo per eccitare la transizione esiste un intervallo in δ di ampiezza

$$8J_{\vec{n}} |\sin(\Phi/2)| \quad (4.1.7)$$

per cui le bande corrispondenti agli stati interni $|g\rangle$, $|e\rangle$, in approssimazione di onda rotante, hanno due punti di degenerazione.

Questa peculiare caratteristica può essere osservata per mezzo del metodo spettroscopico. Dalla distanza fra i picchi ottenuti è poi possibile dare una stima della fase Φ .

4.1.3 Realizzazione della spettroscopia atomica a bassa profondità di reticolo

Consideriamo il sistema a due livelli $|g\rangle$, $|e\rangle$ e consideriamo di avere radiazione monocromatica avente intensità $I(z)$ lentamente variabile nello spazio o costante² ed andiamo ad analizzare la dinamica del sistema considerando il formalismo della matrice densità. Le equazioni di moto che descrivono l'evoluzione del sistema in presenza di un campo elettrico classico saranno descritte dall'equazione di Schrödinger-von Neumann:

$$\partial_0 \rho = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] \quad (4.1.8)$$

per la quale è possibile giungere, in approssimazione di onda rotante, alle equazioni di Arecchi-Bonifacio [70]. Definite le componenti cartesiane del vettore $\langle \vec{\sigma} \rangle$ per mezzo delle relazioni

$$\begin{aligned} \langle \sigma_x \rangle &= \rho_{eg} + \rho_{ge} \\ \langle \sigma_y \rangle &= i(\rho_{eg} - \rho_{ge}) \\ \langle \sigma_z \rangle &= \rho_{ee} - \rho_{gg} \end{aligned} \quad (4.1.9)$$

è possibile ottenere l'equazione di moto

$$\partial_0 \langle \sigma_k \rangle = \epsilon_{ijk} \mathfrak{D}_i \langle \sigma_j \rangle \quad (4.1.10)$$

²Per quel che riguarda il nostro set-up sperimentale la radiazione inviata sugli atomi ha uno waist w_0 dell'ordine di 2 mm il che comporta una distanza di Rayleigh z_0 di 21 m. All'interno della cella di vetro l'intensità potrà quindi essere considerata costante in ottima approssimazione.

in cui è stato introdotto il vettore $\vec{\mathcal{D}} = (\Omega, 0, -(\omega - \omega_{ge}))$ che permette di interpretare il processo di evoluzione temporale del vettore rappresentativo del sistema $\langle \vec{\sigma} \rangle$ come un moto di precessione [71] attorno al vettore $\vec{\mathcal{D}}$. Considerando anche il contributo dato dai termini di decoerenza³ omogenea è possibile ottenere, per quanto riguarda gli stati stazionari

$$\begin{aligned}\rho_{ee} &= \frac{1}{2} \frac{s}{1+s} \\ \rho_{eg} &= -\frac{i\Omega}{\Gamma} \frac{1 + \frac{2i(\omega-\omega_{ge})}{\Gamma}}{1 + \left(\frac{2(\omega-\omega_{ge})}{\Gamma}\right)^2 + 2\frac{\Omega^2}{\Gamma^2}} \\ \rho_{gg} &= 1 - \rho_{ee}\end{aligned}\tag{4.1.11}$$

in cui è stato introdotto il parametro di saturazione s definito per mezzo della relazione

$$s = \frac{\frac{2\Omega^2}{\Gamma^2}}{1 + \left(\frac{2(\omega-\omega_{ge})}{\Gamma}\right)^2}.\tag{4.1.12}$$

Dalle equazioni per le popolazioni, che originariamente vennero utilizzate per dedurre il processo di emissione stimolata, è possibile ottenere

$$-\frac{1}{1+s} = 2\rho_{ee} - 1 = \rho_{ee} - \rho_{gg} = \frac{N_e - N_g}{N} = -\frac{1}{1 + \frac{I}{I_{sat}}}$$

da cui risulta immediatamente⁴

$$\frac{2\Omega^2}{\Gamma^2} = \frac{I}{I_{sat}}\tag{4.1.13}$$

e, di conseguenza, $I_{sat} = \frac{c\hbar^2\epsilon_0\Gamma^2}{4|\langle g|\hat{\epsilon}\cdot\vec{d}|e\rangle|^2}$.

Considerando il solo caso di luce linearmente polarizzata⁵ per cui $\hat{\epsilon} = \hat{z}$, si può infine ottenere

$$I_{sat} = \frac{\hbar\omega_0^3\Gamma}{4\pi c^2}.\tag{4.1.14}$$

³Nel caso in analisi potrebbero essere trascurati i termini di decoerenza che descrivono i possibili processi di decadimento spontaneo perché la vita media del livello eccitato considerato $|e\rangle$ (23 s), confrontata con i tempi caratteristici dell'esperimento (ms), è praticamente infinitamente grande. Il tempo di coerenza finito dell'interazione nel nostro caso è da attribuirsi alla larghezza di riga finita del laser (corrispondente a circa 50 Hz) che possiamo considerare introducendo un allargamento Γ effettivo.

⁴È possibile ripetere il medesimo ragionamento omettendo la condizione di risonanza. In questo caso si ottiene $s = \frac{I}{I_{sat}} \frac{1}{1 + \frac{(\omega - \omega_{ge})^2}{\Gamma^2}}$.

⁵Per ottenere la relazione 4.1.14 si è sfruttata la relazione $\Gamma = \frac{\omega_0^3}{\pi\epsilon_0\hbar c^3} \left| \langle g|\hat{\epsilon}\cdot\vec{d}|e\rangle \right|^2$.

Nel limite di bassa intensità luminosa, l'equazione 4.1.11 che descrive la popolazione dello stato eccitato ρ_{ee} , può essere approssimata per mezzo di una lorentziana avente larghezza a metà altezza data, invece che dalla larghezza naturale Γ , da

$$\Gamma' = \Gamma \sqrt{1 + \frac{I}{I_{sat}}}. \quad (4.1.15)$$

Il fenomeno appena presentato porta il nome di allargamento di riga per saturazione e dipende principalmente dalla potenza utilizzata per interrogare gli atomi. Per determinare sperimentalmente lo spettro teorizzato in [69] la potenza deve essere impostata in modo da poter rendere visibile la struttura altrimenti nascosta dall'allargamento per saturazione come è possibile vedere in figura 4.1.5. La costante di decadimento naturale di riga della transizione $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_0\rangle$ viene stimata teoricamente essere dell'ordine di 23 s da cui deriva una intensità di saturazione $I_{sat} \simeq 1.40 \times 10^{-8} \text{ mW/cm}^2$.

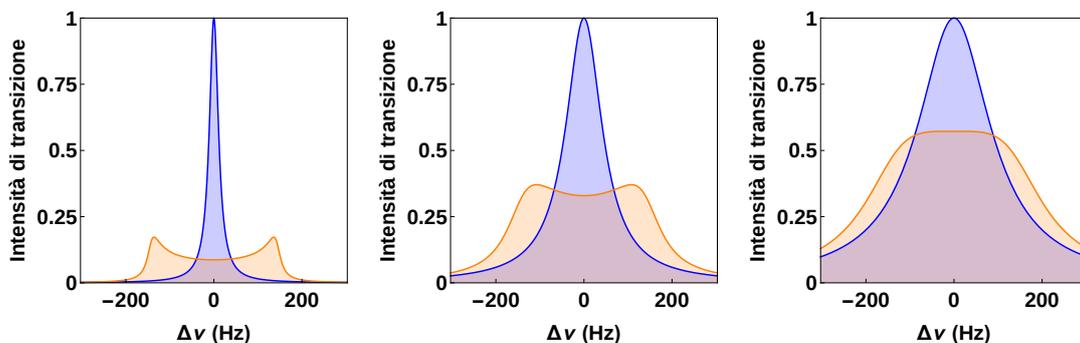


Figura 4.1.5: In questa immagine vengono riportati gli spettri teorici nel regime di Lamb-Dicke (blu) ed a una profondità di reticolo pari a $s = 6$ (arancio). Le immagini riportano, da sinistra verso destra, gli spettri corrispondenti a crescenti intensità di radiazione, in particolare si hanno le intensità di radiazione di $I = 50, 750, 3000 \text{ nW/mm}^2$.

Nelle successive sezioni saranno descritti i metodi sperimentali adottati per realizzare l'osservazione del segnale previsto in [69].

4.1.4 Prime evidenze del segnale

Per le misure finali di questo lavoro di tesi, riportate in sezione 4.1.5, il laser di orologio è stato stabilizzato in frequenza utilizzando un riferimento ottico ultrastabile prodotto all'INRiM di Torino e disseminato verso i laboratori di Firenze attraverso un link in fibra ottica lungo 640 km. Questa tecnologia ha portato alla possibilità di raggiungere standard di precisione e stabilità altrimenti irraggiungibili per

mezzo di segnali GPS. È quindi preferibile, quando possibile, utilizzare questa tecnologia per correggere la frequenza del nostro laser di orologio. Purtroppo, come è possibile immaginare, la generazione, l'amplificazione e la rigenerazione in loco del segnale inviato dall'INRiM di Torino prevede una moltitudine di accortezze sperimentali e riguarda il lavoro di molti laboratori. Per questo motivo, il collegamento deve essere richiesto con largo anticipo e comunque, dato che il segnale in fibra raggiunge anche altri laboratori italiani, non può essere disponibile o garantito per lunghi periodi di tempo.

In assenza di quest'ultimo, la stabilità in frequenza del laser di orologio a 578 nm viene limitata principalmente dall'invecchiamento del materiale costituente la cavità di vetro ULE che, come abbiamo accennato, è di circa 5 kHz al giorno.

Le prime misure di spettroscopia che sono state eseguite durante il corso di questo lavoro di tesi sono state svolte in assenza di collegamento in fibra con Torino.

Il segnale è stato osservato utilizzando il laser di orologio lungo la direzione del reticolo 2 raffigurata in figura 3.4.4. La radiazione viene inviata sulla cella di vetro per un tempo di 800 ms e l'intensità di radiazione in uscita dalla fibra è dell'ordine⁶ di 10 nW/mm².

Differentemente da quanto modellizzato in 4.1.2 e da quanto avviene negli esperimenti in cui si realizzano orologi atomici, nel nostro sistema sperimentale non è presente un solo reticolo ottico molto profondo ma sono presenti reticoli ottici nelle tre direzioni spaziali. Per effettuare questa misura abbiamo mantenuto la profondità del reticolo lungo l'asse verticale pari a $s = 30$ in modo da non far cadere gli atomi ed abbiamo rimosso il reticolo ottico lungo la direzione trasversa alla direzione di interrogazione. La profondità di reticolo lungo la direzione di interrogazione viene invece tenuta in modo da avere una energia⁷ di *tunneling* J_0 di 101 Hz.

Una differenza di cui tenere conto è la temperatura che, differentemente da quanto accade nel *setup* utilizzato negli orologi atomici, nel nostro caso è poco superiore a $0.2 T_F$.

Nelle condizioni sperimentali da noi raggiunte è possibile trascurare la presenza di ulteriori termini di interazione per i quali non è possibile considerare il potenziale realizzato dai reticoli come separabile. Vista la temperatura della nuvola atomica possiamo coerentemente andare a considerare il problema agli autovalori 2.1.6.

In assenza del collegamento che permette la correzione ogni 30 s della frequenza del laser, il cui metodo di funzionamento è stato descritto brevemente in 3.4.1, la risonanza si sposta nel tempo seguendo la frequenza del modo della cavità di

⁶Attualmente in laboratorio l'intensità della radiazione viene impostata, per evitare fonti di rumore in ampiezza sul laser, variando la potenza della radiofrequenza che viene inviata all'AOM che permette di effettuare gli impulsi di luce.

⁷Il valore riportato corrisponde ad una profondità di reticolo s pari a 6.

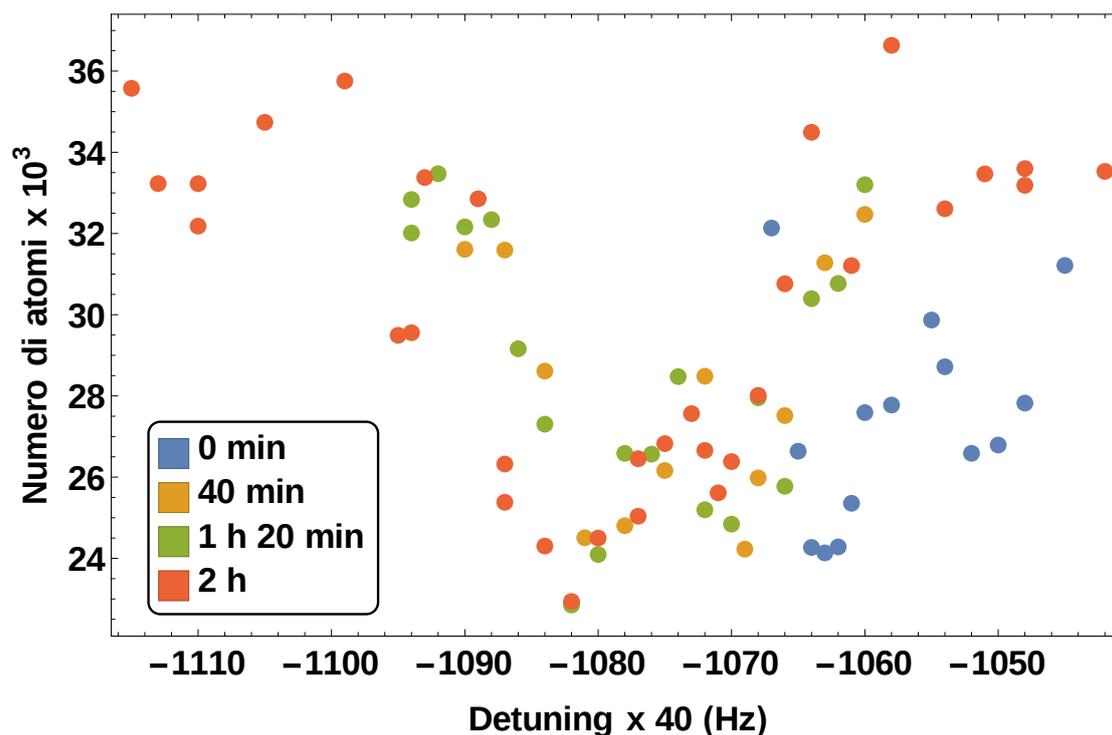


Figura 4.1.6: Si riportano i dati sperimentali raccolti in assenza del collegamento con Torino. L'assenza della stabilizzazione comporta lo spostamento dei picchi di risonanza nel tempo. In legenda si riporta la differenza di tempo fra l'inizio dell'acquisizione della spettroscopia rispetto all'inizio della prima spettroscopia effettuata. Il detuning è riferito ad una lunghezza d'onda arbitraria.

vetro ULE, come è possibile osservare in 4.1.6. Per questo motivo le acquisizioni sono state traslate in modo da posizionare il centro del segnale di spettroscopia in corrispondenza della frequenza nulla per ciascuna acquisizione, come mostrato nell'immagine 4.1.7. Per effettuare questa procedura sono stati effettuati dei fit utilizzando come funzione la somma di due gaussiane⁸.

Dalle acquisizioni riportate si nota la presenza di un segnale caratterizzato da due picchi di risonanza, come previsto teoricamente. La distanza fra i picchi è stata calcolata per ciascuna acquisizione e, dopodiché, è stata eseguita media e

⁸La funzione ottimale da confrontare con i dati sperimentali è una curva più complessa che dipende dalla densità composita degli stati ma, dato che questo tipo di esperimento costituisce una prima evidenza in condizioni non ottimali di misura, quest'ultima è stata trascurata in favore di una funzione che permettesse ugualmente di stimare correttamente la distanza dei picchi.

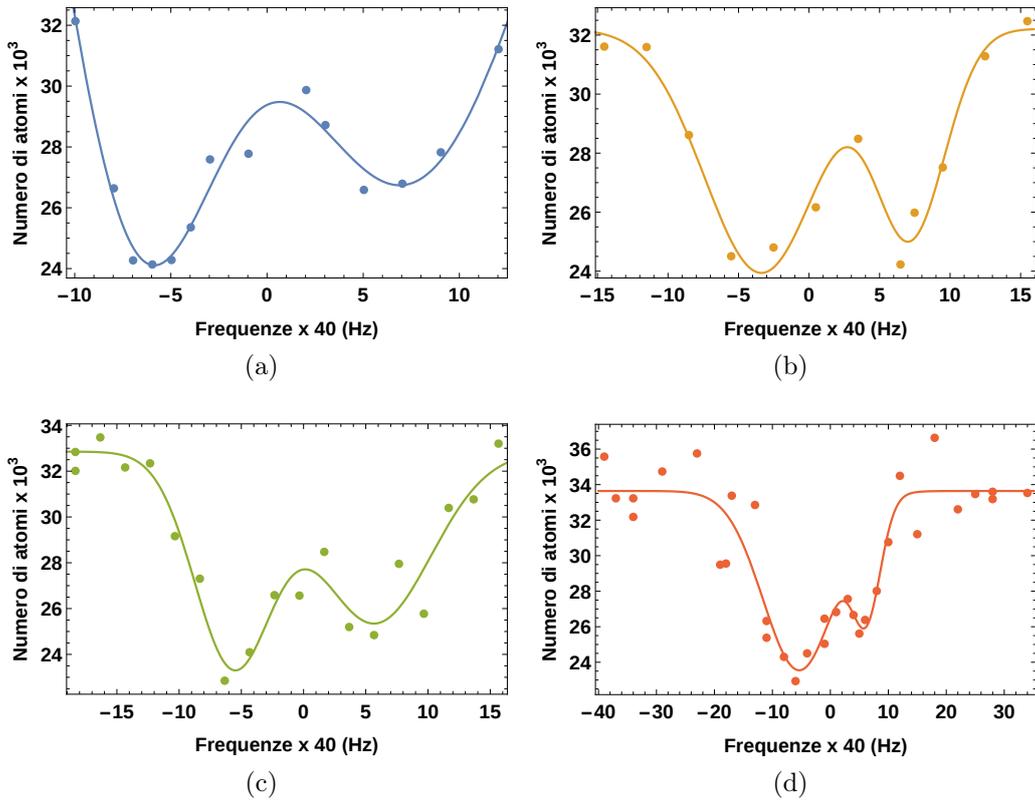


Figura 4.1.7: Analisi degli spettri di risonanza acquisiti.

scarto massimo in modo da ottenere

$$\Delta\nu = (12 \pm 2) \times 40 \text{ Hz} = (480 \pm 80) \text{ Hz}.$$

Il dato teorico con il quale deve essere confrontata questa prima evidenza sperimentale, considerando flusso $\Phi = 1.31\pi$, è dato da

$$8J_0 \left| \sin \left(\frac{\Phi}{2} \right) \right|^2 = 714 \text{ Hz}.$$

Il fattore moltiplicativo $\times 40$ viene introdotto dal PLL utilizzato sperimentalmente per variare finemente la frequenza della radiazione che viene inviata per mezzo dell'AOM raffigurato in 3.4.1 sulla cella di vetro.

Anche se il valore ottenuto per l'intervallo fra i due picchi non è consistente con la previsione teorica, questo tipo di risultato mostra la possibilità di ottenere il segnale previsto dalla teoria e caratterizzato dalla presenza di due picchi. La discrepanza dei valori può inoltre essere imputata principalmente allo spostamento

in frequenza del laser di orologio sul breve periodo⁹.

Vedremo nella successiva sezione 4.1.5 che, in assenza del drift del laser di orologio, si riescono ad ottenere spettri caratterizzati da una distanza fra i picchi consistente con il risultato teorico.

Durante la realizzazione sperimentale delle misure finali di questo lavoro di tesi, anche a dimostrare l'importanza e l'attualità dell'ambito di queste misurazioni, ci si è resi conto che un importante gruppo di ricerca, in particolare il gruppo diretto da Jun Ye presso l'Università del Colorado, Boulder, ha effettuato simili misure [72] utilizzando atomi di ^{87}Sr in un sistema di orologio ottico.

4.1.5 Misure con link

Il segnale proveniente da Torino, attraversando la fibra, viene attenuato di 171 dB e per questo motivo lungo il percorso sono stati inseriti nove stadi di amplificazione. Ciascuno di essi, per mezzo di fibre bidirezionali dopate all'erbio, consente un guadagno ideale di 20 dB. Il guadagno complessivo reale che viene ottenuto per mezzo della catena di amplificazione in fibra risulta essere di 156 dB.

Il segnale che giunge a Firenze risulta stabilizzato ed accurato ma ha una potenza di soli 100 nW e quindi non permetterebbe di essere utilizzato nei diversi esperimenti che vengono svolti sia al LENS, che nei laboratori dell'Università degli studi di Firenze. Per questo motivo il segnale a 1542.14 nm viene rigenerato per mezzo di un laser costruito da Redfern Integrated Optics (RIO) che emette 1 mW alla medesima lunghezza d'onda. L'emettitore RIO viene riferito al segnale proveniente da Torino e, anche se aggiunge un offset di -100 MHz, permette di raggiungere una instabilità a breve termine di $1 \cdot 10^{-14}$ riferita ad 1 s in 1 Hz di larghezza di banda [73].

All'interno dei locali del Dipartimento di Fisica dell'Università degli studi di Firenze è quindi necessario che, all'interno di un apposito laboratorio¹⁰ si controlli il sistema di aggancio dello stadio di rigenerazione con lo scopo di mantenere la stabilità richiesta per effettuare le misure.

Stabilizzando il laser di orologio per mezzo del collegamento con il maser all'idrogeno è stata eseguita nuovamente la misura del segnale previsto teoricamente ed illustrato in 4.1.4 utilizzando stavolta 500 nW di radiazione gialla in uscita dalla fibra, ottenendo lo spettro riportato in figura 4.1.8.

In questo caso, utilizzando il riferimento stabilizzato, sono stati raccolti diversi segnali di spettroscopia e dopodiché è stato effettuato un fit avente come parametri

⁹L'acquisizione di ciascun punto richiede un ciclo sperimentale di circa 34 s per cui, per ottenere uno spettro completo si necessita di circa 15 minuti.

¹⁰Attualmente lo stadio di rigenerazione si trova all'interno della stanza 87 del dipartimento di Fisica.

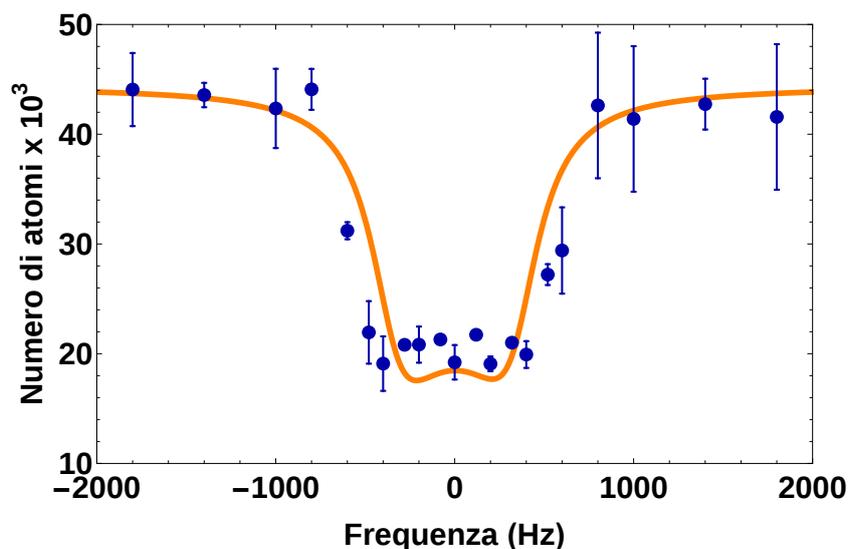


Figura 4.1.8: In questa figura si riporta lo spettro ottenuto in presenza del collegamento con Torino considerando $s = 6$. Le barre di errore sono state ottenute ripetendo l'acquisizione dello spettro molteplici volte e poi effettuando media e deviazione standard su ciascun punto acquisito. In arancio viene riportata la curva teorica; ampiezza e livello di offset sono stati ottenuti mediante un fit.

liberi soltanto l'ampiezza totale della curva e l'offset utilizzando, come funzione di fit, la funzione di densità degli stati sui valori medi dei dati.

Funzione di fit

La funzione di fit utilizzata per confrontare i dati sperimentali con la teoria sviluppata in [69] è stata ottenuta andando a considerare che ciascuno stato della banda fondamentale possa effettuare una transizione verticale come viene mostrato nella figura 4.1.3.

Considerando che la forma di riga associata ad una transizione è una lorentziana avente come larghezza a metà altezza la larghezza di spettroscopia permessa dal setup sperimentale¹¹, la funzione di fit viene ottenuta sommando distribuzioni lorentziane¹² centrate in ogni possibile quasimomento della banda dello stato fondamentale.

La funzione che ne deriva risulta caratterizzata da caratteristici picchi di transizione che si originano dal fatto che, in determinati punti della banda reticolare,

¹¹Come accennato in precedenza, la larghezza reale è limitata, nel nostro caso, dalla coerenza finita dell'emissione del laser di orologio che corrisponde a circa 50 Hz.

¹²Nell'analisi effettuata per valutare i dati sperimentali si è discretizzata la banda energetica del reticolo ottico utilizzando 200 punti.

l'energia è costante rispetto al quasimomento k o, in altri termini, la densità degli stati ammette delle singolarità. Queste ultime sono note nella fisica dello stato solido con il nome di singolarità di van Hove [26].

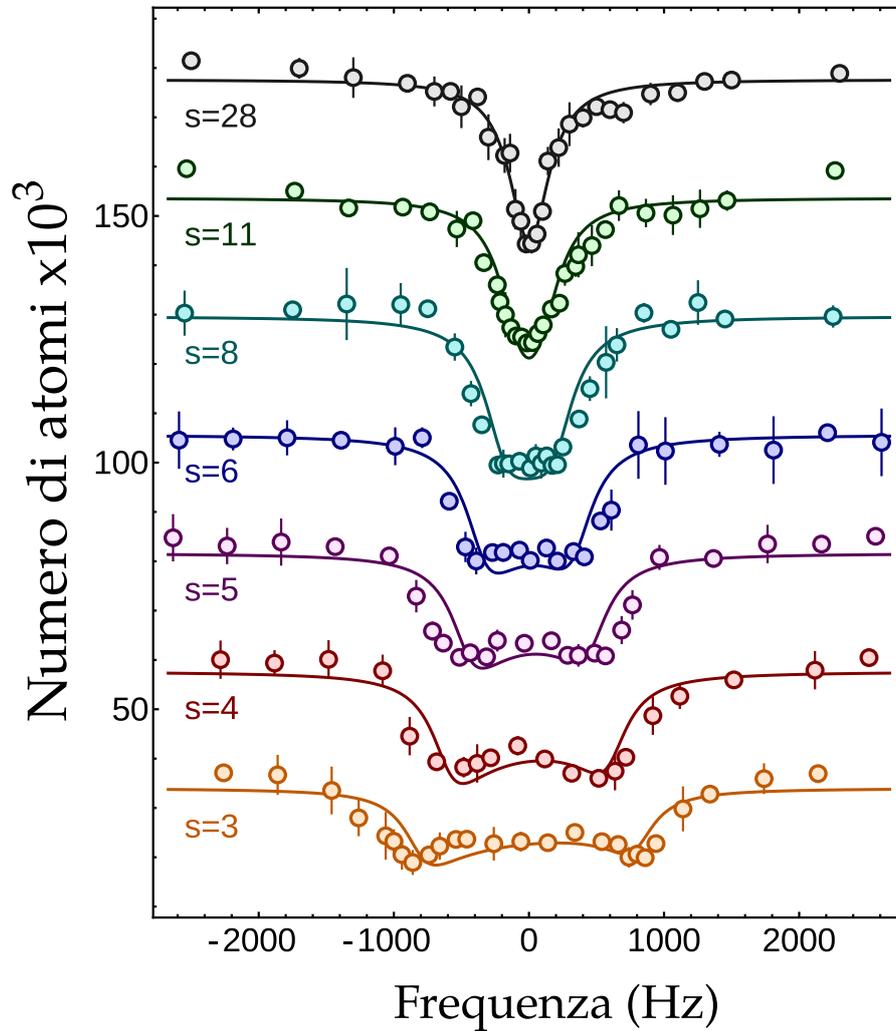


Figura 4.1.9: Si riportano i diversi spettri di risonanza acquisiti a diverse profondità di reticolo e le corrispondenti curve ottenute dalle simulazioni teoriche. L'asse verticale non è rappresentativo del numero di atomi dato che gli spettri, escluso quello ottenuto per $s = 3$, sono stati traslati tutti di un apposito offset in modo da facilitare la visualizzazione del passaggio dal regime di basso reticolo e regime Lamb-Dicke.

Risultati sperimentali

Con il setup descritto in questo lavoro di tesi è stato possibile dimostrare, per la prima volta, la previsione teorica effettuata da Ana Maria Rey [69]. Inoltre, da quanto ottenuto sperimentalmente, si è riusciti ad ottenere una evidenza chiara della presenza di un accoppiamento di spin-orbita per mezzo dell'utilizzo di una transizione di orologio a singolo fotone.

La misura, utilizzando il collegamento con l'INRiM, ha permesso di ottenere una larghezza dello spettro consistente con la previsione teorica effettuata per mezzo della relazione 4.1.7.

I risultati di questo lavoro sono stati pubblicati, assieme ai risultati della sezione 4.2 che presenteremo in seguito, nell'articolo [74] che è stato infine sottomesso a Physical Review Letters.

La misura è poi stata ripetuta per diverse profondità reticolari e questo ha permesso di confermare, per diverse profondità reticolari, l'andamento teorico ipotizzato in [69].

Come si può osservare in figura 4.1.9, abbassando la profondità reticolare si mostra il passaggio dalla condizione di Lamb-Dicke alla condizione in cui l'interazione di spin-orbita di singolo fotone diviene preponderante.

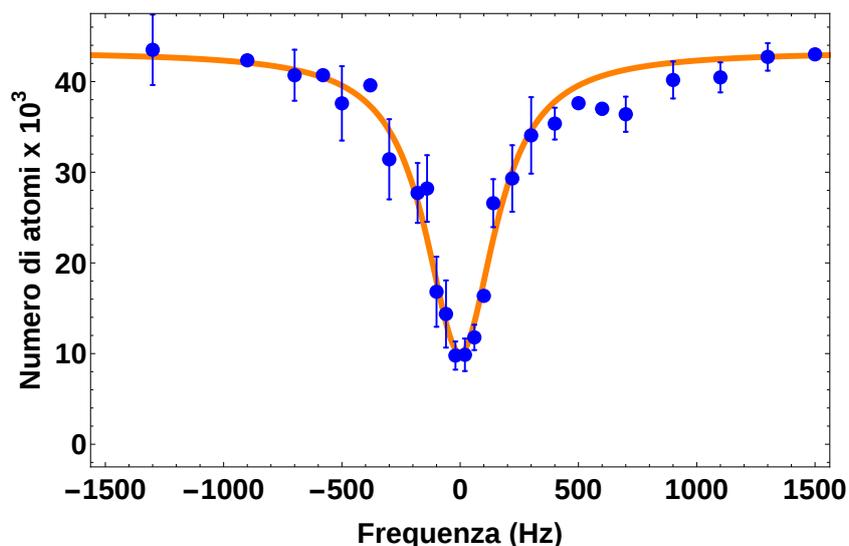


Figura 4.1.10: Spettroscopia effettuata con profondità di reticolo pari a $s = 28$. Il valore estratto dal fit lorentziano sul segnale di spettroscopia corrisponde a (179 ± 16) Hz.

Per $s = 28$ siamo pienamente in regime di Lamb-Dicke e quindi la larghezza di riga è limitata dall'allargamento dovuto alla larghezza finita della riga emessa dal laser di orologio e dall'allargamento di saturazione descritto dall'equazione

4.1.15. Per questo valore di profondità reticolare è stato eseguito un fit lorentziano dal quale è stato possibile estrapolare il valore di larghezza a metà altezza e conseguentemente quello dell'intensità utilizzata.

Questo valore è stato utilizzato nel considerare la larghezza reale della transizione per tutte le altre profondità analizzate.

La distanza fra i picchi non è stata inserita come parametro libero del fit ma è stato scelto di riportare i dati direttamente raffrontandoli con il valore teorico.

4.2 Osservazione sperimentale di correnti chirali

Le ultime misure che verranno presentate in questo lavoro di tesi riguardano l'utilizzo della radiazione di orologio per andare a realizzare, per la prima volta, una dimensione sintetica con l'utilizzo di una transizione interna a singolo fotone per la quale la fase associata al campo magnetico sintetico è macroscopicamente modificabile.

Il sistema sperimentale realizzato consta in un reticolo reale nel quale il processo di *tunneling* non viene soppresso dalla elevata profondità di reticolo nella direzione \hat{x} ed un reticolo di soli due siti nella dimensione sintetica. La presenza di soli due siti nella dimensione sintetica non permette di simulare stati di “*bulk*”, per i quali sono necessari almeno tre siti, comunque ci si aspetta di poter osservare correnti chirali, come già riportato in [9].

Nella sezione 2.3.3 abbiamo dimostrato che, considerando particelle libere, è possibile descrivere la transizione fra i due stati interni per mezzo dell'hamiltoniana 2.3.9 che descrive l'accoppiamento fra gli stati interni per mezzo di un termine di spin-orbita per il quale l'impulso dell'atomo considerato è legato al suo spin sintetico.

Nel sistema reale, gli atomi non sono particelle libere ma sono confinate all'interno di 3 reticoli ottici. Il sistema non può essere descritto dalla trattazione svolta in precedenza ma deve essere trattato utilizzando come ipotesi di modello la legge di dispersione che è possibile ottenere risolvendo il problema presentato nella sezione 2.1.1 che risulta essere un problema agli autovalori separabile. Tuttavia, dato che nelle dimensioni \hat{y} e \hat{z} la profondità di reticolo non è tale da permettere il *tunneling*¹³, è possibile semplificare il problema andando a considerare il solo reticolo nella direzione \hat{x} e l'accoppiamento fra gli stati interni $|g\rangle$ e $|e\rangle$ che, come mostrato in 4.1.2, possono essere interpretati mediante l'introduzione di uno spin sintetico. Seguendo quanto fatto in 2.3.3 e considerando anche la relazione di dispersione del reticolo (nella banda fondamentale) è possibile ottenere l'hamiltoniana

$$\hat{H} = \hbar \begin{pmatrix} -2J \cos(k x) & \frac{1}{2}\Omega_0 \\ \frac{1}{2}\Omega_0^* & -2J \cos(k x + \Phi) \end{pmatrix} \quad (4.2.1)$$

dove J è l'energia associata al *tunneling* fra siti vicini nella dimensione reale, k è il quasimomento, Ω_0 è stata introdotta in 2.3.5 e

$$\Phi = 2\pi \frac{k_Y}{2k_R} \cos(\theta)$$

è la fase associata al flusso di campo magnetico artificiale e dove θ è l'angolo rispetto alla direzione del reticolo 2, come illustrato in figura 3.4.2. La diagonalizzazione

¹³L'energia di *tunneling* J per $s = 30$ corrisponde a circa $2\pi \times 1$ Hz.

di questa hamiltoniana in assenza di accoppiamento porta a due bande reticolari i cui minimi risultano spostati esattamente di Φ . I due spettri energetici vengono mostrati con delle linee tratteggiate in figura 4.2.1(c) e, come si può notare, si hanno dei punti in cui le due bande energetiche risultano degeneri in energia.

In presenza di accoppiamento luminoso, la forma delle bande varia leggermente, come è possibile osservare in figura 4.2.1(c), e si formano *energy band gap* laddove si aveva una degenerazione. In figura 4.2.1(c), il colore delle linee intere rappresenta la popolazione di ciascun livello elettronico al variare di k ; per quanto detto è possibile notare che in presenza di accoppiamento si ha la formazione di stati vestiti. Gli stati nei pressi dei punti in cui si ha la formazione di gap energetici mostrano maggiormente il *mixing* principalmente dovuto all'interazione con la radiazione.

Le bande così generate sono le così dette bande *vestite* che sperimentalmente andiamo a popolare per mezzo del processo di caricamento adiabatico che andremo poi a descrivere nella sezione 4.2.1.

La banda vestita ad energia inferiore, mostrata in figura 4.2.1(c), considerando la sola popolazione di atomi nello stato $|g\rangle$ (in blu) mostra una forte asimmetria rispetto a $k = 0$ e questo fatto comporta la presenza di una asimmetria nella distribuzione di momento causata dalla presenza dell'interazione spin-orbita indotta dall'accoppiamento con la radiazione di orologio.

L'asimmetria nella distribuzione di momento può essere interpretata, ricorrendo all'approccio della dimensione sintetica e per quanto detto in 2.3.3, come una corrente chirale degli stati di bordo del cristallo 2D che sperimentalmente andiamo a simulare: in altre parole, gli atomi nello stato $|g\rangle$, corrispondenti al bordo inferiore del sistema rappresentato in figura 4.2.1(d), avranno una distribuzione di impulso sbilanciata verso k negativi (a cui corrisponderà una corrente diretta verso sinistra, con riferimento a figura 4.2.1(d)). Viceversa, gli atomi nello stato eccitato $|e\rangle$ avranno una distribuzione di impulso sbilanciata verso k positivi (e questo corrisponderà, nella visione della dimensione sintetica, alla simulazione di una corrente verso destra, con riferimento alla figura 4.2.1(d)).

4.2.1 Misure di calibrazione e preparazione dello stato iniziale

Per quanto detto, per misurare le correnti chirali che caratterizzano gli stati di bordo in presenza di campi magnetici efficaci molto intensi (10^4 T) viene creato sperimentalmente uno stato di equilibrio dell'hamiltoniana descritta in 2.3.9. Per fare questo dobbiamo innanzitutto verificare la posizione della risonanza della transizione andando ad effettuare una scansione in frequenza in regime di Lamb-

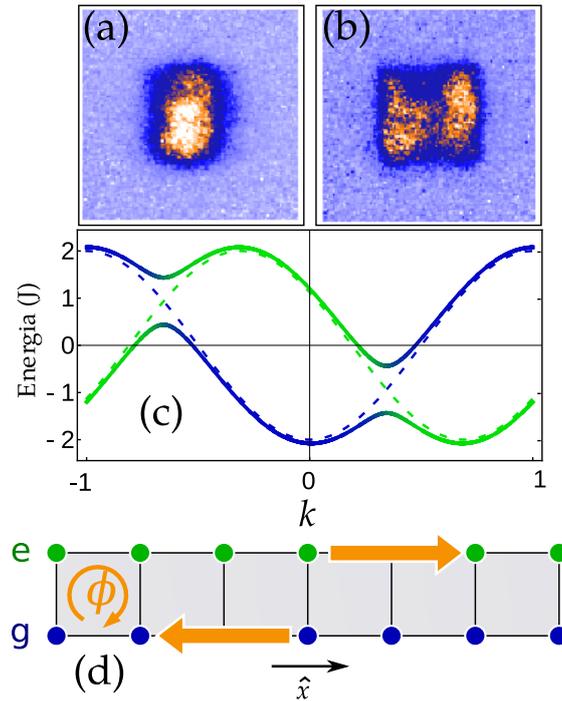


Figura 4.2.1: Nell'immagine (c) vengono mostrate le due bande vestite (linee solide) ottenute andando a diagonalizzare l'hamiltoniana 4.2.1 in approssimazione di onda rotante. Le linee tratteggiate mostrano la struttura energetica legata al potenziale periodico in approssimazione di onda rotante in assenza di accoppiamento luminoso fra i livelli. Per mezzo di una scala di colore si esprime la percentuale di popolazione di ciascuno stato interno (blu \rightarrow $|g\rangle$, verde \rightarrow $|e\rangle$). L'attuale sistema di *imaging* permette la determinazione soltanto della componente g e per questo è possibile osservare le differenti forme delle distribuzioni di momento corrispondenti alla banda inferiore (mostrata in (a)) ed a quella superiore (mostrata in (b)). In (d) viene mostrato in modo schematico il comportamento delle correnti di bordo nel sistema sperimentalmente realizzato.

Dicke¹⁴; un esempio di spettroscopia in questo regime viene mostrato in figura 4.1.10.

La frequenza di Rabi viene determinata sperimentalmente andando ad interrogare gli atomi con radiazione alla frequenza di risonanza per tempi crescenti. Le oscillazioni che se ne originano permettono di determinare, per mezzo di un fit, la frequenza di Rabi e la scala di tempo tipica di decoerenza del sistema. Come si

¹⁴I reticoli ottici nelle tre dimensioni vengono posti ad una profondità corrispondente a $s = 30$. L'intensità irradiata sulla cella di vetro per determinare la frequenza di transizione è di circa $5 \mu\text{W}/\text{mm}^2$

può osservare in figura 4.2.2, l'ordine di grandezza sul quale si può osservare un decadimento dell'oscillazione è proporzionale al tempo di coerenza della radiazione laser (dell'ordine di 30 ms) con la quale interroghiamo il campione atomico.

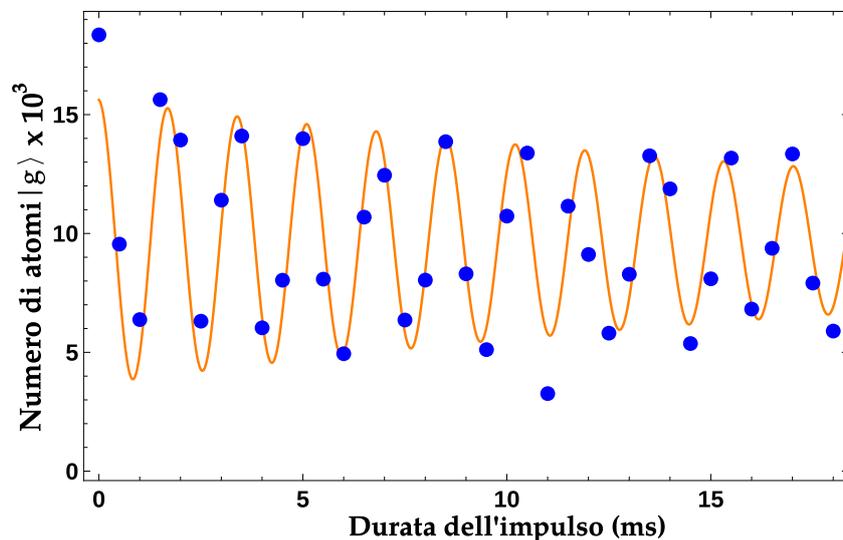


Figura 4.2.2: L'oscillazione di Rabi della popolazione nello stato fondamentale $|g\rangle$ riportata è caratterizzata da una frequenza $\nu = (587 \pm 3)$ Hz ed un decadimento con costante di tempo $\tau = (29 \pm 11)$ ms.

Verificato che la frequenza di Rabi sia pari a $2\pi \times 590$ Hz e tarati i reticoli per mezzo della modulazione di ampiezza¹⁵, andiamo ad eseguire la rampa in frequenza 4.2.2 per andare a popolare adiabaticamente uno stato di equilibrio del sistema descritto dall'hamiltoniana 2.3.9. La rampa in frequenza deve essere abbastanza rapida da non causare effetti di decoerenza ed abbastanza lenta da evitare di popolare gli stati “nudi” per mezzo del *tunneling* di Landau-Zener [75]. Partendo da una nuvola atomica completamente polarizzata in spin, per preparare lo stato vestito, si effettua la rampa in frequenza

$$\delta_f(t) = \delta_{in} \left(\frac{e^{-t/\tau} - e^{-T/\tau}}{1 - e^{-T_{adiab}/\tau}} \right) \quad (4.2.2)$$

dove T_{adiab} è il valore di durata del processo e solitamente è compreso fra 7 e 20 ms per i valori di intensità luminosa utilizzati mentre τ assume valori compresi fra 2 e 5 ms e δ_{in} è la differenza fra la frequenza di inizio rampa e frequenza di transizione. Per esempio, considerando $\Omega = 2\pi \times 590$ Hz è stato utilizzato $\tau = 2.5$

¹⁵I reticoli vengono tarati principalmente andando ad applicare una modulazione di ampiezza che permetta di determinare il gap delle bande energetiche dei reticoli ottici, come spiegato più nel dettaglio in [28].

ms, $T_{adiab} = 7$ ms e $\delta_{in} = 400$ Hz.

Per ottenere i valori, per ciascuna configurazione sperimentale, il processo di caricamento adiabatico dello stato di equilibrio del sistema viene simulato per mezzo dell'integrazione numerica delle equazioni di Arecchi-Bonifacio e da queste vengono ricavati i parametri ottimali di τ e T_{adiab} da utilizzare nella rampa sperimentale. Nel caso riportato in [28], in cui la dimensione sintetica veniva realizzata utilizzando gli stati di spin nucleare, la popolazione dei sottostati del livello fondamentale $|^1S_0\rangle$ viene determinata per mezzo del sistema di *imaging*. Questo permette di rilevare ciascuna proiezione m_F ed è quindi possibile determinare la popolazione di ciascuna componente e confrontarla con l'andamento previsto dalla teoria per la composizione dello stato vestito.

Questo metodo non può essere utilizzato quando andiamo ad eccitare la transizione $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_0\rangle$ perché l'attuale sistema di *imaging* non consente di rilevare la popolazione del livello eccitato quindi, per determinare la coerenza dello stato finale, è possibile effettuare una seconda rampa inversa in frequenza per andare ad osservare se il numero di atomi nello stato fondamentale $|^1S_0\rangle$ risulta consistente con il valore iniziale.

4.2.2 Rivelazione delle correnti chirali di bordo

L'osservabile che vogliamo determinare nelle condizioni sperimentali descritte è l'asimmetria della distribuzione di momento atomica che è direttamente collegata, nella visione della dimensione sintetica, alla corrente chirale

$$\mathfrak{J} = \int_{1^{st} BZ} h_g(k) dk$$

dove $h_g(k) = n(k) - n(-k)$ è una funzione che permette di valutare l'asimmetria intrinseca della distribuzione di momento nello spazio k valutata all'interno della prima zona di Brillouin (come è possibile vedere in figura 4.2.3).

Per osservare la distribuzione di momento $n(k)$ vengono spenti i reticoli ottici in modo adiabatico utilizzando rampe esponenziali che permettono di effettuare il così detto processo di "*band mapping*". Questo processo permette di determinare il quasimomento k andandolo a proiettare sul corrispondente stato di momento cinetico.

Successivamente gli atomi si espandono liberamente per un tempo di volo di 23 ms e dopodiché vengono effettuati gli impulsi di *imaging* necessari a determinare la distribuzione di momento $n(k)$ nello stato fondamentale $|g\rangle$.

Seguendo quanto è stato osservato sperimentalmente in [9], l'intensità delle correnti chirali che è possibile estrarre da questo tipo di misura ammette un massimo nei pressi di $\frac{\Omega}{J} = 6$ dove Ω è la frequenza di Rabi e J è la frequenza di *tunneling* corrispondente alla profondità di reticolo utilizzata. Per questo motivo è stato

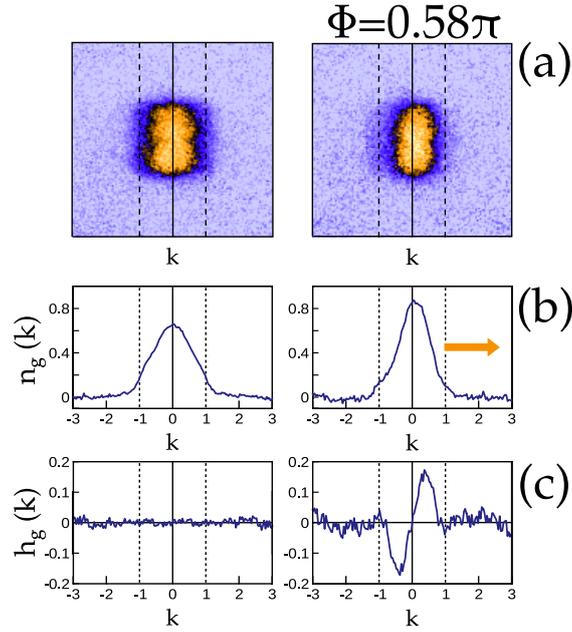


Figura 4.2.3: Tipiche distribuzioni di momento ottenute in assenza ed in presenza di un flusso di campo magnetico (accoppiamento per mezzo della radiazione). Nel caso di flusso non nullo la asimmetria della distribuzione di momento riportata nell’immagine 4.2.3(b) risulta visibile sia direttamente che per mezzo della funzione $h_g(k)$ direttamente legata all’osservabile del sistema e illustrata in figura 4.2.3(c).

scelto di effettuare le misure riportate nei pressi di questo valore.

Come è possibile osservare nell’immagine 4.2.3(a), la distribuzione di momento risulta quadrata perché utilizzando il “*band mapping*” è possibile osservare direttamente la prima zona di Brillouin del cristallo bidimensionale avente reticolo diretto con geometria quadrata. La distribuzione di momento $n_g(k)$, mostrata in figura 4.2.3(b), viene ottenuta andando ad integrare le immagini sulla direzione ortogonale a k .

Per valutare la chiralità degli stati di bordo vengono effettuate misure della distribuzione di momento in presenza ed in assenza di accoppiamento spin-orbita come viene mostrato in figura 4.2.3(a). Le misure in assenza di radiazione risonante vengono utilizzate come riferimento per valutare il centro della prima zona di Brillouin e, mediante un software sviluppato su Mathematica, determinare il valore di \mathfrak{J} .

La simulazione teorica riportata in figura 4.2.4 viene effettuata andando a diagonalizzare l’hamiltoniana di un sistema di fermioni intrappolati in un reticolo ottico monodimensionale in presenza di accoppiamento radiativo. La simulazione

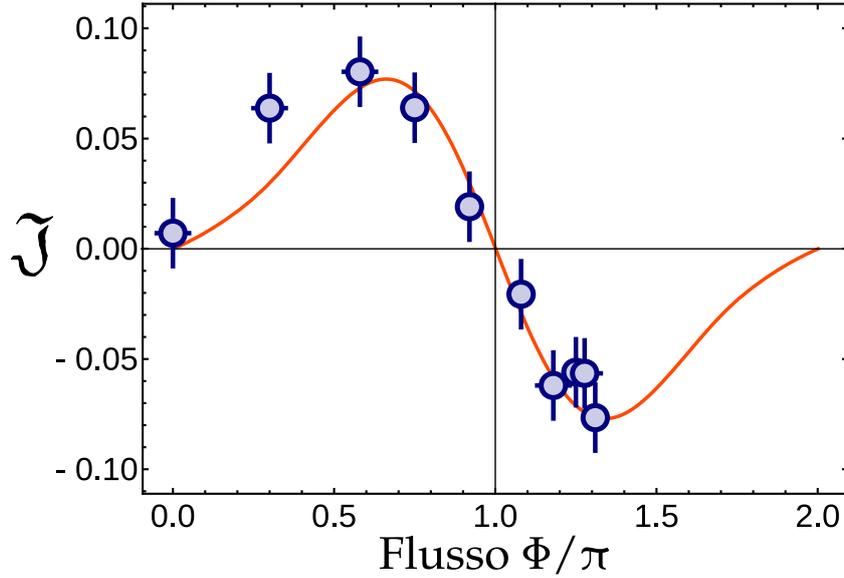


Figura 4.2.4: Andamento della chiralità degli stati di bordo al variare del flusso di campo magnetico. Il segnale teorico è tale che $\mathfrak{J}(\Phi) = -\mathfrak{J}(-\Phi)$ e $\mathfrak{J}(\Phi) = \mathfrak{J}(\Phi \pm 2\pi)$. Da questo, per motivi di simmetria, è possibile verificare che per $\Phi = \pi$ la chiralità debba essere nulla. La linea continua rappresenta la simulazione teorica dell'osservabile. Per ciascuna misura si è utilizzato frequenza di Rabi $\Omega = 2\pi \times 590$ Hz e $J = 2\pi \times 101$ Hz.

sviluppata considera anche il confinamento armonico dovuto al profilo in intensità dei fasci laser utilizzati per realizzare i reticoli ottici (come fatto anche in [9]) ed il fatto che il numero di particelle per ciascuna zona del cristallo 2D non è omogeneo. Si è scelto di utilizzare la temperatura come parametro di fit, ottenendo $T = 0.6 J$; imponendo questo valore l'accordo fra i dati sperimentali e la curva teorica risulta essere molto buono, come mostrato in figura 4.2.4.

La nuova tecnica basata su transizioni a singolo fotone ha quindi permesso per la prima volta di studiare le proprietà di un sistema atomico soggetto ad un campo magnetico artificiale controllabile e di verificare delle previsioni fondamentali quale l'inversione della chiralità degli stati di bordo nei pressi di flusso $\Phi = \pi$, come è possibile osservare in figura 4.2.4. L'inversione di chiralità per flusso pari a π può essere intuita per mezzo delle simmetrie del sistema dato che il nostro osservabile \mathfrak{J} deve essere una funzione periodica con periodo 2π e dispari (per la natura chirale della corrente di bordo).

Sono state eseguite molteplici acquisizioni della misura corrispondente a flusso $\Phi = 1.31 \pi$ in modo da poter ricavare valor medio e deviazione standard. La de-

viazione standard è stata poi utilizzata come errore per le altre misure effettuate¹⁶.

Infine, per determinare univocamente se l'inversione del segno della corrente chirale \mathfrak{J} in $\Phi = \pi$ dipenda dal reticolo ottico, si è ripetuta la misura in assenza di reticolo lungo la direzione \hat{x} . In questo modo è stato possibile sintetizzare un sistema di due siti sintetici nel “continuo”; in queste condizioni non è definita la cella unitaria del reticolo e le simmetrie della chiralità \mathfrak{J} legate alle invarianze del sistema non sono presenti. Il valore misurato di \mathfrak{J} ottenuto con questa configurazione viene riportato in figura 4.2.5 in funzione del momento trasferito dalla radiazione di orologio $\delta k = k_Y \cos(\theta)$.

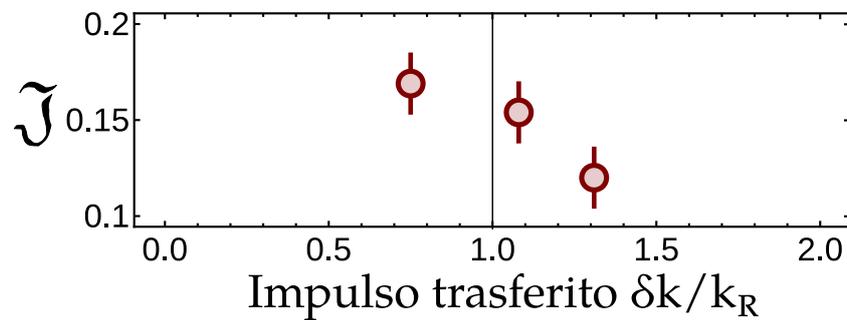


Figura 4.2.5: La figura mostra le correnti chirali osservate in assenza del reticolo ottico lungo la direzione \hat{x} . In questa configurazione nel “continuo”, dove la cella unitaria bidimensionale non è definita, non si osserva l’inversione di \mathfrak{J} per valori di $\delta k/k_R$ prossimi a 1.

¹⁶Effettuare questo processo per ogni flusso non è stato possibile nelle condizioni sperimentali utilizzate dato che la presenza del collegamento con l’INRiM di Torino è stato possibile soltanto per circa 10 giorni.

5 Sviluppo di una sorgente laser per l'osservazione della popolazione nello stato 3P_0

L'attuale sistema di *imaging*, descritto nella sezione 3.3, permette, per mezzo della radiazione blu a 399 nm di osservare la popolazione dello stato fondamentale $|{}^1S_0\rangle$. L'aggiunta di un potenziale dipendente dallo stato iperfine permette poi di rendere il sistema di rivelazione di essere spin-dipendente ovvero, per mezzo della radiazione di *imaging* e della radiazione di intercombinazione a 556 nm, è possibile distinguere sperimentalmente la popolazione di ciascun stato iperfine.

Questo sistema di imaging ha permesso di verificare, sfruttando l'approccio alla dimensione sintetica, la possibilità di osservare correnti chirali previste per gli isolanti topologici fra stati diversi iperfini dello stato fondamentale [28].

La possibilità di realizzare dimensioni sintetiche sfruttando anche il grado di libertà orbitale per mezzo della transizione di intercombinazione di orologio presente negli atomi a due elettroni ed in particolare nell' ${}^{173}\text{Yb}$, è stata descritta nelle sezioni precedenti (4.2). Per i futuri sviluppi di questo approccio sperimentale potrebbe essere molto utile integrare un nuovo sistema che permetta innanzitutto di osservare la popolazione dello stato eccitato e, secondariamente, di risolvere il numero di atomi dei singoli spin nucleari dei livelli dello stato eccitato.

In questo capitolo andremo a descrivere le proposte teoriche e le successive realizzazioni il cui scopo è stato introdurre un metodo di pompaggio ottico degli atomi dal livello eccitato $|{}^3P_0\rangle$ verso lo stato fondamentale in modo da poter utilizzare il sistema di imaging preesistente.

5.1 Sorgente laser a 649 nm

L'utilizzo del laser di orologio ha permesso, anche utilizzando l'attuale sistema di imaging, di misurare correnti chirali di bordo caratteristiche degli isolanti topologici ma, nella prospettiva di utilizzare intensivamente il grado di libertà orbitale presente negli atomi a due elettroni, può essere necessario implementare nell'attuale sistema un laser aggiuntivo che riesca a determinare selettivamente la popolazione di atomi nello stato metastabile. Per far questo, come è stato accennato in 3.3, esistono due opzioni possibili:

- realizzare un sistema di imaging completamente nuovo avente due differenti laser di imaging;
- sviluppare un sistema di pompaggio ottico dal livello metastabile verso lo stato fondamentale, in modo da poter sfruttare il laser di imaging esistente.

Nel nostro caso si è scelto di realizzare un laser di pompaggio alla lunghezza d'onda di 649 nm che sfrutti la transizione di dipolo verso lo stato $|^3S_1\rangle$ rappresentata in figura 1.2.1. Gli atomi che transiscono dallo stato metastabile verso lo stato eccitato possono decadere spontaneamente nei tre sottolivelli di struttura fine $|^3P_{0,1,2}\rangle$: se gli atomi decadono nello stato metastabile $|^3P_0\rangle$, essi possono nuovamente transire nello stato eccitato per mezzo della radiazione rossa a 649 nm, se decadono nello stato 3P_1 essi decadono per emissione spontanea nello stato fondamentale in un tempo di circa 1 μs ed infine, se essi decadono nello stato metastabile $|^3P_2\rangle$, dato che quest'ultimo ha un tempo di vita media di circa 13 s, rimangono in quest'ultimo. Mentre i primi due canali di decadimento rendono possibile un pompaggio ottico efficiente degli atomi nello stato fondamentale, l'ultimo rappresenta un canale di perdita verso uno stato non rivelabile per mezzo del laser di imaging.

Per determinare la frazione di popolazione complessiva che va a decadere spontaneamente nel secondo stato metastabile $|^3P_2\rangle$ è stato pensato di sviluppare un ulteriore sistema di pompaggio ottico verso lo stato eccitato $|^3S_1\rangle$ che permetta di osservare la popolazione decaduta nello stato metastabile $|^3P_2\rangle$.

Differentemente da quanto avviene in spettroscopia, in cui l'allargamento per saturazione causa una perdita di accuratezza nella determinazione del segnale, per avere un pompaggio ottico efficiente in un tempo breve è necessario che questi eseguano numerosi cicli di assorbimento e riemissione spontanea, per questo motivo si è pensato di utilizzare una potenza di circa 10 mW che, dato che la transizione ha una larghezza naturale $\Gamma = 9.6$ MHz e una conseguente intensità di saturazione¹ $I_{sat} = 2.18$ mW/cm², equivale a $s \simeq 4.6$.

Per valutare il tempo di pompaggio e l'efficienza del trasferimento necessari a far

¹La cui definizione viene riportata in 4.1.14.

giungere il sistema nella condizione stazionaria è stata studiata la dinamica del sistema a cinque livelli ($|^3P_{0,1,2}\rangle$, $|^3S_1\rangle$, $|^1S_0\rangle$) considerando il solo accoppiamento di dipolo elettrico fra lo stato metastabile e quello eccitato per mezzo del formalismo della matrice densità. Nel modello sono state considerate anche le costanti di decadimento per emissione spontanea degli stati.

L'evoluzione temporale delle popolazioni viene riportata in figura 5.1.1.

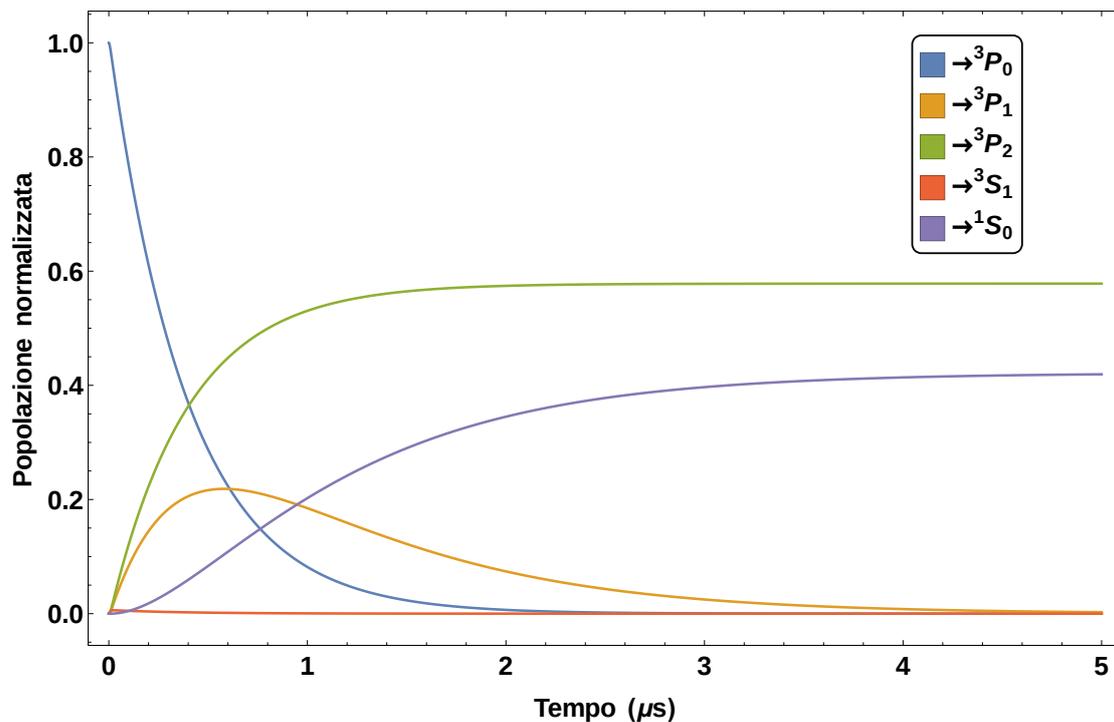


Figura 5.1.1: In questa figura si riportano le popolazioni degli stati $^3P_{0,1,2}$, 3S_1 , 1S_0 . L'attuale sistema di imaging permette la determinazione della popolazione del solo stato 1S_0 per cui, ogni atomo che non raggiunge lo stato fondamentale non può essere rilevato da parte del nostro sistema. Effettuando la medesima analisi, senza considerare il decadimento dello stato 3P_1 verso lo stato fondamentale vengono infine confermati i *branching ratio* di decadimento dello stato eccitato 3S_1 verso i tre stati di struttura fine $^3P_{0,1,2}$ che, ad esempio, vengono riportati in [76].

I *branching ratio* del decadimento dello stato $|^3S_1\rangle$ sono dati da 1 : 3 : 4 [76] quindi circa metà della popolazione dello stato metastabile non può essere determinata per mezzo del solo laser di pompaggio a 649.1 nm. Gli impulsi utilizzati per realizzare immagini degli atomi nello stato fondamentale durano circa 100 μs e, stando a quanto ricavato teoricamente, per effettuare l'impulso di pompaggio ottico preliminare a quello di imaging per mezzo della radiazione a 649 nm sarà sufficiente effettuare impulsi di 10 μs alla potenza selezionata per ottenere il rag-

giungimento della condizione asintotica per le popolazioni degli stati considerati, come mostrato in figura 5.1.1.

La frequenza di transizione fra i livelli interessati nel caso dell' ^{174}Yb è data da $(461\,868\,855 \pm 37)$ MHz [76] mentre lo shift isotopico, ovvero lo spostamento in energia causato dalla differenza di massa e di volume del nucleo atomico rispetto a quello dell' ^{174}Yb , preso come riferimento, può essere quantificato per mezzo della tabella [13]

ISOTOPO	SHIFT ISOTOPICO (MHz)
^{170}Yb	-937
^{171}Yb	-758
^{172}Yb	-413
^{173}Yb	-228
^{176}Yb	+392

Tabella 5.1.1: Vengono riportati gli shift isotopici per la transizione $|^3P_0\rangle \rightarrow |^3S_1\rangle$ rispetto alla frequenza di riferimento dell'isotopo bosonico ^{174}Yb . Nel caso fermionici, corrispondente agli isotopi 171 e 173, lo shift isotopico non comprende la differenza in frequenza dovuta alla presenza di una struttura iperfine.

Gli isotopi fermionici, avendo momento nucleare non nullo, in aggiunta allo shift isotopico presentano una sottostruttura iperfine e quindi la frequenza di transizione dipende fortemente dallo shift iperfine dei sottolivelli considerati. Scegliendo la transizione chiusa $|^3P_0, m_F = 5/2\rangle \rightarrow |^3S_1, m'_F = 7/2\rangle$ è stata dimostrata sperimentalmente la possibilità di ottenere efficienze di rilevazione dell'ordine del 50% [76, 13].

La stabilizzazione in frequenza dei laser utilizzati nell'esperimento descritto in questo lavoro di tesi, se si esclude il laser di orologio che, come abbiamo brevemente descritto nella sezione 3.4, utilizza una cavità ULE ad elevatissima finesse, utilizzano il segnale di spettroscopia di saturazione effettuato sulla direzione trasversa a quella di propagazione di un fascio atomico di itterbio uscente da un piccolo forno ausiliario [54]. Dato che lo stato $|^3P_0\rangle$ non viene termicamente occupato alle temperature utilizzate, non è possibile sfruttare questo metodo per determinare e fissare la lunghezza d'onda della luce uscente dal laser. Si è quindi costretti a cercare soluzioni alternative che permettano questo tipo di aggancio in frequenza. In alcuni esperimenti [13] questo tipo di stabilizzazione viene fatto utilizzando una radiazione bianca ad alta potenza che permette di popolare i primi stati eccitati ed, in particolare, lo stato metastabile $|^3P_0\rangle$.

Nel nostro esperimento sono state tentate due alternative che, tuttavia, non hanno portato a risultati convincenti:

- l'utilizzo di una cella contenente iodio molecolare;
- il battimento visibile con il frequency comb.

5.1.1 Cella di iodio

Lo iodio molecolare (I_2) è una molecola diatomica che, avendo gradi di libertà interni sia rotazionali che vibrazionali, presenta una moltitudine di righe spettroscopiche nel visibile. In particolare esistono atlanti all'interno dei quali vengono catalogate e classificate, principalmente in base alla lunghezza d'onda ed all'intensità relativa di riga, tutte transizioni che sono state osservate nella regione visibile e nel vicino-IR dello spettro della molecola di iodio [78, 79].

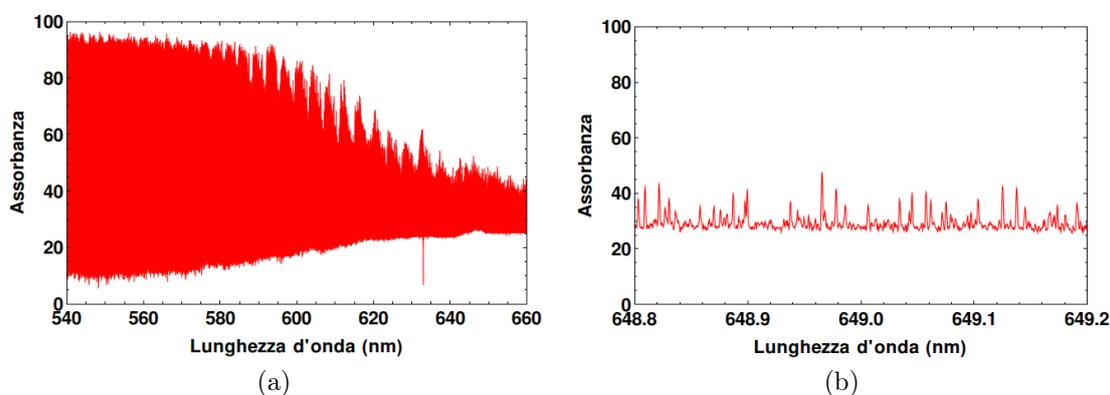


Figura 5.1.2: In questa figura viene mostrato l'atlante che riporta le transizioni rotovibrazionali della molecola di iodio. In 5.1.2b è stato effettuato un ingrandimento della regione in lunghezza d'onda nei pressi di 649 nm. I grafici riportati sono stati ottenuti utilizzando i dati sperimentali riportati in [78].

Effettuando la spettroscopia dello iodio molecolare, una volta stabilizzata la temperatura della cella di vetro contenente il gas, è stato possibile effettuare l'aggancio in frequenza del laser a 556 nm utilizzato per realizzare la trappola magneto-ottica, come descritto in [77]. La cella è stata termostata per mezzo di un sistema di fasce scaldanti che permettono di raggiungere una temperatura massima² di $(100 \pm 5)^\circ\text{C}$. Purtroppo lo stato eccitato dello iodio molecolare corrispondente al livello di partenza della transizione voluta, intorno a 649 nm, viene popolato soltanto andando a considerare temperature dell'ordine di 250°C quindi l'osservazione di un segnale di spettroscopia per mezzo della radiazione a 649 nm

²La cella di iodio GS19100-I viene prodotta da Thorlabs. La medesima fornitrice vende anche l'apposito fornello riscaldante GCH25-75 che non permette di raggiungere temperature superiori a 50°C .

non è stata possibile, per la mancanza di un sistema di stabilizzazione in temperatura nel corretto range.

La realizzazione sperimentale di un sistema di controllo della temperatura della cella di iodio e di un apposito sistema di riscaldamento che consenta alla cella di raggiungere le temperature desiderate permetterà di utilizzare questo relativamente economico strumento per agganciare la frequenza dell'emettitore laser.

5.1.2 Battimento con il frequency comb

Il frequency comb presente nel laboratorio ed utilizzato, nel ramo infrarosso, per stabilizzare la radiazione di orologio ha due moduli ottici nel visibile, uno centrato nell'intorno di 600 nm ed uno centrato nell'intorno di 500 nm.

La radiazione visibile, uscente da un emettitore impulsato in fibra, presenta picchi fra loro distanziati 250 MHz. Ammettendo che il laser del quale vogliamo stabilizzare la frequenza abbia una larghezza di riga molto minore rispetto alla distanza fra due picchi del laser impulsato è possibile effettuare un battimento fra la radiazione uscente dal laser e la radiazione visibile del modulo del frequency comb.

L'intensità del battimento, osservato per mezzo di un fotodiodo, conterrà sia radiazione alla frequenza somma che radiazione alla frequenza differenza.

Utilizzando il battimento a frequenza differenza³ è possibile realizzare un segnale di errore che permetta la stabilizzazione in frequenza del laser.

La realizzazione sperimentale verrà poi descritta nella sezione 5.2.5.

5.2 Realizzazione sperimentale dell'emettitore a 649 nm

L'emettitore scelto per andare a produrre radiazione coerente alla lunghezza di 649 nm è il diodo laser a semiconduttore EYP-RWE-0650-00502-2000-SOT02-0000 prodotto dalla Eagleyard photonics. La cavità ottica costituita dalle finestre di entrata ed uscita del diodo laser risulta essere lunga 2 mm ed è caratterizzata da una finestra anteriore avente riflettività 3×10^{-4} mentre quella posteriore ha una riflettività superiore al 99%, la finesse corrispondente risulta essere < 1 . Questo dato conferma che il diodo è stato progettato e costruito specificatamente per essere inserito all'interno di una cavità estesa.

Il diodo laser acquistato ammette una corrente massima di operatività di 180 mA alla quale emette, in assenza di cavità estesa, 1.1 mW di potenza luminosa alla

³Dato che trattiamo radiazione ottica, la frequenza somma oscillerà a circa 10^3 THz e quindi non sarà rilevabile.

lunghezza d'onda di 650 nm considerando la temperatura⁴ di 20°C. La lunghezza di emissione centrale del diodo è 653 nm mentre la lunghezza d'onda minima che può essere raggiunta è 648 nm.

5.2.1 Circuito di alimentazione

Per alimentare il diodo laser è stato creato un semplice circuito di alimentazione che permetta il passaggio di correnti continue o lentamente oscillanti ma eviti correnti ad alta frequenza che introdurrebbero un rumore in frequenza nell'emissione del diodo. Uno schema del circuito è riportato in figura 5.2.1; si è pensato di utilizzare un filtro passo al primo ordine con frequenza di taglio

$$\nu_c = \frac{1}{2\pi RC} \simeq 7 \text{ kHz.}$$

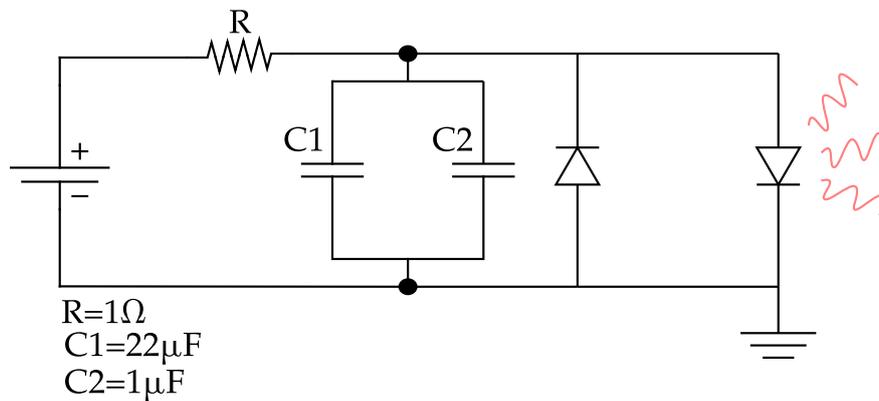


Figura 5.2.1: Schema del circuito utilizzato per alimentare il diodo laser. Il diodo scelto è di tipo *anode-ground* e, dato che il voltaggio nominale massimo in condizione di contropolarizzazione corrisponde a 0 V, è stato inserito un diodo per evitare di sottoporre l'emettitore laser a tensioni che possano danneggiarlo.

I due condensatori C1 e C2 sono stati saldati in parallelo nel circuito per sopprimere al comportamento ad alta frequenza del condensatore C1 che è un componente al tantalio.

Se consideriamo frequenze dell'ordine o superiori al MHz, i condensatori al tantalio presentano una diminuzione della loro capacità e questo può inficiare l'efficacia del circuito utilizzato per filtrare l'alimentazione dell'emettitore a diodo.

⁴In qualunque caso la temperatura di utilizzo deve rimanere inferiore a 30°C, perché altrimenti si supererebbe il valore suggerito dal costruttore, e superiore a 18°C, perché altrimenti si andrebbe a temperature per le quali si ha la formazione di condensa di vapor acqueo sulla finestra esterna del diodo.

Per questo motivo, si è scelto di aggiungere il condensatore al polistirene C1 che non presenta il medesimo comportamento al variare della frequenza.

5.2.2 Sistema di controllo della temperatura interna alla cavità

Ciascuna componente elettronica, come ad esempio i condensatori, le resistenze e soprattutto l'emettitore laser variano le proprie caratteristiche tecniche al variare della temperatura esterna. È quindi opportuno mantenere la temperatura costante all'interno del montaggio in alluminio in cui viene alloggiato il diodo. Per fare questo è stato utilizzato un controllore di temperatura che sfrutta il segnale di voltaggio ai capi di una resistenza fortemente variabile in temperatura (termistore NTC) per determinare la correzione da effettuare. L'elemento che permette di variare finemente la temperatura, ovvero l'attuatore della correzione, è una cella di Peltier che è posta al di sotto della basetta a "forchetta" sulla quale è alloggiato il montaggio del diodo, come mostrato in figura 5.2.2. La cella di Peltier è una collezione di giunzioni di Peltier che, a seconda del verso della corrente, permettono di aumentare o diminuire la temperatura della loro superficie esterna.

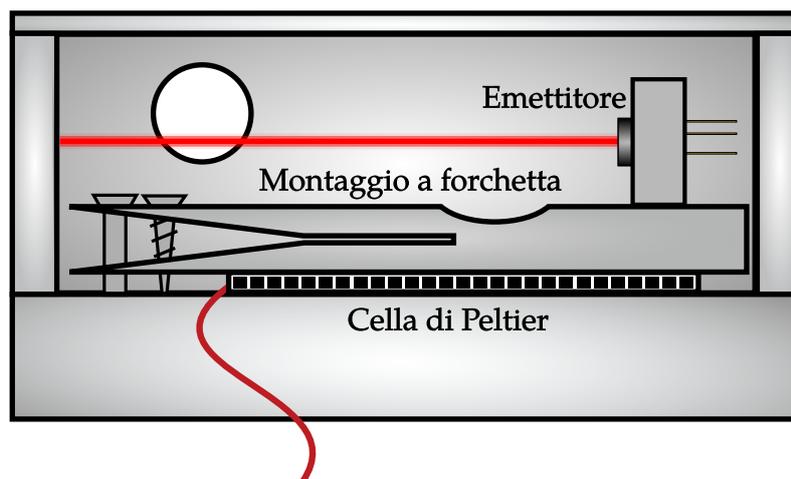


Figura 5.2.2: Posizionamento della cella di Peltier e alloggiamento del diodo laser. Il montaggio a "forchetta" è progettato per potersi flettere in modo da consentire regolazioni di allineamento rispetto all'emettitore a diodo. Le due viti presenti sul montaggio possono essere avvitate o svitare andando così a variare finemente la distanza e l'angolo fra gli elementi ottici posti sull'estremità sinistra della "forchetta".

Il controller di temperatura sfrutta il sistema prodotto e sviluppato dell'officina elettronica del LENS e del quale si può trovare documentazione in [80]. La temperatura è stata stabilizzata al valore $(20.58 \pm 0.01) \text{ }^\circ\text{C}$.

5.2.3 Realizzazione della cavità estesa

Osservando la radiazione in uscita dal diodo alla distanza di circa 5 m è stato fissato un collimatore in uscita dal diodo laser per mezzo di una colla bicomponente. Per andare a costruire la cavità estesa si è scelto di porre il reticolo di diffrazione Thorlabs GH13-24U che ha una efficienza per la polarizzazione utilizzata di circa il 20% alla lunghezza d'onda di 649.1 nm.

La dispersione delle lunghezze d'onda riflesse dal reticolo può essere descritta formalmente [25] e la trattazione teorica permette di giungere alla semplice relazione

$$(\sin \theta_i + \sin \theta_m) = \frac{m \lambda}{d} \quad (5.2.1)$$

dove d indica il passo reticolare, m è l'ordine diffrattivo e $\theta_{i,m}$ sono gli angoli di incidenza e riflessione dell'ordine m considerato.

Esistono principalmente due configurazioni che consentono di realizzare cavità estese: la configurazione Littrow e la configurazione Littman-Metcalf.

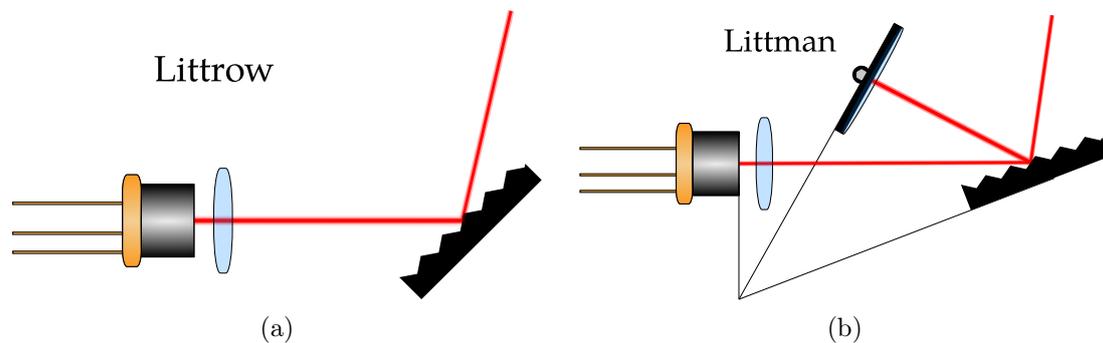


Figura 5.2.3: In questa figura vengono mostrate le più consuete e diffuse configurazioni utilizzate per costruire un laser a cavità estesa.

Configurazione Littrow

In questa configurazione, mostrata schematicamente in figura 5.2.3a, la radiazione collimata in uscita dal diodo va ad incidere sul reticolo e si sceglie di inviare nuovamente sul diodo il I ordine di diffrazione mentre l'ordine zero viene fatto uscire dalla cavità in cui è montato il diodo e quindi è utilizzato come output del

laser a cavità estesa. Con questo metodo la cavità estesa, considerando trascurabile il contributo dato dalla faccia anteriore dell'emettitore a semiconduttore (che è trattata in modo che sia antiriflesso), si estende dalla superficie posteriore del diodo laser ad alta riflettività alla superficie del reticolo di diffrazione.

Dato che inviamo il I ordine di diffrazione nel diodo possiamo imporre $\theta_{m=1} = \theta_i$ per giungere alla relazione

$$\theta_i = \arcsin\left(\frac{\lambda}{2d}\right) \quad (5.2.2)$$

che determina univocamente l'angolo di incidenza necessario a selezionare in uscita la lunghezza d'onda λ .

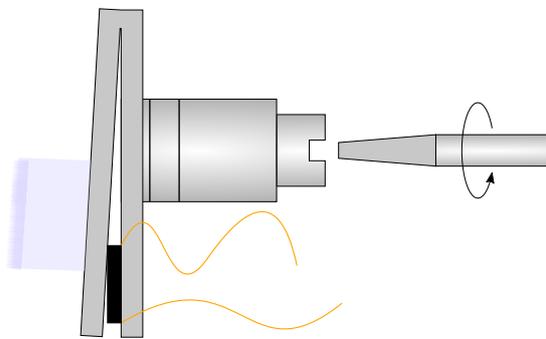


Figura 5.2.4: Rappresentazione fedele del metodo utilizzato per variare la lunghezza della cavità estesa.

Per modificare finemente la frequenza di emissione, una volta che la posizione del reticolo è stata fissata grossolanamente, è presente una vite micrometrica fissata al montaggio sul quale è incollato il reticolo di diffrazione ed un cristallo piezoelettrico 5.2.4.

Il principale vantaggio di questo metodo, oltre ad essere più semplice, è che la potenza del feedback che torna all'interno del diodo è maggiore rispetto alla configurazione Littman-Metcalf e questo causa generalmente una maggiore selezione della frequenza della radiazione emessa dal diodo.

Talvolta la potenza che viene riflessa in cavità è troppa e questo fatto può andare a causare un danneggiamento dell'emettitore. Per questo il reticolo deve essere scelto con particolare attenzione in modo da evitare di rovinare il diodo laser [81]. Purtroppo questa configurazione comporta anche svantaggi perché, muovendo il reticolo per mezzo della vite micrometrica o per mezzo del piezoelettrico si varia un poco la posizione del reticolo e quindi, oltre alla lunghezza d'onda della luce che viene reiniettata nel diodo, anche la posizione dello stesso. Anche l'ordine zero, che costituisce la radiazione in uscita della cavità estesa, si muove di conseguenza. Questo svantaggio, anche se solitamente è fortemente trascurabile, può essere non trascurabile se la radiazione percorre un percorso ottico particolarmente lungo oppure se la radiazione deve essere iniettata all'interno di una fibra ottica.

L'altro svantaggio possibile è che talvolta la selettività dei modi longitudinali della cavità non è possibile o abbastanza stabile da utilizzare il laser sul lungo periodo.

Una possibile soluzione a questo problema è rappresentata dall'introduzione in cavità estesa di una cavità confocale che permetta una ulteriore selezione dei modi. Questo metodo, anche se formalmente ineccepibile è di difficile attuazione, perché comporta l'introduzione in cavità di un ulteriore sistema ottico. Per questo, talvolta, può aver senso scegliere diodi laser che non presentino coating anti-riflesso perché, in questo caso, anche la superficie anteriore del diodo forma una cavità.

Configurazione Littman-Metcalf

Differentemente da quanto avviene nella configurazione Littrow, nella configurazione Littman-Metcalf il I ordine viene diffratto dal reticolo su uno specchio utilizzato per selezionare la frequenza di uscita, come è possibile vedere in 5.2.3b. La radiazione che raggiunge lo specchio viene inviata nuovamente sul reticolo ed il primo ordine diffrattivo viene inviato al diodo laser. In questo caso la cavità si estende dalla faccia posteriore dell'emettitore allo specchio utilizzato per determinare la frequenza di cavità.

La radiazione, in questa configurazione, viene diffratta due volte dal reticolo e questo fatto permette di selezionare al meglio la frequenza della radiazione. Inoltre è possibile scegliere la distanza dello specchio rispetto al reticolo per massimizzare il numero di righe sulle quali la luce incide.

La potenza luminosa di feedback sul diodo è sicuramente minore rispetto alla configurazione Littrow ma la direzione di uscita della luce è fissata dato che la posizione del reticolo di diffrazione è fissata e l'unico elemento mobile è rappresentato dallo specchio utilizzato per determinare la frequenza di emissione.

5.2.4 Costruzione della cavità estesa e collimazione del fascio laser

Nel nostro caso, dato che la potenza richiesta per effettuare spettroscopia è circa il 30% del valore nominale dichiarato dal costruttore per il diodo laser e che buona parte di questa radiazione deve essere utilizzata per stabilizzare la frequenza di emissione del laser, siamo costretti a preferire la configurazione Littrow che consente di massimizzare la potenza di uscita dalla cavità.

Utilizzando la relazione 5.2.2 otteniamo, per la densità di righe di 2400 righe/mm e la lunghezza d'onda di transizione di 649.1 nm, un angolo $\theta_i \simeq 51^\circ$ mentre l'angolo di emissione che si può ottenere da 5.2.1 risulta essere $\theta_{m=0} = 2 \times \theta_i \simeq 102^\circ$.

Il montaggio sul quale è stato incollato il reticolo è stato poggiato sul lato flettente del "montaggio a forchetta" mostrato in figura 5.2.2 ed è stata ottimizzata la posizione di quest'ultimo andando a misurare la potenza di uscita dalla cavità estesa. L'angolo è stato inizialmente scelto a mano e, una volta selezionato grossolanamente, è stato regolato più finemente per mezzo delle viti in trazione e spinta

rappresentate in figura 5.2.4. Il valore di potenza luminosa ottenuto in uscita dalla cavità estesa considerando una corrente di alimentazione⁵ di 165 mA corrisponde a 35 mW alla lunghezza d'onda di 649.3 nm.

In uscita dalla cavità è stato posto uno specchio ruotato in modo che si evitino riflessi luminosi all'interno dell'ECDL che potrebbero danneggiare l'emettitore e, successivamente è stata inserita una lamina $\frac{\lambda}{2}$ e l'isolatore ottico Thorlabs IO-5-670-VLP che permette di raggiungere, una efficienza nominale [82] di trasmissione del 75%.

Sperimentalmente si è riusciti ad ottenere circa il 70% della trasmissione.

Il profilo emesso dal diodo in uscita dalla cavità è stato analizzato per mezzo di una camera uEye LE e, in assenza di ulteriori ottiche, si sono ottenute le acquisizioni mostrate ed analizzate in 5.2.6.

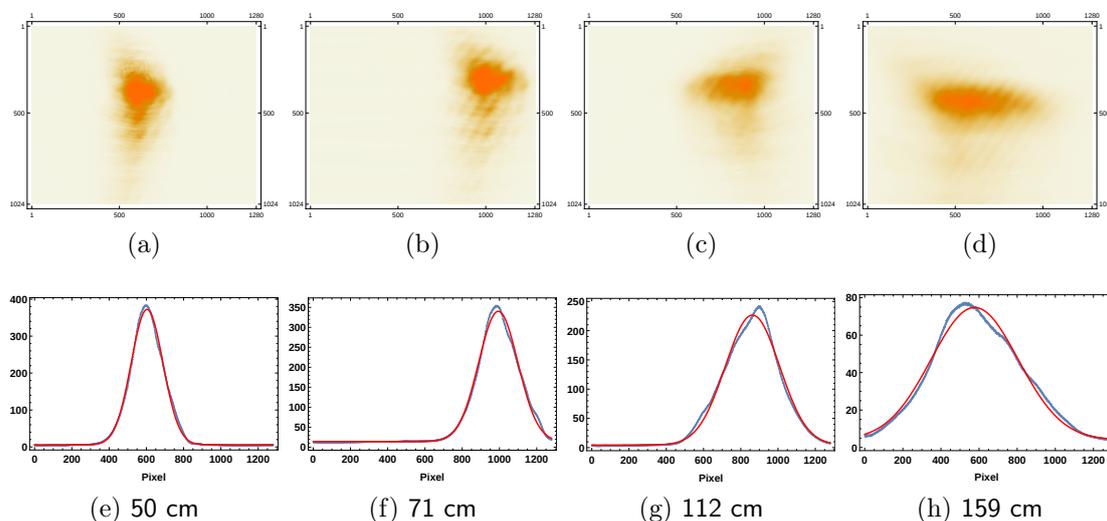


Figura 5.2.5: Le immagini (a),(b),(c),(d) sono alcune delle acquisizioni del fascio laser a diverse distanze rispetto all'uscita della cavità estesa mentre le figure (e),(f),(g),(h) rappresentano le relative analisi delle acquisizioni effettuate per mezzo del software Mathematica[®]. Per mezzo delle acquisizioni è stato determinato il waist del fascio gaussiano in entrambe le direzioni e, per mezzo del software *lasercalc*, si è simulato il sistema di lenti necessarie a correggere la differenza di waist nelle due direzioni.

Sono state poi montate in successione all'isolatore ottico due lenti cilindriche per correggere la forte divergenza del fascio nella direzione \hat{x} mostrata anche nelle acquisizioni 5.2.5.

⁵Questo valore di alimentazione permetterebbe al diodo di emettere una potenza, in assenza di cavità estesa, di circa 0.8 mW.

Appurato con la medesima metodica che il fascio laser fosse collimato, il profilo di emissione si è dimostrato essere piuttosto diverso dall'ideale modo gaussiano TEM_{00} e per questo si è pensato, prima di inserire un *pinhole* di circa $600\mu\text{m}$ che rendesse il profilo di emissione del laser in buona approssimazione gaussiano nelle due direzioni \hat{x} e \hat{y} e successivamente di rimuovere il pinhole in favore del tentativo di iniezione in fibra, effettuato per capire che tipo di efficienza fosse possibile raggiungere.

Si è provato ad iniettare la radiazione all'interno di una fibra ottica sia perché all'uscita della fibra il modo del laser è, in ottima approssimazione, un modo TEM_{00} , sia perché, dato che il diodo laser è montato su un banco ottico diverso rispetto a quello dell'esperimento, per utilizzare la radiazione sulla cella di vetro nella quale vengono trasportati gli atomi di itterbio, saremo comunque costretti ad utilizzare una fibra ottica in modo da evitare eventuali disallineamenti dovuti alla propagazione in aria.

La perdita di potenza dovuta ai vari passaggi è una grandezza che deve considerata attentamente perché la radiazione in uscita al solo isolatore ottico raggiunge, al massimo, 26 mW e questo comporta, in uscita al *pinhole* soltanto una potenza irradiata di 10 mW.

L'accoppiamento in fibra invece permette al massimo di raggiungere il 38% di efficienza rispetto all'entrata, ottenendo in uscita 9.9 mW.

Considerando la simulazione numerica mostrata nella figura 5.1.1, la potenza di radiazione in uscita dalla fibra ottica è sufficiente per effettuare un processo di pompaggio efficace.

5.2.5 Stabilizzazione in frequenza

Per tentare di effettuare l'aggancio in frequenza, come accennato nelle sezioni precedenti, sono stati tentati due approcci sperimentali che, purtroppo, non hanno portato ad esiti positivi.

Le transizioni della molecola di iodio, in assenza di un forno che permetta di raggiungere e stabilizzare la temperatura della cella a circa 285°C , risultano inutilizzabili per andare ad effettuare la spettroscopia di saturazione necessaria per stabilizzare la frequenza⁶.

Quindi purtroppo, dopo aver verificato l'impossibilità di realizzare una stabiliz-

⁶Questo metodo permetterebbe infatti di ottenere un segnale dispersivo centrato sulla lunghezza d'onda della transizione dello iodio molecolare. Il segnale dispersivo potrebbe infine essere utilizzato come segnale di errore per effettuare un feedback attivo sulla lunghezza di cavità per mezzo del cristallo piezoelettrico presente sul montaggio del reticolo e rappresentato in figura 5.2.4.

zazione in frequenza con questo metodo⁷, siamo stati costretti ad abbandonare momentaneamente questo approccio e tentare una strategia differente.

Misura della larghezza dello spettro di emissione

Innanzitutto si è voluto verificare, andando ad osservare la trasmissione in uscita da una cavità, che la radiazione emessa dal laser ECDL fosse sufficientemente stretta in frequenza da poter essere utilizzata per realizzare il pompaggio ottico richiesto. Per fare questo si è preliminarmente regolata la frequenza di emissione per mezzo del misuratore di lunghezza d'onda rappresentato in figura 3.4.1 fino a quando, variando leggermente il valore di temperatura impostata, la posizione del reticolo per mezzo della vite micrometrica, la corrente di alimentazione ed infine le viti che permettono al montaggio a forchetta di flettersi, non si è raggiunta una condizione di stabilità in frequenza nell'intorno del valore cercato di 649.1 nm.

La cavità utilizzata misura 10 cm ed è composta da due specchi *custom* costruiti ad alta riflettività⁸ alla lunghezza d'onda di 756 nm. Per misurare la finesse della cavità alla lunghezza di emissione considerata si sono fatte misure di potenza trasmessa su un singolo specchio di cavità. Per effettuare la misura abbiamo utilizzato $(800 \pm 5) \mu\text{W}$ ed abbiamo osservato una potenza trasmessa di $(3.00 \pm 0.05) \mu\text{W}$. La finesse è definita dalla relazione [83]

$$\mathfrak{F} = \frac{\pi}{2} \sqrt{F} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{4RT_m}{(1 - RT_m)^2}} \quad (5.2.3)$$

in cui sono stati introdotti F , detto *parametro di contrasto*, $R = |r_1 r_2|$, che corrisponde alla media geometrica della riflettività degli specchi, e T_m che è la trasmittività del mezzo interposto fra gli specchi. Per cui è possibile ricavare $R = 1 - T = (0.99625 \pm 0.00009)$ e quindi $\mathfrak{F} = (836 \pm 19)$.

La cavità considerata permette la trasmissione di molti modi perché i raggi di curvatura degli specchi utilizzati non sono tali da rendere la cavità confocale e il mode-matching spaziale non ottimale è tale da avere accoppiamento della luce incidente su molti modi di Hermite-Gauss della cavità. Per questo motivo questo tipo di cavità non permette di determinare se il laser sta emettendo un singolo modo oppure una moltitudine di modi longitudinali di cavità estesa.

La distanza fra picchi corrispondenti al modo TEM_{00} di cavità viene solitamente denominata *free spectral range (fsr)* e, in generale, corrisponde a $\frac{c}{2L}$ dove c è la velocità della luce nel vuoto e L è la lunghezza della cavità.

⁷L'utilizzo della cella di iodio molecolare per andare a realizzare un aggancio in frequenza efficace è stato dimostrato per esempio in [77].

⁸Questi specchi erano già presenti in laboratorio ed inizialmente erano stati pensati per un uso differente.

Effettuando una scansione su un ampio intervallo di tensione è possibile, eseguendo un fit dei picchi di Airy, tarare la scala di frequenza. Se la finesse fosse infinita la

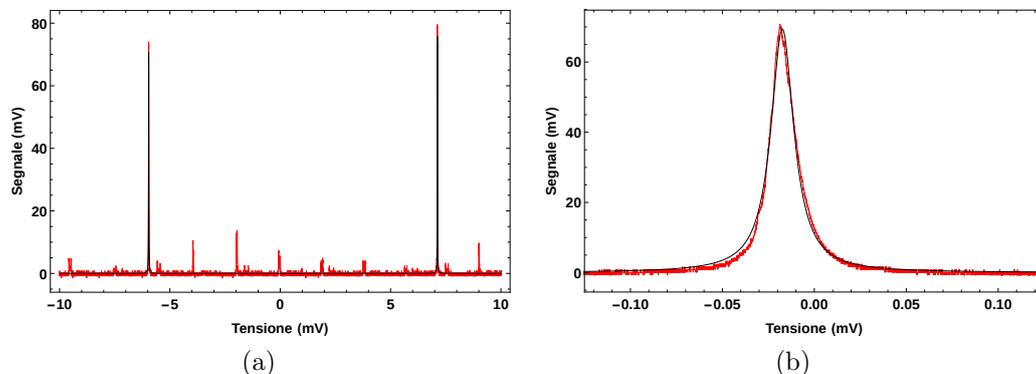


Figura 5.2.6: Spettro di trasmissione della cavità. La figura 5.2.6a è stata utilizzata per ricavare una taratura del voltaggio del piezoelettrico mentre la figura 5.2.6b è stata utilizzata per ricavare la larghezza del picco di trasmissione ottenendo così (8.669 ± 0.013) MHz.

larghezza così ottenuta dipenderebbe solamente dall'emettitore laser ma, in realtà, il picco ottenuto sarà dato da una convoluzione fra la funzione di risposta della cavità ed il segnale dell'emettitore.

Approssimando la funzione di Airy che descrive il picco di trasmissione della cavità con una lorentziana [83] caratterizzata dalla larghezza a metà altezza (FWHM) pari a $\text{FWHM} \equiv \delta_0 = \frac{4}{\sqrt{F}}$ e supponendo lorentziano anche lo spettro di emissione del laser in cavità estesa⁹ otteniamo un valore di (156 ± 13) kHz che tuttavia è una stima ottimistica della larghezza di riga emessa dal laser.

Aggancio in frequenza con il modulo visibile del frequency comb

Verificato che il diodo riesca, dopo una opportuna stabilizzazione della temperatura, della corrente e della posizione del reticolo, ad emettere una riga spettrale sufficientemente stretta da poter rendere vero il criterio brevemente illustrato nella sezione 5.1.2, si è tentato di effettuare un aggancio in frequenza utilizzando, come

⁹La funzione utilizzata per eseguire il fit è data da

$$f = A + B \frac{\pi (\delta_0 + \delta_1)}{\delta_0 \delta_1} \frac{1}{\left[(x - x_0 + x_1)^2 + (\delta_0 + \delta_1)^2 \right]}$$

dove A è un offset, B determina l'area sottesa alla curva, δ_1 è la larghezza in frequenza emessa dal laser e x_0 , x_1 sono i centroidi delle lorentziane. L'integrale che definisce la convoluzione e che ha permesso di ricavare questa funzione è stato valutato per mezzo del teorema dei residui.

segnale di errore, il segnale ottenuto per mezzo del battimento della radiazione laser con il modulo visibile del frequency comb. Lo schema sperimentale utilizzato viene riportato in figura 5.2.7.

La radiazione che proviene dal frequency comb è una radiazione impulsata *mode-locked* che copre principalmente lo spettro compreso nell'intervallo compreso fra 550 e 700 nm. La principale caratteristica della radiazione emessa dalla fibra non lineare presente all'interno dello strumento ha la caratteristica fondamentale di avere un rate di impulsi costante con altissima stabilità. Questo permette, considerando lo spazio delle frequenze, di avere dei picchi monocromatici che distano fra loro precisamente 250 MHz. Una radiazione idealmente monocromatica che si trova spazialmente sovrapposta con un "pettine" di frequenze permette di osservare un battimento che, dato che la radiazione interagisce con ciascuna componente monocromatica del pettine, sarà in generale molto complesso. Se limitiamo il nostro interesse a considerare la frequenza più prossima alla radiazione monocromatica utilizzata, il battimento sarà composto da un picco alla frequenza somma ed uno alla frequenza differenza. La frequenza somma non può essere osservata sperimentalmente dato che essa fornisce un segnale oscillante a circa 10^{15} Hz mentre la frequenza differenza avrà una frequenza al più di 125 MHz.

All'interno del frequency comb sono presenti attuatori che permettono di variare finemente sia il "*rate di ripetizione*" che l'offset del pettine in frequenza e per mezzo di questi è possibile raggiungere la condizione per la quale la frequenza di un determinato picco di comb corrisponda alla frequenza centrale di emissione del laser monocromatico che vogliamo agganciare in frequenza. Quando questa condizione sperimentale è verificata il segnale di battimento può essere approssimato per mezzo del suo sviluppo al primo ordine secondo Taylor e questo permette di ottenere un segnale lineare centrato alla frequenza del laser e per mezzo del quale, almeno teoricamente, è possibile stabilizzare la frequenza di emissione del laser.

Dal punto di vista tecnico, dato che ciascuna componente monocromatica di comb interagisce con la radiazione laser che vogliamo stabilizzare, siamo interessati a far interferire l'emissione proveniente dal laser a 649 nm con il minimo numero di righe possibile in modo da non avere un numero di battimenti difficilmente rivelabili.

Dal punto di vista sperimentale l'idea fondamentale è quella di sfruttare un reticolo di diffrazione, così come si è fatto all'interno della cavità estesa, in modo da selezionare la frequenza del laser e la parte dello spettro di comb nei pressi di quest'ultima.

Il metodo che permette di agganciare la frequenza del laser ECDL al frequency comb consta nello stabilizzare il pettine di frequenze ad un riferimento esterno¹⁰ e

¹⁰Il riferimento usualmente utilizzato è il segnale GPS a 10 MHz ma, come accennato nella sezione 3.4, per mezzo del collegamento con l'INRiM, è anche possibile riferire il pettine di frequenze rispetto al segnale proveniente dal maser all'idrogeno posto nei laboratori di Torino.

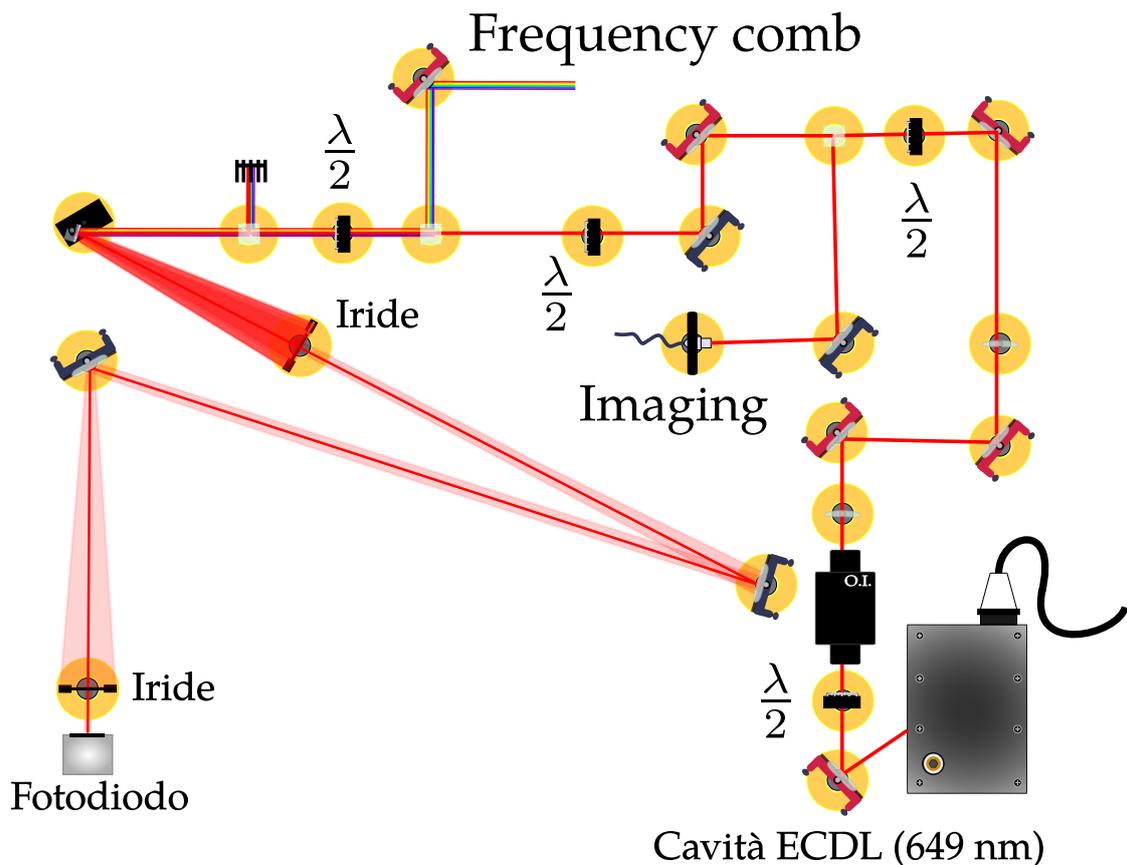


Figura 5.2.7: Rappresentazione del sistema realizzato per effettuare l'aggancio in frequenza per mezzo del modulo visibile del frequency comb. Il fascio laser proveniente dalla cavit  estesa viene sovrapposto alla radiazione in uscita dal frequency comb e viene fatto incidere sul reticolo Thorlabs GH13-24V. Per mezzo di un percorso sufficientemente lungo (nell'esperimento corrisponde a circa 2.5 m) vengono separate spazialmente le componenti spettrali che incidono sul reticolo e viene selezionata, per mezzo di iridi, la frequenza del laser. Il battimento   misurato dal fotodiodo e, dopodich , viene inviato ad un analizzatore di spettro. Il segnale sinusoidale alla frequenza differenza va poi a costituire il segnale di errore da inviare al PID che varia la tensione da applicare all'attuatore piezoelettrico posto nella cavit  laser.

variare la frequenza del laser, o dei laser che vogliamo stabilizzare in frequenza, in modo da rendere il segnale a frequenza differenza comunque centrato nell'intorno della frequenza nulla. Con questa tecnica risulta molto pi  semplice stabilizzare pi  di un laser sul pettine di frequenze del frequency comb anche se, in questo caso, ciascun laser sar  stabilizzato su un determinato picco di comb e la frequenza di

ciascun emettitore, se necessita di essere modificata, dovrà essere cambiata per mezzo di altri strumenti come gli AOM oppure gli EOM.

Nel nostro caso, dato che utilizziamo il pettine in frequenza del frequency comb anche per stabilizzare il laser di orologio di cui abbiamo parlato in 3.4, siamo costretti ad utilizzare il secondo metodo sperimentale presentato ovvero dobbiamo stabilizzare il pettine in frequenza dello strumento per mezzo di un riferimento esterno e poi andare a variare le caratteristiche di alimentazione, temperatura e allineamento del laser per andare a minimizzare il battimento a frequenza differenza.

Purtroppo, questo metodo non ha portato a risultati convincenti perché la frequenza del laser non era abbastanza stabile da permettere un aggancio per mezzo di questo metodo.

Per risolvere questo problema si è pensato di diminuire la radiazione riflessa sul diodo laser dal reticolo all'interno della cavità estesa. Per fare questo si è incrementato la lunghezza di cavità, seguendo l'esempio del prototipo laser a cavità estesa utilizzato per realizzare il laser di orologio [47, 65] e si è inserito all'interno della cavità una fessura di circa 1 mm per selezionare al meglio i modi diffratti dal reticolo di diffrazione. Dato che la lunghezza di cavità è divenuta di 12 cm, le ottiche sono state riposizionate coerentemente per rendere il fascio laser collimato. L'introduzione di queste migliorie tecniche non ha tuttavia permesso di stabilizzare a sufficienza la frequenza di emissione del laser a cavità estesa per mezzo dell'utilizzo del battimento con il frequency comb. Per questo motivo si è pensato di utilizzare un sistema diverso per andare ad effettuare l'imaging dello stato eccitato.

Per ora non si è riusciti a determinare il motivo per il quale non è stato possibile stabilizzare la frequenza di emissione del laser e quindi, in futuro, sarà necessario effettuare uno studio più approfondito per indagare le criticità riscontrate in questo lavoro di tesi.

5.3 Sorgente laser a 1389 nm

Lo stato metastabile $|^3P_0\rangle$ permette anche transizioni di dipolo elettrico verso gli stati $|^3D_{1,2}\rangle$ e, per effettuare un pompaggio ottico che permetta di far tornare il maggior numero di atomi nello stato fondamentale, è conveniente utilizzare la transizione verso lo stato $|^3D_1\rangle$.

La transizione considerata verso lo stato eccitato $|^3D_1\rangle$ ha lunghezza d'onda pari a 1388.8 nm ed una larghezza naturale di $\gamma = 300$ kHz. Gli atomi che raggiungono lo stato eccitato decadono per emissione spontanea nei tre livelli $|^3P_i\rangle$ con $i = 0, 1, 2$ e, come avveniva con il laser a 649nm, gli atomi nello stato $|^3P_0\rangle$ vengono nuovamente

pompato otticamente nel livello eccitato $|^3D_1\rangle$, gli atomi nel livello $|^3P_1\rangle$ decadono per emissione spontanea nello stato fondamentale e gli atomi che raggiungono lo stato metastabile $|^3P_2\rangle$ vi rimangono per un tempo di vita media di circa 10 s e quindi, in assenza di un ulteriore laser di pompaggio che permetta di recuperare gli atomi, non vengono rilevati dall'imaging.

Per valutare i *branching ratio* di decadimento del livello $|^3D_1\rangle$ è stata svolta una simulazione utilizzando il formalismo della matrice densità e, considerando una intensità di 1 mW/cm^2 , si è ottenuto l'andamento riportato in figura 5.3.1.

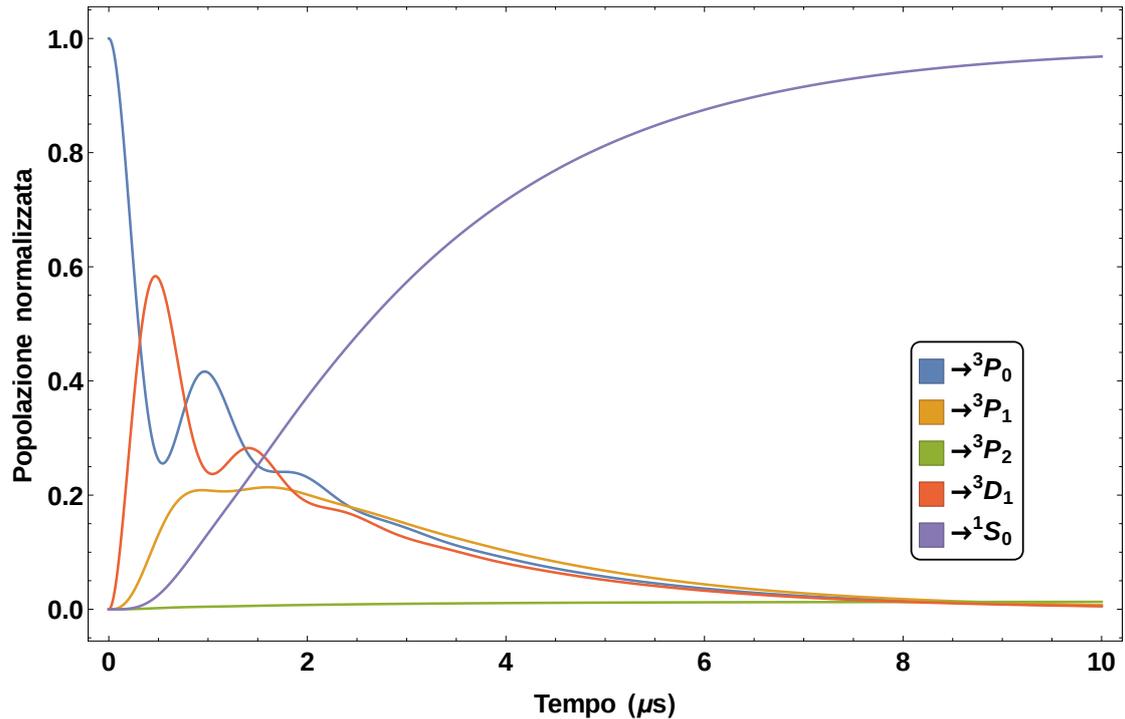


Figura 5.3.1: In questa immagine si riportano le popolazioni degli stati $^3P_{0,1,2}$, 3D_1 , 1S_0 considerando di partire da una popolazione iniziale completamente nello stato metastabile $|^3P_0\rangle$, nella simulazione si tiene conto del decadimento per emissione spontanea di ciascuno stato. La popolazione di atomi nello stato metastabile $|^3P_2\rangle$. Anche in questo caso vengono confermati i *branching ratio* riportati in [76].

Come si può vedere in figura 5.3.1 il tempo necessario a raggiungere la condizione stazionaria è maggiore rispetto a quello necessario se si utilizza la transizione verso lo stato $|^3S_1\rangle$ anche se la percentuale di popolazione che viene determinata risulta prossima al 100% e quindi molto superiore rispetto a quella ottenibile per mezzo della transizione di pompaggio nel rosso.

Per realizzare un emettitore nell'infrarosso che emetta alla lunghezza d'onda del-

la transizione di pompaggio si è scelto di utilizzare un emettitore commerciale di tipo DFB (Distributed FeedBack) ovvero un emettitore in cui il mezzo attivo è spazialmente distribuito in modo da formare un reticolo diffrattivo e quindi selezionare una determinata lunghezza d'onda. Il laser scelto è l'emettitore a diodo NLK1E5GAAA prodotto da NEL Laser Diodes che riesce a produrre 20 mW di radiazione a singolo modo¹¹ quando gli viene fornita una corrente di 120 mA. Il principale vantaggio nell'uso di questi emettitori sta nel fatto che, una volta stabilizzata la temperatura per mezzo di una cella di Peltier, la frequenza emessa dal laser non necessita di essere modificata ulteriormente per lunghi periodi di tempo. Per questo motivo non si necessita di agganciare la frequenza di emissione attivamente. L'intensità di saturazione della transizione in questo caso è data da $44 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ e quindi è possibile saturare la transizione per mezzo dell'intensità prodotta dall'emettitore.

Questo diodo laser necessita di una apposita basetta di alimentazione che permetta sia di alimentare il diodo che di regolarne la temperatura sfruttando la resistenza posta dal costruttore all'interno dell'emettitore.

In futuro, quando le componenti elettroniche saranno disponibili, sarà possibile caratterizzare al meglio il laser di pompaggio e verificarne la validità sugli atomi.

¹¹Dato che l'output del laser esce da una fibra ottica il modo dovrebbe essere puramente TEM₀₀

Conclusioni

Questo lavoro di tesi, svolto presso il Dipartimento di Fisica e Astronomia dell'Università degli studi di Firenze nell'ambito dell'esperimento dedicato allo studio di gas ultrafreddi di Itterbio, ha permesso di verificare l'efficacia di un nuovo metodo di simulazione quantistica per mezzo dell'uso della transizione di orologio fra lo stato fondamentale $|^1S_0\rangle$ e lo stato metastabile $|^3P_0\rangle$.

Nella prima parte del lavoro sono state effettuate misure che hanno portato alla determinazione spettroscopica dell'accoppiamento spin-orbita, effetto che lega l'impulso di un atomo al suo stato interno. Queste misure, svolte per mezzo della transizione di orologio precedentemente introdotta, hanno permesso di determinare la transizione fra regime di Lamb-Dicke, in cui il moto atomico è soppresso dall'elevata profondità reticolare, e il regime di interazione spin-orbita preponderante, permettendo di verificare le recenti previsioni teoriche a riguardo [69].

Nel corso delle misure conclusive di questo lavoro, presentate nel capitolo 4.1, siamo venuti a conoscenza che anche l'importante gruppo di ricerca diretto da Jun Ye presso l'Università del Colorado, Boulder, ha effettuato simili misure spettroscopiche di accoppiamento spin-orbita utilizzando atomi di ^{87}Sr in un setup di orologio ottico, come descritto nell'articolo [72] pre-pubblicato durante la scrittura di questa tesi.

Questo metodo sperimentale ha anche consentito di realizzare la prima implementazione del concetto di "dimensione sintetica" attraverso la manipolazione dello stato elettronico e di simulare la fisica di un sistema cristallino bidimensionale in cui si introduce un campo magnetico sintetico molto intenso (dell'ordine di 10^4 T). Questa nuova tecnica, basata su transizioni a singolo fotone, ha permesso di studiare proprietà fondamentali del sistema simulato, quale l'inversione del segno della corrente chirale associata agli stati di bordo. La possibilità di effettuare la transizione ad un fotone fra due livelli ultrastabili $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_0\rangle$ è stata resa possibile dall'uso di un laser di orologio stabilizzato per mezzo del collegamento con una fibra ottica di 642 km proveniente dall'INRiM di Torino.

I risultati sperimentali ottenuti in questo lavoro di tesi, per la loro novità in un ambito di ricerca ancora quasi completamente aperto, sono stati pre-pubblicati nell'articolo [74] che è stato infine sottomesso alla rivista scientifica *Physical Review Letters* (PRL).

In conclusione, questo lavoro ha dimostrato un nuovo modo di ingegnerizzare l'accoppiamento spin-orbita e realizzare dimensioni sintetiche utilizzando gas ultrafreddi di fermioni simil-alcino terrosi. Il sistema sperimentale realizzato potrà in futuro permettere di approfondire lo studio di fermioni degeneri accoppiati per mezzo dell'interazione di spin-orbita. Ad esempio, la possibilità di accoppiare stati differenti da quelli citati in precedenza per mezzo di luce circolarmente polarizzata permetterà di controllare le interazioni fra i due stati interni utilizzando le risonanze orbitali di Feshbach (OrbFR) scoperte recentemente in atomi di ^{173}Yb [84]. Questo permetterà di investigare il comportamento dei cristalli bidimensionali nella dimensione sintetica con interazioni variabili. Inoltre, la possibilità di accoppiare sia gli stati di spin nucleare che quelli elettronici permetterà di realizzare sistemi multidimensionali completamente sintetici con topologie non banali e condizioni periodiche al contorno.

Nell'ultima parte di questo lavoro ci si è occupati della costruzione di un primo prototipo di laser a diodo che permetta di effettuare il pompaggio ottico della transizione $|^3P_0\rangle \rightarrow |^3S_1\rangle$, allo scopo di effettuare un *imaging* degli atomi nello stato $|^3P_0\rangle$.

Dato che i primi tentativi di stabilizzazione in frequenza effettuati sulla sorgente a 649 nm, necessaria ad eccitare la transizione $|^3P_0\rangle \rightarrow |^3S_1\rangle$, non hanno momentaneamente portato a risultati convincenti, si è infine pensato ad una possibile alternativa. Per questo motivo si è simulato l'effetto di una sorgente che permetta di eccitare la transizione $|^3P_0\rangle \rightarrow |^3D_1\rangle$ a 1389 nm. La realizzazione di questa sorgente di radiazione infrarossa verrà implementata nel sistema sperimentale in futuro e permetterà di rilevare la popolazione dello stato metastabile.

Bibliografia

- [1] M.Inguscio, L.Fallani; *Atomic Physics: Precise Measurements and Ultracold Matter*, Oxford University Press (2013).
- [2] N.Poli, C.W.Oates, P.Gill and G.M.Tino; *Optical atomic clocks*, Riv. Nuovo Cimento 36, 12 (2013).
- [3] R.P.Feynman; *Simulating Physics with Computers*, Int. J. Theor. Phys, 21, 6/7 (1982)
- [4] I.Bloch, J.Dalibard and W.Zwerger; *Many-body physics with ultracold gases*, Rev. Mod. Phys., Volume 80, 885 (2008).
- [5] M.Greiner, O.Mandel, T.Esslinger, T.W.Hänsch and I.Bloch; *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*, Nature 415, 39-44 (2002).
- [6] G.Roati, C.D'Errico, L.Fallani, M.Fattori, C.Fort, M.Zaccanti, G.Modugno, M.Modugno and M.Inguscio; *Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate*, Nature 453, 895-898 (2008).
- [7] M.Z.Hasan and C.L.Kane; *Colloquium: Topological insulators*, Rev. Mod. Phys. 82, 3045 (2010).
- [8] K.von Klitzing; *The quantized Hall effect*, Rev. Mod. Phys. 58, 519 (1986).
- [9] M.Mancini, G.Pagano, G.Cappellini, L.F.Livi, M.Rider, J.Catani, C.Sias, P.Zoller, M.Inguscio, M.Dalmonte, L.Fallani; *Observation of chiral edge states with neutral fermions in synthetic Hall ribbons*, Science 349, 1510 (2015).
- [10] M.S.Skłodowska-Curie, P.Curie; *Sur une nouvelle substance fortement radioactive, contenue dans la pechblende*, C.R. Acad. Sci., 127, 1215-1217 (1898).
- [11] A.Messiah; *Quantum mechanics: two volumes bound as one.*, Dover Publications Inc., Mineola, New York (1999).

- [12] B.H.Bransden, C.J.Joachain; *Physics of Atoms and Molecules*, Pearson Education, Ltd. (2006).
- [13] A.Yamaguchi; *Metastable State of Ultracold and Quantum Degenerate Ytterbium Atoms*, PhD Thesis, Kyoto University (2008).
- [14] R.Shankar; *Principles of Quantum Mechanics*, Springer International Edition (1980).
- [15] D. ter Haar; *Problems in quantum mechanics*, Pion Ltd., London (1975).
- [16] P.A.M.Dirac; *The Quantum Theory of the Electron*, Proc. Phys. Soc. Lond. A, 117, 778, 610-624 (1928).
- [17] E.U.Condon, G.H.Shortley; *Theory of Atomic Spectra*, Cambridge University Press, London (1951).
- [18] G.Breit and L. A.Wills; *Hyperfine structure in intermediate coupling*, Phys. Rev. 44, 470 (1933).
- [19] J.Meija, T.Coplen, M.Berglund, et al.; *Isotopic compositions of the elements 2013 (IUPAC Technical Report)*, Pure Appl. Chem., 88(3), 293-306, doi:10.1515/pac-2015-0503 (2016).
- [20] J.Meija, T.Coplen, M.Berglund, et al.; *Atomic weights of the elements 2013 (IUPAC Technical Report)*, Pure Appl. Chem., 88(3), 265-291, doi:10.1515/pac-2015-0305 (2016)
- [21] M.M.Boyd, T.Zelevinsky, A.D.Ludlow, S.Blatt, T.Zanon-Willette, S.M.Foreman and J.Ye; *Nuclear spin effects in optical lattice clocks*, Phys. Rev. A 76, 022510,(2007).
- [22] C.Cohen-Tannoudji, D.Guéry-Odelin; *Advances in atomic physics: an overview*, World Scientific Publishing Co. (2011)
- [23] R.Grimm, M.Weidemuller and Y.B.Ovchinnikov; *Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*, Adv. Atom. Mol. Opt. Phy. 42, 95-170 (2000).
- [24] P.Verker, B.Lounis, C.Salomon, C.Cohen-Tannoudji, J.-Y.Courtois and G.Grynberg; *Dynamics and Spatial Order of Cold Cesium Atoms in a Periodic Optical Potential*, Phys. Rev. Lett. 68, 3861 (1992).
- [25] M.Born and E.Wolf; *Principles of Optics*, Cambridge University Press (1999)
- [26] N.W.Ashcroft and D.N.Mermin; *Solid State Physics*, Saunders College Publishing, Fort Worth, TX (1976)

- [27] M.Pini; *Signatures of magnetic crystals in a three-leg ladder system with synthetic gauge fields*, Università degli studi di Firenze, Master Thesis (2016)
- [28] M.Mancini; *Quantum simulation with Ytterbium atoms in synthetic dimensions*, Università degli studi di Firenze, PhD Thesis (2016)
- [29] H.L.Störmer; *The Fractional Quantum Hall Effect*, Nobel Lectures, Physics 1996-2000, Gösta Eksping, World Scientific Publishing Co., Singapore (2002).
- [30] D.C.Tsui; *Interplay of Disorder and Interaction in Two-Dimensional Electron Gas in Intense Magnetic Fields*, Nobel Lectures, Physics 1996-2000, Gösta Eksping, World Scientific Publishing Co., Singapore (2002).
- [31] R.B.Laughlin; *Fractional Quantization*, Nobel Lectures, Physics 1996-2000, Gösta Eksping, World Scientific Publishing Co., Singapore, 2002
- [32] M.König, S.Wiedmann, C.Brüne1, A.Roth, H.Buhmann, L.W. Molenkamp, X.-L. Qi, Shou-Cheng Zhang; *Quantum Spin Hall Insulator State in HgTe Quantum Wells*, Science 318, 5851, 766-770 (2007).
- [33] M.Aidelsburger, M.Lohse, C.Schweizer, M.Atala, J.T.Barreiro, S.Nascimbène, N.R.Cooper, I.Bloch and N.Goldman; *Measuring the Chern number of Hofstadter bands with ultracold bosonic atoms*, Nat. Phys. 11, 162–166 (2015).
- [34] V.Galitski and I.B.Spielman; *Spin-orbit coupling in quantum gases*, Nature, vol.494 pp. 49-53 (2013)
- [35] R.Peierls; *On the theory of diamagnetism of conduction electrons*. Z. Phys. 80, 763–791 (1933).
- [36] M.V.Berry; *Quantal phase factors accompanying adiabatic changes*, Proc. Phys. Soc. Lond. A 392, 45-57 (1984).
- [37] Y.Aharonov and D.Bohm; *Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory*, Phys. Rev. 115, 485-491 (1959).
- [38] P.G. Harper; *The general motion of Conduction Electrons in a Uniform Magnetic Field, with Application to the Diamagnetism of Metals*, Proc. Phys. Soc. Lond. A 68, 874 (1955).
- [39] D.R.Hofstadter; *Energy levels and wave functions of Bloch electrons in rational and irrational magnetic fields.*, Phys. Rev. B 14, 2239-2249 (1976).
- [40] M.Aidelsburger; *Artificial gauge fields with ultracold atoms in optical lattices*, PhD Thesis, Universität München (2015).

- [41] B.E.A.Saleh and M.C.Teich; *Fundamentals of Photonics*, Wiley (2007).
- [42] B.Sapoval and C.Hermann; *Physics of Semiconductors*, Springer Science & Business Media (2003).
- [43] F.Gerbier and J.Dalibard; *Gauge fields for ultracold atoms in optical superlattices*, New J. Phys. 12, 033007 (2010).
- [44] J.Ruostekoski, G.V.Dunne, J.Javanainen; *Manipulating atoms in an optical lattice: fractional fermion number and its optical quantum measurement*, Phys. Rev. Lett. 88, 180401 (2010).
- [45] F.D.M.Haldane; *Model for a quantum Hall effect without Landau levels: condensed-matter realization of the “parity anomaly”*, Phys. Rev. Lett. 61, 2015-2018 (1988).
- [46] A.Celi, P.Massignan, J.Ruseckas, N. Goldman, I.B.Spielman, G.Juzeliūnas and M.Lewenstein; *Synthetic Gauge Fields in Synthetic Dimensions*, Phys. Rev. Lett. 112, 043001 (2014).
- [47] G.Cappellini; *Sviluppo di un sistema laser per la codifica di qubit su atomi degeneri di Itterbio*, Università degli studi di Firenze, Master Thesis (2012).
- [48] D.A.Steck; *Quantum and Atom optics*, University of Oregon (2007).
- [49] H.Zhai; *Degenerate quantum gases with spin-orbit coupling: a review*, Rep. Prog. Phys. 78, 026001 (2015).
- [50] Y.-J.Lin R.L.Compton, K.Jiménez-García, J.V. Porto and I.B.Spielman; *Synthetic magnetic fields for ultracold neutral atoms*, Nature 462, 628-632 (2009).
- [51] H.Metcalf and P.V.D.Straten; *Laser Cooling and Trapping*, Springer (1999).
- [52] Y. Takasu, K. Komori, K. Honda, M. Kumakura, T. Yabuzaki, and Y. Takahashi; *Photoassociation Spectroscopy of Laser-Cooled Ytterbium Atoms*, Phys. Rev. Lett. 93, 123202 (2004).
- [53] C.J.Bowers, D.Budker, E.D.Commins, D.DeMille, S.J.Freedman, A.-T.Nguyen, S.-Q.Shang and M.Zolotarev; *Experimental investigation of excited-state lifetimes in atomic ytterbium*, Phys. Rev. A 53, 3103–3109 (1996).
- [54] G.Pagano; *Raffreddamento e Intrappolamento di atomi di Itterbio*, Università degli studi di Firenze, Master Thesis (2011).

- [55] J.Migdalek and W.E.Baylis; *Relativistic transition probabilities and lifetimes of low-lying levels in ytterbium*, J.Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 24 (1991).
- [56] J.Weiner and P.S.Julienne; *Experiments and theory in cold and ultracold collisions*, Rev. Mod. Phys., 71(1): 1-85 (1999).
- [57] L.F.Livi; *Creazione di stati atomici coerenti tramite transizioni proibite in gas di fermioni ultrafreddi*, Università degli studi di Firenze, Master Thesis (2015).
- [58] L.F.Livi; *Trasporto ottico di atomi ultrafreddi a lunga distanza*, Università degli studi di Firenze, Bachelor Thesis (2012).
- [59] W.Gerlach and O.Stern; *Das magnetische Moment des Silberatoms*, Z. Phys. 9, 353-355 (1922).
- [60] Coherent Inc.; *Model 240 Spectrum Analyzer Operator Manual*, <http://web.mit.edu/8.13/8.13d/manuals/coherent/coherent-model-240-spectrum-analyzer.pdf> (1982).
- [61] A.P.Kazantsev; *Recoil effect in a strong resonant field*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 67, 1660-1666 (1974).
- [62] T.Sleator, T.Pfau, V.Balykin, O.Carnal and J.Mlynek, *Experimental Demonstration of the Optical Stern-Gerlach Effect*, Phys. Rev. Lett. 68,13 (1992).
- [63] C.Clivati, G.Cappellini, L.F.Livi, F.Poggiali, M.Siciliani de Cumis, M.Mancini, G.Pagano, M.Frittelli, A.Mura, G.A. Costanzo, F.Levi, D.Calonico, L.Fallani, J.Catani and M.Inguscio; *Measuring absolute frequencies beyond the GPS limit via long-haul optical frequency dissemination*, Opt. Express 24, 11, 11865-11875 (2016).
- [64] G.Cappellini; *Two-orbital quantum physics in Yb Fermi gases exploiting the $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_0\rangle$ clock transition*, Università degli studi di Firenze, PhD Thesis (2016).
- [65] G.Cappellini, P.Lombardi, M.Mancini, G.Pagano, M.Pizzocaro, L.Fallani, and J.Catani; *A compact ultranarrow high-power laser system for experiments with 578 nm ytterbium clock transition*, Rev. Sci. Instrum. 86,073111 (2015).
- [66] R.W.P.Drever, J.L.Hall, F.V.Kowalski, J.Hough, G.M.Ford, A.J.Munley and H.Ward; *Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator*, Appl. Phys. B 31, 97-105 (1983).

- [67] F.Poggiali; *Ultrannarrow laser stabilization with long-distance optical-fiber link for experiments with Ytterbium ultracold gases*, Università degli studi di Firenze, Master Thesis (2015).
- [68] A.D.Ludlow, M.M.Boyd, J.Ye, E.Peik and P.O.Schmidt; *Optical atomic clocks*, Rev. Mod. Phys. 87, 637 (2015).
- [69] M.L.Wall, A.P.Koller, S.Li, X.Zhang, N.R.Cooper, J.Ye and A.M.Rey; *Synthetic Spin-Orbit Coupling in an Optical Lattice Clock*, Phys. Rev. Lett. 116, 035301 (2016).
- [70] F.T.Arecchi and R.Bonifacio; *Theory of Optical Maser Amplifiers*, IEEE J. Quantum Elect., QE-1, 4 (1965).
- [71] R.P.Feynman, F.L.Vernon and R.W.Hellwarth; *Geometrical Representation of the Schrödinger Equation for Solving Maser Problems*, J. Appl. Phys. 28, 49 (1957).
- [72] S.Kolkowitz, S.L.Bromley, T.Bothwell, M.L.Wall, G.E.Marti, A.P.Koller, X.Zhang, A.M.Rey, J.Ye; *Spin-orbit coupled fermions in an optical lattice clock*, Preprint: arXiv:1608.03854 (2016).
- [73] D.Calonico, E.K.Bertacco, C.E.Calosso et al.; *High-accuracy coherent optical frequency transfer over a doubled 642-km fiber link*, Appl. Phys. B 117, 979-986 (2014).
- [74] L.F.Livi, G.Cappellini, M.Diem, L.Franchi, C.Clivati, M.Frittelli, F.Levi, D.Calonico, J.Catani, M.Inguscio, L.Fallani; *Synthetic dimensions and spin-orbit coupling with an optical clock transition*, Preprint:arXiv:1609.04800 (2016).
- [75] C.Zener; *Non-Adiabatic Crossing of Energy Levels* Proc. Phys. Soc. Lond. A, 137 (1932).
- [76] F.Scazza; *Probing SU(N)-symmetric orbital interactions with ytterbium Fermi gases in optical lattices*, PhD Thesis, Universität München (2015).
- [77] I.Goti; *Spettroscopia ottica dello iodio molecolare per un nuovo riferimento di frequenza a 556 nm*, Università degli studi di Firenze, Bachelor Thesis (2016).
- [78] H.Salami and A.J.Ross; *A molecular iodine atlas in ascii format*, J. Mol. Spectrosc. 233, 157-159 (2005).

- [79] S.C.Xu, R.van Dierendonck, W.Hogervorst, W.Ubachs; *A Dense Grid of Reference Iodine Lines for Optical Frequency Calibration in the Range 595-655 nm*, J. Mol. Spectrosc. 201, 256-266 (2000).
- [80] M.Prevedelli; *Temperature controller for diode laser*. Rev. 4, <http://www.lens.unifi.it/ew/index.php>(2011).
- [81] R.A.Nyman, G.Varoquaux, B.Villier, D.Sacchet, F.Moron, Y.Le Coq, A.Aspect and P.Bouyer; *Tapered-amplified antireflection-coated laser diodes for potassium and rubidium atomic-physics experiments*, Rev. Sci. Instrum. 77, 033105 (2006).
- [82] Thorlabs; *IO-5-670-VLP Free-Space Isolator User Guide*, <https://www.thorlabs.com/drawings/29e4287e5d601220-65D2AEDD-5056-0103-79695B8C90572771/IO-5-670-VLP-Manual.pdf>.
- [83] G.Giusfredi; *Manuale di Ottica*, Springer (2015).
- [84] G.Pagano, M.Mancini, G.Cappellini, L.Livi, C.Sias, J.Catani, M.Inguscio, and L.Fallani; *Strongly Interacting Gas of Two-Electron Fermions at an Orbital Feshbach Resonance*, Phys. Rev. Lett. 115, 265301 (2015).