Università degli Studi di Firenze

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Corso di Laurea in Fisica

Anno Accademico 2004/05

29 Settembre 2005

Osservazione di Risonanze di Fano-Feshbach in miscele atomiche K-Rb

Candidato: Chiara D'Errico

Relatore: Dott. Giovanni Modugno

Correlatore: Prof. Massimo Inguscio

Indice

Introduzione **1**

1 Interazioni in gas ultra-freddi **5**

1.1 Teoria delle collisioni 5

1.1.1 Caratteristiche dell'interazione 6

1.1.2 *Scattering* elastico 7

1.2 Particelle identiche nella teoria quantistica 10

1.2.1 Bosoni 11

1.2.2 Fermioni 12

1.2.3 Processi di *scattering* fra particelle identiche 13

1.3 Risonanze di Fano-Feshbach 14

1.3.1 Dallo *scattering* di risonanza ad una risonanza di Fano-Feshbach (RFF) 14

1.3.2 Proprietà dello stato legato 18

1.3.3 Risonanze di Fano-Feshbach in onda p 22

1.3.4 Osservazioni sperimentali di risonanze di Fano-Feshbach . . 24

2 Produzione della miscela degenere **27**

2.1 Apparato e procedura sperimentale 28

2.1.1 Gli atomi di ^{87}Rb e ^{40}K 28

2.1.2 Livelli iperfini e transizioni atomiche 28

2.1.3 Sorgenti laser 30

2.1.4 Sistema a doppia MOT 30

2.1.5 Trappola magnetica 32

2.1.6 Evaporazione e raffreddamento simpatetico 33

2.1.7 Sistema per l'acquisizione dell'immagine 33

3 Trappola ottica **35**

3.1 Teoria del funzionamento di una trappola ottica dipolare 36

3.1.1 Potenziale dipolare 36
3.1.2 Effetto del potenziale su atomi a più livelli 38
3.1.3 Trappole dipolari con *detuning* verso il rosso 39
3.2 Caratteristiche e allineamento della nostra trappola ottica 41
3.2.1 Schema sperimentale 42
3.2.2 Allineamento dei fasci sulla nuvola atomica 42
3.2.3 Misura del *waist* e delle frequenze di oscillazione 44
3.2.4 Misura del rumore in ampiezza 47

4 Osservazione delle risonanze di Fano-Feshbach 51
4.1 Apparato sperimentale per l'osservazione di una RFF e trasferimenti a stati risonanti 52
4.1.1 Separazione dei sottolivelli Zeeman 54
4.1.2 Strumenti per i trasferimenti 55
4.1.3 Bobine per generare il campo feshbach e calibrazione del campo 58
4.1.4 Trasferimenti del ^{87}Rb e del ^{40}K 62
4.2 Procedura sperimentale per osservare una risonanza 64
4.3 Ricerca e osservazione delle RFF 65
4.3.1 Risonanze negli stati fondamentali 67
4.3.2 Risonanze in altre coppie di stati 71
4.3.3 Risonanze omonucleari 77

5 Analisi e discussione 83
5.1 Analisi dei risultati 83
5.2 Prospettive per il futuro 85

Conclusioni 91

A Particelle identiche nella teoria quantistica 93

Ringraziamenti 95

Bibliografia 97

Introduzione

Negli ultimi decenni si è sviluppato un forte interesse nel campo della ricerca sulle particelle ultra-fredde, sia dal punto di vista teorico che da quello sperimentale; in particolare dal 1995, quando da tre gruppi sperimentali, quasi in contemporanea, fu osservata la condensazione di Bose-Einstein di un gas di atomi alcalini, nei campioni di ^{87}Rb [1], ^{23}Na [2] e ^{7}Li [3]. Parallelamente allo studio di gas bosonici ultra-freddi, si è sviluppato un grande interesse anche per i gas fermionici; nel 1999, infatti, è stato portato alla degenerazione quantistica un gas di Fermi di ^{40}K [4]. Successivamente sono state prodotte anche le prime miscele ultra-fredde di fermioni e bosoni: ^{6}Li-^{7}Li [5, 6], ^{6}Li-^{23}Na [7] e ^{40}K-^{87}Rb [8].
Lo studio dei gas quantistici atomici ha avuto in pochi anni uno sviluppo rapidissimo, anche grazie alla versatilità di questi sistemi. Infatti è possibile, non solo cambiare la temperatura e la densità dei campioni e variare la composizione percentuale in potenziali di vario tipo (potenziali a dimensionalità ridotta, potenziali periodici, etc.), ma anche controllare facilmente l'interazione tra le particelle. Quest'ultimo importante controllo delle proprietà del sistema può avvenire tramite risonanze di Fano-Feshbach (RFF). Queste risonanze, predette nel 1995 [9] e osservate per la prima volta su un condensato di Bose-Einstein di ^{23}Na [10], sono risonanze fra l'energia cinetica di due atomi collidenti e stati legati del loro potenziale molecolare. Una risonanza permette allo stesso tempo di controllare l'interazione fra gli atomi, poiché modifica la sezione d'urto di collisione, e di formare in modo adiabatico molecole ultra-fredde a partire da coppie di atomi. Successivamente, l'osservazione di risonanze di Fano-Feshbach anche in altri gas bosonici [11, 12, 13] ha permesso di realizzare spettroscopia per studiare le proprietà collisionali di un gas di ^{133}Cs, di produrre un condensato di Bose-Einstein di ^{85}Rb e, aumentando la forza dell'interazione attrattiva, di portarlo al collasso [14]. La possibilità di controllare le interazioni, offerta dalle RFF, ha portato a studiarle anche su sistemi fermionici [15].
Un importante traguardo raggiunto grazie alle RFF è stata la produzione di molecole ultra-fredde, a partire sia da gas atomici di bosoni (^{85}Rb [16], Cs [17, 18]), che di

fermioni (^{40}K [19], ^{6}Li [20, 21, 22]). È interessante notare che, anche per gas fermionici, le molecole prodotte sono particelle bosoniche ed è stato quindi possibile realizzare e osservare la transizione ad un nuovo stato quantistico della materia: un condensato di Bose-Einstein di molecole di atomi fermionici [23, 24, 25]. Il regime in cui il sistema atomico è instabile verso la formazione di molecole (regime BEC) è quello di forte interazione repulsiva; in presenza di forte interazione attrattiva, invece, i fermioni possono formare coppie di Cooper (regime BCS). Con l'osservazione di condensati di molecole di fermioni si è sviluppato l'interesse a studiare l'evoluzione dal regime BEC al regime BCS (BEC-BCS *crossover*), osservato per coppie di atomi di ^{40}K [26] e di ^{6}Li [27, 28].
È, invece, ancora poco esplorato il campo delle risonanze eteronucleari, ovvero fra atomi di specie diversa. Solo di recente sono state infatti osservate risonanze in miscele di fermioni e bosoni: ^{6}Li-^{23}Na [29], ^{40}K-^{87}Rb [30] e ^{6}Li-^{7}Li [31]. Lo studio di questi sistemi offre opportunità molto interessanti, come la produzione di molecole eteronucleari, fermioniche e polari, e l'osservazione delle dinamiche del collasso indotto dall'interazione fra fermioni e bosoni.
Durante questo lavoro di tesi, svolto presso il LENS di Firenze, ho avuto la possibilità di lavorare ad un esperimento in cui vengono prodotte e studiate miscele atomiche ultra-fredde di K-Rb. Il lavoro svolto si è concentrato nella ricerca delle risonanze di Fano-Feshbach in miscele ^{40}K-^{87}Rb fuori dal regime di degenerazione quantistica. Dopo aver montato una trappola ottica necessaria per effettuare lo studio delle RFF, abbiamo osservato le risonanze eteronucleari fra ^{40}K e ^{87}Rb, cercando prima quattro risonanze già osservate [30], e poi altre sette che non erano mai state viste. Oltre a queste abbiamo osservato anche alcune risonanze omonucleari, una delle quali, fra atomi di ^{40}K, non era ancora stata vista. L'osservazione delle 11 risonanze eteronucleari ha permesso di migliorare la conoscenza dell'interazione fra atomi di ^{40}K e atomi di ^{87}Rb, determinando una misura precisa della lunghezza di *scattering* fra le due specie.
La struttura della tesi è la seguente.
Nel primo capitolo, oltre a presentare un breve richiamo sulla teoria delle collisioni fra atomi ultra-freddi, faremo un'introduzione al fenomeno delle RFF, descrivendone le caratteristiche generali e i principali risultati sperimentali fino ad ora ottenuti tramite il loro utilizzo.
Nel secondo capitolo descriveremo la procedura utilizzata per la produzione della miscela degenere e le caratteristiche principali dell'apparato sperimentale al momento in cui è iniziato questo lavoro di tesi.
Nel terzo capitolo descriveremo il principio di funzionamento generale di una trap-

pola ottica, per poi passare a parlare più nel dettaglio delle caratteristiche della nostra trappola e della sua costruzione.
Il quarto capitolo è dedicato all'osservazione delle risonanze di Fano-Feshbach. Descriveremo quindi l'apparato sperimentale utilizzato e la procedura seguita per l'osservazione delle risonanze; riporteremo poi le misure ottenute, discutendone le caratteristiche principali.
Nell'ultimo capitolo riporteremo i risultati trovati dal teorico del gruppo, sulla base delle misure effettuate, e descriveremo le principali possibilità di ricerche future offerte dalle risonanze eteronucleari.

Capitolo 1

Interazioni in gas ultra-freddi

Negli ultimi anni la ricerca in fisica nel campo delle particelle ultra-fredde ha raggiunto risultati importanti, a cominciare dal raggiungimento della condensazione di Bose-Einstein (BEC), che consiste nella formazione di un condensato in cui gli atomi di un gas di bosoni (Par.1.2.1) vanno ad occupare in modo macroscopico lo stato di energia fondamentale, quando la temperatura diventa inferiore ad una temperatura critica. Come vedremo in questo capitolo, la caratteristica delle particelle bosoniche di formare un condensato è legata alla statistica che seguono (Par.1.2). L'altro tipo di particelle che esistono in natura, i fermioni (Par.1.2.2), ha un comportamento statistico diverso; in particolare per fermioni identici è proibita l'occupazione simultanea dello stesso stato e quindi la formazione di un condensato come per i bosoni. Anche per quanto riguarda i fermioni sono stati raggiunti importanti risultati, come la produzione di un gas di Fermi degenere e l'osservazione del BEC-BCS *crossover* (Par.1.3.4).
Nel campo degli atomi freddi si è sviluppato di recente un forte interesse per lo studio delle risonanze di Fano-Feshbach (Par.1.3), che permettono di controllare la forza delle interazioni atomiche, passando da regimi di forte interazione a regimi di interazione molto debole. Prima di descrivere le caratteristiche e le applicazioni delle risonanze di Fano-Feshbach, presenteremo un breve richiamo alla teoria delle collisioni fra atomi ultra-freddi (Par.1.1).

1.1 Teoria delle collisioni

In questo paragrafo presenteremo una breve descrizione del problema delle collisioni fra atomi alcalini ultra-freddi. Gli atomi alcalini sono caratterizzati da una struttura semplice dello stato elettronico fondamentale, in cui un solo elettrone di valenza occupa il guscio esterno in un orbitale s. Lo spin nucleare I è accoppiato al

momento angolare elettronico J dall'interazione iperfine; poiché gli elettroni hanno momento angolare orbitale nullo ($L = 0$), sul nucleo non agisce nessun campo magnetico dovuto al moto orbitale degli elettroni e l'accoppiamento iperfine si riduce al termine di interazione fra lo spin nucleare e quello elettronico. L'hamiltoniana per un atomo alcalino in presenza di un campo magnetico di intensità B, orientato in direzione $\widehat{\mathbf{z}}$, può, quindi, essere scritta nel seguente modo:

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + A_{hf}\mathbf{S} \cdot \mathbf{I} + \gamma_e S_z B \tag{1.1}$$

dove A_{hf} descrive l'accoppiamento iperfine, il termine $\gamma_e S_z B$ descrive l'accoppiamento di **S** al campo magnetico, responsabile dell'effetto Zeeman, con γ_e momento magnetico associato allo spin dell'elettrone[1].

1.1.1 Caratteristiche dell'interazione

Consideriamo l'hamiltoniana di un sistema di due atomi alcalini con masse m_1 e m_2:

$$H = H_0^1 + H_0^2 + H_{int} \tag{1.2}$$

dove H_0^1 e H_0^2 sono le hamiltoniane ad un corpo degli atomi 1 e 2, rispettivamente, e H_{int} è l'hamiltoniana di interazione interatomica [32, 33, 34]. Il potenziale di interazione H_{int}, calcolato nell'approssimazione di Born-Oppenheimer[2] e trascurando le interazioni magnetiche spin-spin, è un potenziale centrale $V(r)$. Poiché i due atomi hanno un elettrone di valenza ciascuno, con spin $1/2$, questi si possono combinare in due stati di spin elettronico: tripletto ($S = 1$) e singoletto ($S = 0$). In generale, lo stato di spin elettronico per la coppia di atomi in stati iperfini definiti è una sovrapposizione degli stati di spin di tripletto e di singoletto; il potenziale $V(r)$ può quindi essere scomposto nei potenziali di singoletto $V_s(r)$ e di tripletto $V_t(r)$:

$$V(r) = V_s(r)\wp_s + V_t(r)\wp_t \tag{1.3}$$

dove $\wp_s$ e $\wp_t$ sono i proiettori sugli stati di spin di singoletto e di tripletto. Se la funzione d'onda è una funzione di puro tripletto (o di puro singoletto), quindi, il potenziale si riduce al termine V_t (V_s). Gli andamenti di questi due termini del potenziale molecolare, per due atomi di Rb e K, sono riportati in Fig.1.1. Per piccole separazioni le interazioni sono principalmente determinate da un nocciolo fortemente

[1] In generale la perturbazione introdotta dal campo B è costituita da un termine di interazione con il momento magnetico del nucleo, che abbiamo trascurato, e un termine di interazione con quello elettronico, che, per atomi alcalini, si riduce all'interazione con lo spin.

[2] Tale approssimazione consiste nel considerare i nuclei fissi e nel calcolare l'energia di interazione in funzione della distanza fra questi.

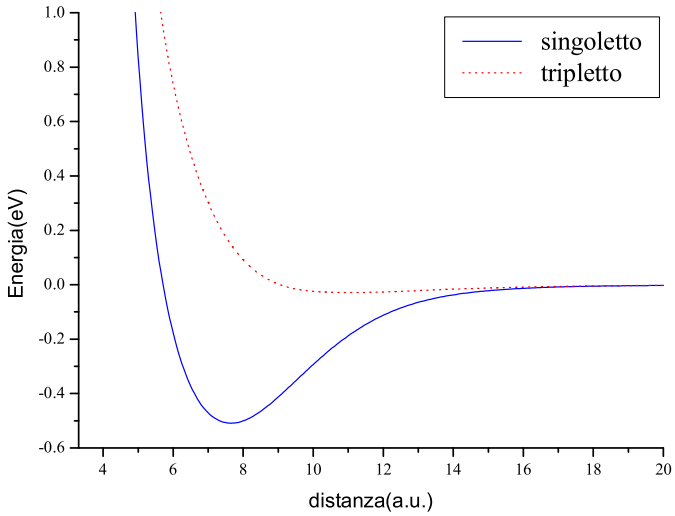

Figura 1.1: Andamento del potenziale di interazione fra due atomi di Rb e K in funzione della loro separazione, per elettroni di valenza in uno stato di singoletto o di tripletto.

repulsivo, dovuto al fatto che non è possibile sovrapporre le nuvole elettroniche. A separazioni più grandi, invece, i due nuclei sentono una forza attrattiva, dovuta al fatto che entrambi gli atomi hanno un solo elettrone nella *shell* esterna. Poiché due elettroni con spin opposti possono occupare lo stesso orbitale i due atomi sentono un'attrazione, responsabile del legame covalente; se i due elettroni hanno lo stesso spin, invece, non possono avere la stessa funzione d'onda spaziale e quindi non c'è la diminuzione in energia che si ha per i due elettroni con spin opposti che occupano lo stesso orbitale. Come si vede dalla Fig.1.1, infatti, la buca attrattiva è molto più profonda per lo stato di singoletto che per quello di tripletto. Per separazioni atomiche ancora più grandi, infine, gli atomi sentono un'attrazione dovuta all'interazione di Van der Waals fra i dipoli elettrici indotti, che ha la forma

$$V(r) = -\frac{C_6}{r^6} - \frac{C_8}{r^8} - \frac{C_{10}}{r^{10}} + ..., \tag{1.4}$$

dove r è la separazione atomica.

1.1.2 *Scattering* elastico

I processi di collisione a due corpi possono essere di due tipi: collisioni elastiche e anelastiche.

- Le collisioni elastiche conservano l'energia cinetica; i due atomi non cambiano il loro stato interno durante il processo di collisione, ma possono cambiare solamente la quantità di moto. Le collisioni elastiche permettono quindi solo una ridistribuzione dell'energia cinetica fra le particelle.

- Le collisioni anelastiche, invece, implicano il cambiamento dello stato interno di almeno uno dei due atomi. L'energia totale è conservata, mentre, poiché cambia l'energia interna delle particelle, l'energia cinetica totale viene modificata.

In questa sezione ci limitiamo a considerare collisioni elastiche perché, come vedremo nel Cap.2, è questo tipo di interazione che permette di raffreddare un gas di atomi sfruttando il processo di ritermalizzazione.
Iniziamo a studiare lo *scattering* di due particelle distinguibili di masse m_1 e m_2. Si scompone il problema nello studio del moto del centro di massa e di quello relativo al centro di massa; la funzione d'onda che descrive il moto del centro di massa è un'onda piana, quindi il problema si riconduce a risolvere l'equazione di Schrödinger per il moto relativo:

$$(-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2\mu} + V(r) - E)\Psi(\mathbf{r}) = 0, \tag{1.5}$$

dove μ è la massa ridotta delle due particelle.
A questo punto si descrive lo *scattering* scrivendo la funzione d'onda Ψ come somma di un'onda piana entrante e di un'onda di *scattering*,

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{ikz} + \Psi_{sc}(\mathbf{r}), \tag{1.6}$$

dove abbiamo scelto che la velocità relativa dell'onda entrante sia in direzione di z. Quando la separazione fra gli atomi è molto grande la funzione d'onda di *scattering* è un'onda sferica uscente

$$\Psi_{sc}(\mathbf{r}) = f(\mathbf{k})\frac{e^{ikr}}{r}, \tag{1.7}$$

dove $f(\mathbf{k})$ è l'ampiezza di *scattering* e $\mathbf{k}$ è il vettore d'onda dell'onda di *scattering*. Se si assume che l'interazione fra gli atomi abbia simmetria sferica, $f(\mathbf{k})$ è funzione solo di θ, angolo fra le direzioni del moto relativo degli atomi prima e dopo lo *scattering*. Si cerca quindi una soluzione che, per $r \to \infty$, abbia la seguente forma:

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{ikz} + f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}; \tag{1.8}$$

l'energia dello stato è data da

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}. \tag{1.9}$$

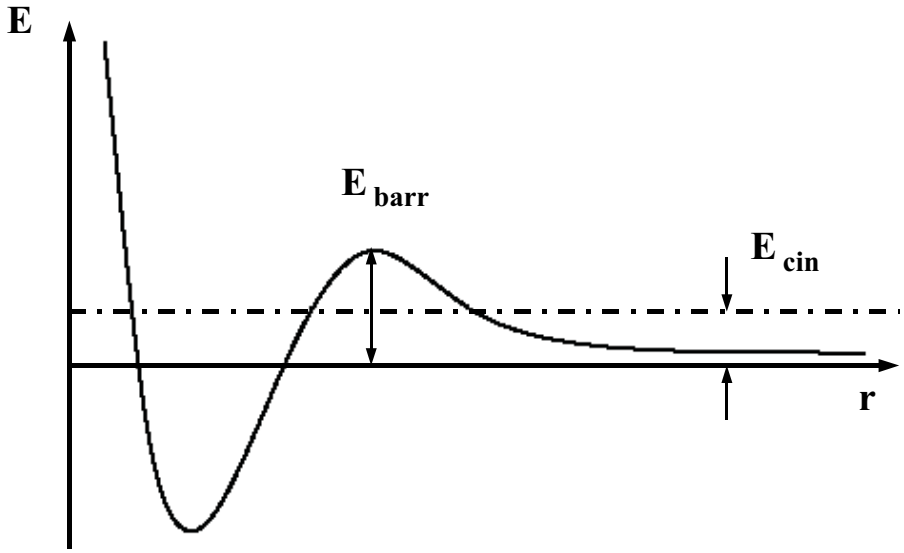

Figura 1.2: Andamento del potenziale effettivo di interazione coulombiana fra due atomi. Per $l \neq 0$ la presenza di una barriera di potenziale di altezza E_{barr} dovuta al termine centrifugo $\hbar^2 l(l+1)/(2\mu r^2)$ impedisce alle particelle che incidono con energia collisionale $E_k < E_{barr}$ di sentire gli effetti del potenziale $V(r)$.

Poiché il potenziale è centrale, per risolvere l'equazione di Schrödinger si può sviluppare la funzione d'onda $\Psi(\mathbf{r})$ in termini di onde parziali con momento angolare *l*:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} A_l P_l(\cos\theta) R_{kl}(r), \tag{1.10}$$

dove P_l sono i polinomi di Legendre e $R_{kl}(r) = u_{kl}(r)/r$ è la funzione d'onda radiale, con $u_{kl}(r)$ soluzione dell'equazione di Schrödinger radiale

$$[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\mu V(r)}{\hbar^2} + k^2] u_{kl}(r) = 0. \tag{1.11}$$

Resta quindi da risolvere un'equazione di Schrödinger unidimensionale con un potenziale effettivo:

$$V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}, \tag{1.12}$$

dove il termine repulsivo che si somma a $V(r)$ è detto *barriera centrifuga*. L'andamento del potenziale effettivo è riportato in Fig.1.2. Se l'energia di collisione delle particelle è molto più bassa della barriera centrifuga, le particelle con momento angolare $l > 0$ non possono sentire il potenziale $V(r)$ e non possono, quindi, subire un processo di *scattering*. Per $r \to \infty$ il potenziale d'interazione diventa trascurabile e la soluzione è una sinusoide con uno *shift* di fase δ_l che dipende dal potenziale e

da *l*. Si trova che l'ampiezza di *scattering* è

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)P_l(\cos\theta)(e^{2i\delta_l}-1). \tag{1.13}$$

Dal valore di $f(\theta)$ possiamo trovare la sezione d'urto differenziale[3]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \tag{1.14}$$

da cui, integrando su tutto l'angolo solido, si ricava la sezione d'urto di *scattering* totale:

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2}\sum_{l=o}^{\infty}(2l+1)\sin^2\delta_l. \tag{1.15}$$

Si può dimostrare che, quando *k* si avvicina a zero, gli *shift* di fase δ_l sono proporzionali a k^{2l+1}[35], quindi la sezione d'urto di *scattering* per onde parziali più alte diminuisce come $\sigma_l \propto k^{4l}$, mentre σ_0 diventa indipendente dall'energia di collisione. La sezione d'urto di *scattering*, quindi, può essere determinata considerando solo il termine con $l = 0$ (*scattering* in onda *s*), e si ottiene:

$$\lim_{k\to 0}\sigma_0(k) = 4\pi a^2, \tag{1.16}$$

valida nel limite di bassa energia per particelle distinguibili, avendo definito la *lunghezza di scattering*

$$a = -\lim_{k\to 0}\frac{\tan\delta_0(k)}{k}. \tag{1.17}$$

Se si calcola, invece, l'andamento della sezione d'urto di *scattering* in onda *s* in funzione dell'energia si trova:

$$\sigma(k) = \frac{4\pi a^2}{1+k^2a^2}. \tag{1.18}$$

Per $ka \ll 1$ si ritrova $\sigma \simeq 4\pi a^2$, per $ka \gg 1$ invece $\sigma(k) = \frac{4\pi}{k^2}$, valore massimo della sezione d'urto di *scattering* in onda *s*, che viene detto *limite unitario*.

1.2 Particelle identiche nella teoria quantistica

Fino ad ora non abbiamo imposto nessuna condizione sulla simmetria della funzione d'onda; tuttavia questo è importante quando si trattano atomi freddi, spesso

[3] La sezione d'urto differenziale è la sezione d'urto per unità di angolo solido.

intrappolati in un unico stato di spin, perché le proprietà di simmetria della funzione d'onda determinano sia una distinzione della statistica seguita dalle particelle che una differenza nel comportamento collisionale. Si considera, quindi, il caso di particelle identiche, per le quali le funzioni d'onda sono o simmetriche o antisimmetriche (App.A). Nel primo caso le particelle, dette *bosoni*, seguono la statistica di Bose-Einstein e hanno spin intero; nel secondo caso sono dette *fermioni*, seguono la statistica di Fermi-Dirac e hanno spin semintero. Vediamo adesso quali sono le principali differenze statistiche e collisionali fra i due tipi di particelle.

1.2.1 Bosoni

Consideriamo un sistema di *N* bosoni identici non interagenti confinati in una scatola di volume V [39, 40]; tale sistema sarà descritto da una funzione d'onda simmetrica per lo scambio di due particelle. Per la statistica di Bose seguita dalle particelle del sistema, la funzione di distribuzione in energia[4] è la seguente:

$$f(\epsilon) = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon-\mu)} - 1}, \tag{1.19}$$

dove $\beta = 1/(K_B T)$, con K_B costante di Boltzmann e *T* temperatura del sistema bosonico, e μ è il potenziale chimico. Se definiamo la *fugacità* $z = e^{\beta\mu}$ la (1.19) diventa:

$$f(\epsilon) = \frac{z}{e^{\beta\epsilon} - z}. \tag{1.20}$$

Se si assume che l'energia dello stato fondamentale sia $\epsilon = 0$, il valore di occupazione del livello di energia più bassa, $f(\epsilon = 0)$, può diventare molto grande per $z \to 1$. In questo caso ho, quindi, un'occupazione macroscopica del livello fondamentale; in particolare, per $T = 0$ tutti gli atomi sono nello stato ad energia più bassa: questo fenomeno viene detto condensazione di Bose-Einstein (BEC).
Vediamo adesso quale è la soglia, in termini di temperatura, alla quale si raggiunge il *regime di degenerazione quantistica* che abbiamo appena descritto. Il potenziale chimico μ è fissato, in funzione del numero di particelle e della temperatura, dalla condizione di normalizzazione:

$$N = \sum_{\epsilon} f(\epsilon). \tag{1.21}$$

La sommatoria può essere risolta analiticamente passando al limite continuo e si ottiene

$$N = \frac{V}{\lambda_{dB}^3} g_{3/2}(z), \tag{1.22}$$

[4] $f(\epsilon)$ rappresenta il numero medio di particelle nello stato di energia ϵ.

dove $g_{3/2}(z)$ è la *funzione di Bose*

$$g_{3/2}(z) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{z^l}{l^{3/2}} \tag{1.23}$$

e λ_{dB} è la lunghezza d'onda di De Broglie, che rappresenta l'estensione spaziale del pacchetto d'onda associato ad una particella ed è funzione della temperatura: $\lambda_{dB}(T) = h/(mv) = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$, con *h* costante di Plank. Per ricavare la condizione di condensazione si calcola la funzione di Bose per $z = 1$ e si ottiene:

$$n\lambda_{dB}^3(T_C) = 2.6. \tag{1.24}$$

Per $T < T_C$ $(n\lambda_{dB}^3 > 2.6)$ lo stato fondamentale è popolato da un numero macroscopico di atomi N_0, mentre le altre particelle restano distribuite su tutti gli altri livelli energetici. T_C è la temperatura critica della transizione di fase, è legata al valore della densità n e dà un'indicazione sul grado di degenerazione del sistema. Infatti, calcolando la frazione di atomi che occupa il livello fondamentale al variare della temperatura dal sistema, si trova:

$$\frac{N_0}{N} = 1 - (\frac{T}{T_C})^{3/2}. \tag{1.25}$$

1.2.2 Fermioni

Il comportamento delle particelle di spin semintero, i fermioni, è profondamente diverso da quello dei bosoni. Infatti il principio di esclusione di Pauli proibisce che due fermioni identici occupino lo stesso stato quantistico e non è quindi possibile che alla degenerazione le particelle vadano ad occupare tutte lo stesso stato, come avviene per i bosoni. Se consideriamo un sistema di *N* fermioni identici non interagenti [39, 41], la funzione di distribuzione per i livelli di energia sarà data dalla statistica di Fermi-Dirac:

$$f_{FD}(\epsilon) = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon-\mu)} + 1}. \tag{1.26}$$

A differenza della distribuzione per i bosoni, questo numero è sempre più piccolo di 1, quindi in ogni stato ci sarà al massimo una particella (come imposto dal principio di esclusione di Pauli). A temperatura nulla si ha $f = 0$ per $\epsilon > \mu$ e $f = 1$ per $\epsilon < \mu$, cioè tutti gli atomi occupano uno per uno i livelli con energia più bassa; l'ultimo livello occupato, di energia $E_F = \mu$, viene detto *livello di Fermi*. Per $T \neq 0$ lo scalino nell'andamento di f viene smussato e la funzione può assumere valori compresi fra 0 e 1 in un intervallo di energia di larghezza $K_B T$ attorno a E_F. Il gas sarà quindi tanto più degenere quanto più

$$\frac{\mu}{K_B T} \simeq \frac{T_F}{T} \gg 1, \tag{1.27}$$

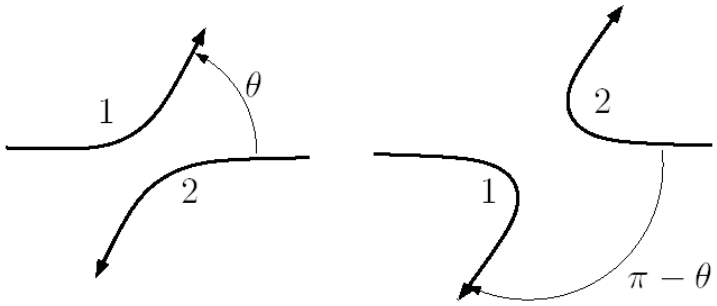

Figura 1.3: *Scattering* di particelle identiche, per le quali i processi di *scattering* sotto gli angoli θ e $\pi - \theta$ sono indistinguibili. Le loro ampiezze di *scattering* devono, quindi, essere sommate per i bosoni e sottratte per i fermioni.

dove $T_F = E_F/K_B$ è la *temperatura di Fermi*.

1.2.3 Processi di *scattering* fra particelle identiche

Consideriamo adesso il processo di *scattering* di due particelle identiche 1 e 2 nel sistema di riferimento del centro di massa, rappresentato in Fig.1.3. Poiché le particelle sono identiche, i processi con angolo di *scattering* θ e $\pi - \theta$ per la particella 1 sono indistinguibili. Dobbiamo, quindi, considerare la statistica seguita dalle particelle. Per dei bosoni la funzione d'onda è simmetrica e le ampiezze di *scattering* dei due eventi indistinguibili si sommano; per dei fermioni, invece, la funzione d'onda è antisimmetrica e le ampiezze si sottraggono. Tenendo conto della parità dei polinomi di Legendre si trova che per i bosoni il contributo delle onde pari (s, d, ...) sarà doppio e quello delle onde dispari (p, f, ...) sarà nullo, viceversa per i fermioni.
Si ottiene quindi che nel limite $k \to 0$, dove intervengono solo le interazioni in onda s, la sezione d'urto è

$$\text{per particelle distinguibili} : \sigma = 4\pi a^2, \tag{1.28}$$

$$\text{per bosoni} : \sigma = 8\pi a^2, \tag{1.29}$$

$$\text{per fermioni} : \sigma = 0. \tag{1.30}$$

A bassa temperatura, quindi, un gas di fermioni polarizzati si comporta come un gas perfetto senza interazioni. Questo è importante, come vedremo nel prossimo capitolo, nella scelta della tecnica di raffreddamento per portare un gas fermionico alla degenerazione. L'assenza di collisioni elastiche fra fermioni polarizzati impone, infatti, di utilizzare una miscela di gas diversi, nel nostro caso ^{87}Rb e ^{40}K, e di raffreddare i fermioni tramite raffreddamento simpatetico con i bosoni, per i

quali si usa invece un raffreddamento evaporativo (Cap.2). Per quanto riguarda invece l'interazione fra gli atomi bosonici, si trova che la natura diluita del sistema[5] ci permette di descrivere l'interazione fra gli atomi con un singolo parametro a, *lunghezza di scattering* in onda s. Questo implica che per un sistema di *N* particelle si può sostituire il vero potenziale interatomico, all'interno dell'hamiltoniana a molti corpi, con un potenziale di campo medio dato da

$$V(\mathbf{r}) = g\delta(\mathbf{r}) \tag{1.31}$$

dove abbiamo definito la costante di accoppiamento $g = 4\pi\hbar^2 a/\mu$, con μ massa ridotta del sistema, e dove $\delta(\mathbf{r})$ è la delta di Dirac. Si osserva che il segno della lunghezza di *scattering* a determina il tipo di interazione: per $a > 0$ si ha una repulsione fra gli atomi, per $a < 0$ si ha, invece, un'attrazione.

1.3 Risonanze di Fano-Feshbach

Il fenomeno delle risonanze di Fano-Feshbach è stato inizialmente studiato nell'ambito della fisica nucleare [42, 43, 44], ed è poi diventato importante nella fisica degli atomi freddi, perché permette di controllare la forza delle interazioni in un gas di atomi, passando da regimi di interazione molto debole a regimi di interazione molto forte, semplicemente controllando l'intensità di un campo magnetico esterno. Una risonanza di Fano-Feshbach permette, inoltre, di controllare il segno della lunghezza di *scattering* in onda *s*, che determina se le interazioni fra gli atomi sono repulsive ($a > 0$) o attrattive ($a < 0$).

1.3.1 Dallo *scattering* di risonanza ad una risonanza di Fano-Feshbach (RFF)

Iniziamo a considerare un processo di *scattering* fra due atomi; in generale il potenziale molecolare avrà la forma descritta nel Par.1.1.1, ma, poiché ogni molecola può avere molti sottolivelli iperfini o di struttura Zeeman, avrà molte curve di potenziale, ognuna della quali è legata ad uno stato diverso. In linea di principio dovrei quindi considerare il caso generale di molti stati molecolari, ma per semplicità consideriamo, almeno inizialmente, il caso di due sole curve di potenziale, quella del livello fondamentale e una del livello eccitato (Fig.1.4), e supponiamo che i due atomi

[5] Un sistema diluito è un sistema in cui la distanza media fra le particelle è molto maggiore del *range* delle forze interatomiche.

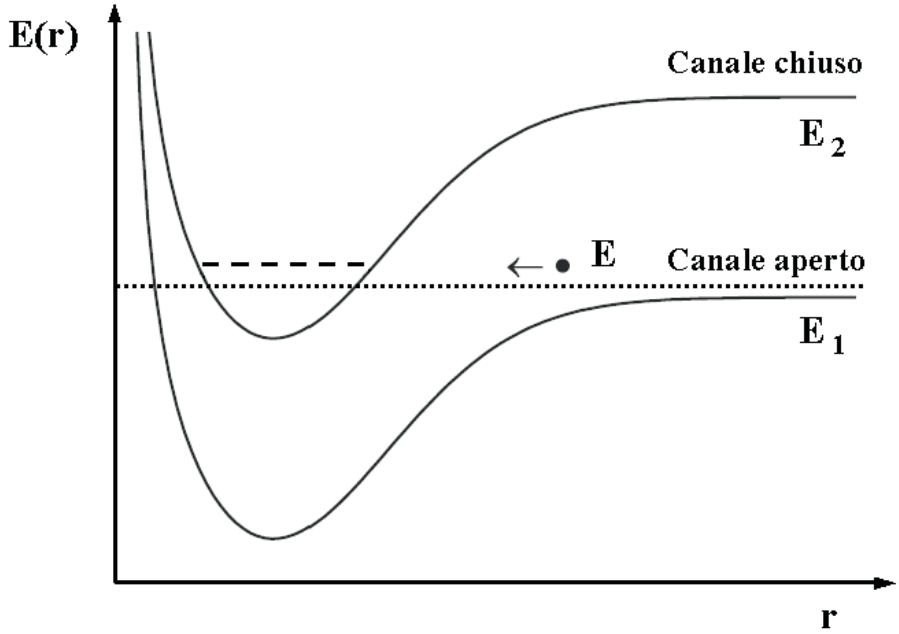

Figura 1.4: Andamenti dei potenziali molecolari dello stato fondamentale e di quello eccitato in funzione della distanza fra gli atomi che collidono. L'energia totale di collisione, E (linea punteggiata), è appena sopra l'energia di soglia del canale aperto E_1 ed è quasi risonante con uno stato legato del canale chiuso (linea tratteggiata). Si assume che la differenza fra le energie di soglia del canale chiuso e di quello aperto ($\Delta_{hf} = E_2 - E_1$) sia molto più grande dell'energia cinetica di collisione ($E - E_1$), così le collisioni con uscita nel canale chiuso sono energeticamente proibite.

siano nello stato fondamentale [45, 46]. Trascurando l'interazione Zeeman, l'energia nel regime di non interazione ($r \to \infty$), detta *energia di soglia*, è determinata interamente dalla somma della energie iperfini degli atomi che collidono. Ogni asintoto è detto *canale di collisione* e i diversi canali sono indicati con i numeri quantici iperfini (F, m_f) per la coppia di atomi.
Se i due atomi iniziano una collisione elastica nel canale più basso con energia cinetica più piccola della separazione iperfine ΔE_{hf}, per la conservazione dell'energia non possono uscire dalla collisione nel canale più alto. Infatti, se chiamiamo E_k^i e E_k^f le energie cinetiche dei due atomi prima e dopo la collisione, la conservazione dell'energia impone la seguente condizione:

$$E_k^i + \epsilon_1^i + \epsilon_2^i = E_k^f + \epsilon_1^f + \epsilon_2^f, \tag{1.32}$$

dove ϵ indica l'energia iperfine e gli indici 1 e 2 indicano le due particelle. Tale condizione, scritta in termini della separazione iperfine, diventa:

$$E_k^f + \Delta_{hf} = E_k^i; \tag{1.33}$$

quindi se $E_k^i < \Delta_{hf}$, come abbiamo assunto, $E_k^f < 0$. Così il più alto è detto *canale chiuso*, mentre quello di ingresso è detto *canale aperto*. Tuttavia può succedere che il potenziale molecolare associato con il canale chiuso abbia uno stato legato con energia vicina all'energia di soglia, come mostrato schematicamente in Fig.1.4. La presenza di questo stato influenza la fisica dello *scattering*; gli atomi che collidono, infatti, possono fare una transizione allo stato legato, stando lì poco tempo, prima di andarsene di nuovo dopo la collisione. Quando i due livelli hanno esattamente la stessa energia si ha l'effetto più grande: la sezione d'urto e la lunghezza di *scattering* raggiungono valori infiniti. Anche se lo stato legato esiste nello stesso potenziale interatomico del canale aperto, la sua presenza può ancora alterare *a* in maniera drammatica. I due casi però, come vedremo nel prossimo paragrafo, hanno caratteristiche diverse .
Questo fenomeno, detto *scattering di risonanza*, è poco probabile in natura. Tuttavia, poiché stati iperfini diversi hanno configurazioni di spin e momenti magnetici differenti, si può spostare l'energia dello stato legato portandola in risonanza con l'energia di collisione variando l'intensità di un campo magnetico esterno e, quindi, lo *shift* dovuto all'effetto Zeeman. Questo fenomeno viene detto risonanza di Fano-Feshbach (RFF) ed è interessante perché permette di controllare la forza delle interazioni atomiche semplicemente modificando l'intensità del campo magnetico. Dalla teoria di *scattering* delle risonanze di Fano-Feshbach [32] si può ricavare l'espressione della variazione della lunghezza di *scattering* con il campo magnetico:

$$a(B) = a_{nr}(1 - \frac{\Delta}{B - B_0}), \tag{1.34}$$

dove B_0 è il valore del campo magnetico alla risonanza, per il quale $a(B) \to \infty$, a_{nr} è la lunghezza di scattering non risonante (che si avrebbe lontano dalla risonanza) e Δ è la larghezza della risonanza nel campo magnetico.
Fino ad ora abbiamo visto che due condizioni necessarie per l'esistenza di una RFF sono: bassa enegia di collisione (vicina alla *soglia* del canale aperto) ed esistenza di una struttura iperfine. Un'altra condizione è l'accoppiamento fra il canale aperto e quello chiuso; questo viene fornito dall'interazione di Coulomb che accoppia stati iperfini diversi a distanze internucleari brevi. Infatti, mentre gli atomi si avvicinano durante un processo di collisione, la forte interazione elettrostatica fra i nuclei e le nuvole elettroniche supera l'accoppiamento iperfine relativamente debole. Questa diversità di interazione fra gli atomi a breve e lunga distanza internucleare comporta che non si possono descrivere gli stati molecolari con un'unica base di numeri quantici, che sia valida indipendentemente dalla separazione fra le particelle. Abbiamo detto che i diversi canali ($r \to \infty$) vengono identificati con i numeri quantici iperfini (F, m_f) per la coppia di atomi, dove

- $F = F_1 + F_2$
- $m_f = m_{f_1} + m_{f_2}$
- $F_i = S_i + I_i$
- $m_{f_i} = m_{s_i} + m_{I_i}$.

In realtà questa schematizzazione è valida solo per valori grandi della separazione internucleare, dove l'interazione dipolo-dipolo è trascurabile ed è invece dominante il termine di Van der Waals che non accoppia stati iperfini diversi. Per separazioni più piccole, dove la dipendenza dell'interazione dallo stato di spin elettronico diventa importante, si può invece trascurare l'interazione iperfine e F_1 e F_2 non sono più dei *buoni* numeri quantici, mentre lo sono $S = S_1 + S_2$ e $I = I_1 + I_2$. Supponiamo, in un modello semplice, che $r = r_0$ sia la distanza di separazione fra queste due regioni. Per $r > r_0$ la funzione d'onda delle particelle incidenti viene espressa in termini dei numeri quantici iperfini (F, m_f); a distanza r_0 deve essere espressa, invece, in termini degli stati elettronici di tripletto e singoletto, che per $r < r_0$ si propagano in maniera diversa. Infine, la funzione d'onda uscente in $r = r_0$ deve essere di nuovo espressa con i numeri quantici iperfini. Poiché il potenziale per $r < r_0$ dipende dallo stato di spin elettronico, la funzione d'onda uscente avrà una composizione iperfine diversa da quella dello stato di ingresso. In realtà, quindi, nello studio di una risonanza di Fano-Feshbach, non dobbiamo limitarci ad un solo canale chiuso, ma considerare tutti i possibili canali accoppiati con il canale aperto.

Poiché l'introduzione di un campo magnetico **B** rompe la simmetria sferica del sistema, lo spin totale $F_{tot} = F_1 + F_2$ non viene conservato, mentre resta conservato il numero quantico della proiezione dello spin totale, $m_{f(tot)} = m_{f_1} + m_{f_2}$ (per *scattering* in onda s, altrimenti viene conservata la somma $m_{f(tot)} + m_l$). Fissato il canale aperto, quindi, i canali chiusi che dobbiamo considerare nello studio di una RFF devono soddisfare la condizione

$$m^{fin}_{f(tot)} = m^{in}_{f(tot)} + m_l. \tag{1.35}$$

Consideriamo, per esempio, una risonanza in onda *s* fra un atomo di ^{87}Rb nello stato iperfine $\mid F_1, m_{f_1}\rangle = \mid 1,1\rangle$ e uno di ^{40}K nello stato $\mid F_2, m_{f_2}\rangle = \mid 9/2, -9/2\rangle$[6]. Nel canale aperto si ha, quindi, $m_{f(tot)} = -7/2$, che si deve conservare anche nei canali chiusi. Se ci limitiamo a considerare canali chiusi con $F = 1, 2$ per il ^{87}Rb e $F = 9/2, 7/2$ per il ^{40}K si ottengono le seguenti possibilità:

- $|2,1\rangle|9/2,-9/2\rangle$, $|2,0\rangle|9/2,-7/2\rangle$, $|2,-1\rangle|9/2,-5/2\rangle$, $|2,-2\rangle|9/2,-3/2\rangle$
- $|2,0\rangle|7/2,-7/2\rangle$, $|2,-1\rangle|7/2,-5/2\rangle$, $|2,-2\rangle|7/2,-3/2\rangle$
- $|1,1\rangle|9/2,-9/2\rangle$, $|1,0\rangle|9/2,-7/2\rangle$, $|1,-1\rangle|9/2,-5/2\rangle$
- $|1,0\rangle|7/2,-7/2\rangle$, $|1,-1\rangle|7/2,-5/2\rangle$

Si trovano quindi 12 canali chiusi possibili e non possiamo limitarci a considerarne solamente uno.

1.3.2 Proprietà dello stato legato

Abbiamo detto che la presenza di uno stato legato del potenziale molecolare con energia prossima alla soglia comporta una divergenza della lunghezza di *scattering*. Per vedere come queste due diverse caratteristiche del sistema possano essere collegate consideriamo l'esempio di un processo di *scattering* da parte di una buca di potenziale quadrata con profondità V_0 e larghezza b (Fig.1.5). Il problema dello *scattering* da parte di un potenziale di questo tipo è risolubile in maniera esatta. Consideriamo, infatti, l'equazione di Schrödinger unidimensionale (1.11) per un problema di *scattering* in onda s [34, 47] e cerchiamone una soluzione ad energia nulla (mettendo per semplicità $u_{k=0,l=0}(r) \equiv u(r)$):

$$u''(r) - \frac{2\mu V(r)}{\hbar^2} u(r) = 0; \tag{1.36}$$

[6] Questa è la coppia di stati fondamentali ed è un caso che abbiamo trattato sperimentalmente (Cap.4).

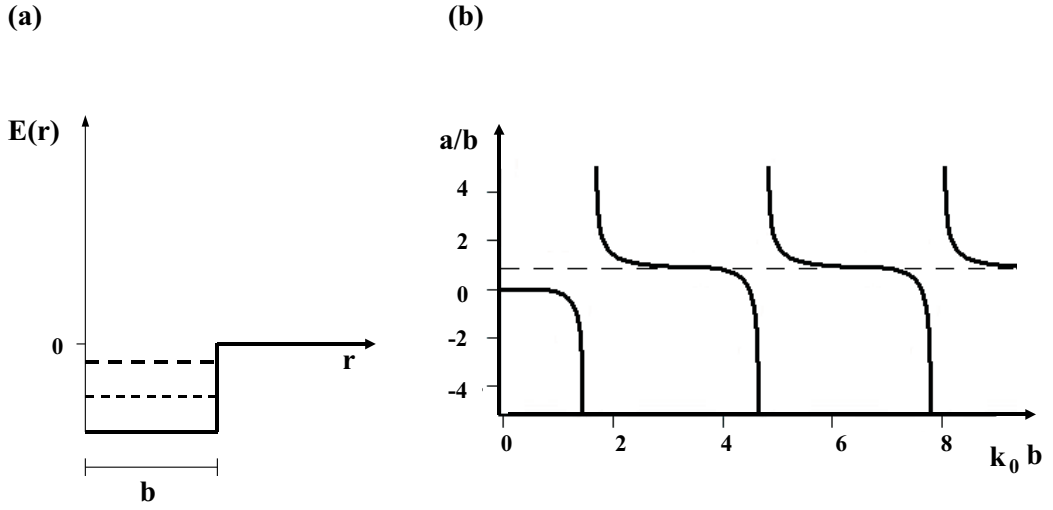

Figura 1.5: (a) Potenziale di una buca quadrata con profondità $V_0 = \hbar^2 k_0^2/2\mu$ e larghezza b. (b) Lunghezza di *scattering* in funzione di $k_0 b$. Il valore di a può essere sia positivo che negativo e diverge per valori di k_0 corrispondenti alla formazione di un nuovo stato legato nella buca.

imponiamo inoltre che $u(r)$ abbia comportamento asintotico per r grande del tipo

$$u(r) \propto r - a. \tag{1.37}$$

Risolvendo per il potenziale di buca quadrata si ottiene:

$$u(r) = C_1(r - a) \text{ con } r > b \tag{1.38}$$

$$u(r) = C_2 \sinh(k_0 r) \text{ con } r \leq b, \tag{1.39}$$

dove abbiamo definito $k_0 = \sqrt{2\mu V_0}/\hbar$ e C_1 e C_2 sono coefficienti di normalizzazione. Imponendo la continuità di $u(r)$ e $u'(r)$ in $r = b$ si trova:

$$a = b - \frac{tan(k_0 b)}{k_0}. \tag{1.40}$$

Al variare della profondità V_0 del potenziale, per $k_0 b = (n + 1/2)\pi$, a diverge, e si ottiene uno *scattering* di risonanza. Questi valori corrispondono, infatti, alla formazione di un nuovo stato legato all'interno del potenziale. Se definiamo $\delta = E - \varepsilon$, dove E è l'energia delle particelle incidenti e ε è l'energia dello stato legato vicino ad E, $\delta > 0$ e $\delta < 0$ corrispondono, rispettivamente, ad uno stato legato reale o virtuale. Se lo stato legato è virtuale, a è negativa; se lo stato legato, invece, è reale, a è positiva. Per un potenziale di interazione reale, i risultati qualitativi precedenti sono ancora validi e la lunghezza di scattering dipende molto dall'energia dell'ultimo stato legato del potenziale. Cerchiamo uno stato legato di energia $-\hbar^2 k^2/2\mu$

per uno pseudo-potenziale con lunghezza di *scattering* a [47]. Si trova che la funzione d'onda dello stato legato, soluzione dell'equazione di Schrödinger fuori dalla regione effettiva del potenziale, è della forma

$$\Psi(r) \propto \frac{1}{r}\sqrt{\frac{k}{2\pi}}e^{-kr}, \text{ con } k > 0. \tag{1.41}$$

Lo pseudo-potenziale impone una condizione al limite che fissa il valore $k = 1/a$. Si trova, quindi, che l'energia dello stato legato è

$$\varepsilon = \frac{-\hbar^2}{2\mu a^2}, \text{ per } a > 0, \tag{1.42}$$

mentre per $a < 0$ non c'è stato legato, perché in questo caso è impossibile normalizzare la funzione d'onda. Questa può essere scritta in termini di a e diventa

$$\Psi(r) \sim \frac{e^{(-r/a)}}{\sqrt{a}r} \tag{1.43}$$

dove $a \gg R_0$; questo metodo di risoluzione, infatti, è valido solo se il valore di a è grande rispetto alla regione effettiva del potenziale R_0, ovvero la distanza a cui gli atomi iniziano a sentire un'attrazione. Dall'espressione di $\Psi(r)$ si può vedere che il decadimento dello stato legato avviene su distanze pari alla lunghezza di *scattering*, che può facilmente superare il *range* effettivo del potenziale di diversi ordini di grandezza, a causa della vicinanza dello stato legato alla soglia del potenziale. La molecola dello stato debolmente legato, quindi, ha una dimensione spaziale estesa, ovvero se la lunghezza di *scattering* è molto grande gli atomi spendono gran parte del loro tempo a separazioni internucleari grandi, che sono descritte in maniera migliore nella base iperfine (Par.1.3.1). Lo stato molecolare è, quindi, troppo grande per essere definito con i numeri quantici molecolari convenzionali di tripletto e di singoletto. Possiamo osservare che le caratteristiche dello stato molecolare debolmente legato sono completamente diverse da quelle dello stato del singolo canale chiuso. Infatti il primo si estende oltre la distanza a corto *range* del potenziale interatomico, e la sua dimensione è principalmente determinata dalla lunghezza di *scattering*, quando $a > 0$. Lo stato legato del canale chiuso, invece, è confinato nella parte del potenziale atomico dove dominano le forze molecolari. Un'altra proprietà che differenzia lo stato debolmente legato da quello del canale chiuso è la dipendenza dal campo magnetico: mentre il secondo mostra una variazione dell'energia lineare in B, il primo ha una dipendenza fortemente non lineare (Fig.1.6).

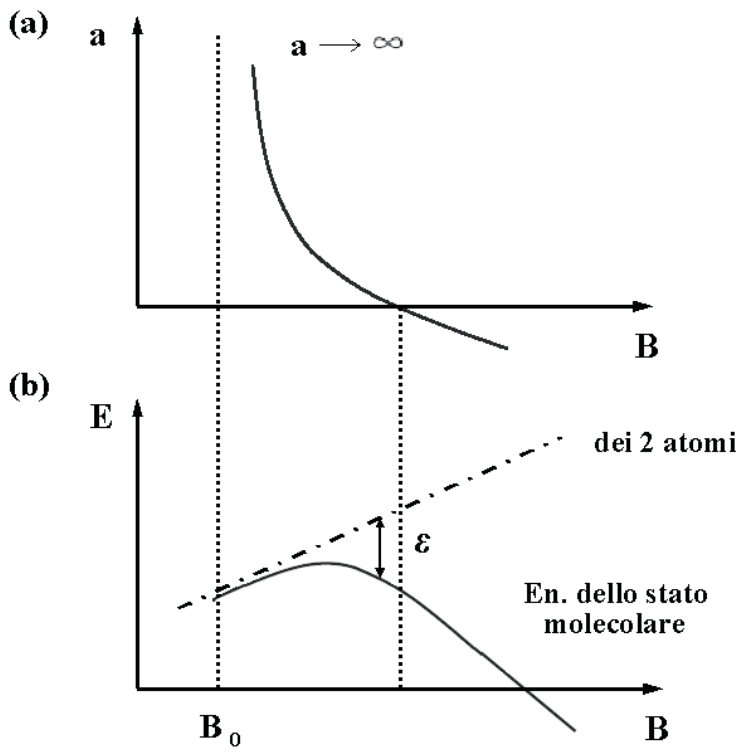

Figura 1.6: (a) Variazione della lunghezza di *scattering* per $B > B_0$. Le due linee verticali punteggiate indicano la regione di campo magnetico in cui $a > 0$. (b) Dipendenza dal campo B dell'energia atomica (linea tratteggiata) e di quella molecolare (linea continua), che interseca l'energia di soglia in corrispondenza di B_0. Per campi magnetici abbastanza superiori a quello di risonanza, l'energia molecolare decresce linearmente con B.

1.3.3 Risonanze di Fano-Feshbach in onda *p*

Vogliamo adesso discutere le principali caratteristiche delle risonanze di Fano-Feshbach in onda p ($l = 1$). Quello che differenzia un processo di *scattering* fra due particelle con $l = 1$ rispetto ad uno con $l = 0$ è la presenza della barriera centrifuga che le particelle devono superare per poter accedere alla regione della risonanza (Fig.1.2) e che sopprime le interazioni in onda p per atomi ultra-freddi. Tuttavia, in prossimità di una risonanza la sezione d'urto per questi processi viene drasticamente aumentata anche a temperature basse. In questo paragrafo consideriamo i risultati riportati in [48], in cui viene studiato il caso particolare del ^{40}K.
Le risonanze omonucleari in onda p sono caratterizzate da una forte dipendenza dalla temperatura e dal campo magnetico. La dipendenza da B è evidente se consideriamo la sezione d'urto in funzione dell'energia, per vari valori del campo magnetico, per una risonanza in onda p del ^{40}K con due atomi nello stato $|9/2, -7/2\rangle$ (Fig.1.7(a)). La curva più bassa, con $B = 190$ G, mostra il comportamento lontano dalla risonanza. Avvicinando il campo magnetico al valore di risonanza, la sezione d'urto cambia in maniera significativa, e, per campi appena superiori a 198.8 G (nell'esempio che stiamo considerando), appare una risonanza stretta a bassa energia. Aumentando il campo magnetico la risonanza si allarga e si sposta ad energie più alte. La risonanza in onda p ha una larghezza così piccola, a causa del fatto che gli atomi devono superare per *effetto tunnel* la barriera centrifuga prima di poter interagire fra loro.
La caratteristica della risonanza in onda p di essere stretta la distingue dalla risonanza in onda s mostrata in Fig.1.7(b), che avviene fra gli stati iperfini $|9/2, -9/2\rangle$ e $|9/2, -7/2\rangle$, per la quale la dipendenza in energia è molto più semplice. Ad alta energia la sezione d'urto è essenzialmente il valore del *limite unitario* ($\sigma(k) = 4\pi/k^2$), che è il valore massimo possibile di σ per collisioni in onda s (Par.1.1.2). Per valori più bassi in energia σ tende al valore costante di $4\pi a^2$. Il valore dell'energia a cui σ raggiunge l'andamento costante dipende dal campo magnetico: diminuisce con l'avvicinarsi di B al valore di risonanza.
La dipendenza della risonanza in onda p dalla temperatura è dovuta alla forte dipendenza di σ dall'energia. Per una distribuzione di energie atomiche di Maxwell-Boltzmann, si definisce la sezione d'urto media

$$\langle\sigma\rangle = \frac{1}{(KT)^2}\int_0^\infty \sigma(E)Ee^{-\frac{E}{KT}}dE, \tag{1.44}$$

dove K è la costante di Boltzmann e $\sigma(E)$ è la sezione d'urto dipendente dall'energia.
In Fig.1.7 sono riportati gli andamenti di $\langle\sigma\rangle$ in funzione di B sia per la risonanza

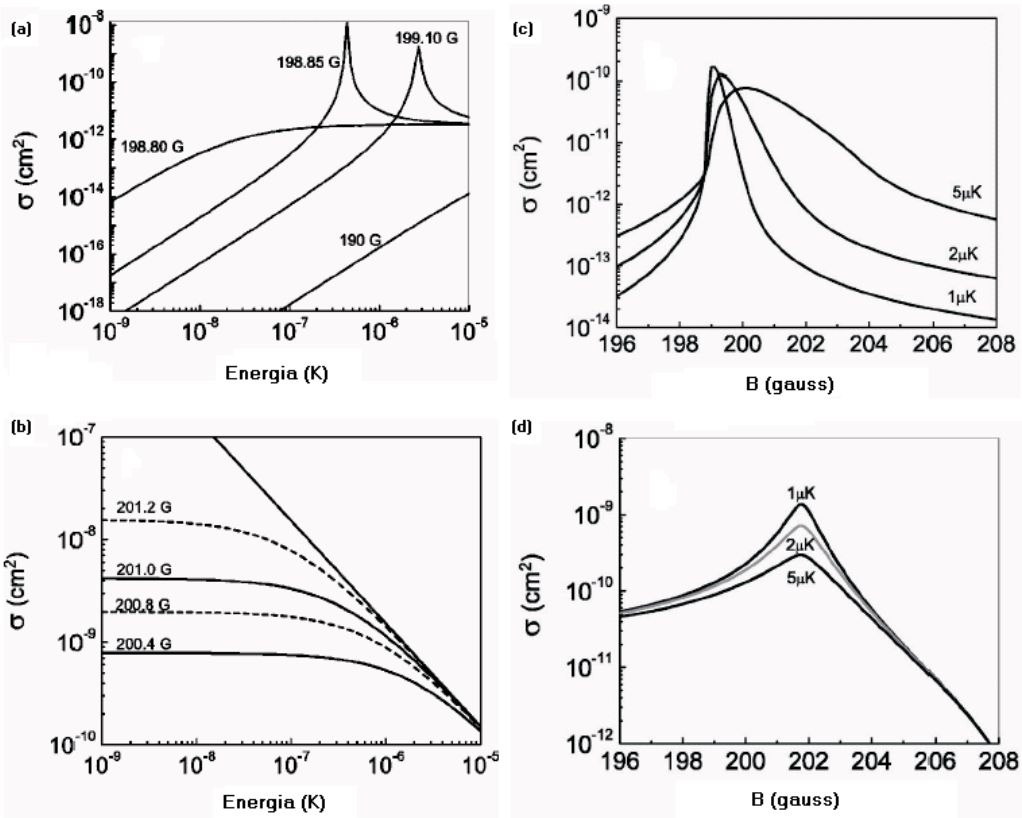

Figura 1.7: (a) Sezione d'urto elastica in onda p in funzione dell'energia per collisioni fra atomi di ^{40}K negli stati $|9/2,-7/2\rangle|9/2,-7/2\rangle$, per quattro valori del campo magnetico. La curva più bassa mostra la sezione d'urto fuori dalla risonanza. (b) Sezione d'urto elastica in onda s in funzione dell'energia per collisioni negli stati $|9/2,-9/2\rangle|9/2,-7/2\rangle$, per quattro valori del campo magnetico. La linea continua è il limite unitario. (c) Sezione d'urto media in onda p per collisioni fra atomi di ^{40}K negli stati $|9/2,-7/2\rangle|9/2,-7/2\rangle$, in funzione del campo magnetico. Le caratteristiche della curva sono la rapida crescita di σ e l'allargamento al crescere della temperatura. (d) Sezione d'urto media in onda s per collisioni negli stati $|9/2,-9/2\rangle|9/2,-7/2\rangle$, in funzione del campo magnetico. La dipendenza dalla temperatura è evidente solo sul picco, il cui valore massimo diminuisce all'aumentare di T.

in onda p (Fig.1.7(c)) che per quella in onda s (Fig.1.7(d)). Per quanto riguarda la prima si osserva che il valore del campo alla risonanza e la larghezza crescono all'aumentare della temperatura, con un aumento di $\langle\sigma\rangle$ a campi alti che produce un profilo asimmetrico. Il valore del campo a cui σ aumenta è indipendente dalla temperatura, perché è il valore per il quale lo stato legato ha energia uguale alla soglia. La coda della risonanza a valori di campo alti, invece, è dipendente dalla temperatura, perché, una volta che lo stato legato ha superato l'energia di soglia, all'aumentare del campo la sezione d'urto di *scattering* ha dei picchi ad energia sempre più alta. Per ogni valore fissato di *B* oltre la risonanza, c'è una risonanza stretta ad una particolare energia (Fig.1.7(a)). Se la temperatura è bassa, sono pochi gli atomi capaci di accedere a questa risonanza; a temperature più alte, invece, questo numero cresce e aumenta il valore di $\langle\sigma\rangle$.
Questa asimmetria nel profilo dalla sezione d'urto non è presente in una RFF in onda s (Fig.1.7(d)); l'unico effetto della temperatura su $\langle\sigma\rangle$ è di abbassare il picco della risonanza con l'aumentare della temperatura.

1.3.4 Osservazioni sperimentali di risonanze di Fano-Feshbach

La prima osservazione di una risonanza di Fano-Feshbach è avvenuta nel 1998 [10], in un condensato di Bose-Einstein di atomi di sodio in trappola ottica e spin polarizzati nello stato $|F = 1, m_f = 1\rangle$. Da allora sono state osservate molte altre risonanze inizialmente solo omonucleari, ovvero fra atomi di una sola specie atomica, e solamente di recente si è sviluppato l'interesse anche a risonanze eteronucleari. Per quanto riguarda quelle omonucleari, oltre che nel sodio sono state osservate in altri atomi bosonici come il ^{85}Rb [11], il ^{133}Cs [12] e il ^{87}Rb [13]. Nel caso del Cs, l'osservazione di oltre 25 risonanze, con misure accurate della loro posizione, ha permesso di effettuare spettroscopia sulle molecole biatomiche, determinando l'energia di legame degli stati rotovibrazionali, e di migliorare la conoscenza del potenziale interatomico, determinando le lunghezze di *scattering* di singoletto e di tripletto e il coefficiente di Van der Waals C_6 [12]. Nel caso del ^{85}Rb, l'utilizzo delle RFF ha permesso di portare la specie atomica alla condensazione di Bose-Einstein stabile. Il ^{85}Rb ha, infatti, una lunghezza di *scattering* negativa, che non permette la produzione di un condensato stabile[7], e utilizzando una RFF è stato possibile invertire il segno di a e produrre il condensato [11]. La possibilità offerta dalle RFF di controllare le interazioni ha permesso, inoltre, di portare un condensato di ^{85}Rb nella regione di instabilità, passando da una interazione repulsiva ad una attrattiva,

[7] Un'interazione attrattiva fra gli atomi di un condensato potrebbe rendere il sistema instabile verso il collasso.

e di studiarne la dinamica del collasso [14]. Tale fenomeno, per un condensato confinato in un potenziale e caratterizzato da interazione attrattiva, avviene quando il numero di atomi supera un certo valore critico; il sistema invece è stabile per un numero di atomi minore [49]. Inoltre, per un condensato con interazione attrattiva è stata prevista la formazione di solitoni[8] stabili [50], nel caso di una trappola ottica con confinamento in una sola direzione. Per condensati di ^{7}Li, con l'utilizzo di RFF, è stato possibile, infatti, controllare l'interazione atomica variando a da valori positivi a valori negativi e formare solitoni [51, 52].
Successivamente altre RFF omonucleari sono state osservate anche in gas di Fermi e le prime osservazioni sono state effettuate per atomi di ^{40}K in due livelli di energia diversi ($|F = 9/2, m_f = -9/2\rangle$ e $|F = 9/2, m_f = -7/2\rangle$) [15].
Il meccanismo delle risonanze di Fano-Feshbach è stato utilizzato anche per produrre molecole ultrafredde, permettendo inizialmente la formazione di molecole costituite da bosoni, come nel caso di ^{85}Rb [16], Cs [17, 18], e poi di molecole bosoniche costituite da atomi fermionici di ^{40}K [19] e di ^{6}Li [20, 21, 22]. Il passo successivo alla produzione di molecole bosoniche formate da atomi fermionici è stata la produzione di condensati di Bose-Einstein molecolari [23, 24, 25], ottenuta partendo da gas fermionici sufficientemente degeneri e che ha permesso di compiere importanti progressi verso il raggiungimento della superfluidità in un gas di Fermi. Diverse proposte teoriche, infatti, sono state formulate per realizzare la superfluidità di fermioni in presenza delle risonanze di Fano-Feshbach [53] e per studiare la natura del superfluido al variare delle interazioni [54]. In corrispondenza di una RFF viene prevista l'evoluzione da un regime di accoppiamento di tipo BCS[9], in cui una piccola frazione di fermioni in prossimità dell'energia di Fermi forma coppie di Cooper[10], ad uno di BEC di molecole di fermioni. La regione in cui si formano le molecole è quella con interazione repulsiva ($a > 0$, $\delta < 0$), come abbiamo visto nel Par.1.3.2, mentre le coppie di Cooper si formano nella regione di interazione attrattiva ($a < 0$, $\delta > 0$). In prossimità della risonanza, la forza dell'interazione attrattiva può portare alla formazione di alcune molecole, che poi condensano con le coppie di Cooper nello stato superfluido. Dopo la formazione di condensati di molecole da atomi fermionici [23, 24, 25], che permette di studiare il regime BEC, sono state effettuate osservazioni sperimentali anche nel regime di tipo BCS, per coppie di atomi di ^{40}K [26] e di ^{6}Li [27, 28]. Un risultato sperimentale raggiunto di recente sullo studio della superfluidità è stata l'osservazione dei vortici in un gas di

[8] I solitoni sono onde localizzate che viaggiano su lunghe distanze, senza né attenuazione né cambiamento di forma, in cui la dispersione è compensata da effetti non lineari.

[9] Il termine BCS deriva dalla teoria di Bardeen-Cooper-Schrieffer della superconduttività.

[10] Una coppia di Cooper è composta da due fermioni con vettori d'onda e spin opposti.

Fermi di ^{6}Li in rotazione, in un regime di interazione forte [55].
Più di recente, infine, sono state osservate anche risonanze eteronucleari in miscele di fermioni e bosoni: ^{6}Li-^{23}Na [29], ^{40}K-^{87}Rb [30] e ^{6}Li-^{7}Li [31]. Lo studio di queste risonanze può permettere di migliorare la conoscenza dei potenziali intermolecolari determinando la lunghezza di *scattering* interatomica, di produrre molecole eteronucleari nello stesso regime di temperatura degli atomi e di osservare il collasso della miscela Bose-Fermi. Fino ad ora, infatti, molecole eteronucleari sono state prodotte con metodi di fotoassociazione [56], con i quali, però, non si riescono a raggiungere temperature così basse come è possibile raggiungere con i metodi che utilizzano le risonanze di Fano-Feshbach. Inoltre la produzione di queste molecole è importante perché, a differenza di quelle omonucleari, sono molecole fermioniche e sono polari. Il momento di dipolo elettrico di queste molecole permetterebbe di studiare le proprietà di gas dipolari degeneri, caratterizzati da forze di interazione anisotrope, aprendo nuove possibilità di ricerca nella fisica delle particelle ultra-fredde. L' altro campo che può essere studiato con le risonanze di Fano-Feshbach è la dinamica del collasso fra miscele Bose-Fermi. Questo tipo di fisica è interessante perché permette di modificare le proprietà di ciascuna specie atomica per effetto dell'interazione fra le due; per le particelle fermioniche, in particolare, grazie all'interazione attrattiva con i bosoni è possibile vincere la repulsione effettiva fra i fermioni, detta *pressione di Fermi*, e portare il gas di Fermi al collasso.

Capitolo 2

Produzione della miscela degenere

Il nostro apparato sperimentale è in grado di produrre una miscela gassosa eteronucleare con atomi alcalini di ^{40}K e ^{87}Rb in regime di degenerazione quantistica. Il ^{87}Rb è un atomo bosonico, mentre il ^{40}K è un atomo fermionico. Come abbiamo visto nel Cap.1, il regime degenere di un gas di fermioni viene raggiunto quando la temperatura scende al di sotto della temperatura di Fermi T_F, mentre quello di un gas di bosoni viene raggiunto quando la temperatura scende al di sotto della temperatura di condensazione T_C. Questo avviene quando le densità soddisfano le seguenti condizioni:

$$n\lambda_{dB}^3 > 1 \text{ e } n\lambda_{dB}^3 > 2.6, \tag{2.1}$$

rispettivamente per i fermioni e per i bosoni. Le massime densità atomiche possibili sono limitate dal processo di ricombinazione a tre corpi, il cui rate collisionale è dato dall'equazione:

$$\frac{\dot{n}}{n} = K_3 n^2, \tag{2.2}$$

dove n è la densità atomica. Il coefficiente K_3, nel caso del Rb, è $\simeq 10^{-28}$ cm^{6}s^{-1}; per avere, quindi, sistemi atomici con vite medie non inferiori a circa 1s (limite tipico imposto dal sistema da vuoto che si riesce a realizzare), la massima densità atomica che si può produrre è $n \sim 10^{14}$cm^{-3}. Sostituendo questa stima nella (2.1) otteniamo che per produrre un condensato di ^{87}Rb dobbiamo raggiungere temperature di ~ 100 nK.

Portare un sistema a temperature così vicine allo zero assoluto è sperimentalmente molto difficile; in particolare tali temperature non possono essere raggiunte con tecniche di raffreddamento di termodinamica classica basate sul contatto termico con liquidi di azoto o di elio. Il procedimento utilizzato nel nostro apparato per la produzione del condensato è costituito da due fasi. La prima fase consiste in un pre-raffreddamento laser, che permette di portare la miscela a temperature dell'ordine

delle decine di μK; la seconda fase, detta di raffreddamento evaporativo, in cui si effettua una rimozione selettiva degli atomi di ^{87}Rb più caldi, permette di portare gli atomi di Rb fino alla temperatura critica di condensazione. Per quanto riguarda gli atomi di ^{40}K, invece, mentre continua a funzionare la fase del raffreddamento laser, non funziona quella dell'evaporazione, perchè, alle temperature in gioco, per fermioni identici sono soppresse anche le collisioni in onda s (Par.1.2.3). Al posto dell'evaporazione, per produrre il gas di Fermi si utilizza la tecnica del raffreddamento simpatetico con atomi di ^{87}Rb.
In questo capitolo descriveremo rapidamente l'apparato e le principali fasi sperimentali (Par.2.1) che ci permettono di produrre la miscela.

2.1 Apparato e procedura sperimentale

2.1.1 Gli atomi di ^{87}Rb e ^{40}K

Il nostro apparato sperimentale è in grado di produrre miscele K-Rb. L'atomo di K è un metallo alcalino ed è presente in natura in tre isotopi stabili, due bosonici, ^{39}K e ^{41}K (spin nucleare $I = 3/2$), e uno fermionico, ^{40}K (spin nucleare $I = 4$). Quindi il K, combinato con il Rb, offre l'opportunità di studiare miscele eteronucleari costituite sia da due specie bosoniche [57], che da bosoni e fermioni [58]. Le lunghezze di *scattering* per il K sono le seguenti: $a_{41} = 60a_0$, $a_{39} = -44a_0$ e $a_{40} = 174a_0$, dove a_0 è il raggio di Bohr. Anche il Rb è un metallo alcalino ed è presente in natura in due isotopi bosonici stabili: ^{85}Rb e ^{87}Rb . Il ^{85}Rb ha una lunghezza di *scattering* negativa $a = -10a_0$, che non permette la formazione di un condensato di Bose-Einstein stabile. Una lunghezza di *scattering* negativa, infatti, può provocare il collasso del sistema. Tuttavia, utilizzando una risonanza di Fano-Feshbach, è stato possibile invertire il segno di a e portare un campione di atomi alla condensazione [11]. Il ^{87}Rb , invece, ha una lunghezza di *scattering* positiva $a = 99a_0$ ed è la prima specie atomica ad essere stata portata alla condensazione dal gruppo di C. Weiman e E. Cornell nel 1995 [1], insieme al ^{23}Na dal gruppo di W. Ketterle [2] e al ^{7}Li da quello di Hulet [3].
Nelle misure descritte in questo lavoro di tesi, l'apparato sperimentale è stato utilizzato per produrre miscele di Bose-Fermi con gli atomi di ^{87}Rb e ^{40}K.

2.1.2 Livelli iperfini e transizioni atomiche

Come vedremo nel Par.2.1.4, il raffreddamento laser è legato ai processi di interazione fra gli atomi e una radiazione quasi risonante con una transizione atomica.

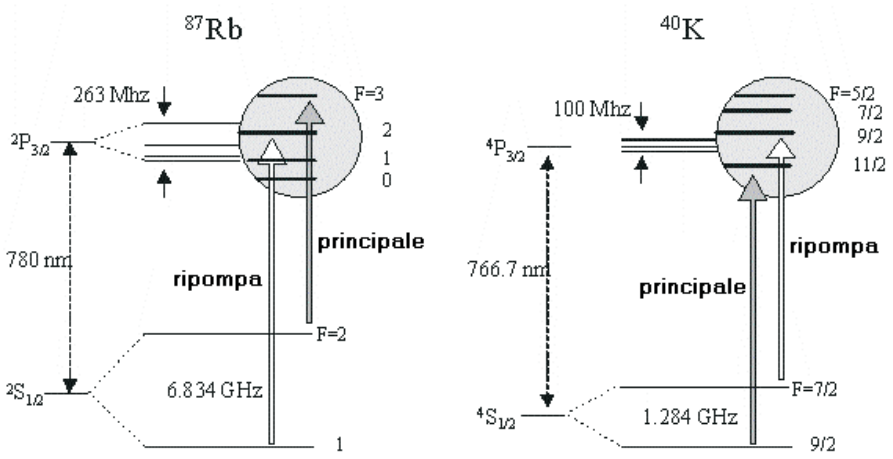

Figura 2.1: Struttura iperfine dei livelli energetici del ^{87}Rb e del ^{40}K e transizioni utilizzate per il raffreddamento laser.

Tale processo è efficace solo se avviene su una transizione ottica chiusa che permetta agli atomi di compiere ripetuti cicli di assorbimento ed emissione spontanea senza che questi decadano in livelli non accoppiati con la luce laser. La transizione che viene utilizzata, sia per il ^{87}Rb che per il ^{40}K, è la D_2 ($S_{1/2} \rightarrow P_{3/2}$). In Fig.2.1 viene riportata la struttura iperfine per i livelli accoppiati da questa transizione. Per il ^{87}Rb viene usata la transizione $F = 2 \rightarrow F' = 3$; tuttavia alcuni atomi potrebbero decadere nel sottolivello $F = 1$, che non è accoppiato con la luce laser, e, per non perdere tali atomi, viene inviata sulla nuvola un'altra luce laser risonante con la transizione $F = 1 \rightarrow F' = 2$. Le due radiazioni vengono dette principale ($F = 2 \rightarrow F' = 3$) e ripompa ($F = 1 \rightarrow F' = 2$). In maniera analoga nel caso del ^{40}K si usano due radiazioni risonanti con le transizioni $F = 9/2 \rightarrow F' = 11/2$ (principale) e $F = 7/2 \rightarrow F' = 9/2$ (ripompa).
Abbiamo detto che sia il Rb che il K sono atomi alcalini. Questa scelta non è casuale. Gli alcalini, infatti, sono molto indicati per metodi di raffreddamento laser, grazie alla particolare struttura interna dei livelli, in cui i sottolivelli Zeeman sono ben separati ed è quindi possibile effettuare un raffreddamento sub-Doppler. Inoltre gli atomi alcalini sono indicati anche per metodi basati su processi di termalizzazione, grazie alla bassa probabilità di collisioni a tre corpi, che potrebbero produrre perdite di atomi. Infine, le transizioni da indurre durante il processo di raffreddamento hanno energie tali da permettere di utilizzare sorgenti laser di facile realizzazione ed utilizzo (VIS-NIR).

2.1.3 Sorgenti laser

Poiché il nostro sistema deve raffreddare due specie atomiche diverse, abbiamo bisogno dei fasci laser di raffreddamento e di ripompaggio sia per il ^{87}Rb che per il ^{40}K . Come si vede dalla Fig.2.1, le lunghezze d'onda per le transizioni di raffreddamento sono di 780 nm per il ^{87}Rb e di 766.7 nm per il ^{40}K.
Le sorgenti usate per il ^{87}Rb sono due laser a diodo semiconduttore che emettono radiazione a 780 nm. Entrambi i laser possono essere accoppiati a cavità esterne, allo scopo di accordarne la lunghezza d'onda alle transizioni necessarie per il raffreddamento: $F = 2 \longrightarrow F' = 3$ (laser principale) e $F = 1 \longrightarrow F' = 2$ (laser di ripompa).
Per quanto riguarda invece il raffreddamento del ^{40}K , è sufficiente una sola sorgente laser, perché la separazione iperfine dello stato fondamentale ($\Delta\nu = 1.28$ GHz) è molto più piccola rispetto quella del ^{87}Rb (6.8 GHz), e con l'uso di modulatori acusto-ottici (AOM) si riescono quindi ad ottenere tutti i fasci necessari. La sorgente è costituita da un laser al Ti:Sa che emette a 767 nm, pompato da un laser al Nd:Yag duplicato. La luce emessa dal Ti:Sa viene separata in due fasci, uno risonante con la transizione principale, l'altro con quella di ripompa.
I quattro fasci laser (principale e ripompa sia del Rb che del K) vengono iniettati in un amplificatore a semiconduttore che emette una potenza di circa 600 mW, necessaria per le due trappole magneto-ottiche (MOT) (Par.2.1.4).

2.1.4 Sistema a doppia MOT

Un primo raffreddamento degli atomi viene effettuato con un sistema a doppia MOT, come riportato in Fig.2.2. Ogni MOT è costituita da tre coppie di fasci contropropaganti, con polarizzazioni circolari opposte e con *detuning* verso il rosso ($\nu_L < \nu_A$[1]), nelle direzioni x, y, z, e da un campo magnetico di quadrupolo che si annulla al centro della trappola e cresce linearmente verso l'esterno. Questa configurazione permette di raffreddare gli atomi e contemporaneamente di intrappolarli. Il raffreddamento è legato allo scambio di impulso nel processo di interazione (assorbimento-emissione) fra atomo e fotone in cui, mentre l'emissione, equiprobabile in tutte le direzioni, produce una variazione media dell'impulso nulla, l'assorbimento dà, come risultato medio, un cambiamento della velocità dell'atomo nella direzione della luce. I due fasci contropropaganti con $\nu_L < \nu_A$ producono sugli atomi una forza di tipo viscoso che li rallenta $(F = -\gamma v)$, e quindi li raffredda, perché a causa dell'effetto Doppler, le forze esercitate dai due fasci su ciascun atomo

[1] Con ν_L indichiamo la frequenza dei fasci laser, e con ν_A quella della transizione atomica.

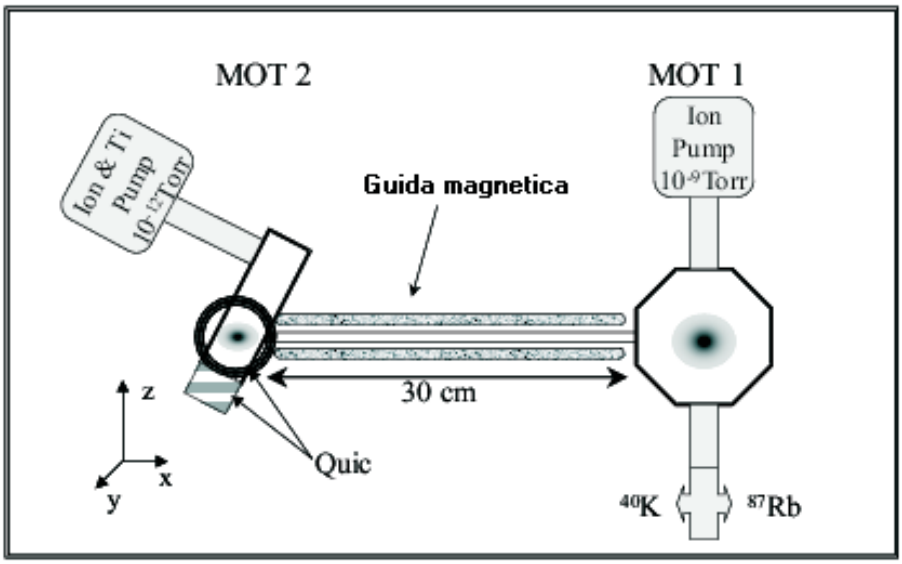

Figura 2.2: Schema dell'apparato sperimentale. Gli atomi di entrambe le specie vengono intrappolati e raffreddati nella prima MOT e poi trasferiti nella seconda MOT. Le pompe ioniche mantengono una pressione di $\sim 10^{-9}$ Torr nella prima mot e di $\sim 10^{-12}$ Torr nella seconda.

saranno sbilanciate a favore di quella esercitata dal fascio che viene visto spostato verso la risonanza, ovvero quello che si muove in direzione opposta all'atomo.
L'intrappolamento è legato, invece, all'aggiunta del campo magnetico che provoca una separazione dei sottolivelli Zeeman, con dipendenza dalla coordinata spaziale per effetto della non uniformità del campo stesso. Considerando che $\nu_L < \nu_A$, si possono scegliere in modo opportuno le polarizzazioni dei fasci affinché ogni atomo che si trova fuori dal centro della trappola assorba preferibilmente luce dal fascio che lo spinge verso il centro, ottenendo così il confinamento.
La prima MOT è collegata ai campioni atomici allo stato solido che per sublimazione diffondono all'interno di una prima cella, in cui è mantenuta una pressione di 10^{-9} Torr. Gli atomi, una volta intrappolati nella prima MOT, vengono trasferiti nella seconda MOT, attraversando un condotto in acciaio lungo 30 cm con sezioni tali da mantenere pressioni diverse fra le due celle ($P_{MOT2} = 10^{-12}$ Torr). Questo sistema permette, grazie all'alta pressione della prima cella, di intrappolare un numero sufficientemente grande di atomi e, contemporaneamente, di avere nella seconda MOT una miscela con vita media elevata, per effetto della pressione più bassa. Il trasferimento fra le due MOT viene effettuato con un fascio di spinta, la cui luce, per entrambi gli atomi, viene estratta dal laser principale. Alla fine di questa fase si riescono ad intrappolare circa 10^9 atomi di ^{87}Rb e 10^5 di ^{40}K, raffreddati fino a circa 10μK. Con questa tecnica di raffreddamento non si riescono, infatti,

a raggiungere temperature al di sotto delle decine di μK; tale limite è fissato dal riassorbimento, da parte di atomi già rallentati, dei fotoni diffusi dagli altri atomi in fase di rallentamento. Quindi per portare gli atomi nel regime quantistico si passa alla seconda fase di raffreddamento.

2.1.5 Trappola magnetica

Mentre nella MOT gli atomi vengono contemporaneamente intrappolati e raffreddati, in questa fase si effettua l'intrappolamento con l'uso del campo magnetico e il raffreddamento con l'evaporazione (per il Rb).
L'applicazione di un campo magnetico $B(\mathbf{r})$ produce una separazione dei livelli iperfini in sottolivelli Zeeman :

$$\Delta E_{F,m_f}(\mathbf{r}) = m_f g_F \mu_B B(\mathbf{r}), \tag{2.3}$$

con g_F fattore di Landè, μ_B magnetone di Bohr. Gli atomi che occupano i sottolivelli Zeeman con $m_f g_F > 0$ possono essere intrappolati in un minimo del campo magnetico, perché la loro energia aumenta con *B* [32]; questi stati sono detti *low-field seekers*. Poiché nella MOT gli atomi sono distribuiti quasi equamente nei sottolivelli Zeeman, prima del trasferimento nella trappola magnetica è necessario popolare soltanto i sottolivelli che vengono intrappolati dal potenziale, e in particolare scegliamo di popolare soltanto i sottolivelli con la massima componente di spin nella direzione del campo ($|F = 2, m_f = 2\rangle$ per il Rb e quello $|F = 9/2, m_f = 9/2\rangle$ per il K), per evitare di perdere gli atomi per collisione. Questo viene fatto grazie ad un pompaggio ottico selettivo sui sottolivelli Zeeman, che viene applicato alla fine della fase di MOT.
La trappola magnetica è realizzata con tre bobine in configurazione QUIC (*Quadrupole Ioffe-Pritchard Configuration*), due delle quali generano un campo radiale di quadrupolo e la terza, bobina di *pinch*, è ortogonale all'asse di quadrupolo. Il verso della corrente in questa terza bobina è tale da produrre un campo assiale che si oppone al campo radiale del quadrupolo, generando un potenziale armonico con minimo diverso da zero, necessario per evitare di perdere gli atomi per depolarizzazione. La geometria del campo genera un potenziale magnetico cilindrico con asse più debole lungo la direzione del *pinch*, con il seguente andamento in prossimità del minimo:

$$U(z, r) \propto (B_0 + \frac{1}{2}B'' z^2 + \frac{B'^2}{2B_0} r^2), \tag{2.4}$$

dove B_0 è detto campo di *bias*, $B' = \partial B/\partial z$ e $B'' = \partial^2 B/\partial z^2$. Le frequenze lungo la direzione del *pinch* (ω_z) e in direzione radiale (ω_r) sono date da:

$$\omega_z \propto \sqrt{\frac{B''}{m}} \text{ e } \omega_r \propto \sqrt{\frac{B'^2}{mB_0}}. \tag{2.5}$$

Le frequenze di trappola misurate sono: $\omega_z = 2\pi \cdot 16.3$ Hz e $\omega_r = 2\pi \cdot 197$ Hz per il Rb, e $\omega_z = 2\pi \cdot 23.7$ Hz e $\omega_r = 2\pi \cdot 286$ Hz per il K. La differenza delle frequenze di oscillazione di Rb e K è dovuta alla differenza delle masse dei due atomi: il rapporto fra le frequenze scala, infatti, come $\sqrt{(m_{Rb}/m_K)}$.

2.1.6 Evaporazione e raffreddamento simpatetico

Una volta intrappolata la miscela nella trappola magnetica si prosegue con il raffreddamento per evaporazione sugli atomi di Rb. Questa tecnica consiste nel rimuovere gli atomi più caldi inducendo transizioni multiple dal sottolivello Zeeman intrappolato a quelli che sentono, invece, un potenziale repulsivo, tramite un segnale selettivo a radiofrequenza opportuna. Mentre gli atomi più caldi vengono espulsi dalla trappola, quelli che vi restano, per collisioni elastiche, ripopolano la coda ad alta energia della distribuzione di Boltzmann e il sistema si porta all'equilibrio termodinamico caratterizzato da temperature più basse.
Per quanto riguarda gli atomi fermionici di potassio, per i quali l'evaporazione non funziona, si effettua un raffreddamento simpatetico: durante l'evaporazione gli atomi di K si portano all'equilibrio con quelli di Rb, per effetto delle collisioni elastiche. La frequenza di evaporazione del Rb può essere diminuita fino a raggiungere la condensazione per i bosoni ($T \simeq 200$ nK, con $N_{Rb} \simeq 10^5$), oppure può essere proseguita, diminuendo ancora la temperatura per ottenere anche il gas di Fermi. La temperatura minima raggiunta dal sistema è $T = 0.3 \cdot T_F$, con $T_F = 250$ nK, $N_K = 4 \cdot 10^4$ e $N_{Rb} = 2 \cdot 10^5$.

2.1.7 Sistema per l'acquisizione dell'immagine

Per ottenere le informazioni necessarie per lo studio della miscela si utilizza la tecnica dell'immagine in assorbimento. Sulla nuvola atomica, lasciata libera di espandere dalla trappola sotto l'azione della gravità, per un tempo di circa $8 - 12$ ms, si invia una luce risonante con una transizione atomica ($F = 2 \rightarrow F' = 3$ per il Rb e $F = 9/2 \rightarrow F' = 11/2$ per il K); si raccoglie poi l'immagine su una telecamera CCD, ottenendo il negativo della nuvola. In generale l'intensità del fascio laser,

rivelata dalla CCD, e la densità del campione atomico sono legate dalla relazione:

$$I_T(x,z) = I_0 e^{-\int \sigma n(x,y,z) dy}, \tag{2.6}$$

dove n è la densità atomica, σ è la sezione d'urto per l'assorbimento e l'integrale, detto densità ottica, è proporzionale alla densità del campione integrata sulla direzione del fascio dell'immagine. Una volta misurata la densità ottica possiamo risalire alle quantità che descrivono la nuvola: numero di atomi, temperatura e distribuzione di velocità.
Dobbiamo infine osservare che, avendo una miscela di due specie atomiche, si deve usare un metodo per distinguerle durante la misura. Per fare questo si effettuano due immagini separate: prima si invia la luce risonante con il K e si lascia che il Rb continui ad espandere in caduta libera; poi, dopo qualche ms, si prende l'immagine del Rb.

Capitolo 3

Trappola ottica

Per osservare sperimentalmente le risonanze di Fano-Feshbach, come vedremo nel prossimo capitolo, è necessario trasferire gli atomi in altri livelli iperfini rispetto a quelli che sono stati popolati, tramite il pompaggio ottico, prima del trasferimento nella trappola magnetica. Gli stati su cui siamo interessati a studiare le RFF non sono, in genere, *low-field seekers* e non è quindi possibile intrappolarli magneticamente. Inoltre, la trappola magnetica verrebbe modificata dall'aggiunta di un campo magnetico grande, come quello che viene applicato durante l'osservazione delle risonanze (Cap.4). Per questi motivi si rende necessario l'uso di un altro tipo di trappola che non sia costituito da un potenziale magnetico e non sia selettivo sui sottolivelli Zeeman degli atomi intrappolati: la trappola ottica.
A differenza della trappola magnetica, che si basa sulla forza, dipendente dallo stato, che agisce sul momento di dipolo magnetico in un campo non omogeneo, la trappola ottica sfrutta l'interazione del dipolo elettrico con una luce lontana dalla risonanza che, in determinate condizioni, è indipendente dal particolare sottolivello dello stato elettronico fondamentale. Le profondità tipiche di una trappola ottica sono, in genere, inferiori a 100μK, ed è quindi necessario preraffreddare gli atomi in trappola magnetica, prima di trasferirli in quella ottica.
Nella prima sezione di questo capitolo (Par.3.1) descriveremo i principi fondamentali su cui si basa il funzionamento di una trappola ottica; nella seconda (Par.3.2) parleremo, invece, delle caratteristiche della nostra trappola, della sua costruzione e delle fasi principali del suo allineamento sugli atomi.

3.1 Teoria del funzionamento di una trappola ottica dipolare

Introduciamo i concetti fondamentali dell'intrappolamento atomico in potenziali ottici dipolari generati dall'interazione con una radiazione lontana dalla risonanza atomica.

3.1.1 Potenziale dipolare

La forza ottica dipolare è determinata dalla parte dispersiva dell'interazione del momento di dipolo indotto con il gradiente di intensità del campo di radiazione. Essendo una forza conservativa, può essere calcolata a partire da un potenziale, i cui minimi possono essere utilizzati per intrappolare gli atomi. La parte dell'interazione di dipolo lagata all'assorbimento porta invece, nel caso di luce lontana dalla risonanza, uno *scattering* di fotoni residui della luce di trappola, che limita le capacità di confinamento. Cerchiamo adesso di ricavare le equazioni fondamentali per il potenziale di dipolo e per lo *scattering rate*, considerando l'atomo come un oscillatore soggetto al campo di radiazione classico [59].
Consideriamo un atomo illuminato da una radiazione laser monocromatica con lunghezza d'onda λ; il campo elettrico **E** induce sull'atomo un momento di dipolo **p** che oscilla alla stessa frequenza di oscillazione del campo ω[1]. L'ampiezza del momento di dipolo $(\tilde{p})$ è legata a quella del campo $(\tilde{E})$ dalla relazione:

$$\tilde{p} = \alpha \tilde{E}, \tag{3.1}$$

dove α, funzione di ω, è la polarizzabilità complessa.
Il potenziale di interazione fra il campo **E** e il momento di dipolo indotto **p** è dato da

$$U_{dip} = -\frac{1}{2}\langle \mathbf{p} \cdot \mathbf{E} \rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c}\mathrm{Re}(\alpha) I, \tag{3.2}$$

dove $\langle \mathbf{p} \cdot \mathbf{E} \rangle$ indica la media temporale sulle oscillazioni rapide dei termini, l'intensità del campo è $I = 2\epsilon_0 c|\tilde{E}|^2$, e il fattore $\frac{1}{2}$ tiene conto del fatto che il momento di dipolo è indotto e non permanente. Si ottiene, quindi, che l'energia potenziale dell'atomo è proporzionale all'intensità del campo e alla parte reale della polarizzabilità, che è legata alle proprietà dispersive dell'interazione.
La potenza assorbita dal campo da parte dell'oscillatore, e riemessa come radiazione di dipolo, è data da

$$P_{ass} = \langle \dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{E} \rangle = 2\omega \mathrm{Im}(\tilde{p}\tilde{E}^*) = \frac{\omega}{\epsilon_0 c}\mathrm{Im}(\alpha) I, \tag{3.3}$$

[1] La frequenza ω è legata alla lunghezza d'onda della luce laser dalla relazione $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$.

ed è quindi proporzionale alla parte immaginaria della polarizzabilità. Considerando la luce come un fascio di fotoni con energia $\hbar\omega$, possiamo interpretare l'assorbimento in termini dello *scattering* di fotoni nei processi di assorbimento e successiva emissione spontanea. Il corrispondente *scattering rate* è

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{r}) = \frac{P_{ass}}{\hbar\omega} = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c}\mathrm{Im}(\alpha)I(\mathbf{r}). \tag{3.4}$$

Le espressioni che abbiamo trovato per il potenziale di trappola e per lo *scattering rate* in funzione di $I(\mathbf{r})$ e di $\alpha(\omega)$ sono valide per ogni particella neutra polarizzabile in un campo elettrico oscillante.

Possiamo utilizzare l'espressione di α calcolata considerando l'atomo nel modello di Lorentz come un oscillatore armonico classico [59]; questa espressione classica, nel caso in cui gli effetti di saturazione siano trascurabili, approssima molto bene quella trovata nel modello semiclassico (considerando l'atomo come un sistema quantistico a due livelli che interagisce con un campo classico). Poiché per le trappole dipolari siamo fondamentalmente interessati al caso di luce con frequenza ω lontana da quella della transizione atomica (ω_0), la saturazione è molto bassa e possiamo quindi sostituire l'espressione classica di α in quelle del potenziale dipolare e dello *scattering rate*. Definendo il *detuning* $\Delta = \omega - \omega_0$ ed applicando *l'approssimazione di onda rotante* si ottengono le seguenti espressioni:

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3}\frac{\Gamma}{\Delta}I(\mathbf{r}) \tag{3.5}$$

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3}(\frac{\Gamma}{\Delta})^2 I(\mathbf{r}), \tag{3.6}$$

dove Γ è il *rate* di decadimento spontaneo del livello eccitato. Per esempio, nel caso di atomi di ^{87}Rb e di ^{40}K , i valori di Γ calcolati fra i livelli della transizione $D_2(S_{1/2} \rightarrow P_{3/2})$, utilizzata per il raffreddamento laser, sono $\Gamma_{Rb} = 5.9 \cdot 10^6$ Hz e $\Gamma_K = 6.2 \cdot 10^6$ Hz.

Dalle equazioni (3.5) e (3.6) si osserva che:

- Per una risonanza atomica con $\Delta < 0$ (*detuning* verso il rosso) il potenziale di dipolo è negativo e l'interazione con la luce è attrattiva sugli atomi; i minimi del potenziale si trovano inoltre in corrispondenza dei massimi di intensità. Per $\Delta > 0$ (*detuning* verso il blu), invece, l'interazione di dipolo spinge gli atomi fuori dal campo e i minimi del potenziale corrispondono ai minimi di intensità.

- $U_{dip} \propto I/\Delta$, mentre $\Gamma_{sc} \propto I/\Delta^2$; quindi le trappole dipolari in genere usano *detuning* grande e alta intensità, in modo da tenere il *rate* di diffusione il più basso possibile e un potenziale di trappola elevato.

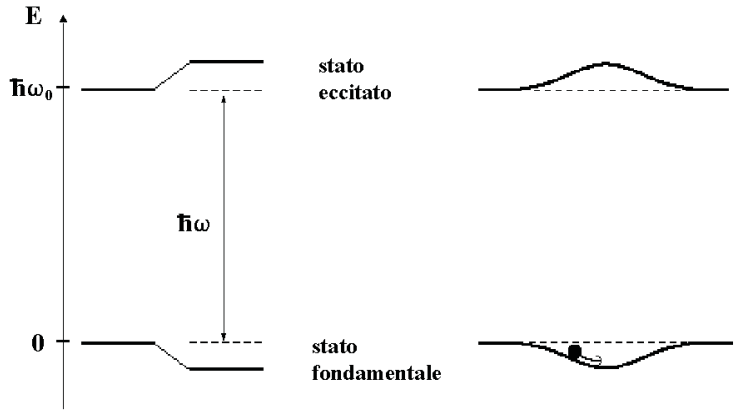

Figura 3.1: Spostamento in energia per i due livelli atomici. A sinistra si osserva che per $\Delta < 0$ l'energia del livello eccitato si alza, mentre quella del fondamentale si abbassa. A destra, invece, è riportato il caso di un campo di intensità con andamento gaussiano, che produce, per lo stato fondamentale, una buca di potenziale in cui gli atomi possono essere intrappolati.

3.1.2 Effetto del potenziale su atomi a più livelli

Consideriamo adesso la sottostruttura, che fino ad ora abbiamo trascurato, dei livelli atomici; in generale il potenziale dipolare dipende, infatti, dal particolare sottolivello dell'atomo.
Possiamo trattare l'effetto della luce laser lontana dalla risonanza come una perturbazione al secondo ordine del campo elettrico. Per un atomo l'hamiltoniana di interazione con il campo laser è $H_1 = -\hat{\mu}\mathbf{E}$, con $\hat{\mu}$ operatore di dipolo elettrico. Con la teoria delle perturbazioni possiamo calcolare lo spostamento in energia per un atomo a due livelli e, nel modello di *stati vestiti*, si ottiene:

$$\Delta E = \pm \frac{|\langle e|\mu|g\rangle|^2}{\Delta}|E|^2 = \pm \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3 \frac{\Gamma}{\Delta}} I \tag{3.7}$$

per lo stato fondamentale e per quello eccitato (segno più e segno meno rispettivamente), avendo sostituito $I = 2\epsilon_0 c|E|^2$ e il *rate* di decadimento $\Gamma = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3}|\langle e|\mu|g\rangle|^2$. Questo risultato mostra che lo spostamento in energia dello stato fondamentale corrisponde esattamente al potenziale dipolare, mentre quello dello stato eccitato è l'opposto. Nel caso di bassa saturazione l'atomo passa la maggior parte del suo tempo nello stato fondamentale, e risulta, quindi, intrappolato dal potenziale dipolare (Fig.3.1).

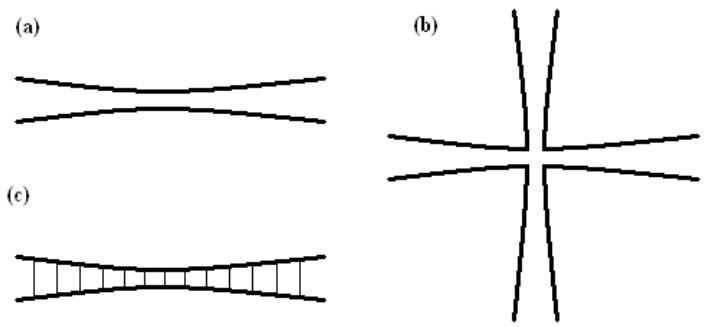

Figura 3.2: Configurazioni di fasci usati per trappole dipolari con *detuning* verso il rosso. (a) Trappola con un solo fascio focalizzato. (b) Trappola con fasci incrociati. (c) Trappola con un fascio focalizzato retroriflesso.

3.1.3 Trappole dipolari con *detuning* verso il rosso

Ci sono diverse configurazioni di trappole ottiche che possono essere costruite utilizzando fasci gaussiani focalizzati. Ne mostriamo adesso alcuni esempi (Fig.3.2).

- *Trappola con un fascio focalizzato*
  Un tipo di fascio laser che può essere usato per costruire una trappola ottica è un fascio gaussiano focalizzato, con frequenza lontana dalla risonanza atomica e spostata verso valori più piccoli ($\Delta < 0$) (Fig.3.2(a)). La distribuzione di intensità di un fascio gaussiano focalizzato con potenza *P*, che si propaga lungo l'asse z, è descritta da

$$I(r,z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} e^{-2\frac{r^2}{w^2(z)}}, \tag{3.8}$$

  dove *r* è la coordinata radiale. Il valore $w(z)$ è la distanza radiale alla quale l'intensità del fascio è diminuita di un fattore $1/e^2$ rispetto al valore sull'asse ed è funzione di *z*:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (\frac{z}{z_R})^2}, \tag{3.9}$$

  dove il raggio minimo w_0 è detto *waist* del fascio e $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ rappresenta la *lunghezza di Rayleigh*, distanza dal fuoco alla quale l'intensità è diminuita di un fattore 1/2. Dalla distribuzione di intensità, sostituita nella (3.5), si può trovare l'andamento del potenziale di dipolo. La profondità di trappola è data da $\hat{U} = |U(r = 0, z = 0)|$.
  È importante osservare che z_R è più grande di w_0 di un fattore $\pi w_0/\lambda$. Poichè z_R e w_0 rappresentano le distanze su cui diminuisce l'intensità, rispettivamente nelle direzioni assiale e radiale, il potenziale nella direzione radiale è

molto più ripido di quello lungo l'asse. In genere conviene, quindi, allineare il fascio in direzione perpendicolare alla risultante delle forze in gioco, in modo da minimizzarne la componente lungo la direzione in cui il fascio ha minor capacità di intrappolamento; ad esempio, nel caso della forza di gravità conviene allineare il fascio sul piano orizzontale.
Se l'energia termica K_BT dell'insieme atomico è molto più piccola della profondità $\hat{U}$, la dimensione radiale del campione è piccola rispetto a w_0 e quella assiale è piccola rispetto a z_R. In queste condizioni possiamo approssimare il potenziale ottico con quello di un oscillatore armonico a simmetria cilindrica:

$$U(r,z) \simeq -\hat{U}[1 - 2(\frac{r}{w_0})^2 - (\frac{z}{z_R})^2]. \tag{3.10}$$

La trappola ha, quindi, le seguenti frequenze di oscillazione:

$$\omega_r = (\frac{4\hat{U}}{mw_0^2})^{1/2}, \tag{3.11}$$

nella direzione radiale, e

$$\omega_z = (\frac{2\hat{U}}{mz_R^2})^{1/2}, \tag{3.12}$$

in quella assiale.

- *Trappola con fasci incrociati*
  Un singolo fascio focalizzato genera una trappola fortemente anisotropa con confinamento relativamente debole nella direzione assiale e molto forte, invece, in quella radiale. Un modo per creare un insieme atomico quasi isotropo e con confinamento forte in tutte le direzioni è quello di incrociare perpendicolarmente due fasci con lo stesso *waist* e con polarizzazioni ortogonali (Fig.3.2(b)). In questo tipo di configurazione, per dimensioni della nuvola atomica piccole, possiamo approssimare il potenziale di dipolo nel seguente modo:

$$U(x,y,z) \simeq -\hat{U}(1 - \frac{x^2+y^2+2z^2}{w_0^2}). \tag{3.13}$$

  Si può notare che la profondità effettiva del potenziale è solo la metà di quella di un singolo fascio, perché la stessa potenza deve essere separata nei due rami.

- *Reticolo*
  Un altro tipo di trappola, caratterizzata da un forte allineamento nella direzione assiale, può essere realizzata semplicemente retroriflettendo un fascio gaussiano, conservando la curvatura del fronte d'onda e la polarizzazione

(Fig.3.2(c)). Assumendo che l'estensione della nuvola atomica sia piccola si può scrivere il potenziale nella seguente forma:

$$U(r,z) \simeq -\hat{U}\cos^2(kz)[1-2(\frac{r}{w_0})^2-(\frac{z}{z_R})^2]. \tag{3.14}$$

È importante notare che, per effetto del fenomeno di interferenza fra i due fasci contropropaganti, la profondità del potenziale è quattro volte più grande di quella corrispondente per un singolo fascio focalizzato e che il forte confinamento nella direzione assiale produce, al centro della trappola, delle grandi frequenze di oscillazione, $\omega_z = \hbar k(2\hat{U}/m)^{1/2}$.

3.2 Caratteristiche e allineamento della nostra trappola ottica

La trappola ottica che abbiamo montato nel nostro esperimento è costituita da due fasci gaussiani incrociati con lunghezza d'onda di ~ 830 nm, quindi lontana dalla risonanza atomica e spostata verso il rosso sia per il Rb, la cui lunghezza d'onda di transizione è $\lambda = 780$ nm, che per il K, per il quale $\lambda = 766.7$ nm. La sorgente di trappola è un laser Ti:Sa che, pompato da un laser Nd:Yag, emette radiazione monocromatica a lunghezza d'onda compresa fra 780 e 870 nm e con potenza $\simeq 700$ mW.

Poiché una trappola costituita da un solo fascio in direzione orizzontale non sarebbe sufficiente ad intrappolare gli atomi, a causa del debole confinamento nella direzione assiale, si utilizza una configurazione di fasci incrociati (Fig.3.2(b)) sul piano orizzontale; in particolare uno viene allineato lungo la direzione del *pinch* e l'altro lungo quella dell'*imaging*[2], che sono fra loro perpendicolari. Entrambi i fasci avranno un forte confinamento verticale, nella direzione della gravità. I fasci che si utilizzano sono focalizzati con un *waist* di $\sim 50\mu$m; questa dimensione è infatti un buon compromesso per avere un intrappolamento abbastanza forte e contemporaneamente una non eccessiva difficoltà di allineamento sugli atomi. Nello schema sperimentale utilizzato per produrre i due fasci di trappola (Par.3.2.1) circa la metà della potenza emessa dal laser viene persa per il passaggio di ciascun fascio da un modulatore acusto-ottico (AOM) e per l'iniezione in una fibra; ipotizzando, quindi, di avere una trappola costituita da due fasci con potenza di ~ 150 mW e con *waist* di $\sim 50\mu$m, possiamo stimare i valori del potenziale di dipolo e dello *scattering rate* per la nostra trappola e si ottiene: $U_{dip} = 30$ μK e $\Gamma_{sc} = 2.5$ Hz. In realtà i

[2]Direzione del fascio che viene inviato sulla CCD per prendere l'immagine.

fasci della nostra trappola non hanno la stessa potenza. Questa scelta è dovuta al fatto che, durante le misure di osservazione delle RFF, sugli atomi agiscono, oltre ad un gradiente di campo verticale dovuto alla gravità, un gradiente orizzontale dovuto al campo magnetico applicato per vedere le risonanze (*campo feshbach*) ed un gradiente dovuto allo spegnimento della trappola magnetica. Questo gradiente orizzontale è in direzione del *pinch* e conviene, quindi, fornire una maggior potenza al fascio lungo l'*imaging*.

3.2.1 Schema sperimentale

Lo schema generale che usiamo per produrre i due fasci di trappola è rappresentato in Fig.3.3. La radiazione emessa dal laser di trappola viene separata in due rami, la cui potenza relativa è regolata da una lamina $\lambda/2$ posta prima di un cubo, in modo da poter controllare separatamente l'accensione e lo spegnimento di ciascun fascio per mezzo di due modulatori acusto-ottici (AOM). Inoltre, poiché i due AOM spostano le frequenze di due quantità differenti (80 e 200 MHz), questa configurazione permette anche di generare due fasci con coerenza nulla, in modo da poter eliminare effetti di interferenza. Ciascuno dei due fasci viene poi iniettato in fibra, prima di essere focalizzato sugli atomi, per garantire una maggior stabilità dell'allineamento della trappola ottica.
La configurazione della trappola è riportata in Fig.3.4. Le uscite delle fibre emettono i fasci che costituiscono la trappola ottica. Su ciascun ramo una lente, posta ad una distanza dal centro della cella pari alla sua lunghezza focale (50 cm), focalizza il fascio sulla nuvola atomica. Un telescopio montato prima della lente di focalizzazione modifica il fascio emesso dalla fibra permettendo di ottimizzarne la collimazione e le dimensioni, in modo da avere il punto di focalizzazione sulla nuvola atomica e un *waist* di circa 50 μm.

3.2.2 Allineamento dei fasci sulla nuvola atomica

Una volta montate le ottiche abbiamo proseguito con l'allineamento di ciascun fascio.
Per semplicità abbiamo caricato in trappola magnetica soltanto atomi di Rb e abbiamo inviato sulla nuvola un fascio alla volta. Abbiamo prima portato la lunghezza d'onda del laser di trappola in risonanza, in modo che il fascio incidente sugli atomi non creasse un intrappolamento della nuvola ma una distruzione della MOT. Ci siamo poi spostati di poco dalla risonanza e abbiamo cercato di variare la direzione del fascio in modo da massimizzare il numero di atomi intrappolati, minimizzando

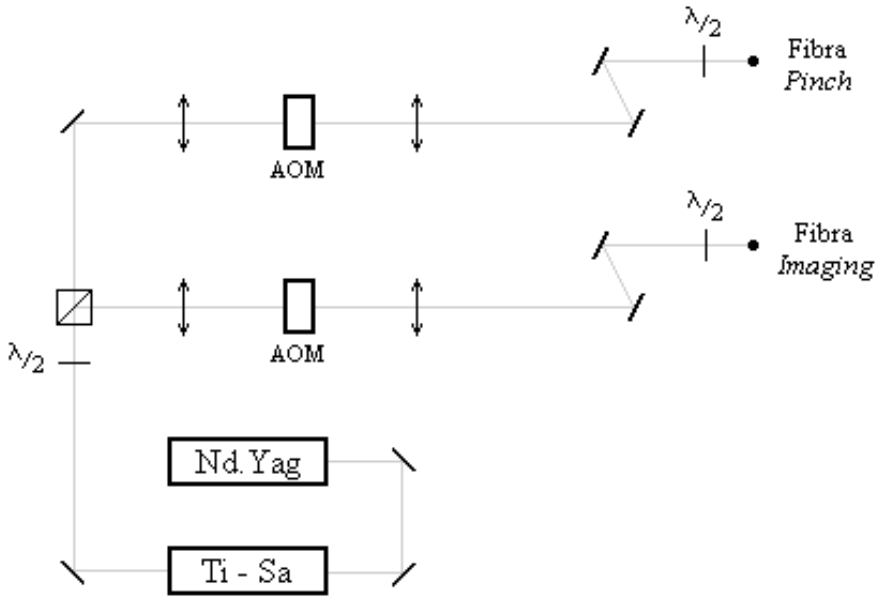

Figura 3.3: Schema per la produzione dei fasci di trappola.

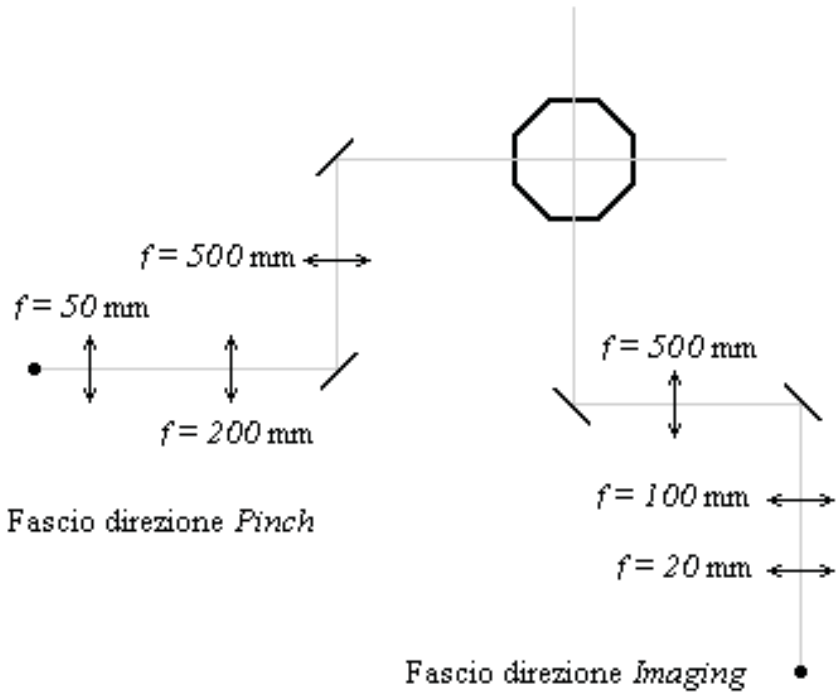

Figura 3.4: Schema di montaggio della trappola ottica, costituita da due fasci incrociati sul piano orizzontale.

le perdite dovute allo *scattering* di fotoni. Abbiamo poi iterato il processo allontanandoci sempre di più dalla risonanza, migliorando via via l'allineamento, fino a raggiungere la lunghezza d'onda finale di ~ 830 nm. A questo punto abbiamo abbassato la potenza del laser, e quindi il potenziale di intrappolamento, in modo da poter osservare di nuovo delle perdite e poter spostare il fascio per minimizzarle.
Abbiamo poi proseguito con la ricerca di un allineamento più fine, il cui procedimento è diverso per i due diversi fasci: per il fascio lungo l'*imaging*, infatti, si può effettuare un allineamento geometrico, cercando di allineare la nuvola intrappolata con la posizione della trappola magnetica, mentre per quello lungo il *pinch*, essendo perpendicolare alla direzione su cui viene presa l'immagine, si ha un'indicazione della posizione verticale, ma non di quella orizzontale. Per l'allineamento in questa seconda direzione, quindi, si procede diminuendo la potenza del fascio, con conseguente diminuzione della capacità di confinamento, e cercando di minimizzare il numero degli atomi non intrappolati.

3.2.3 Misura del *waist* e delle frequenze di oscillazione

Per ottenere una prima stima delle dimensioni del *waist* che ciascun fascio ha nella regione in cui sono gli atomi (w_0) abbiamo misurato il raggio del fascio collimato dal telescopio (w_{in}); dall'ottica dei fasci gaussiani si ricava infatti che, dopo una lente di focale f, il *waist* nel fuoco è:

$$w_0 = \frac{\lambda f}{\pi w_{in}}, \tag{3.15}$$

con λ lunghezza d'onda della radiazione.
Per misurare w_{in} abbiamo oscurato parzialmente il fascio con una lamina verticale, misurando la potenza trasmessa dal fascio al variare della posizione del taglio sulla direzione orizzontale e riportando in grafico i dati ottenuti. Facendo un *fit* con una opportuna funzione, calcolata integrando una distribuzione gaussiana dell'intensità, abbiamo ricavato w_{in}. In Fig.3.5 vengono riportati i risultati ottenuti per il fascio lungo la direzione dell'*imaging*, da cui si stima $w_0 \sim 50\mu$m. Per il fascio lungo il *pinch* abbiamo fatto una misura analoga e abbiamo stimato $w_0 \sim 60\mu$m.
Il valore ottenuto per w_0 con questo metodo è comunque una stima delle dimensioni del fascio nel suo fuoco, ma non è detto che sia proprio il valore in corrispondenza degli atomi; per la nostra configurazione sperimentale, infatti, la distanza della lente dagli atomi non può essere determinata con grande accuratezza e non si può essere sicuri che il fuoco sia proprio sulla nuvola atomica. Un modo per misurare il valore effettivo del raggio del fascio in corrispondenza degli atomi è quello di ricavarlo

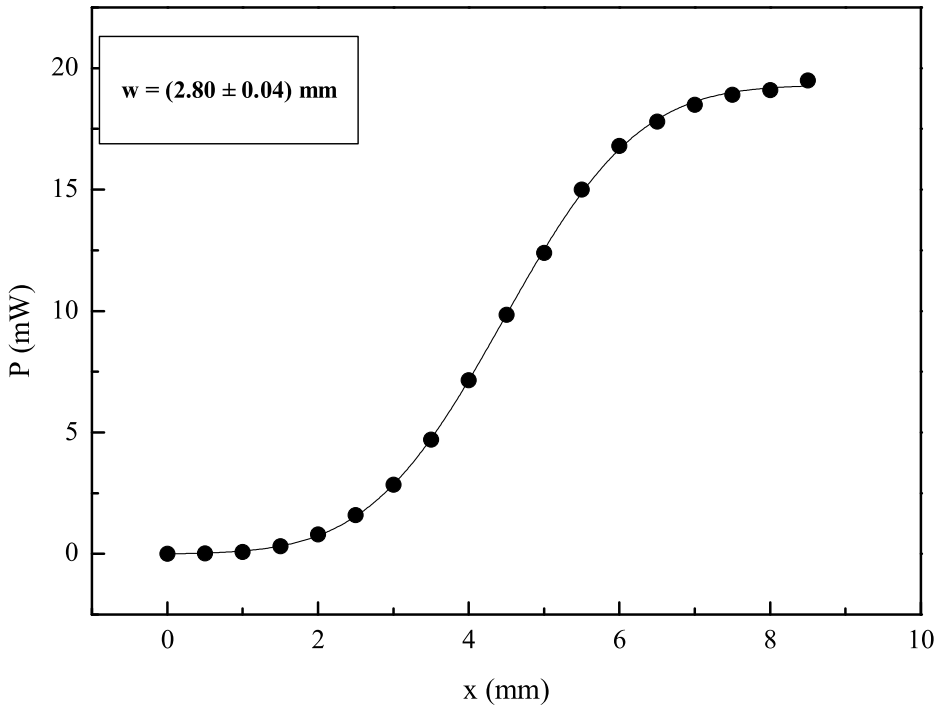

Figura 3.5: Misura del waist w_{in} per il fascio lungo l'*imaging*. In grafico è stata riportata la potenza trasmessa al variare della coordinata orizzontale a cui viene fatto il taglio verticale, come descritto nel testo. Il *fit* stima $w_{in} \simeq (2.80 \pm 0.04)$ mm.

dalla frequenza di oscillazione della nuvola atomica intrappolata: nota la potenza *P* e la frequenza ω_r, dalle (3.5), (3.8) e (3.11) si ricava

$$w_0^4 = \frac{12c^2}{m\omega_0^3}\frac{\Gamma}{\Delta}\frac{P}{\omega_r^2}. \tag{3.16}$$

Con questo metodo si riesce anche ad avere un'indicazione sulla posizione del fuoco rispetto alla nuvola e si può controllare che il fascio stia focalizzando proprio sugli atomi; confrontando infatti il valore del *waist* ricavato dalla misura della frequenza con quello stimato per il fuoco, si può traslare la lente di focalizzazione, montata per questo su un traslatore micrometrico, per cercare di portare il fuoco sugli atomi. Questo procedimento può essere ripetuto finché il valore ricavato con la misura della frequenza non sia in accordo con quello atteso.
Per misurare la frequenza di oscillazione della trappola ottica si spegne velocemente il potenziale di trappola e poi lo si riaccende, in modo da eccitare un moto di oscillazione della nuvola in trappola. Per ottenere la frequenza delle oscillazioni indotte si misura la posizione della nuvola atomica al variare del momento in cui viene spenta la trappola magnetica, ovvero del tempo in cui gli atomi restano nella sola trappola ottica, e si riportano in grafico i dati ottenuti. Facendo un fit con una funzione sinusoidale si ricava il valore della frequenza di oscillazione. In Fig.3.6 viene riportata una misura effettuata sul fascio lungo l'*imaging*. Possiamo notare che, mentre per questo fascio è possibile misurare, oltre alla posizione verticale, anche la posizione orizzontale della nuvola nella direzione radiale del fascio, per quello lungo il *pinch* possiamo misurare soltanto la frequenza di oscillazione in direzione verticale. Questo è dovuto alla diversa disposizione dei due fasci di trappola rispetto a quello per prendere l'immagine.
Per una trappola costituita da due fasci incrociati, la frequenza di oscillazione in una certa direzione è determinata come somma in quadratura delle frequenze di ciascun fascio nella direzione stessa. Nel nostro caso, quindi, la frequenza nella direzione del *pinch* può essere approssimata con la frequenza radiale del fascio lungo l'*imaging* ($\omega_{r,im}$); viceversa quella lungo l'*imaging* corrisponde alla frequenza radiale del fascio lungo il *pinch* ($\omega_{r,p}$). La frequenza nella direzione verticale, invece, in cui entrambi i fasci hanno un forte confinamento, è la somma in quadratura delle due frequenze radiali:

$$\omega_v = \sqrt{\omega_{r,im}^2 + \omega_{r,p}^2}. \tag{3.17}$$

Dobbiamo, infine, aggiungere che, a causa della presenza del gradiente orizzontale in direzione del *pinch*, dare più potenza al fascio lungo l'*imaging* potrebbe non essere sufficiente per effettuare misure a campi alti; in questo caso, oltre a utilizzare i due fasci incrociati, si può retroriflettere quello lungo il *pinch*, in modo da avere un

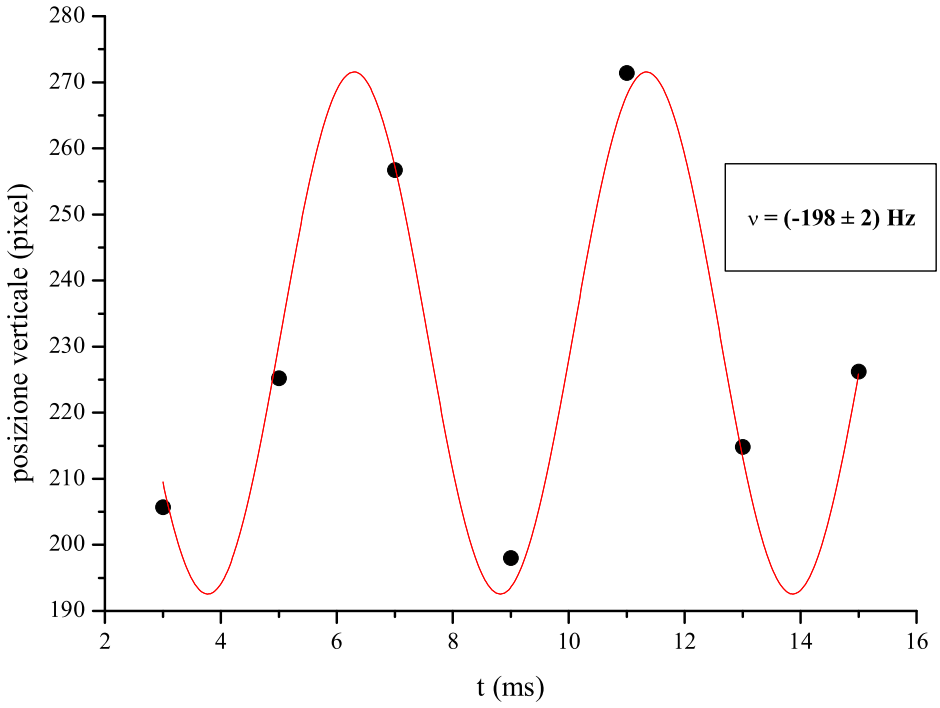

Figura 3.6: Misura della frequenza di oscillazione per il fascio lungo l'*imaging*. Riportando in grafico la posizione verticale in funzione del tempo, e facendo un *fit* con la funzione $x = a\sin(2\pi\nu t+\varphi)+b$ si ottiene $\nu = (198\pm2)$ Hz. Sostituendo questo valore nella 3.16 si stima $w_0 \sim (60.0 \pm 1.8)\mu$m, dove l'incertezza è stata calcolata considerando un'incertezza relativa di 0.01 sulla potenza, oltre a quella sulla frequenza stimata dal *fit*.

reticolo con forte confinamento proprio nella direzione del gradiente del campo. In questa configurazione, la frequenza di oscillazione in direzione dell'*imaging* resta dell'ordine di ~ 200 Hz, mentre quella nella direzione del *pinch* diventa dell'ordine di ~ 20 KHz.

3.2.4 Misura del rumore in ampiezza

Abbiamo visto fino ad ora come la capacità di confinamento della trappola ottica sia dipendente dai valori dell'intensità e del *detuning* della radiazione, ma c'è un altro parametro che influenza la vita media degli atomi in trappola: le fluttazioni in intensità e nel puntamento della radiazione laser. Queste, infatti, producono un riscaldamento con una conseguente diminuzione della vita media degli atomi in trappola. In particolare, calcolando il *rate* di riscaldamento per i due tipi di flut-

tuazione usando un semplice modello di oscillatore armonico unidimensionale, si può ricavare che il rumore in intensità produce un riscaldamento esponenziale mentre quello di puntamento del fascio produce un *rate* di riscaldamento costante [60]. Per uno spettro di rumore in intensità $S_\epsilon(\omega)$, nel caso di una trappola armonica con frequenza di oscillazione ω_{tr}, si trova il seguente *rate* di riscaldamento:

$$\frac{\langle \dot{E} \rangle}{\langle E \rangle} = \frac{\pi}{2}\omega_{tr}^2 S_\epsilon(2\omega_{tr}). \tag{3.18}$$

Misurando quindi lo spettro di rumore della radiazione usata per la trappola si può stimare quale sarebbe l'effetto sulla vita media degli atomi in trappola. In Fig.3.7 viene riportata, per esempio, la misura dello spettro di rumore che abbiamo effettuato sul fascio lungo l'*imaging* e il corrispondente *rate* di riscaldamento calcolato con la (3.18); una misura analoga è stata fatta sul fascio lungo il *pinch*.
Dalle misure effettuate sul rumore si trova che la vita media degli atomi in trappola è superiore a 4 s, come si vede anche dalla Fig.3.7, poiché il *rate* di riscaldamento risulta inferiore a 0.25 s^{-1}. Una vita media di questo tipo è più che sufficiente per effettuare misure sulle risonanze di Fano-Feshbach, nelle quali il tempo in cui gli atomi vengono tenuti in trappola ottica è dell'ordine di 1 s (Cap.4).

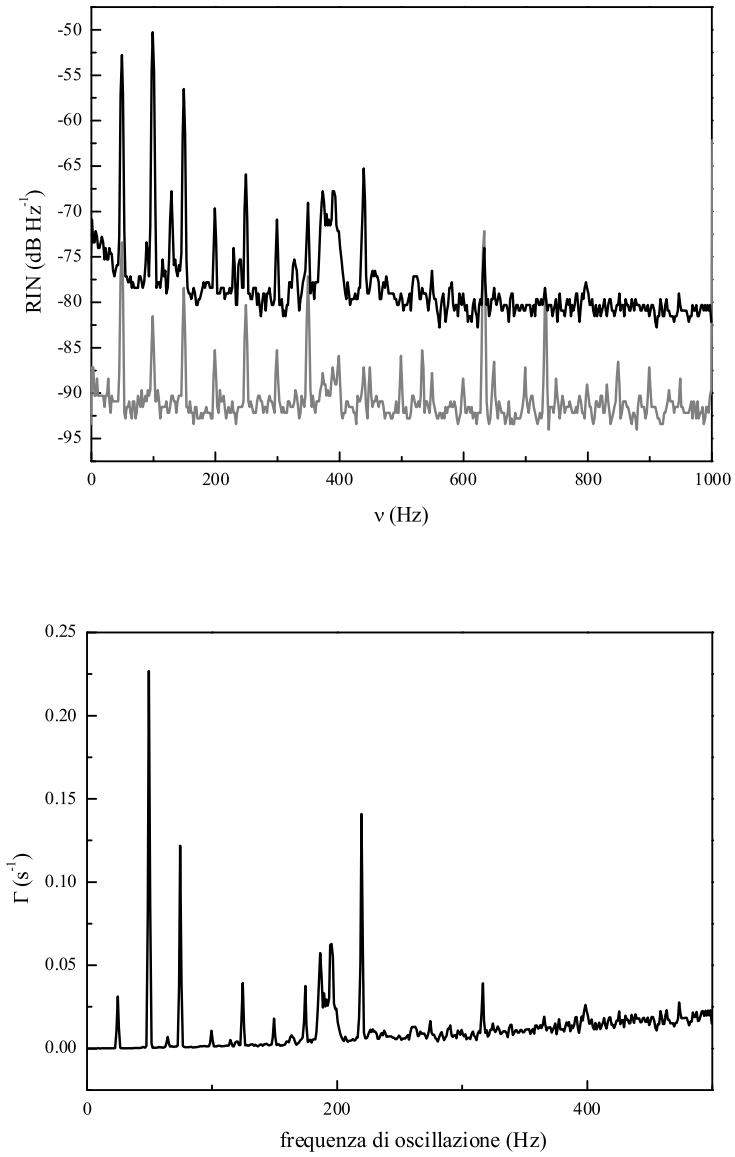

Figura 3.7: In alto vengono riportati lo spettro di rumore misurato sul fascio lungo l'*imaging* (linea nera) e la misura del rumore di fondo (linea grigia). In basso viene riportato il *rate* di riscaldamento, calcolato sostituendo lo spettro di rumore nella (3.18). Dal grafico del *rate* di riscaldamento si ricava una vita media degli atomi superiore a 4 s.

Capitolo 4

Osservazione delle risonanze di Fano-Feshbach

Nel Cap.1 abbiamo descritto l'importanza dalle risonanze di Fano-Feshbach nella fisica degli atomi ultra-freddi descrivendo le opportunità offerte dalla loro caratteristica di permettere un controllo delle interazioni atomiche. Nel Par.1.3.4 abbiamo detto, inoltre, che RFF eteronucleari in miscele di fermioni e bosoni sono state osservate solo di recente con gli atomi ^{6}Li-^{23}Na [29], ^{40}K-^{87}Rb [30] e ^{6}Li-^{7}Li [31]. Per quanto riguarda le miscele ^{40}K-^{87}Rb, che è proprio il caso del nostro esperimento, fino ad ora sono state osservate quattro risonanze fra gli stati $|1,1\rangle$ e $|9/2,-9/2\rangle$, le cui misure, effettuate da D.S.Jin del JILA in Colorado, sono riportate in [30] e, in modo più dettagliato e aggiornato, nella tesi di dottorato di J.Goldwin [46]. Come descriveremo meglio nel Cap.5, l'osservazione di queste quattro risonanze ha permesso al gruppo del JILA di trovare un modello teorico in grado di descrivere i risultati sperimentali ottenuti, estrapolando i valori delle lunghezze di *scattering* di tripletto e di singoletto (Par.5.1). Tuttavia, tale modello non riesce a descrivere con grande accuratezza la posizione delle risonanze osservate, una delle quali risulta spostata di ~ 4 G rispetto alla previsione teorica, mentre per altri esperimenti su risonanze omonucleari sono stati trovati modelli con discrepanza rispetto ai dati sperimentali < 1 G [12, 13] e considerando un numero maggiore di risonanze. Questa discrepanza fra modello teorico e osservazioni sperimentali ci ha portato inizialmente a ripetere le misure effettuate al JILA, anche per fare un controllo sulla calibrazione del nostro campo magnetico, e, come vedremo nel Par.4.3, alcune differenze riscontrate nelle nostre osservazioni sperimentali ci hanno indotto a effettuare uno studio più approfondito del problema e a cercare di osservare il maggior numero possibile di risonanze, sia fra gli stati $|1,1\rangle$ $|9/2,-9/2\rangle$ che fra altre coppie di stati, in modo da verificare l'effettiva validità del modello teorico sviluppato al

JILA.
Dopo il trasferimento nella trappola magnetica, come abbiamo visto nel Cap.2, gli atomi di ^{87}Rb e di ^{40}K si trovano, rispettivamente, negli stati $|F_1 = 2, m_{f_1} = 2\rangle$ e $|F_2 = 9/2, m_{f_2} = 9/2\rangle$, che non sono quelli in cui siamo interessati a osservare le RFF. Dobbiamo quindi trasferire gli atomi negli stati che ci interessano, i quali, però, non sono tutti *low field seekers*, anzi, solamente il $|9/2, 7/2\rangle$ lo è; così, prima di effettuare i dovuti trasferimenti dobbiamo accendere la trappola ottica che permette di confinare gli atomi indipendentemente dal sottolivello Zeeman che occupano (Cap.3). D'altra parte l'utilizzo della trappola ottica per l'osservazione delle RFF è fondamentale, vista la necessità di applicare campi magnetici per controllare l'interazione; questa infatti non è compatibile con il confinamento della trappola magnetica (Cap.3). Una volta che abbiamo caricato gli atomi in trappola magnetica, come descritto nel Cap.2, si procede, quindi, con il trasferimento nella trappola ottica; questo viene effettuato con l'accensione della trappola ottica e lo spegnimento di quella magnetica. Il primo avviene in un tempo di ~ 200 ms, aumentando contemporaneamente la potenza dei due fasci di trappola; il secondo, invece, viene effettuato in 30 ms, tramite una diminuzione lineare della corrente nelle bobine del quadrupolo. L'accensione della trappola ottica e lo spegnimento di quella magnetica, riportati in Fig.4.1, non vengono effettuati istantaneamente, al fine di ottenere un processo adiabatico, evitando un'eccitazione degli atomi e quindi un riscaldamento. Durante lo spegnimento della trappola magnetica, per evitare una depolarizzazione degli atomi, viene applicato un campo di *bias* dell'ordine del G. Successivamente il campo magnetico viene portato ad un valore più elevato, per effettuare i trasferimenti necessari, e poi al valore di osservazione delle RFF. La procedura sperimentale seguita per le misure verrà descritta con maggior dettaglio nel Par.4.2; in questo capitolo riporteremo, inoltre, i principali risultati sperimentali che abbiamo ottenuto sull'osservazione delle RFF (Par.4.3), dopo aver descritto gli strumenti che abbiamo utilizzato e come abbiamo effettuato i vari trasferimenti (Par.4.1).

4.1 Apparato sperimentale per l'osservazione di una RFF e trasferimenti a stati risonanti

Gli stati in cui vogliamo cercare le RFF devono essere coppie stabili di sottollivelli Zeeman degli stati fondamentali. Tenendo conto che per transizioni di *spin exchange*, oltre all'energia, devono conservarsi i numeri quantici F e m_f, sono stabili le coppie $|2, 2\rangle + |9/2, 9/2\rangle$ e $|2, -2\rangle + |9/2, -9/2\rangle$ che hanno, rispettivamente, massima e minima proiezione dello spin lungo la direzione di quantizzazione. Sono

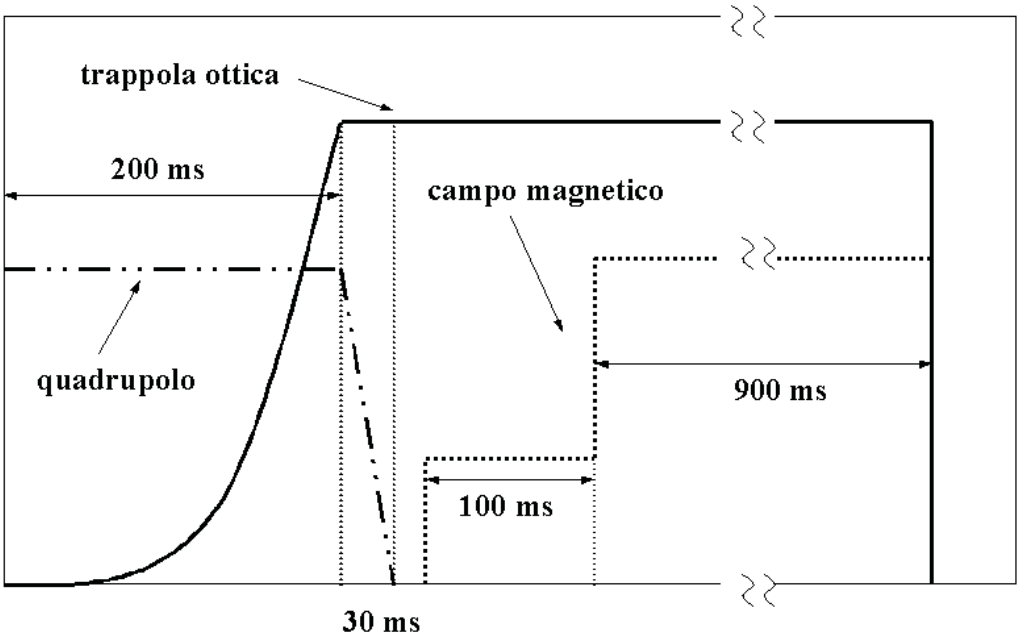

Figura 4.1: Trasferimento degli atomi dalla trappola magnetica a quella ottica. In grafico viene riportato, in funzione del tempo, l'andamento qualitativo della corrente nelle bobine di quadrupolo (linea tratteggiata), della potenza dei fasci della trappola ottica (linea continua) e dell'intensità del campo magnetico. Nei primi 200 ms viene accesa la trappola ottica e poi viene spenta la trappola magnetica, portando a zero, in 30 ms, la corrente che scorre nelle bobine di quadrupolo. Durante lo spegnimento della trappola magnetica viene applicato un campo magnetico di *bias*, per evitare che gli atomi si depolarizzino; il campo magnetico viene poi alzato al valore per fare i trasferimenti e poi al valore di osservazione della risonanza al quale rimane per circa 1 s. Campo magnetico e trappola ottica vengono spenti prima di prendere l'immagine. Un andamento più dettagliato del campo magnetico viene riportato in Fig.4.8.

stabili, inoltre, tutte le coppie di stati in cui uno dei due atomi sia nel sottolivello Zeeman più basso; questa è una particolare caratteristica della coppia ^{87}Rb-^{40}K, dovuta alla struttura iperfine invertita del ^{40}K. Il fatto che il livello iperfine con $F = 9/2$ abbia energia più bassa di quello con $F = 7/2$ implica che per il ^{40}K l'ordine dei sottolivelli Zeeman del fondamentale ($F = 9/2$), corrispondente a quello del livello con $F = 2$ del ^{87}Rb, sia opposto rispetto a quello del livello con $F = 1$. Se uno dei due atomi si trova nel livello fondamentale, quindi, non c'è modo di avere collisioni, perché l'atomo nel livello fondamentale potrebbe spostarsi solo in un livello con energia maggiore e la struttura invertita del ^{40}K implicherebbe che, per conservare m_f, anche l'atomo dell'altra specie si debba spostare in un livello con energia superiore, ma questo, poiché abbiamo a che fare con atomi ultra-freddi, non è consentito dalla conservazione dell'energia.
Gli stati in cui abbiamo cercato le RFF sono:

- $|1,1\rangle + |9/2,-9/2\rangle$
- $|1,1\rangle + |9/2,-7/2\rangle$
- $|1,1\rangle + |9/2,+7/2\rangle$
- $|1,0\rangle + |9/2,-9/2\rangle$

In questo paragrafo vedremo come abbiamo effettuato i vari trasferimenti (Par.4.1.4), dopo aver analizzato la struttura dei sottolivelli Zeeman (Par.4.1.1) e aver descritto gli strumenti utilizzati per ogni trasferimento (Par.4.1.2). Descriveremo inoltre come abbiamo generato il campo magnetico usato per l'osservazione delle risonanze e il metodo con il quale ne abbiamo calibrato l'intensità (Par.4.1.3).

4.1.1 Separazione dei sottolivelli Zeeman

In Fig.4.2 viene riportata la struttura dei sottolivelli Zeeman del ^{87}Rb e in Fig.4.3 viene mostrata quella del ^{40}K. L'energia dello stato fondamentale $|J = 1/2, F, m_f\rangle$ in funzione del campo magnetico può essere espressa tramite la formula di Breit-Rabi [61]:

$$E_{F,m_f} = -\frac{\Delta E_{hf}}{2(2I+1)} + g_I \mu_B m_f B \pm \frac{\Delta E_{hf}}{2}\sqrt{1 + \frac{4m_f}{2I+1}x + x^2}, \qquad (4.1)$$

dove la separazione iperfine ΔE_{hf} è legata alla costante A_{hf} dalla relazione $\Delta E_{hf} = A_{hf}(I+1/2)$ e $x = (g_J - g_I)\mu_B B/\Delta E_{hf}$ è una variabile adimensionale legata ai fattori di Landé elettronico e nucleare; il $\pm$ corrisponde agli stati con $m_f = m_I \pm 1/2$.

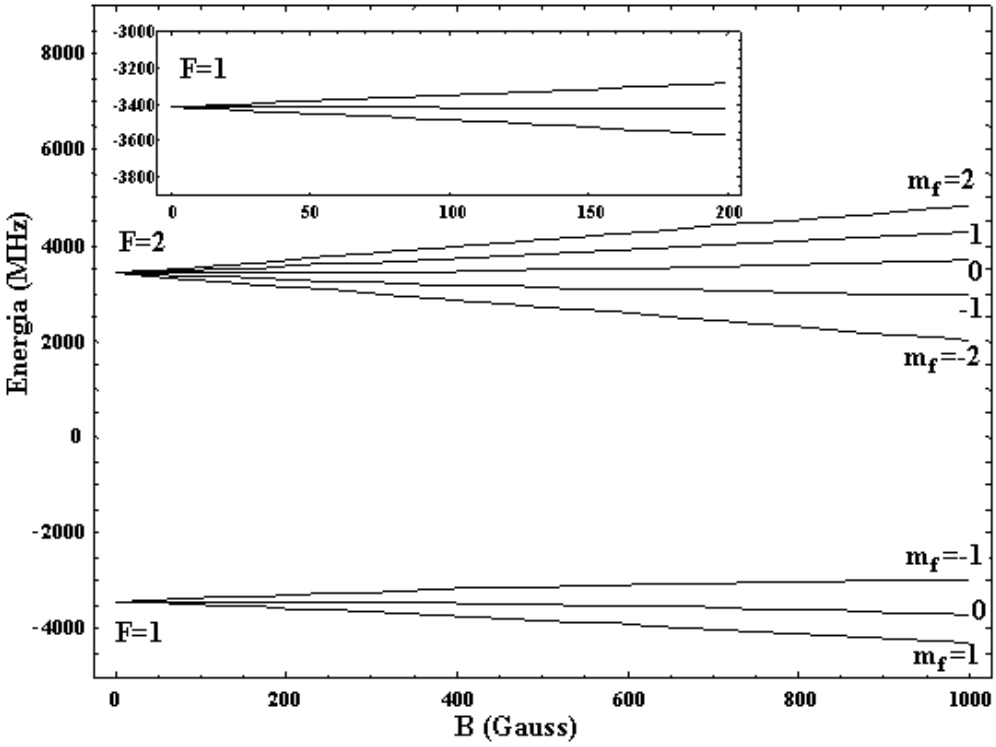

Figura 4.2: Struttura Zeeman per il ^{87}Rb. Nell'inserto viene riportato l'ingrandimento della separazione del livello fondamentale $F = 1$.

Il termine in *x* mostra una dipendenza dell'energia dei livelli non lineare nel campo magnetico. Poiché x è proporzionale a B, per valori piccoli del campo magnetico il termine di non linearità dell'energia è circa indipendente da B e da m_f; per un dato livello iperfine, quindi, fissato il campo magnetico, la separazione fra due sottolivelli Zeeman consecutivi è circa la stessa. Per campi magnetici più alti, invece, il termine in x non è più costante e l'energia dei sottolivelli Zeeman non è più lineare in m_f; in questo caso, quindi, due sottolivelli Zeeman consecutivi hanno separazioni diverse, anche all'interno di uno stesso stato iperfine (Fig.4.2 e Fig.4.3). Come vedremo nel Par.4.1.4, questa caratteristica di non linearità a campi alti della struttura Zeeman ci è stata utile per effettuare alcuni trasferimenti. Abbiamo inoltre utilizzato la conoscenza della separazione Zeeman fra due sottolivelli di uno stesso stato iperfine per calibrare l'intensità del campo magnetico usato per osservare le risonanze (Par.4.1.3).

4.1.2 Strumenti per i trasferimenti

Per indurre un trasferimento fra due sottolivelli Zeeman abbiamo bisogno di un campo magnetico, che separi i sottolivelli e definisca un asse di quantizzazione,

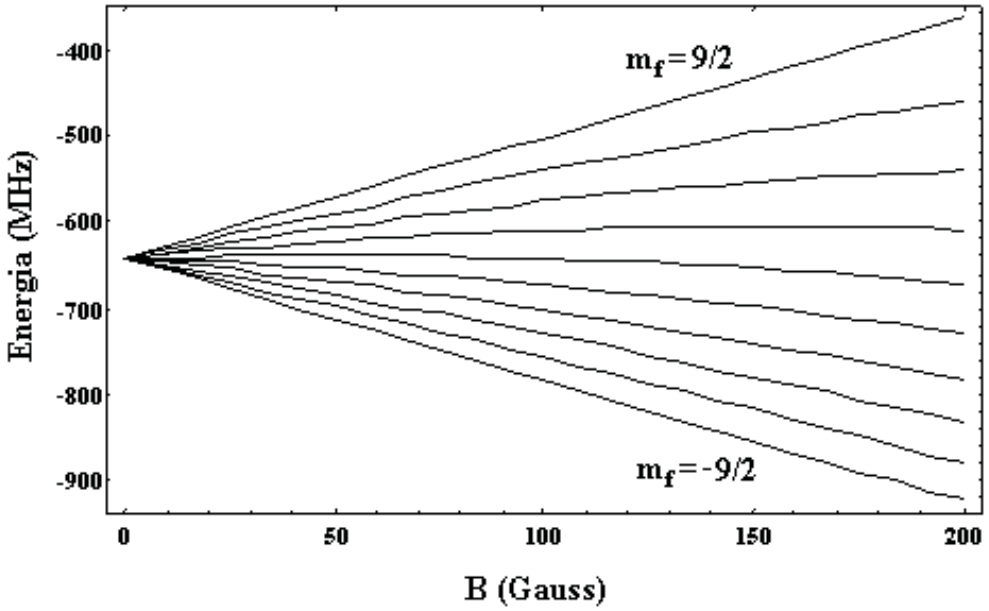

Figura 4.3: Struttura Zeeman per ^{40}K.

e di un'antenna che, percorsa da un segnale alla frequenza opportuna, generi un campo di induzione per la transizione atomica. Poiché le antenne che usiamo sono costituite da avvolgimenti circolari e vengono poste vicino agli atomi quanto più è possibile, possiamo approssimare il campo da loro generato con quello generato da un solenoide e, quindi, diretto lungo l'asse della spira. Poiché vogliamo indurre sugli atomi transizioni ad un fotone con variazioni del numero quantico m_f di ± 1, abbiamo bisogno di radiazione polarizzata circolarmente; questo corrisponde ad avere la spira con l'asse ortogonale al campo magnetico. Se la spira fosse posizionata con l'asse allineato alla direzione del campo magnetico, invece, avremmo un campo polarizzato linearmente che non permetterebbe di indurre le transizioni alle quali siamo interessati.

Nel nostro esperimento, per separare i sottolivelli Zeeman, si utilizzano due campi magnetici, ciascuno dei quali viene generato da una coppia di bobine in configurazione Helmholtz (Par.4.1.3). La prima coppia genera un campo uniforme, con asse di quantizzazione verticale, la cui intensità può essere variata fino a circa 1100 G. Questo campo viene usato per l'osservazione delle risonanze di Fano-Feshbach e viene detto *campo feshbach*. La seconda coppia genera, invece, il campo di *bias* con asse di quantizzazione orizzontale, e precisamente diretto lungo il *pinch*, che viene acceso, al valore di ~ 1 G, prima dello spegnimento della trappola magnetica (Fig.4.1). Per quanto riguarda i trasferimenti, il campo di *bias* viene usato per

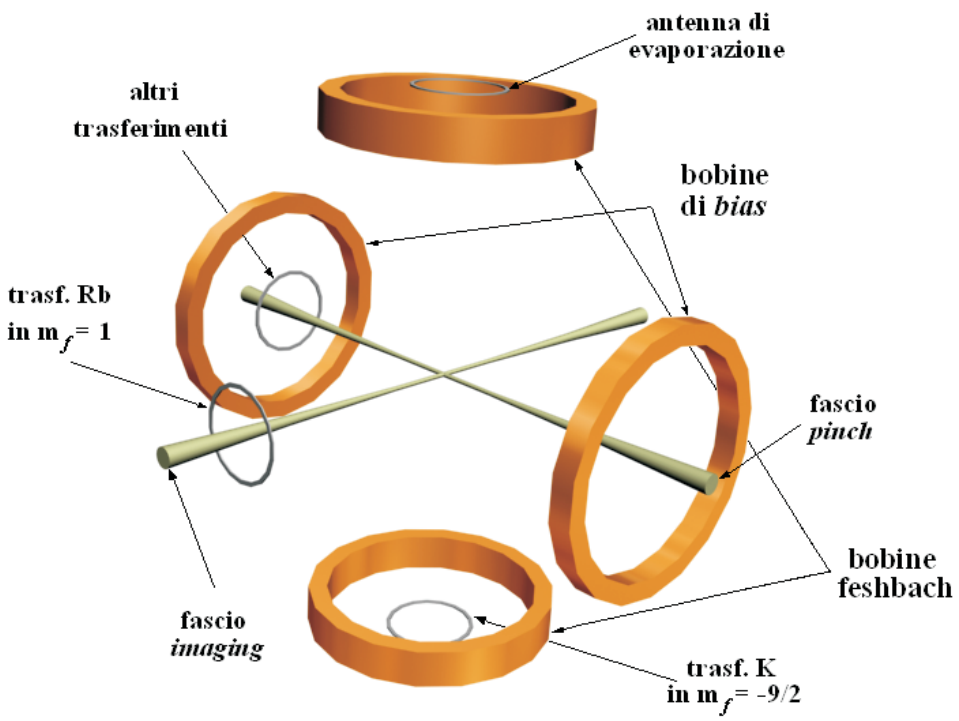

Figura 4.4: Configurazione delle bobine e delle antenne utilizzate per l'osservazione delle RFF.

trasferire il ^{87}Rb nello stato $|1,1\rangle$ e il ^{40}K in $|9/2,-9/2\rangle$. Le antenne, in cui scorrono gli opportuni segnali per generare i campi di trasferimento, devono avere l'asse ortogonale alla direzione del *pinch*: quella del ^{40}K ha l'asse in direzione verticale e quella del ^{87}Rb , invece, lo ha lungo l'*imaging*. Per effettuare gli altri trasferimenti, per i quali, come vedremo, serve un campo di intensità più elevata, viene utilizzato, invece, il campo feshbach; le antenne devono quindi avere l'asse in direzione orizzontale. Per il trasferimento del ^{40}K in $|9/2,-7/2\rangle$ (o in $|9/2,+7/2\rangle$) non si può utilizzare l'antenna usata per quello in $|9/2,-9/2\rangle$, che ha l'asse verticale e se ne utilizza, quindi, un'altra con asse lungo il *pinch*, che viceversa non potrebbe essere usata per portare gli atomi in $|9/2,-9/2\rangle$. La stessa antenna usata per popolare il sottolivello con $m_f = -7/2$, quando vogliamo cercare la RFF fra gli stati $|1,0\rangle$ e $|9/2,-9/2\rangle$, viene usata per portare il ^{87}Rb in $|1,0\rangle$. A differenza del caso del K, per il quale l'antenna usata per i trasferimenti con il campo di *bias* ha l'asse verticale e non può quindi essere usata con il campo feshbach, nel caso del Rb la corrispondente antenna ha l'asse lungo l'*imaging* e può essere usata con entrambi i campi. Questa antenna può essere utilizzata, infatti, anche per la calibrazione del campo

feshbach, durante la quale gli atomi di Rb vengono trasferiti nel sottolivello $|2,1\rangle$ (Par.4.1.3). In Fig.4.4 è illustrata la configurazione delle bobine e delle antenne che abbiamo appena descritto.

4.1.3 Bobine per generare il campo feshbach e calibrazione del campo

Per osservare sperimentalmente una risonanza di feshbach è necessario utilizzare un campo magnetico uniforme, la cui intensità possa essere variata facilmente in modo tale da poter controllare la forza delle interazioni. Questo campo viene generato da due bobine in configurazione di Helmholtz, come abbiamo detto nel Par.4.1.2. Tali bobine, parallele e allineate, sono costituite da un uguale numero di spire circolari con stesso raggio R, sono percorse dalla stessa corrente i e distano l'una dall'altra di una lunghezza pari a R. Questo tipo di configurazione genera un campo uniforme nella regione centrale, orientato in direzione parallela all'asse delle bobine e con intensità che può essere controllata modificando la corrente i. Si trova, infatti, che nella regione centrale il campo può essere considerato uniforme e che la sua intensità dipende dal valore della corrente che scorre nelle bobine secondo la relazione:

$$B = \frac{8N}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 i}{R}. \tag{4.2}$$

In realtà, nel nostro caso specifico, gli avvolgimenti delle bobine sono tali da creare una piccola differenza di spessore lungo la circonferenza; questa asimmetria genera un piccolo gradiente e quindi una non perfetta uniformità del campo magnetico.
Si può notare che l'unica differenza fra la configurazione di anti-Helmholtz, che genera un campo di quadrupolo, e quella di Helmholtz, che genera un campo uniforme, è il verso dalla corrente che scorre nelle bobine; nel primo caso, infatti, le due correnti scorrono in direzione opposta, nel secondo, invece, sono concordi. In linea di principio, quindi, per generare il campo feshbach uniforme sarebbe stato possibile invertire la corrente di una delle bobine che generano il campo di quadrupolo per la trappola magnetica. In realtà è stato necessario montare un'altra coppia di bobine, perché il centro del campo di quadrupolo è spostato di 7 mm dal centro della trappola magnetica (Par.2.1.5).
La corrente che scorre nelle bobine del campo feshbach viene fornita da un alimentatore, che può produrre fino a 70 A e ad una tensione di 45 V. Per effettuare misure sufficientemente precise sulla posizione delle risonanze di Fano-Feshbach è necessario avere un campo, e quindi una corrente, stabile. Il nostro alimentatore, controllato tramite un ingresso analogico, fornisce in uscita una corrente costante

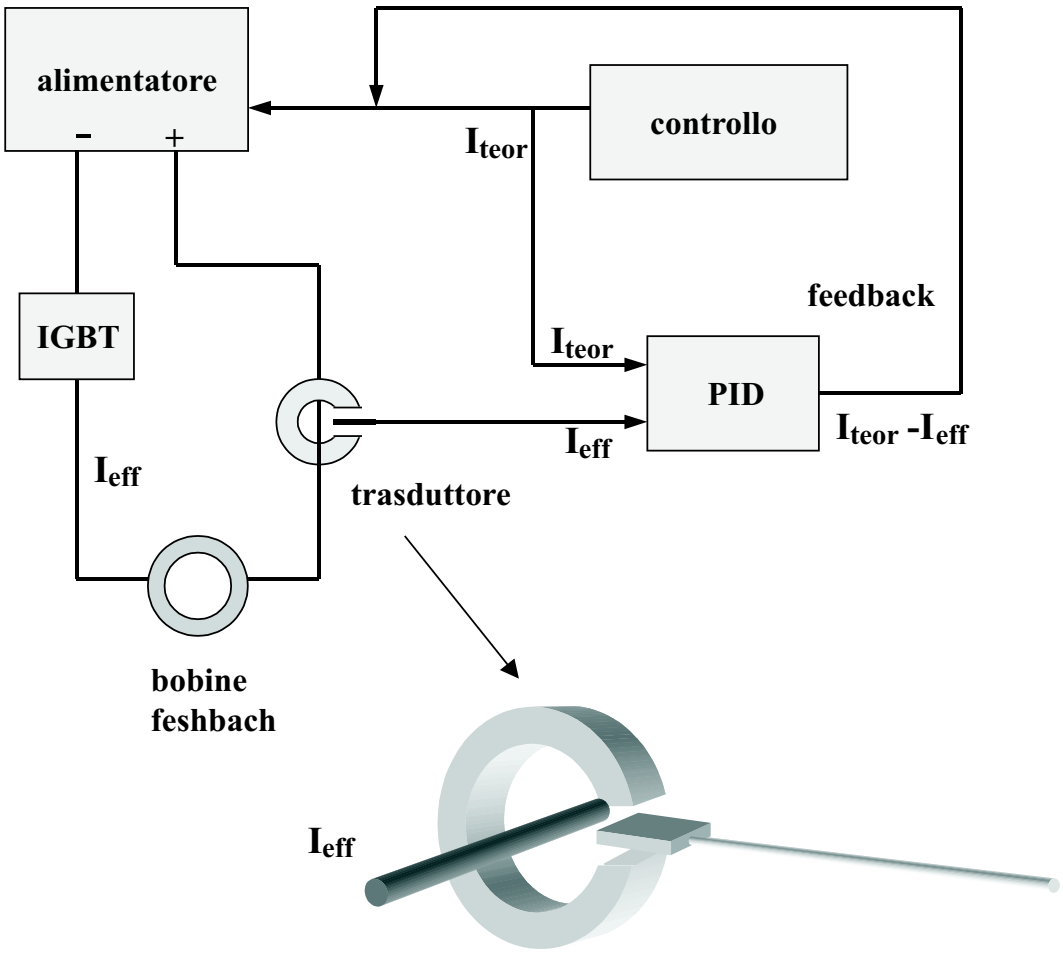

Figura 4.5: Schema del circuito di *feedback* per la stabilizzazione della corrente nelle bobine feshbach. Come descritto nel testo, la corrente che scorre nelle bobine (I_{eff}) viene misurata da un trasduttore che invia una corrente uguale a quella misurata ad un PID, il quale la confronta con quella richiesta dal controllo (I_{teor}) e invia all'alimentatore il segnale di correzione (*feedback*). Nell'ingrandimento viene mostrato lo schema di funzionamento di un trasduttore. Il flusso magnetico creato dalla corrente primaria (I_{eff}) è concentrato in un circuito magnetico ed è misurato nel *gap* d'aria (traferro), usando un dispositivo ad effetto Hall la cui uscita fornisce un'esatta rappresentazione della corrente primaria.

fino ad un fattore di 10^{-3}, che, per un campo medio di circa 500 G, porterebbe ad una fluttuazione di B di ~ 0.5 G. Per diminuire questa fluttuazione sull'intensità del campo feshbach si utilizza un circuito di *feedback*, il cui schema è riportato in Fig.4.5, che permette di correggere le fluttuazioni di corrente ottenendo una stabilità di 10^{-4}. Questo circuito utilizza un trasduttore, il cui principio di funzionamento è mostrato in Fig.4.5, che genera una corrente uguale a quella che l'alimentatore fornisce alle bobine e la invia ad un PID (*proportional integration derivation*), il quale, avendo ricevuto anche il segnale della corrente richiesta al generatore, confronta i due segnali e ne invia la differenza all'alimentatore stesso, correggendone l'errore in uscita. In realtà il segnale che il PID confronta con quello richiesto è costituito da una parte proporzionale al segnale che riceve dal trasduttore, una parte di integrazione del segnale stesso, che permette di correggere le fluttuazioni a bassa frequenza, e una di derivazione, per le fluttuazioni ad alta frequenza. La stabilità del campo magnetico che si riesce ad ottenere con questo circuito, per un campo medio di 500 G, è dell'ordine dei 50 mG. Un altro fattore che limita la sensibilità del campo feshbach è dovuta alla scheda di controllo, con la quale controlliamo la corrente che scorre nelle bobine, la cui risoluzione è di ~ 50 mG.
Per ottenere una calibrazione dell'intensità del campo magnetico generato dalle bobine feshbach, abbiamo sfruttato la conoscenza della dipendenza dell'energia dei sottolivelli Zeeman dall'intensità del campo magnetico (4.1): inviando un segnale a radiofrequanza abbiamo cercato di indurre sugli atomi di ^{87}Rb la transizione $|2,2\rangle \rightarrow |2,1\rangle$. Al variare della frequenza inviata sugli atomi abbiamo misurato, e riportato in grafico, la corrispondente frazione di atomi trasferiti ($N_{|2,1\rangle}/(N_{|2,1\rangle} + N_{|2,2\rangle})$); facendo un *fit* gaussiano abbiamo ottenuto una misura della frequanza di transizione (Fig.4.6), e quindi dell'energia di separazione fra i due livelli, dalla quale si può ricavare, sostituendola nella (4.1), il valore dal campo magnetico. Come riportato in Fig.4.6, in un primo momento abbiamo effettuato la calibrazione effettuando una rampa di 50 kHz sul segnale a radiofrequenza, ottenendo, però, una curva di allargamento asimmetrica. Abbiamo quindi ripetuto le misure di calibrazione senza effettuare la rampa, e abbiamo trovato un allargamento simmetrico. La larghezza della gaussiana di trasferimento è molto più grande della larghezza di riga naturale, e questo effetto può essere determinato da diversi fattori, come la presenza di correnti parassite o campi di magnetizzazione. Tramite la calibrazione si ottiene, quindi, un'indicazione sulla sensibilità effettiva del campo feshbach, che è di ~ 200 mG. Poiché durante l'osservazione delle RFF il campo magnetico, una volta portato al valore impostato, viene lasciato a questo valore per circa 1 s, è importante che il campo non fluttui in questo intervallo di tempo; abbiamo quindi

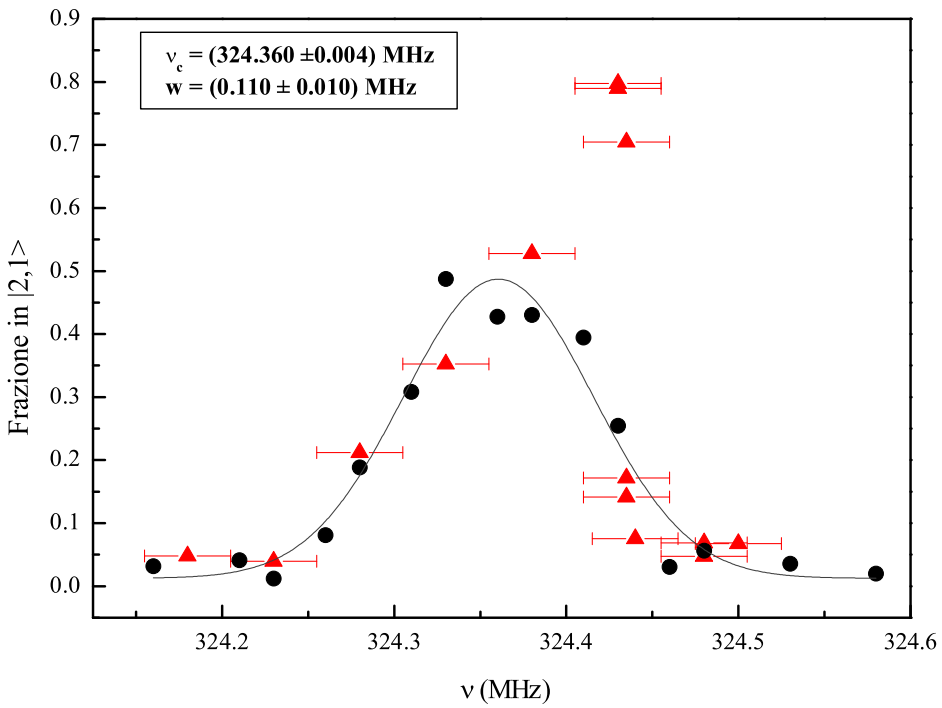

Figura 4.6: Misura della frequenza di trasferimento del ^{87}Rb fra i sottolivelli Zeeman $|2,2\rangle$ e $|2,1\rangle$ per calibrare il campo feshbach. In grafico viene riportata la frazione di atomi trasferiti al variare della frequenza per due serie di misure; le misure indicate con i triangoli sono state effettuate inviando una rampa di 50 kHz, mentre quelle indicate con i cerchi sono state ottenute con una frequenza costante.

ripetuto le misure di calibrazione variando il tempo atteso dall'accensione del campo feshbach e abbiamo trovato risultati confrontabili.
Per misurare la frazione di atomi trasferiti era necessario utilizzare un metodo per prendere le immagini che fosse in grado di distinguere fra loro atomi appartenenti a sottolivelli Zeeman diversi. Il metodo che abbiamo utilizzato, detto Stern-Gerlach, è il seguente: dopo lo spegnimento della trappola ottica si lascia espandere la nuvola in presenza di un gradiente di campo, in modo che gli atomi in stati con m_f diverso sentano una forza differente e siano spazialmente separate al momento in cui viene presa l'immagine.

4.1.4 Trasferimenti del ^{87}Rb e del ^{40}K

Vediamo adesso come vengono effettuati i vari trasferimenti, mostrati in Fig.4.7, a seconda degli stati in cui vogliamo vedere la risonanza.

- *Risonanze fra* $|1,1\rangle$ *e* $|9/2,-9/2\rangle$.
  Una volta caricati gli atomi nella trappola ottica, come descritto in Fig.4.1 viene applicato un campo omogeneo minore di 10 G. Gli atomi di Rb vengono trasferiti dallo stato $|2,2\rangle$ allo stato $|1,1\rangle$ effettuando una rampa in frequenza di 10 ms alle μ-onde, con larghezza di 600 kHz, intorno alla frequenza risonante con la transizione ($\nu = 6,8581711$ GHz). Gli atomi che rimangono nello stato $|2,2\rangle$ vengono rimossi dalla trappola inviando la luce del fascio per prendere l'immagine, risonante con la transizione $F = 2 \rightarrow F' = 3$. Per quanto riguarda, invece, il trasferimento degli atomi di K, viene utilizzata una rampa a radiofrequenza (RF) che induce le successive transizioni fra i 10 sottolivelli Zeeman con frequenze iniziale e finale, rispettivamente, $\nu_i = 3.6$ MHz e $\nu_f = 3.4$ MHz; il valore del campo magnetico, infatti, è sufficientemente piccolo perché le separazioni fra i vari sottolivelli siano tutte uguali.

- *Risonanze fra* $|1,1\rangle$ *e* $|9/2,-7/2\rangle$.
  In questo caso il trasferimento del K avviene in due passi successivi: prima si trasferiscono gli atomi in $|9/2,-9/2\rangle$, come descritto sopra, e poi, dopo aver alzato il campo a ~ 100 G usando le bobine del campo feshbach, in modo che la separazione fra due sottolivelli Zeeman consecutivi qualsiasi non sia più la stessa (Par.4.1.1), si portano gli atomi in $|9/2,-7/2\rangle$, inviando una rampa a RF con $\nu_i = 26.4$ MHz e $\nu_f = 25.9$ MHz. Variando il tempo della rampa, o l'intensità del campo a RF, si può anche trasferire solo una parte degli atomi e lasciarne una parte in $|9/2,-9/2\rangle$; questo è quello che

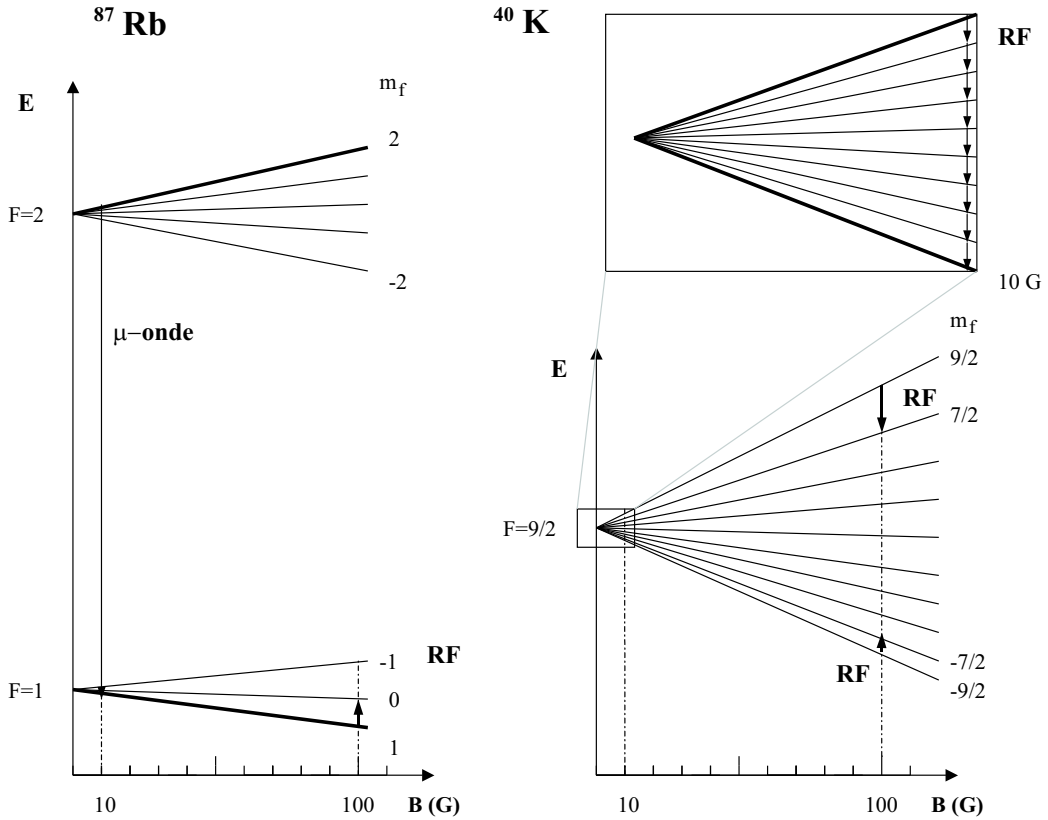

Figura 4.7: Schema dei trasferimenti, descritti nel testo, fra i sottolivelli Zeeman effettuati per portare gli atomi negli stati in cui vogliamo osservare le risonanze. A sinistra sono mostrati i trasferimenti del Rb: quello a 10 G con segnale a μ-onde per portare gli atomi da $|2,2\rangle$ a $|1,1\rangle$, e quello a 100 G per il trasferimento in $|1,0\rangle$. A destra, invece, vengono mostrati i trasferimenti del K, sia quelli a 100 G per popolare gli stati con $m_f = \pm 7/2$, che il trasferimento a 10 G fra i vari sottolivelli Zeeman, mostrato nell'inserto, per popolare il sottolivello con $m_f = -9/2$. Le energie dei livelli non sono in scala, ma sono riportate in Fig.4.2 per il Rb e in Fig.4.3 per il K.

abbiamo fatto per osservare la risonanza omonucleare di ^{40}K fra $|9/2, -9/2\rangle$ e $|9/2, -7/2\rangle$ (Par.4.3.3).

- *Risonanze fra* $|1, 0\rangle$ *e* $|9/2, -9/2\rangle$.
  Effettuati i trasferimenti descritti per le risonanze fra $|1, 1\rangle$ e $|9/2, -9/2\rangle$, si alza il campo a ~ 100 G con le bobine di feshbach e si invia una rampa a RF con $\nu_i = 70.7$ MHz e $\nu_f = 71.7$ MHz, della durata di 20 ms, per trasferire gli atomi di Rb dallo stato $|1, 1\rangle$ allo stato $|1, 0\rangle$. Anche in questo caso il campo viene portato a 100 G, durante il trasferimento del Rb, per accedere alla zona di non linearità della struttura Zeeman (Par4.1.1).

- *Risonanze fra* $|1, 1\rangle$ *e* $|9/2, +7/2\rangle$.
  In questo caso il Rb viene trasferito con il metodo descritto per le risonanze fra $|1, 1\rangle$ e $|9/2, -9/2\rangle$, mentre il K viene trasferito dal livello $|9/2, 9/2\rangle$ al livello $|9/2, 7/2\rangle$, dopo aver alzato il campo magnetico a ~ 100 G, inviando una rampa a RF, di 20 ms, con $\nu_i = 40.5$ MHz e $\nu_f = 38.9$ MHz.

I parametri dei vari segnali sono stati trovati sperimentalmente cercando di massimizzare il numero di atomi trasferiti. Per fare questo, come per la calibrazione del campo feshbach (Par.4.1.3), è stato necessario usare un campo Stern-Gerlach per l'operazione di acquisizione dell'immagine, in modo da poter distinguere fra loro atomi appartenenti a sottolivelli Zeeman differenti.
Dobbiamo infine notare che il Rb, dopo aver effettuato i trasferimenti, si trova nel livello iperfine $F = 1$, che non è accoppiato con la luce del fascio per prendere l'immagine, risonante con la transizione $F = 2 \rightarrow F' = 3$. Prima di inviare la luce per prendere l'immagine in assorbimento, quindi, si invia una luce di ripompa, che, come abbiamo visto nel Cap.2, porta gli atomi in $F' = 2$, da cui torneranno sullo stato fondamentale, ma nel livello iperfine accoppiato con la luce dell'*imaging* ($F = 2$). A questo punto è possibile prendere l'immagine. Si può osservare che questo problema non c'è, invece, nel ^{40}K che si trova nel sottolivello Zeeman ($F = 9/2$) accoppiato dalla luce dell'*imaging* (risonante con la transizione $F = 9/2 \rightarrow F' = 11/2$).

4.2 Procedura sperimentale per osservare una risonanza

Descriviamo adesso quale è la procedura sperimentale che seguiamo per osservare una RFF. Una volta caricati gli atomi in trappola ottica (Fig.4.1), a temperature del-

l'ordine del μK e densità tipiche di $\sim 10^{12}$ atomi*cm^{-3}, il campo di *bias*, applicato per evitare la depolarizzazione degli atomi, viene portato ad una intensità < 10 G che usiamo per i primi trasferimenti (Par.4.1). Per altri eventuali trasferimenti viene usato il campo feshbach, che viene portato ad un valore di 100 G e viene poi aumentato fino al valore per la risonanza. Gli atomi vengono lasciati in questo campo costante per un tempo sufficiente a vedere l'effetto di una eventuale risonanza, in compatibilità con la vita media della miscela, e poi, spento il campo feshbach, si riporta il ^{87}Rb in $F = 2$ con la luce della ripompa e infine si prende l'immagine per misurare il numero di atomi rimasti.
In Fig.4.8 viene riportato l'andamento dell'intensità del campo durante la ricerca di una RFF fra gli stati $|1, 1\rangle$ e $|9/2, -9/2\rangle$. È interessante osservare che il campo feshbach viene portato al valore finale nel tempo minimo, dell'ordine del ms, imposto dalla costante di tempo del PID del circuito di *feedback* (Par.4.1.3). Tuttavia, questo tempo di salita è sufficiente ad evitare effetti di depolarizzazione degli atomi. Poiché infatti il campo feshbach e quello di *bias* hanno direzioni ortogonali, se B_{fesh} aumentasse istantaneamente, un atomo con una certa proiezione lungo il campo di *bias* si troverebbe ad avere una proiezione completamente diversa sul nuovo campo magnetico e quindi una polarizzazione diversa. Aumentando il campo in un tempo di ~ 1 ms, invece, l'atomo, il cui spin precede attorno al campo magnetico con una frequenza di Larmor dell'ordine del MHz, non subisce una depolarizzazione, perché lo spin riesce a seguire il cambiamento abbastanza lento del campo.

4.3 Ricerca e osservazione delle RFF

Il nostro metodo di osservazione delle RFF si basa sulla rivelazione delle perdite anelastiche, che si verificano in corrispondenza di una RFF; infatti, oltre ai processi di scattering elastico, anche le collisioni anelastiche vengono fortemente modificate dalla presenza di una risonanza. Il procedimento seguito consiste nel misurare il numero di atomi per vari valori del campo feshbach vicini a quello previsto dal modello teorico, cercando, in particolare, i valori di campo in cui le perdite di atomi siano maggiori. Nelle condizioni in cui abbiamo preso le misure, il numero di atomi per valori di campo lontani da una risonanza era, in genere, di $\sim 4 \cdot 10^5$ per il ^{87}Rb e $\sim 3 \cdot 10^4$ per il ^{40}K. Poiché il numero di atomi di ^{87}Rb è un ordine di grandezza più grande di quello degli atomi di ^{40}K , non abbiamo osservato le risonanze dalle perdite di ^{87}Rb, ma da quelle di ^{40}K. In questo paragrafo riportiamo i risultati che abbiamo ottenuto, sia per la coppia di stati fondamentali $|1, 1\rangle$ e $|9/2, -9/2\rangle$

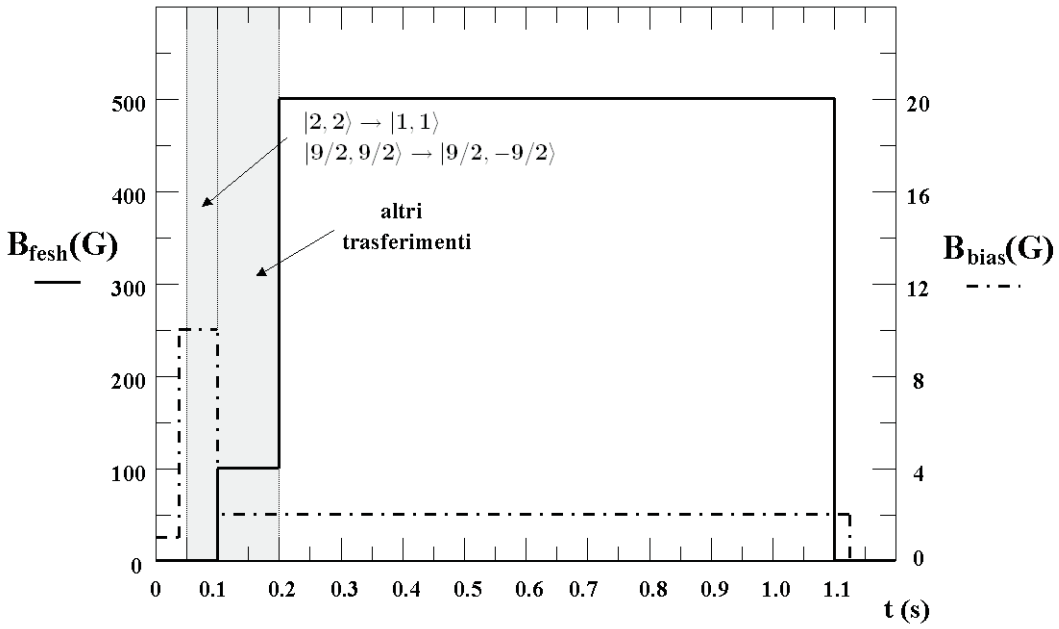

Figura 4.8: Schema dell'andamento dell'intensità del campo magnetico feshbach (linea continua) e di quello di *bias* (linea tratteggiata) in funzione del tempo, dopo aver caricato gli atomi in trappola ottica e aver spento la trappola magnetica. Nei primi 100 ms il campo di *bias* viene portato a 10 G e vengono effettuati, nell'ordine, il trasferimento del ^{87}Rb in $|1,1\rangle$, la pulizia degli atomi residui in $|2,2\rangle$, e il trasferimento del ^{40}K in $|9/2,-9/2\rangle$. Nei 100 ms successivi il campo di *bias* viene portato ad un valore di 2 G e viene invece aumentata l'intensità del campo feshbach fino a 100 G per effettuare gli eventuali trasferimenti ad altri stati. Poi il campo feshbach viene portato al valore di osservazione della risonanza, al quale resta per 900 ms prima di essere portato a 0 G. Dopo 10.5 ms dallo spegnimento del campo feshbach viene spenta la trappola ottica e dopo 2.5 ms di espansione viene presa l'immagine del K e poi quella del Rb (9 ms di espansione). Il campo di *bias*, invece, viene portato a 0 G in 5 ms, prima di prendere l'immagine del K. È importante notare che le scale con cui vengono riportate le intensità dei due campi sono diverse: per il campo feshbach la scala viene riportata sull'asse sinistro, mentre per quello di *bias* viene riportata sull'asse destro.

(Par.4.3.1), le cui risonanze sono state osservate al JILA [30], che per altre coppie di stati (Par.4.3.2).

4.3.1 Risonanze negli stati fondamentali

Il gruppo del JILA ha osservato per questa coppia di stati quattro risonanze, ai campi di $454.6(0.6)$, $493.6(1.5)$, $513.5(0.7)$, $544.9(3.4)$ G, dove fra parentesi abbiamo riportato le relative larghezze. Come vedremo meglio nel Cap.5, con l'osservazione di queste risonanze al JILA sono riusciti a sviluppare un modello teorico in grado di descriverne tre; la risonanza a $493.6(1.5)$ G, infatti, non viene prevista dal modello, che prevede soltanto le risonanze in onda s, e viene da loro ipotizzato che sia una risonanza in onda p [46].
Per prima cosa abbiamo cercato la risonanza osservata a 544.9 G, che il modello teorico prevedeva come risonanza larga (larghezza di 10 G). A questo scopo abbiamo misurato il numero di atomi di K e di Rb per valori del campo magnetico vicini al valore di risonanza misurato al Jila e abbiamo osservato una diminuzione nel numero di atomi di K. Prendendo più di una misura per ciascun punto di campo magnetico, abbiamo riportato in grafico, per ogni valore di intensità del campo, la media del numero di atomi di ^{40}K. Abbiamo poi utilizzato un *fit* gaussiano per determinare il centro e la larghezza delle perdite anelastiche osservate, ottenendo il seguente risultato: $B_0 = 545.43 \pm 0.10$(w=1.1), dove all'incertezza stimata dal *fit* dobbiamo aggiungere quella di calibrazione di 0.2 G (Par.4.1.3). Tuttavia, dalla somma in quadratura delle due, generalmente si trova che il contributo determinante è dovuto all'errore di calibrazione. Il fatto di aver osservato sperimentalmente questa risonanza a 545.4 G, spostata rispetto al valore osservato al JILA di solo 0.5 G, ci ha dato anche una conferma della calibrazione del nostro campo magnetico. Abbiamo poi cercato le altre risonanze osservate al JILA e, utilizzando lo stesso metodo descritto per la risonanza precedente, siamo riusciti a osservarne altre due ai valori di $514.2 \pm 0.2(0.5)$ G e $494.1 \pm 0.2(0.4)$ G, dove fra parentesi abbiamo riportato le larghezze determinate con il *fit* gaussiano. La seconda, della quale abbiamo riportato in Fig.4.9 le misure ottenute, è la risonanza che al JILA considerano in onda p. Nelle nostre prime osservazioni, invece, non siamo riusciti a individuare la risonanza che al JILA osservano a 454.6 G e che interpretano come risonanza in onda s; questo fatto ci ha portato a dubitare dell'assegnazione di onda s e onda p del JILA. Come abbiamo visto nel Cap.1, infatti, le risonanze in onda p sono molto più sensibili alla temperatura rispetto a quelle in onda s, e in particolare, sono soppresse con la diminuzione della temperatura. D'altra parte la temperatura di osservazione del JILA, determinata dalla profondità della trappola ottica, è di

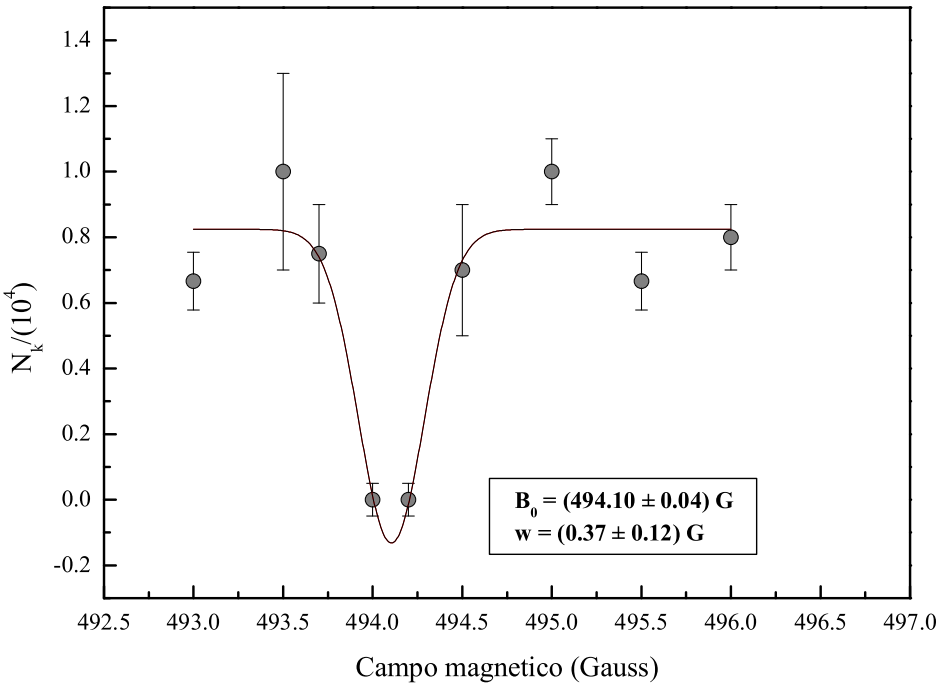

Figura 4.9: RFF fra gli stati $|1,1\rangle$ e $|9/2,-9/2\rangle$ con $B_0 = 494.1$ G. In grafico viene riportata la media del numero di atomi di K in funzione del campo magnetico e il *fit* gaussiano per determinare il valore del campo alla risonanza (B_0) e la larghezza (w). Per ogni punto viene riportata, inoltre, la barra di incertezza ottenuta come deviazione standard fra le misure fatte per ogni valore di campo magnetico.

14μK, più alta di quelle che riusciamo a riaggiungere noi ($\sim 1\mu$K); non dovremmo avere, quindi, grosse differenze, rispetto al JILA, nell'osservazione delle risonanze in onda s, mentre dovremmo essere sfavoriti per quelle in onda p. I nostri risultati sperimentali iniziali sembravano, invece, indicare il contrario, ovvero che le difficoltà si presentavano nell'osservazione della risonanza in onda s, ma non in quella in onda p. Una ulteriore conferma all'ipotesi che l'assegnazione delle due risonanze fosse scambiata l'abbiamo avuta in un giorno in cui, tornando a cercare a valori di campo magnetico intorno a 455 G, probabilmente grazie alle particolari condizioni raggiunte dal sistema, siamo effettivamente riusciti ad osservare una risonanza a 455, che però risultava molto debole rispetto a quanto era stato osservato al JILA. Ipotizzando che si tratti di una risonanza in onda p, questa differenza potrebbe essere interpretata come un effetto delle diverse condizioni di temperatura fra il nostro esperimento e quello al JILA. Un metodo per avere una effettiva conferma di quale risonanza fosse in onda p, sarebbe stato quello di ripetere le misure a temperature più alte, magari nelle condizioni del JILA, ma per questo eravamo limitati dalla profondità della trappola ottica.
I nostri risultati sperimentali non hanno risolto, quindi, le incertezze iniziali sulla validità del modello teorico del JILA. La caratteristica fondamentale del modello teorico, oltre alla previsione dei valori dei campi di risonanza, è la determinazione della lunghezza di *scattering* del sistema, che caratterizza i processi di interazione; esiste, in particolare, una inconsistenza tutt'ora irrisolta tra diverse osservazioni del fenomeno di collasso dovuto alle interazioni in questa miscela [62, 63], che potrebbe essere risolta da una misura accurata delle lunghezze di *scattering* di singoletto e di tripletto. Abbiamo quindi deciso di effettuare uno studio più accurato sulla posizione delle RFF, cercando di osservarne il maggior numero possibile, sia per la coppia di stati $|1,1\rangle$ $|9/2,-9/2\rangle$ che per altre coppie di stati, in modo da cercare un modello in grado di descrivere con maggior accuratezza i risultati sperimentali e, possibilmente, di risolvere le differenze sulle osservazioni del collasso. In questa prospettiva il teorico del nostro gruppo ha calcolato, utilizzando il modello del JILA, le posizioni previste per altre risonanze in onda s; in particolare, per la coppia di stati fondamentali, oltre alle tre risonanze in onda s osservate al JILA, ne ha prevista una quarta ad un valore di campo più alto di ~ 684.5 G. Siamo quindi andati a misurare il numero di atomi per valori di campo attorno a questo valore e abbiamo individuato una diminuzione di atomi di K con centro a 685.7 G, che sembrava in qualche modo confermare il modello teorico. Questa risonanza, tuttavia, presentava una differenza importante rispetto alle altre. Infatti, nei casi visti fino a quel momento il numero di atomi di Rb, che per valori di campo lontani dalla riso-

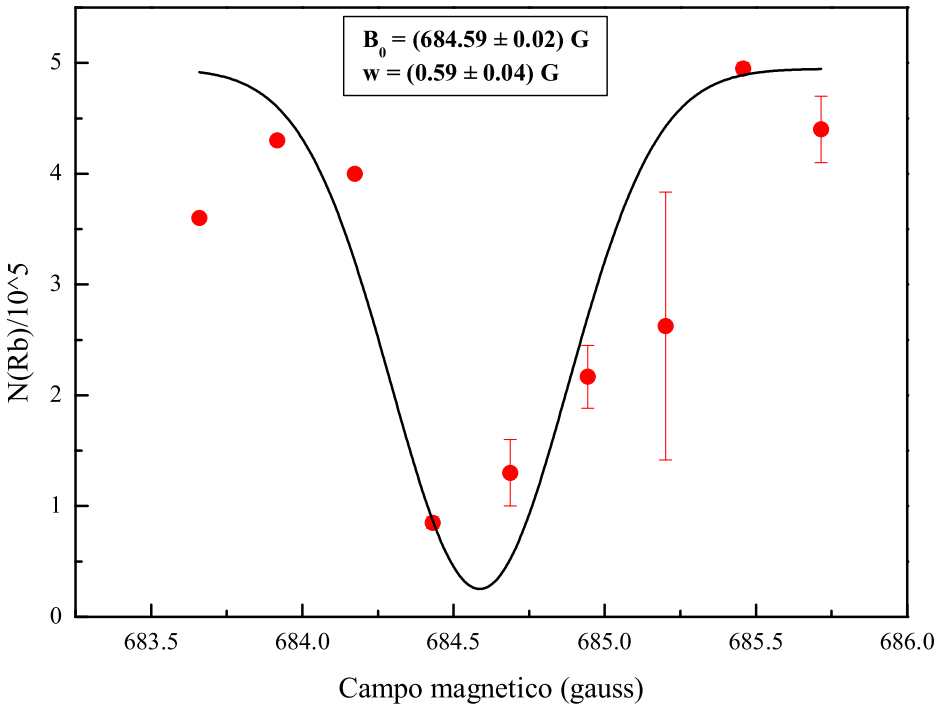

Figura 4.10: RFF omonucleare del ^{87}Rb nello stato $|1,1\rangle$ con $B_0 = 684.6$ G, osservata caricando in trappola ottica soltanto atomi di Rb. In questo caso riportiamo il numero di atomi di Rb in funzione del campo magnetico e determiniamo B_0 e larghezza con il *fit* gaussiano.

nanza era un ordine di grandezza superiore rispetto a quello degli atomi di K, non presentava perdite rilevanti; per questa risonanza invece il numero di atomi di Rb presentava una forte diminuzione, ma per un valore di campo più piccolo di circa 1 G rispetto a quello in cui si osservava il massimo di perdite del K. Questa forte perdita di Rb, considerando la differenza nel numero di atomi delle due specie, ci ha fatto ipotizzare che la risonanza non fosse dovuta all'interazione fra ^{87}Rb e ^{40}K, ma a quella fra i soli atomi di Rb. Abbiamo poi avuto conferma di questa ipotesi osservando che le perdite di Rb erano presenti anche nel caso in cui il K fosse rimosso dal sistema (Fig.4.10). In realtà questa era quindi una risonanza omonucleare del Rb fra atomi nello stato $|1,1\rangle$, infatti il valore da noi trovato (684.6 G) risultava compatibile con il valore di una risonanza del Rb in questo stato la cui osservazione è riportata in [13]. Le perdite di K osservate in prossimità di questa risonanza potevano, quindi, essere dovute sia ad una risonanza eteronucleare quasi sovrapposta a quella del Rb, che ad effetti di riscaldamento indotti sugli atomi di ^{40}K dalla risonanza del Rb. Non esiste una teoria che ci permetta di collegare le eventuali perdite indotte sul K dalla risonanza del Rb; tuttavia abbiamo ripetuto le misure sulla miscela senza trasferire il K nello stato con $m_f = -9/2$, ma lasciandolo in $|9/2, 9/2\rangle$ e abbiamo osservato che anche in questo caso, nonostante la teoria non preveda una risonanza fra gli stati $|1,1\rangle$ e $|9/2, 9/2\rangle$, ci sono perdite sugli atomi di K, sicuramente indotte dalla risonanza del Rb. Ne abbiamo quindi dedotto che se la risonanza eteronucleare fra $|1,1\rangle$ e $|9/2, -9/2\rangle$ prevista a valori di campo intorno a 684 G esiste, è così vicina a quella omonucleare del Rb, che non siamo in grado di osservarla sperimentalmente.
Cosiderata, comunque, l'incongruenza fra le previsioni teoriche e le osservazioni sperimentali, abbiamo iniziato a cercare questa risonanza prevista a 684.5 G per valori di campo molto distanti, cercando fino a 750 G. In questo modo abbiamo determinato una risonanza a 658.1 G con larghezza di 0.6 G (Fig.4.11), che non rientra nelle previsioni fatte con il modello teorico del JILA, come si vede in Tab.4.1. Avendo trovato il numero di risonanze previste dal modello per la coppia di stati fondamentali, siamo andati a cercare le risonanze per altre coppie, dopo aver effettuato gli opportuni trasferimenti (Par.4.1).

4.3.2 Risonanze in altre coppie di stati

- *Risonanze fra* $|1,1\rangle$ *e* $|9/2, -7/2\rangle$.
  Per questa coppia di stati il modello teorico prevede cinque risonanze per valori di campo magnetico compresi fra i 450 e i 700 G. Abbiamo effettivamente osservato cinque risonanze i cui valori, insieme alle previsioni teoriche,

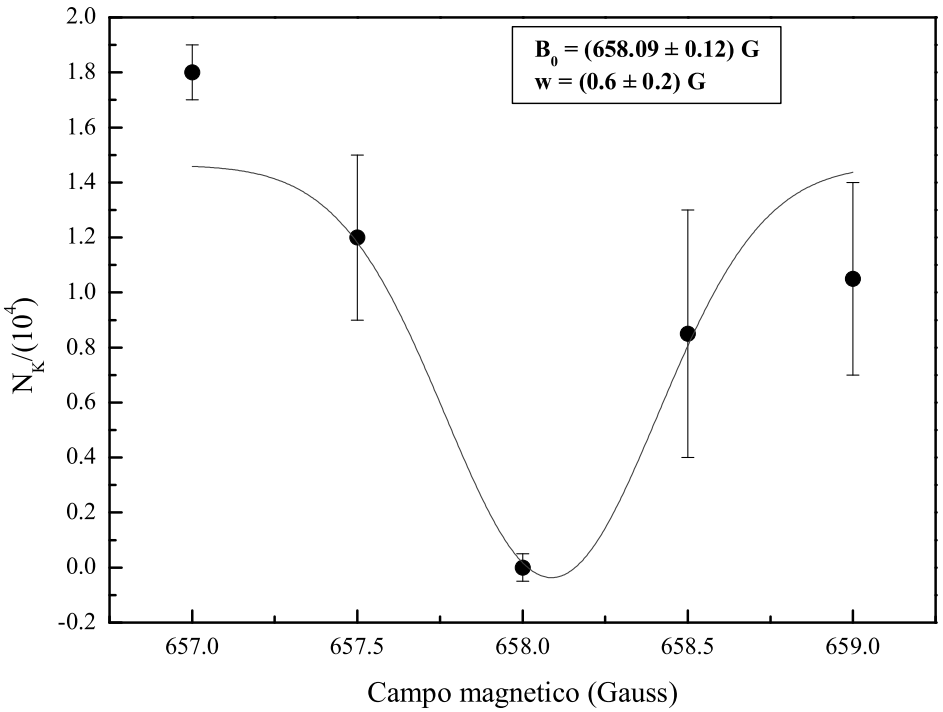

Figura 4.11: RFF fra gli stati $|1,1\rangle$ e $|9/2,-9/2\rangle$ con $B_0 = 658.1$ G. In grafico viene riportato il numero di atomi di K in funzione dell'intensità del campo magnetico. I valori del campo alla risonanza e della larghezza sono ottenuti con un *fit* gaussiano. Per ogni valore di B sono state fatte più misure di cui abbiamo calcolato la media e la deviazione standard, riportata come barra di errore.

B_{exp} (G)	W (G)	B_0 (G)	Δ (G)
455.0 ± 0.2	0.2	454.4	0.3
494.1 ± 0.2	0.4	---	---
514.2 ± 0.2	0.5	513.5	0.9
545.4 ± 0.2	1.2	548.8	10.3
658.1 ± 0.2	0.6	---	---
---	---	684.5	2.4

Tabella 4.1: Riepilogo delle RFF fra gli stati $|1,1\rangle$ e $|9/2,-9/2\rangle$; per ogni risonanza vengono riportati i valori sperimentali che abbiamo ottenuto per il campo di risonanza e per la larghezza, e i corrispondenti valori previsti dal modello teorico del JILA. Per l'errore sul campo magnetico abbiamo considerato, oltre all'incertezza di calibrazione, quella del *fit*, che comunque è risultata trascurabile.

sono stati riportati in Tab.4.2. Dal confronto fra i campi di risonanza previsti dal modello teorico e quelli trovati sperimentalmente si osserva che per questa coppia di stati il disaccordo fra le due serie di valori è ancora maggiore rispetto a quello che abbiamo visto per gli stati $|1,1\rangle$ $|9/2,-9/2\rangle$ (Tab.4.1). Anche in questo caso, come per la coppia di stati fondamentali, abbiamo individuato, oltre alle risonanze riportate in Tab.4.2, una regione di perdite intorno alla risonanza del Rb a 684.6 G (Fig.4.10), che risultano proprio all'interno della risonanza del Rb (Fig.4.12) e non sono, probabilmente, dovute ad una risonanza eteronucleare. È interessante notare che, in prossimità della risonanza prevista al valore di campo più alto, ne abbiamo individuate due, molto vicine, a 696.6 G e 704.1 G, le cui misure sono state riportate in Fig.4.13.

- *Risonanze fra* $|1,0>$ *e* $|9/2,-9/2>$.
  Per questa coppia di stati il modello teorico prevede tre risonanze ai seguenti valori di campo: $425.6(0.3)$ G, $557.8(10.3)$ G, $985.4(15.7)$ G. Abbiamo trasferito gli atomi come descritto nel Par.4.1.4, portando il Rb prima in $|1,1\rangle$ con trasferimento a μ-onde, e poi in $|1,0\rangle$ con trasferimento a radiofrequenza, con il quale, però, non si riescono a rimuovere completamente gli atomi dal livello fondamentale. Abbiamo cercato perdite fra 450 e 600 G, ma siamo riusciti a trovare una regione di diminuzione di atomi solo intorno a 545 G, in corrispondenza della risonanza fra gli stati $|1,1\rangle$ $|9/2,-9/2\rangle$. Poiché non

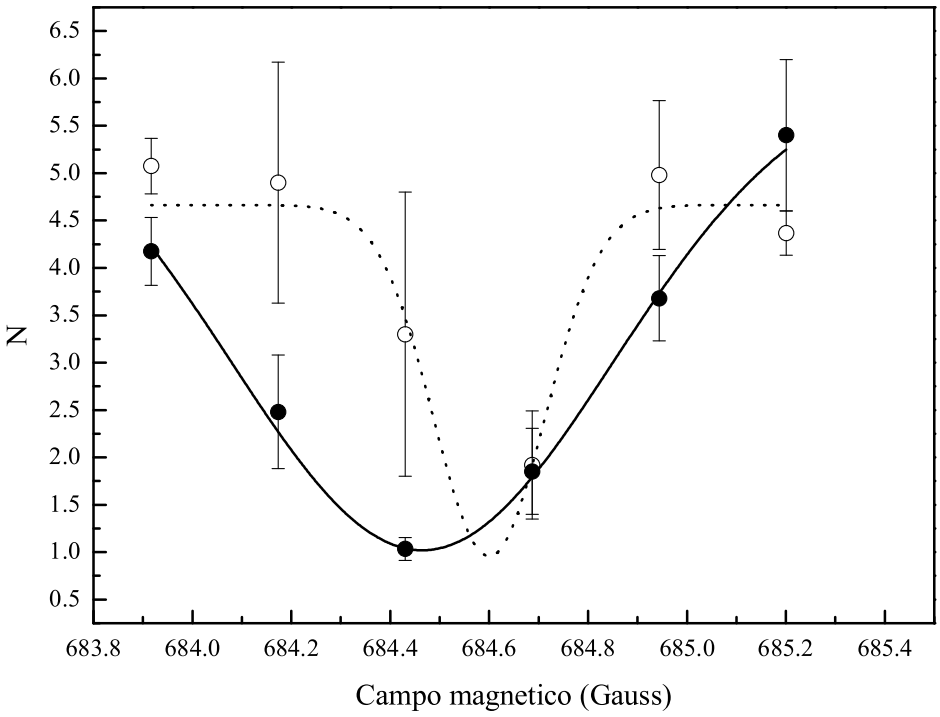

Figura 4.12: In funzione del campo magnetico vengono riportati il numero di atomi di Rb (cerchi pieni) e il numero di atomi di K (cerchi vuoti). I *fit* gaussiani mostrano le perdite di Rb nello stato $|1,1\rangle$ (linea continua) e di K $|9/2,-7/2\rangle$ (linea tratteggiata) in prossimità della risonanza del Rb a 684.6 G. Come abbiamo detto per lo stato $|9/2,-9/2\rangle$, anche per il $|9/2,-7/2\rangle$ non siamo in grado di osservare una eventuale risonanza eteronucleare per valori di campo magnetico in questo intervallo. È importante osservare che il numero di atomi per le due diverse specie atomiche differiscono di un ordine di grandezza: per ottenere il numero di atomi di Rb dobbiamo moltiplicare il valore riportato in grafico per 10^5, mentre per quello di K dobbiamo moltiplicare per 10^4.

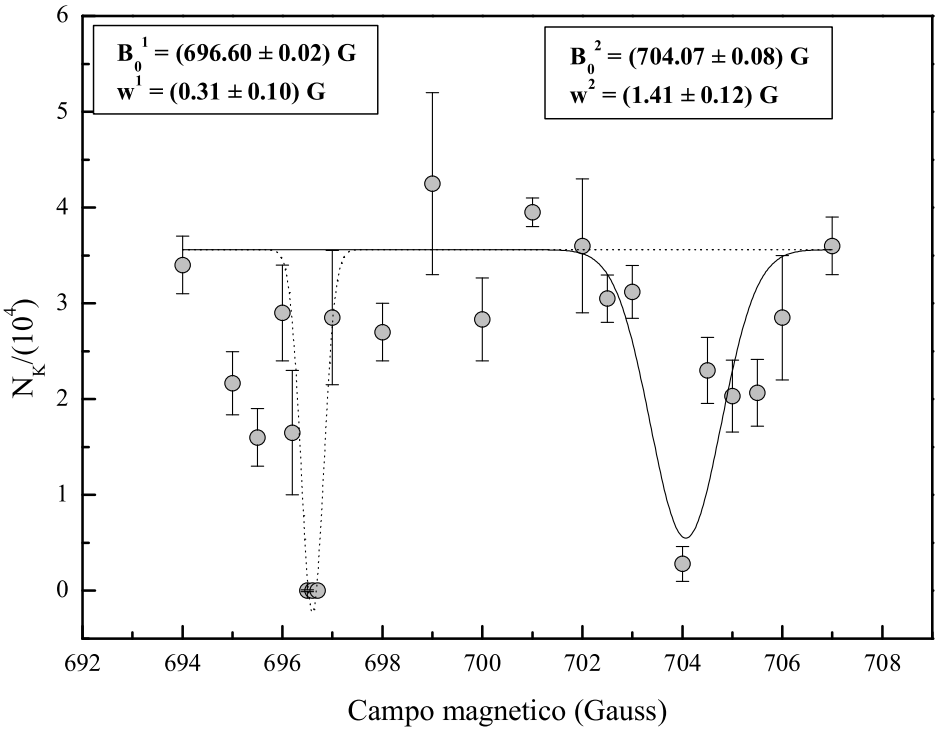

Figura 4.13: Osservazione della risonanza fra gli stati $|1,1\rangle$ e $|9/2,-7/2\rangle$. In funzione del campo magnetico viene riportato il numero di atomi di K. Si individuano due diminuzioni del numero di atomi e si effettua per entrambe un *fit* gaussiano ottenendo i seguenti valori del campo magnetico di risonanza: 696.6 G e 704.1 G. Anche in questo caso, per ogni valore del campo magnetico, abbiamo riportato la media e la deviazione standard delle misure effettuate.

B_{exp} (G)	W (G)	B_0 (G)	Δ (G)
467.8 ± 0.2	0.4	464.7	0.9
---	---	537.9	0.6
582.9 ± 0.2	1.2	597.4	10.9
589.9 ± 0.2	0.3	604.5	0.2
696.6 ± 0.2	0.3	695.9	0.6
704.1 ± 0.2	1.4	---	---

Tabella 4.2: Riepilogo delle RFF fra gli stati $|1,1\rangle$ e $|9/2,-7/2\rangle$; per ogni risonanza vengono riportati i valori sperimentali che abbiamo ottenuto per il campo di risonanza e per la larghezza, e i corrispondenti valori previsti dal modello teorico del JILA. Anche in questo caso, come per le risonanze negli stati fondamentali (Tab.4.1), l'incertezza su B_{exp} è sostanzialmente dovuta a quella di calibrazione.

eravamo in grado di trasferire tutti gli atomi di Rb dal livello $|1,1\rangle$ al livello $|1,0\rangle$, non potevamo essere sicuri che si trattasse di una risonanza con il livello $|1,0\rangle$ o che non fosse dovuto agli atomi residui nel livello fondamentale. Abbiamo cercato quindi di migliorare il trasferimento, utilizzando una tecnica diversa: invece di portare direttamente gli atomi da $|1,1\rangle$ a $|1,0\rangle$ (Par.4.1.4) si portano prima gli atomi in $|1,-1\rangle$ tramite un trasferimento fra i sottolivelli Zeeman usando il campo di saracinesca a ~ 10 G e poi, portando il campo feshbach a 100 G si trasferiscono gli atomi in $|1,0\rangle$. In questo modo, gli eventuali atomi residui in $|1,-1\rangle$ non disturberebbero la misura, perché non sono previste risonanze per questo stato con il $|9/2,-9/2\rangle$. Tuttavia, anche con questa nuova tecnica di trasferimento non siamo riusciti a spopolare completamente il livello fondamentale; nonostante continuassero ad esserci perdite a 545 G non siamo stati in grado di distinguere se ci fosse effettivamente la risonanza cercata.

Questa coppia di stati presenta però una particolarità rispetto alle altre, dovuta al diverso momento magnetico di ciascun stato e alla non perfetta uniformità del campo feshbach (Par.4.1.3). Nelle altre coppie in cui siamo stati in grado di osservare risonanze, infatti, i momenti magnetici di Rb e K hanno lo stesso segno, e, quindi, le nuvole elettroniche, per effetto del gradiente del campo feshbach, si spostano nella stessa direzione. Per la coppia $|1,0\rangle$ e $|9/2,-9/2\rangle$, invece, il Rb ha momento magnetico nullo e non risente, quindi,

del gradiente del campo feshbach, a differenza del K, che, invece, si sposterà in accordo con il suo momento magnetico. Potrebbe succedere, quindi, che le due nuvole atomiche, nel tempo in cui vengono sottoposte al campo feshbach, si separino spazialmente e le collisioni fra atomi di specie diverse siano soppresse. Abbiamo comunque scartato questa ipotesi dopo aver fatto un controllo sulla sovrapposizione fra le due nuvole elettroniche. Abbiamo, infatti, misurato il *rate* di perdite per la coppia non stabile $|2, -2\rangle$ e $|9/2, 9/2\rangle$ che ha massima differenza di momento magnetico, e quindi minima sovrapposizione delle nuvole di Rb e K sotto l'effetto di un gradiente di campo magnetico, sia in presenza che in assenza di campo feshbach. I *rate* di perdite misurati nei due casi sono confrontabili, quindi si può dedurre che le due nuvole, nonostante siano quelle con la differenza di momento magnetico massima, sono sovrapposte e lo sono, quindi, anche gli stati $|1, 0\rangle$ $|9/2, -9/2\rangle$.
Dalle misure che abbiamo effettuato non sembrano esserci motivi per cui non dovremmo osservare delle risonanze come succede per altre coppie di stati; possiamo concludere, quindi, che, ammesso che ci sia una risonanza fra 450 e 600 G, l'unica zona dove potrebbe essere è intorno a 545 G.

- *Risonanze fra* $|1, 1 >$ *e* $|9/2, 7/2 >$.
  Per questa coppia di stati il modello teorico prevede soltanto due risonanze a 296.1 e 879.9 G. Abbiamo iniziato a cercarle facendo rampe di 5 G in 900 ms cercando eventuali diminuzioni di atomi. Una volta individuato un intervallo in cui il numero di atomi presentava una diminuzione abbiamo fatto misure puntuali per valori di campo al suo interno, prendendo più di una misura per ogni punto; in questo modo abbiamo trovato la risonanza a campo alto trovando la posizione centrale a 852.1 G, come riportato in Fig.4.14. Per questa risonanza riportiamo anche alcune immagini delle nuvole atomiche per campi magnetici vicini alla risonanza, dalle quali si osserva la diminuzione del numero di atomi di K (Fig.4.15).

In Tab.4.3 è riportato un riepilogo delle risonanze che abbiamo osservato fra i vari stati, con le rispettive previsioni teoriche secondo il modello del JILA.

4.3.3 Risonanze omonucleari

Cercando le risonanze eteronucleari che abbiamo appena descritto (Par.4.3.1 e 4.3.2) abbiamo osservato anche risonanze omonucleari sia fra gli atomi di Rb, che fra quelli di K. Per il Rb abbiamo osservato tre risonanze per lo stato $|1, 1\rangle$, i cui valori, riportati in Tab.4.4, risultano compatibili con le osservazioni sperimentali riportate

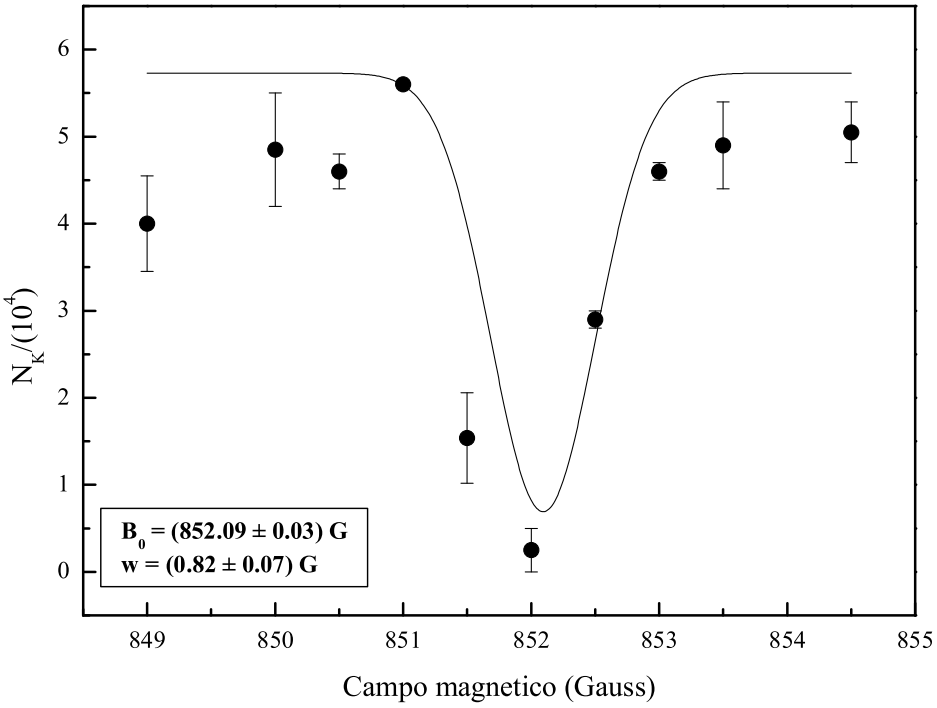

Figura 4.14: Osservazione della risonanza fra gli stati $|1,1\rangle$ e $|9/2,7/2\rangle$ con $B_0 = 852.1$ G. In funzione del campo magnetico viene riportato il numero di atomi di K, in realtà per ogni punto si riporta la media delle misure ottenute e la deviazione standard. Con il *fit* gaussiano si ottengono i valori del campo magnetico di risonanza e della larghezza.

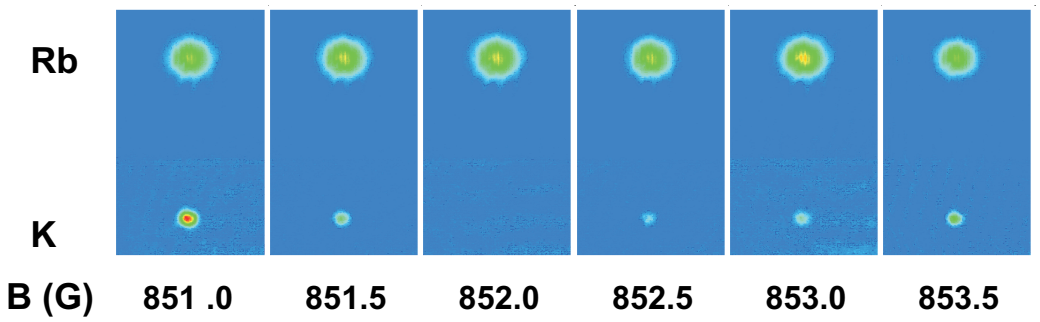

Figura 4.15: Alcune delle immagini degli atomi che sono state prese per l'osservazione della risonanza fra gli stati $|1,1\rangle$ e $|9/2,7/2\rangle$ con $B_0 = 852.1$ G. All'aumentare del campo magnetico si osserva che il numero di atomi di K diminuisce fino a 852 G e poi aumenta di nuovo.

	B_{exp} (G)	B_0 (G)	
(1,1)+(9/2,-9/2)	455.0	454.5	s
	494.1	---	p
	514.2	513.5	s
	545.4	548.8	s
	658.1	684.5	s
(1,1)+(9/2,-7/2)	467.8	464.7	s
	582.9	537.9	s
	589.9	597.4	s
	696.6	604.5	s
	704.1	695.9	s
(1,1)+(9/2,7/2)	852.1	879.9	s

Tabella 4.3: Riepilogo delle risonanze che abbiamo osservato e dei valori previsti dal modello teorico del JILA (B_0). Possiamo osservare che le difficoltà di interpretazione con il modello teorico dei risultati sperimentali ottenuti per la coppia di stati fondamentali (Par.4.3.1), aumentano se andiamo a considerare le risonanze di altre coppie di stati.

	B_1 (G)	B_2 (G)
Rb	684.6	685.4
	911.5	911.7
	1007.8	1007.34
K	199.8	202.1

Tabella 4.4: Valori che abbiamo osservato per le risonanze omonucleari del ^{87}Rb in $|1,1\rangle$ e della risonanza del ^{40}K negli stati $|9/2,-9/2\rangle$ $|9/2,-7/2\rangle$, con le corrispondenti misure riportate rispettivamente in [13] e [15].

in [13]. Questo ci dà una ulteriore conferma della calibrazione del nostro campo feshbach. Per il K, invece, abbiamo visto sia una risonanza fra gli stati $|9/2,-9/2\rangle$ $|9/2,-7/2\rangle$ (Tab.4.4) già osservata al JILA [15], che una risonanza in onda p nel livello $|9/2,7/2\rangle$ mai osservata prima (Fig.4.16). Questa risonanza, che abbiamo inizialmente scambiato per una risonanza eteronucleare fra gli stati $|1,1\rangle$ $|9/2,7/2\rangle$, è invece una risonanza fra i soli atomi di K. Ne abbiamo avuto conferma evaporando completamente dalla trappola magnetica gli atomi di Rb: anche nel caso in cui ci siano solo atomi di K in $|9/2,7/2\rangle$ la risonanza rimane.

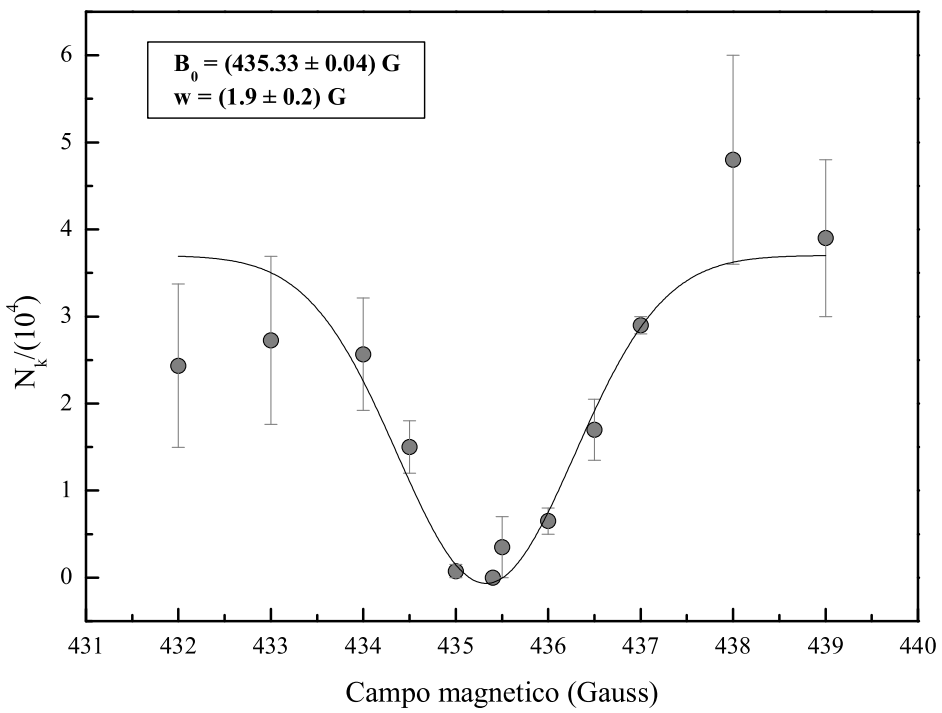

Figura 4.16: Osservazione della risonanza omonucleare del ^{40}K in onda p, per lo stato $|9/2, 7/2\rangle$. In funzione del campo magnetico viene riportato il numero di atomi. Con il *fit* gaussiano si ottengono i valori del campo magnetico di risonanza e della larghezza. Anche in questo caso, per ogni valore del campo magnetico, abbiamo riportato la media e la deviazione standard delle misure effettuate. Si ottiene $B_0 = 435.3$ G

Capitolo 5

Analisi e discussione

Nel Cap.4 abbiamo descritto e discusso le nostre osservazioni di risonanze di Fano-Feshbach fra atomi di ^{87}Rb e ^{40}K in miscele non degeneri. Utilizzando tali osservazioni è stato possibile migliorare la conoscenza delle proprietà collisionali fra atomi di ^{87}Rb e ^{40}K, trovando un modello teorico che riesce a prevedere le risonanze che abbiamo osservato. In questo capitolo, e in particolare nel Par.5.1, descriveremo l'idea seguita per sviluppare questo nuovo modello e i risultati ottenuti dalla teoria. Nel Par.5.2 descriveremo, invece, le prospettive offerte dalla possibilità di controllare, tramite le RFF, le interazioni atomiche all'interno della miscela ^{87}Rb -^{40}K, come la formazione di molecole fermioniche eteronucleari e il collasso controllato.

5.1 Analisi dei risultati

Come abbiamo visto nel Cap.1, l'andamento del potenziale molecolare è determinato, a grandi distanze interatomiche, dai coefficienti di Van der Waals (C_6, C_8, C_{10}...) e a brevi distanze dalle lunghezze d'onda di *scattering* di tripletto (a_t) e di singoletto (a_s). Considerando noti i coefficienti di Van der Waals, è possibile cercare un modello teorico che sia in grado di approssimare i valori dei campi di risonanza ottenuti sperimentalmente, variando a_t e a_s[1] in modo che i picchi di sezione d'urto elastica calcolati coincidano con i picchi delle perdite anelastiche misurate sperimentalmente.
Questo è quello che hanno fatto al JILA, dove, come abbiamo detto nel Cap.4, hanno osservato quattro risonanze fra gli stati $|1,1\rangle$ e $|9/2,-9/2\rangle$, che sono riportate in Tab.5.1, la seconda delle quali hanno supposto essere una risonanza in onda p. Per semplicità, però, nella ricerca del modello teorico hanno effettuato un *fit* solamente

[1] Ad ogni coppia di valori di a_t e a_s, infatti, corrisponde un andamento ($a(B)$) della lunghezza di *scattering* in funzione del campo magnetico.

B_{exp} (G)	W (G)	B_0 (G)	Δ (G)	
454.6	0.6	454.4	0.3	s
493.6	1.5	---	---	p
513.5	0.7	513.5	0.9	s
544.9	3.4	548.8	10.3	s

Tabella 5.1: Sommario delle risonanze osservate al JILA, per ognuna delle quali vengono riportati i valori sperimentali del campo di risonanza (B_{exp}), la larghezza delle perdite anelastiche (W) e i valori previsti dal modello che approssima meglio le loro risonanze in onda s (B_0 e Δ). Nell'ultima colonna viene riportata l'assegnazione da loro scelta di risonanze in onda s o in onda p.

delle tre risonanze in onda s e, minimizzando χ^2, hanno trovato i valori di a_t e a_s che meglio descrivono i loro risultati sperimentali:

$$a_s = -77^{+2}_{-4} a_0 \tag{5.1}$$

$$a_t = -275^{+8}_{-7} a_0. \tag{5.2}$$

Tuttavia, tale modello teorico non sembra descrivere perfettamente la posizione delle risonanze osservate al JILA e la situazione si complica maggiormente se andiamo a confrontare le altre risonanze da noi osservate con le previsioni teoriche trovate con in modello stesso (Tab.4.3).
Il teorico del gruppo, quindi, ha cercato un nuovo modello tale da descrivere al meglio le nostre osservazioni sperimentali. In particolare, per poter determinare una prima stima di a_s e a_t, ha utilizzato soltanto tre delle risonanze da noi osservate, due per la coppia di stati fondamentali e quella fra i livelli $|1,1\rangle$ e $|9/2,7/2\rangle$, in cui il minor numero di risonanze previste rispetto agli altri stati permette una assegnazione sicura della risonanza. Poiché la lunghezza di *scattering* è funzione delle tre variabili B, a_s e a_t, il metodo seguito per la ricerca del modello teorico è stato quello di fissare il valore di a_t e variare, invece, a_s fra $-\infty$ e $+\infty$, per determinarne il valore tale da generare le tre risonanze. Per poter determinare, però, anche il valore di a_t, il procedimento descritto viene ripetuto per valori diversi di a_t, a intervalli di $50a_0$, per poter cercare in una regione più ampia (fra $-230a_0$ e $-380a_0$). Una volta individuato l'intervallo in cui si ottiene il miglior accordo è possibile variare con continuità anche il valore di a_t, per determinarne una stima più accurata. A questo punto, per ottenere i valori finali delle lunghezze di *scattering* sono state utilizzate tutte le risonanze eteronucleari osservate.

Con questo metodo il nostro teorico è riuscito a trovare un nuovo modello in grado di prevedere tutte le 11 risonanze da noi osservate con uno scarto fra valori teorici e valori sperimentali < 1 G (Tab.5.2), a differenza del modello precedente (Tab.4.3), e a stimare i seguenti valori per a_s e a_t:

$$a_s = (-108 \pm 5)a_0 \tag{5.3}$$

$$a_t = (-208 \pm 3)a_0. \tag{5.4}$$

Con questo nuovo modello, oltre ai valori delle lunghezze di *scattering* di singoletto e di tripletto, cambia anche l'assegnazione delle risonanze in onda s e onda p. Come sia possibile questo cambiamento di assegnazione può essere compreso dal confronto fra la Fig.5.1 e la Fig.5.2. In queste, rispettivamente per $a_t = -281a_0$ e $a_t = -230a_0$, vengono riportate le curve dei massimi della sezione d'urto per la coppia di stati fondamentali, al variare di B e di una funzione di a_s. Si osserva, infatti, che non cambia solo il valore di a_s che meglio si accorda con le risonanze, ma varia anche l'ordine delle risonanze in onda s e onda p al variare di B. In particolare prendendo $a_t = -230a_0$, che è proprio nell'intervallo che meglio si accorda con i nostri valori sperimentali, e considerando anche valori di B inferiori a quelli riportati nella Fig.5.2, si scambia l'assegnazione in onda s e onda p fra $B = 455$ G e $B = 494$ G, rispetto al modello del JILA. Questo conferma le nostre osservazioni sperimentali, in cui, come descritto nel Cap.4, la risonanza a 455 G sembrava troppo debole, per poter essere una risonanza in onda s. Per la coppia di stati $|1, 0\rangle$ $|9/2, -9/2\rangle$, inoltre, il modello prevede che la risonanza larga che noi abbiamo cercato intorno a 555 G sia invece centrata intorno a 544.9 G (Tab.5.3). Questo risultato spiegherebbe le difficoltà che abbiamo trovato nel cercarla, visto che effettivamente vedevamo delle perdite soltanto intorno a 545 G, senza essere in grado di escludere che fossero dovute ad una risonanza fra gli stati $|1, 1\rangle$ $|9/2, -9/2\rangle$ (Par.4.3.2).

5.2 Prospettive per il futuro

Le risonanze di Fano-Feshbach si sono rivelate, ancora una volta, come uno strumento molto preciso nella determinazione delle proprietà di interazione di miscele atomiche ultra-fredde. La loro osservazione nella miscela ^{87}Rb -^{40}K è il primo passo verso nuovi e interessanti studi su sistemi Bose-Fermi. In particolare, possono essere utilizzate per indurre un collasso controllato o per produrre molecole eteronucleari.

Nel Cap.1 abbiamo descritto come la lunghezza di *scattering* venga modificata in prossimità di una RFF, e in particolare, come anche il segno di a possa cambiare da

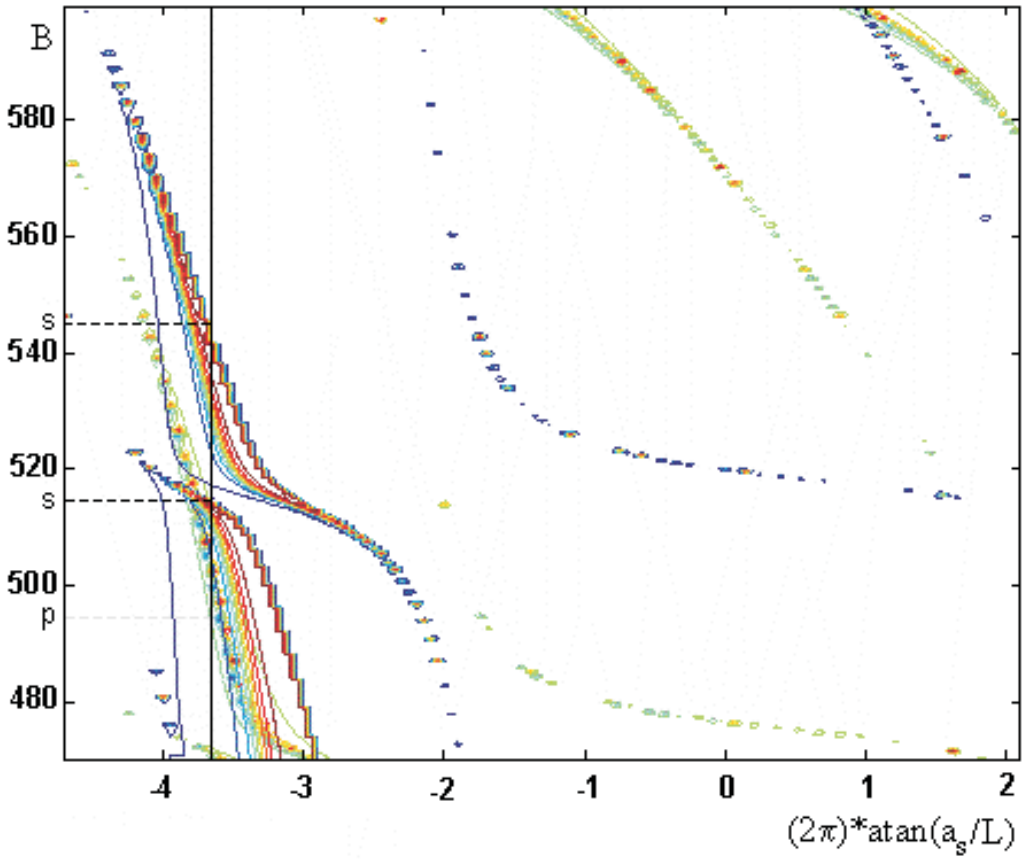

Figura 5.1: In grafico vengono riportate, per $a_t = -281a_0$, le curve dei massimi della sezione d'urto per la coppia di stati fondamentali, per valori del campo magnetico compresi fra 470 e 600 G, e al variare della funzione $(2\pi) * atan(a_s/L)$, dove L è un fattore di scala. La posizione di una risonanza, dato un certo valore di a_s, è determinata dalla riga orizzontale che interseca le curve (colorate di blu per l'onda s, e di verde per quella p) in corrispondenza di a_s. Variando il valore di a_s si può spostare la linea verticale in modo che intersechi le curve per in corrispondenza dei campi di risonanza osservati sperimentalmente. Dal grafico si può osservare che per questo valore di a_t, che corrisponde a quello trovato con il modello teorico del JILA, e per l'intervallo di campo magnetico riportato, l'ordine in cui vengono intercettate le risonanze, al crescere di B, è p, s, s.

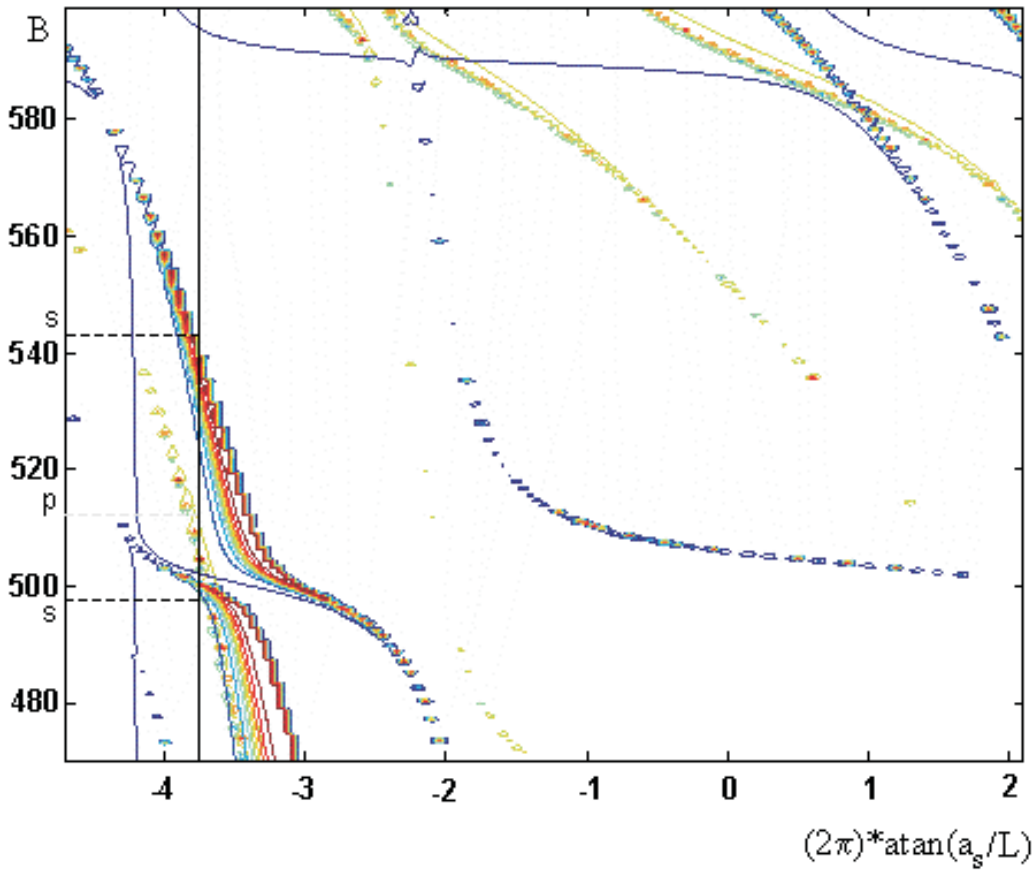

Figura 5.2: In grafico vengono riportate, per $a_t = -230a_0$, le curve dei massimi della sezione d'urto per la coppia di stati fondamentali, per valori del campo magnetico compresi fra 470 e 600 G, e al variare della funzione $(2\pi) * atan(a_s/L)$. Per questo valore di a_t, più vicino al valore trovato con il nuovo modello rispetto a quello del JILA (Fig.5.1), l'ordine delle risonanze nell'intervallo di campo riportato viene modificato. In questo caso, infatti, la risonanza in onda p è la seconda (~ 514 G).

	B_{exp} (G)	B_0 (G)	
(1,1)+(9/2,-9/2)	455.0	455.5	p
	494.1	494.0	s
	514.2	514.5	p
	545.4	545.9	s
	658.1	658.5	s
(1,1)+(9/2,-7/2)	467.8	467.1	s
	582.9	583.4	s
	589.9	589.8	d
	696.6	696.2	s
	704.1	703.8	s
(1,1)+(9/2,7/2)	852.1	851.2	s

Tabella 5.2: Confronto fra i valori sperimentali dei campi di risonanza (B_{exp}) e i valori teorici (B_0) previsti dal nuovo modello. Nell'ultima colonna viene riportata l'assegnazione di risonanza in onda s, p, o d. Il fatto che quella a 455 G sia in onda p spiega le difficoltà che abbiamo riscontrato per osservarla (Par.4.3.1). Oltre alle risonanze riportate in tabella, il modello ne prevede altre due in onda s, una per la coppia $|1,1\rangle$ $|9/2,-7/2\rangle$ e l'altra per la coppia $|1,1\rangle$ $|9/2,+7/2\rangle$, rispettivamente per i valori 597.0 e 297.3. Successivamente alla costruzione del modello queste risonanze sono state verificate sperimentalmente, trovando un'ulteriore conferma della validità del modello.

	B_0 (G)	Δ (G)	
(1,0)+(9/2,-9/2)	427.0	0.2	s
	544.9	10	s
	959.9	15	s

Tabella 5.3: Previsioni teoriche del nuovo modello per le risonanze fra gli stati $|1,0\rangle$ $|9/2,-9/2\rangle$. Viene prevista una risonanza larga a 544.9 G, dove avevamo osservato delle perdite senza riuscire a escludere che fossero dovute agli atomi di Rb residui in $|1,0\rangle$ (Par.4.3.2).

un lato all'altro della risonanza. Le proprietà collisionali del sistema, quindi, sono molto diverse fra la regione in cui $B < B_0$ e quella in cui $B > B_0$. Nel caso di $a > 0$, infatti, le interazioni atomiche sono di tipo repulsivo, mentre sono attrattive nel caso di $a < 0$. La regione della risonanza in cui si formano le molecole è quella con $a > 0$, mentre in quella con $a < 0$ può essere osservato il collasso.
Per quanto riguarda la formazione di molecole, un metodo che può essere utilizzato è quello di portare il campo magnetico nella regione in cui $a < 0$ e di variarne il valore in maniera adiabatica, effettuando una rampa sulla risonanza, fino alla regione repulsiva ($a > 0$). Consideriamo due atomi che, nella regione con $a < 0$, si trovano nello stato fondamentale, il passaggio adiabatico attraverso la risonanza li porterà nella regione in cui potranno passare ad uno stato molecolare debolmente legato con energia $\hbar/(ma^2)$. Una volta formate le molecole dovrà essere trovata una tecnica per rivelarle, poichè la luce di *imaging*, risonante con transizioni atomiche, non sarà risonante con quelle molecolari. Un metodo può essere quello di riportare il campo B nella regione $a < 0$, in modo da dissociare le molecole formate e riportarle in atomi; in questo modo per prendere l'immagine può essere usata la luce di *imaging* degli atomi. Tuttavia, nel processo descritto, non tutti gli atomi formeranno molecole, quindi, dopo la rampa di campo magnetico da $a < 0$ ad $a > 0$ il sistema sarà costituito da una miscela di molecole e atomi. Prima di inviare il fascio di *imaging* occorre, quindi, trovare un metodo per distinguere gli atomi dalle molecole. Un primo metodo può essere quello di sfruttare il diverso momento magnetico e applicare un campo Stern-Gerlach, ovvero un gradiente di campo magnetico, per separare spazialmente le due componenti prima di dissociare le molecole; a questo punto l'immagine degli atomi sarà costituita da due nuvole separate, in cui possiamo distinguere quali atomi hanno formato le molecole e quali no. Un secondo metodo, invece, può essere quello di rimuovere gli atomi dalla miscela atomi-molecole attraverso una luce risonante, prima di effettuare la rampa per dissociare le molecole.
La regione in cui può essere osservato il collasso della miscela, invece, è quella con $a < 0$, visto che è causato dall'interazione attrattiva fra le due specie, che porta ad una instabilità del sistema quando il numero di atomi di ciascuna specie supera un certo valore critico [64]. Il fenomeno del collasso per la miscela ^{40}K-^{87}Rb è già stato osservato in trappola magnetica, senza l'utilizzo delle RFF, variando il numero di atomi [62]. Tuttavia, le RFF permetterebbero di studiarne la dinamica in regimi di interazione diversi e non facilmente raggiungibili in altro modo. Infatti, per a negative, fissato il numero di atomi, la condizione di instabilità della miscela determina un valore critico sulla lunghezza di *scattering* interspecie (a_{crit}), ovvero se

$|a| > |a_{crit}|$ la miscela è instabile. Un metodo per osservare il collasso, senza dover aumentare il numero di atomi, è, quindi, quello di utilizzare una RFF fra atomi di ^{87}Rb e ^{40}K per aumentare la forza dell'interazione attrattiva, in maniera analoga a quanto è stato fatto per un condensato di ^{85}Rb [14, 45]. A questo scopo il primo passo è la produzione di una miscela degenere nella regione di campo magnetico in cui $a > 0$. Successivamente si dovrebbe effettuare una rampa di B in modo da portare la lunghezza di *scattering* ad un valore negativo, e per $a < a_{crit}$ si dovrebbe osservare una significativa perdita di atomi.

Conclusioni

In questo lavoro di tesi abbiamo descritto l'osservazione sperimentale delle risonanze di Fano-Feshbach fra atomi bosonici di ^{87}Rb e atomi fermionici di ^{40}K, dalla quale è stato possibile migliorare la conoscenza del potenziale di interazione K-Rb. L'applicazione delle risonanze di Fano-Feshbach alla fisica degli atomi ultra-freddi offre interessanti opportunità, perché permette di controllare l'interazione atomica, modificando, con l'applicazione di un campo magnetico, la lunghezza di *scattering* da grandi valori repulsivi a grandi valori attrattivi. Sfruttando questa opportunità sono stati raggiunti importanti risultati sia in sistemi bosonici, che in sistemi fermionici. Per i bosoni è stato possibile, ad esempio, produrre molecole ultra-fredde, formare un condensato di ^{85}Rb stabile e studiarne il collasso. Anche per gas di fermioni sono state prodotte molecole biatomiche bosoniche e, in particolare, sono stati osservati condensati molecolari e formazione di coppie di Cooper. Interessanti prospettive vengono offerte anche dall'applicazione delle risonanze a miscele eteronucleari, e in particolare a miscele Bose-Fermi, come quelle prodotte dal nostro apparato sperimentale. Alcune risonanze eteronucleari sono già state osservate in miscele ^{6}Li -^{23}Na, ^{40}K -^{87}Rb e ^{6}Li -^{7}Li, ma lo studio di queste risonanze è più recente rispetto a quelle omonucleari, ed è ancora un campo di ricerca poco esplorato.

Il nostro primo passo verso lo studio delle risonanze è stata la costruzione di una trappola ottica, necessaria per osservare le risonanze di Fano-Feshbach, perché permette di avere un sistema di intrappolamento indipendente dall'applicazione di campi magnetici. Il passo successivo è stata la ricerca delle risonanze, effettuata tramite l'applicazione di un campo magnetico uniforme, con intensità facilmente controllabile. Al variare del campo, infatti, è possibile osservare, in prossimità di una risonanza, una diminuzione del numero di atomi, causata dall'aumento delle perdite anelastiche.

Abbiamo effettuato una ricerca estensiva per tre stati iperfini diversi della miscela ^{40}K -^{87}Rb, e abbiamo trovato 11 risonanze, delle quali soltanto quattro erano già state osservate in precedenza. Questo studio accurato ha permesso di modificare

il modello teorico esistente e di trovare un potenziale molecolare che prevede tutte le 11 risonanze osservate con uno scarto minore di 1 G, determinando una stima precisa delle lunghezze di *scattering* di singoletto e di tripletto: $a_s = (-108 \pm 5)a_0$ e $a_t = (-208 \pm 3)a_0$.
Lo studio dettagliato delle risonanze di Fano-Feshbach ci ha permesso, quindi, di determinare con precisione i parametri dell'interazione inter-specie, che determinano la stabilità della nostra miscela.
L'applicazione delle risonanze di Fano-Feshbach per miscele costituite da bosoni e fermioni apre interessanti prospettive per il futuro. Per questo tipo di miscele, infatti, grazie alla possibilità di manipolare la forza delle interazioni fra le due specie, si può pensare, ad esempio, di studiare la dinamica del collasso, interessante in quanto fenomeno in cui le proprietà di ogni singola specie vengono modificate dall'interazione interspecie, e di produrre molecole eteronucleari ultra-fredde. Tali molecole sono già state prodotte con altri metodi, ma a temperature più alte rispetto a quelle che è possibile raggiungere utilizzando le risonanze di Fano-Feshbach. La produzione di molecole eteronucleari, inoltre, è interessante perché permetterebbe di studiare sistemi ultra-freddi di molecole fermioniche polari, caratterizzati da nuovi tipi di interazione.

Appendice A

Particelle identiche nella teoria quantistica

Due particelle si dicono *identiche* se hanno le stesse proprietà fisiche e nessun esperimento permette di distinguerle fra loro. Consideriamo un sistema di N particelle identiche [36, 37], che sarà caratterizzato da un operatore hamiltoniano H invariante per lo scambio di tutte le coordinate di una qualunque coppia di particelle. Ogni funzione d'onda del sistema può essere scritta come una combinazione lineare delle autofunzioni Ψ_n dell'hamiltoniana:

$$H\Psi_n(q_1, ..., q_N) = E_n\Psi_n(q_1, ..., q_N) \tag{A.1}$$

dove q_i rappresenta l'insieme di coordinate della i-esima particella.
Definiamo un operatore di scambio P , tale che

$$P\Psi_n(..., q_i, ...q_j, ...) = \Psi_n(..., q_j, ...q_i, ...). \tag{A.2}$$

Per come abbiamo definito P vale:

$$P^{-1}HP = H \tag{A.3}$$

dalla quale si ricava

$$H(P\Psi_n) = E_n(P\Psi_n). \tag{A.4}$$

Abbiamo quindi trovato che se Ψ_n è un'autofunzione di H con autovalore E_n, allora anche $P\Psi_n$ è un'autofunzione di H con lo stesso autovalore. Una possibile relazione fra le due autofunzioni $(\Psi_n$ e $P\Psi_n)$ è che siano proporzionali, ma poiché $P^2\Psi_n = \Psi_n$ si trova che la costante di proporzionalità è +1 o -1:

$$\Psi_n(..., q_i, ..., q_j, ...) = \pm\Psi_n(..., q_j, ..., q_i, ...), \tag{A.5}$$

quindi, con il segno + l'autofunzione Ψ_n è simmetrica per lo scambio di particelle identiche, mentre con il segno - è antisimmetrica.
Le possibili funzioni d'onda di un sistema di *N* particelle identiche sono, quindi, o tutte simmetriche o tutte antisimmetriche per lo scambio di una coppia arbitraria di particelle. Se non fosse così, infatti, sarebbe possibile considerare la combinazione lineare di una funzione simmetrica e di una antisimmetrica, che però non sarebbe né simmetrica né antisimmetrica.
Le particelle le cui funzioni d'onda sono simmetriche sono dette *bosoni*, perché si dimostra che seguono la statistica di Bose, mentre quelle con funzioni d'onda antisimmetriche sono dette *fermioni* e soddisfano la statistica di Fermi-Dirac. Si può inoltre dimostrare [38] che le particelle con spin intero devono seguire la statistica di Bose e quelle con spin semintero, invece, seguono la statistica di Fermi-Dirac.

Ringraziamenti

La prima persona che voglio ringraziare è il Prof. Massimo Inguscio, per avermi dato la possibilità di svolgere questa tesi, che mi ha permesso di partecipare ad un progetto di ricerca entusiasmante e di conoscere da vicino ricercatori molto validi sia dal punto di vista professionale che dal punto di vista umano.
Ringrazio Giovanni Modugno, non solo per avermi accolto nel suo gruppo di ricerca facendomi sentire a mio agio sin dall'inizio, ma anche per aver seguito il mio lavoro con interesse e serietà. Un grazie speciale a Francesca, che mi ha dato un sostegno continuo e importante per la stesura di questa tesi. Grazie a Giacomo, per i vari consigli e per gli insegnamenti preziosi. Grazie a Matteo per le parole di incoraggiamento, che mi hanno tranquillizzata nei momenti di agitazione. Grazie ad Estefania, che mi ha seguito nelle mie prime settimane in laboratorio, con la solarità che la contraddistingue. Grazie a tutti voi per i bei momenti passati in laboratorio e fuori, grazie per le pause caffè e per la simpatia dimostratami!
Passo a ringraziare la mamma e il babbo per avermi permesso di seguire il mio sogno, con non pochi sacrifici da entrambe le parti! Grazie nonna, per esserti sempre preoccupata per i miei occhi, per le mie ore di sonno mancate e per la mia salute in generale! Grazie Lisa, soprattutto per avermi aiutata tutto l'anno a non perdere nessun episodio!!!
Un grazie ai miei compagni di questo corso di studi. Grazie a Beppe per l'allegria nelle pause pranzo! Ricorda, anche se in questi giorni non ci siamo visti molto, le tue battute mi sono mancate! Grazie alla Silvia, per le ore di studio preziose, per i cappuccini offerti, per il sostegno nei giorni di crisi e per la sua amicizia! Grazie a Giulio, con il quale ho condiviso i miei ultimi 10 anni di studio, compresa tutta l'estate appena trascorsa!!!
Grazie infine a te, Andrea! Grazie per la pazienza, per l'aiuto, i consigli e le infinite parole di fiducia. Grazie per essermi sempre stato vicino ed esserti meritato, con me, la conclusione di questo lavoro!

Chiara.

Bibliografia

[1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Weiman, and E. A. Cornell, *Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor*, Science **269**, 198 (1995).

[2] K. B. Davis, M. -O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).

[3] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollet, and R. G. Hulet, *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 (1995).

[4] B. De Marco, and D. S. Jin *Onset of Fermi degenaracy in a trapped atomic gas*, Science **285**, 1703 (1999).

[5] F. Schreck, L. Khaykovich, K. L. Corwin, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, and C. Salomon, *Quasipure Bose-Einstein Condensate Immersed in a Fermi Sea* , Phys. Rev. Lett. **87**, 080403 (2001).

[6] S. R. Granade, M. E. Gehm, K. M. O'Hara, and J. E. Thomas, *All-Optical Production of a Degenerate Fermi Gas* , Phys. Rev. Lett. **88**, 120405 (2002).

[7] Z. Hadzibabic, C. A. Stan, K. Dieckmann, S. Gupta, M. W. Zwierlein, A. Görlitz, and W. Ketterle, *Two-Species Mixture of Quantum Degenerate Bose and Fermi Gases* , Phys. Rev. Lett. **88**, 160401 (2002).

[8] G. Roati, F. Riboli, G. Modugno, and M. Inguscio, *Fermi-Bose Quantum Degenerate* ^{40}K-^{87}Rb *Mixture with Attractive Interaction*, Phys. Rev. Lett **89**, 150403 (2002).

[9] A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar, and A. Axelsson, *Resonances in ultracold collisions of* ^{6}Li, ^{7}Li, *and* ^{23}Na, Phys. Rev. A **51**, 4852 (1995)

[10] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle, *Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate*, Science **392**, 151 (1998).

[11] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, *Stable* ^{85}Rb *Bose-Einstein Condensates with Widely Tunable Interactions*, Phys. Rev. Lett. **85**, 1795 (2000).

[12] C. Chin, V. Vuletić, A. J. Kerman, and S. Chu, *High Resolution Feshbach Spectroscopy of Cesium*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2717 (2000).

[13] A. Marte, T. Volz, J. Schuster, S. Dürr, G. Rempe, E. G. M. van Kempen, and B. J. Verhaar *Feshbach resonance in Rubidium 87: Precision Measurement and Analysis*, Phys. Rev. Lett. **89**, 283203 (2002).

[14] J. L. Roberts, N. R. Claussen, S. L. Cornish, E. A. Donley, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, *Controlled collapse of a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4211 (2001).

[15] T. Loftus, C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, *Resonant Control of Elastic Collisions in an Optically Trapped Fermi Gas of Atoms*, Phys. Rev. Lett. **88**, 173201 (2002).

[16] E. A. Donley, N. R. Claussen, S. T. Thompson, and C. E. Wieman, *Atom-molecule cohorence in a Bose-Einstein Condensate*, Nature **417**, 529 (2002).

[17] C. Chin, A. J. Kerman, V. Vuletić, and S. Chu, *Sensitive Detection of Cold Cesium Molecules Formed on Feshbach Resonances*, Phys. Rev. Lett. **90**, 033201 (2003).

[18] J. Herbig, T. Kraemer, M. Mark, T. Webwr, C. Chin, H. C. Nägerl, and R. Grimm, *Preparation of a Pure Molecular Quantum Gas*, Science **301**, 1510 (2003).

[19] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, *Creation of ultracold molecules from a Fermi gas of atoms*, Nature **424**, 47 (2003).

[20] K. E. Strecker, G. B. Partridge, and R. G. Hulet, *Conversion of an Atomic Fermi Gas to a Long-Lived Molecular Bose Gas*, Phys. Rev. Lett. **91**, 080406 (2003).

[21] J. Cubizolles, T. Bourdel, S. J. J. M. F. Kokkelmans, G. V. Shlyapnikov, and C. Salomon *Production of Long-Lived Ultracold Li_2 Molecules from a Fermi Gas*, Phys. Rev. Lett. **91**, 240401 (2003).

[22] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, C. Chin, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm, *Pure Gas of Optically Trapped Molecules Created from Fermionic Atoms*, Phys. Rev. Lett. **91**, 240402 (2003).

[23] M. Greiner, C. A. Regal and D. S. Jin, *Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas*, Nature **426**, 537 (2003).

[24] M. W. Zwierlein, C. A. Stan, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, S. Gupta, Z. Hadzibabic, and W. Ketterle, *Observation of Bose-Einstein Condensation of Molecules*, Phys. Rev. Lett. **91**, 250401 (2003).

[25] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, S. Rield, C. Chin, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm, *Bose-Einstein Condensation of Molecules*, Science **302**, 2101 (2003).

[26] C. A. Regal, M. Greiner, and D. S. Jin, *Observation of Resonance Condensation of Fermionic Atom Pairs*, Phys. Rev. Lett. **92**, 040403 (2004).

[27] M. W. Zwierlein, C. A. Stan, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, A. J. Kerman, and W. Ketterle, *Condensation of Pairs of Fermionic Atoms near a Feshbach Resonance*, Phys. Rev. Lett. **92**, 120403 (2004).

[28] C. Chin, M. Bartenstein, A Altmeyer, S. Riedl, S. Jochim, J. H. Denschlag, and R. Grimm, *Observation of the Pairing Gap in a Strongly Interacting Fermi Gas*, Science **305**, 1128 (2004).

[29] C. A. Stan, M. W. Zwierlein, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, and W. Ketterle, *Observation of Feshbach Resonances between Two Different Atomic Species*, Phys. Rev. Lett. **93**, 14301 (2004).

[30] S. Inouye, J. Goldwin, M. L. Olsen, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, *Observation of Heteronuclear Feshbach Resonances in a Mixture of Bosons and Fermions*, Phys. Rev. Lett. **93**, 183201 (2004).

[31] J. Zhang, E. G. M. van Kempen, T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. M. F. Kokkelmann, and C. Salomon *Expansion of a Lithium Gas in the BEC-BCS Crossover*, Athomic Physics 19, XIX International Conference on Atomic Physics, 228 (2004).

[32] C. J. Pethick, H. Smith, *Bose-Einstein condensation in Diluite Gases*, Cambridge University Press (2001).

[33] J. Cubizolles, *Fermions et bosons dégénérés au voisinage d'une résonance de Feshbach: Production de molecules et solitons d'ondes de matière*, Ph.D thèse, Université Paris VI (2004).

[34] T. Bourdel, *Gaz de Fermi en interaction forte: Du condensat de molécules aux paires de Cooper*, Ph.D thèse, Université Paris VI (2004).

[35] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Quantum Mecanics*, Pergamon Press, Oxford (1977).

[36] A. Messiah, *Mécanique quantique* (Dunod, Paris, 1995).

[37] K. Huang, *Meccanica statistica* (Zanichelli, Bologna, 1997) [Statistical Mecanics, 2°edizione (Wiley, 1987)].

[38] W. Pauli, *The Connection Between Spin and Statistics*, Phys. Rev. **58**, 716 (1940).

[39] G. Roati, *Quantum Degenerate Potassium-Rubidium Mixtures*, Ph.D thesis, Università degli studi di Trento (2002).

[40] F. Riboli, *Produzione e studio di una miscela di condensati di Bose-Einstein di specie atomiche diverse*, tesi di laurea, Università degli studi di Firenze (2002).

[41] D. A. Butts and D. S. Rokhsar, *Trapped Fermi gases*, Phys. Rev. A **55**, 4346 (1996).

[42] H. Feshbach, *A Unified Theory of Nuclear Reactions*, Ann. Phys. **5**, 357 (1958).

[43] H. Feshbach, *A Unified Theory of Nuclear Reactions. II*, Ann. Phys. **19**, 287 (1962).

[44] U. Fano, *Sullo spettro di assorbimento dei gas nobili presso il limite dello spettro d'arco*, Nuovo Cimento **12**, 156 (1935).

[45] N. R. Claussen, *Dinamics of Bose-Einstein condensates near a Feshbach resonance in* ^{85}*Rb*, Ph.D thesis, B.S., Wake Forest University (1996).

[46] J. M. Goldwin, *Quantum Degeneracy and Interactions in ^{87}Rb -^{40}K Bose Fermi Mixture*, Ph.D thesis, JILA (2005).

[47] J. Dalibard, *Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases, Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Course CXL*. IOS Press, Amsterdam, 1999. M. Inguscio, S. Stringari and C. Wieman (Eds).

[48] C. Ticknor, C. A. Regal, D. S. Jin, and J. L. Bohn, *Multiplet structure of Feshbach resonances in nonzero potential waves*, Phys. Rev. A **69**, 042712 (2004).

[49] P. A. Ruprecht, M. J. Holland, and K. Burnett, *Time-dependent solution of the nonlinear Schrödinger equation for Bose-condensed trapped neutral atoms*, Phys. Rev. A **51**, 4704 (1995).

[50] V. Pérez-García, H. Michinel, and H. Herrero, *Bose-Einstein solitons in highly asymmetric traps*, Phys. Rev. A **57**, 3837 (1998).

[51] K. E. Strecker, G. B. Partridge, A. G. Truscott, and R. G. Hulet, *Formation and propagation of matter-wave soliton trains*, Nature **417**, 150 (2002).

[52] L. Khaykovich, F. Schreck, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, L. D. Carr, Y. Castin, and C, Salomon, *Formation of a Matter-Wave Bright Soliton*, Science **296**, 1290 (2002).

[53] M. Holland, S. J. J. M. F. Kokkelmans, M. L. Chiofalo, and R. Walser, *Resonance Superfluidity in a Quantum Degenerate Fermi Gas*, Phys. Rev. Lett. **87**, 120406 (2001).

[54] M. L. Chiofalo, S. J. J. M. F. Kokkelmans, J. N. Milstein, and M. Holland, *Signatures of Resonance Superfluidity in a Quantum Fermi Gas*, Phys. Rev. Lett. **88**, 090402 (2002).

[55] M. W. Zwierlein, J. R. Abo-Shaeer, A. Schirotzek, C. H. Schunck, and W. Ketterle, *Vortices and superfluidity in a strongly interacting Fermi gas*, Nature **435**, 1047 (2005).

[56] A. J. Kerman, J. M. Sage, S. Sainis, T. Bergeman, and D. DeMille, *Production of Ultracold, Polar RbCs Molecules via Photoassociation*, Phys. Rev. Lett. **92**, 033004 (2004).

[57] G. Modugno, G. Ferrari, G. Roati, R. J. Brecha, A. Simoni, and M. Inguscio, *Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms by Sympathetic Cooling*, Science **294**, 1320 (2001).

[58] G. Roati, F. Riboli, G. Modugno, and M. Inguscio, *Fermi-Bose Quantum Degenerate ^{40}K-^{87}Rb Mixture with attractive interaction*, Phys. Rev. Lett. **89**, 150403 (2002).

[59] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov *Optlcal dipole traps for neutral atoms*, Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics **42**, 95-170 (2000).

[60] T. A. Savard, K. M. O'Hara, and J. E. Thomas, *Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps*, Phys. Rev. A **56**, 1095 (1997).

[61] G. Breit and I. I. Rabi, *Measuremant of Nuclear Spin*, Phys. Rev. **38**, 2082 (1931).

[62] G. Modugno, G. Roati, F. Riboli, F. Ferlaino, R. J. Brecha, and M. Inguscio, *Collapse of a Degenerate Fermi Gas*, Science **297**, 2240 (2002).

[63] C. Ospelkaus, S. Ospelkaus, K. Sengstock, and K. Bongs, cond-mat/0507219.

[64] F. Ferlaino, *Atomic Fermi Gases in an Optical Lattice*, Ph.D thesis, Università degli studi di Firenze (2004).