



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE
Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Tesi di Laurea Specialistica in
Scienze Fisiche ed Astrofisiche

**MISCELE DI BOSONI ULTRA-FREDDI
IN UNA NUOVA TRAPPOLA MAGNETICA:
RAFFREDDAMENTO SIMPATETICO ^{39}K - ^{87}Rb**

Candidato:

Giovanni Barontini

Relatore:

Prof. Massimo Inguscio

Anno Accademico 2005/06

Indice

Introduzione	1
1 Concetti fondamentali	5
1.1 Transizione di fase quantistica per un gas di Bose	6
1.2 Bosoni interagenti, l'equazione di Gross-Pitaevskii	8
1.3 I livelli atomici del ^{39}K e del ^{87}Rb	9
1.3.1 Raffreddamento laser per gli atomi alcalini	12
1.4 Le risonanze di Fano-Feshbach	13
1.4.1 Proprietà collisionali del K e del Rb	17
2 Condensazione di Bose-Einstein per atomi attrattivi	21
2.1 L'equazione di Schrödinger non polinomiale	22
2.2 Il collasso	24
2.3 Sistema di due condensati interagenti	27
2.3.1 Stabilità del condensato di ^{39}K al variare di a_{K-K}	28
2.3.2 Stabilità del condensato di ^{39}K al variare di a_{K-Rb}	32
3 L'apparato sperimentale	39
3.1 Le sorgenti laser	40
3.2 Il sistema da vuoto	44
3.3 Intrappolamento magneto-ottico	46
3.4 La MOT bidimensionale	48
3.5 La MOT tridimensionale	50
3.6 La melassa ottica e il pompaggio ottico	50
3.7 Il trasferimento in trappola magnetica	51
3.8 La trappola magnetica millimetrica (millitrappola)	54
3.9 Il sistema di alimentazione	60
3.10 Il raffreddamento evaporativo	64

3.10.1	Evaporazione in millitrappola	65
3.11	Il raffreddamento simpatetico	67
3.12	Il sistema di rivelazione	68
4	I risultati sperimentali	71
4.1	Caratterizzazione del campo di trappola magnetica	71
4.1.1	Taratura della curva corrente-temperatura della millitrappola	72
4.1.2	Misura delle frequenze di trappola	75
4.1.3	Misura di vita media in millitrappola	78
4.2	La condensazione di Bose-Einstein del ^{87}Rb	80
4.3	Raffreddamento simpatetico ^{87}Rb - ^{39}K	87
4.3.1	Limiti di efficienza del raffreddamento simpatetico	92
	Conclusioni	97
	A La trappola ottica	99
	B Condensati attrattivi in un reticolo ottico	105
	Bibliografia	109

Introduzione

Negli ultimi anni lo studio dei gas atomici ultra-freddi ha assunto un ruolo di primo piano all'interno del panorama scientifico internazionale. Questo perché le moderne tecniche di raffreddamento laser e di intrappolamento magnetico ed ottico hanno reso possibile il raggiungimento di temperature prossime allo zero assoluto in campioni atomici molto diluiti. A tali temperature emergono chiaramente le proprietà delle interazioni interatomiche e si ha la comparsa di fenomeni affascinanti come la condensazione di Bose-Einstein (BEC).

La predizione teorica della condensazione risale al 1925 quando fu formulata la statistica di Bose-Einstein. Tale statistica prevede che in un gas di bosoni identici non interagenti, sotto una certa temperatura critica, tutte le particelle si addensino nello stato di minima energia formando così un nuovo stato della materia.

Il condensato di Bose-Einstein è un oggetto macroscopico in cui le caratteristiche ondulatorie della materia possono essere facilmente osservate. La sua realizzazione sperimentale, avvenuta soltanto nel 1995 a partire da campioni atomici molto diluiti di ^{87}Rb [1], ^{23}Na [2] e ^7Li [3], ha fornito ai fisici un nuovo potente strumento per l'investigazione delle proprietà della materia a bassissime temperature.

Di pari passo alla realizzazione ed alla caratterizzazione della condensazione di Bose-Einstein si è sviluppato un grande interesse verso la comprensione dei meccanismi di interazione tra gli atomi. In particolare lo studio delle proprietà collisionali ha conosciuto uno sviluppo impressionante a partire dall'osservazione delle risonanze di Fano-Feshbach [4]. Tramite l'utilizzo di queste risonanze è infatti possibile modificare la sezione d'urto di collisione che determina le caratteristiche dell'interazione interparticellare. Questo fatto è stato sfruttato nello studio delle proprietà collisionali sia di gas bosonici [5, 6] sia di gas fermionici [7], oltre che nella stabilizzazione di un condensato attrattivo [8] e nella produzione di molecole omonucleari ultra-fredde a partire da gas atomici bosonici [9, 10] o fermionici [11]. Solo negli ultimi anni sono state osservate risonanze di Fano-Feshbach anche in miscele atomiche

ultra-fredde [12, 13, 14].

Il campo delle miscele ultra-fredde arricchisce enormemente il panorama di nuovi fenomeni fisici osservabili; Firenze in questo ha svolto un ruolo pionieristico con la dimostrazione del raffreddamento simpatetico tra specie diverse. In particolare nel 2001 fu osservata la condensazione del ^{41}K [15] e nel 2002 la degenerazione del fermione ^{40}K [16], inoltre è stato prodotto il primo ed unico sistema costituito da due condensati di specie diverse: ^{87}Rb - ^{41}K [17].

Data la vastità dei fenomeni osservabili si è deciso di realizzare un nuovo apparato per la produzione di miscele ultra-fredde K-Rb. In questo apparato, grazie ad un sistema di laser estremamente flessibile, è possibile raffreddare e intrappolare, insieme al rubidio, ciascuno dei tre isotopi maggiormente abbondanti del potassio: il ^{39}K , il ^{40}K e il ^{41}K . Questo permette di avere a disposizione un apparato in grado di produrre sia miscele esclusivamente bosoniche (^{39}K - ^{87}Rb o ^{41}K - ^{87}Rb) sia miscele fermioni-bosoni (^{40}K - ^{87}Rb). Inoltre, dal momento che l'interazione intraspecie del ^{39}K è attrattiva e quella del ^{41}K è repulsiva, è possibile ottenere sistemi governati da proprietà collisionali molto diverse.

Questa tesi, la prima a presentare un lavoro svolto nel nuovo apparato, esplora la possibilità di portare a temperature molto basse l'isotopo 39 del potassio. La scelta di questo isotopo è stata fatta dal momento che, pur essendo il più abbondante in natura, non è stato mai portato alle temperature di degenerazione quantistica. Questo perché il suo raffreddamento è complicato dalle particolari proprietà collisionali e dalla struttura dei livelli energetici iperfini. In questa tesi verrà tuttavia dimostrato che, tramite la tecnica del raffreddamento simpatetico con il ^{87}Rb , è possibile raffreddare il ^{39}K fino a pochi μK . Questo tra l'altro apre il campo all'osservazione di risonanze di Fano-Feshbach intraspecie ed interspecie con il ^{87}Rb ed alla condensazione di Bose-Einstein del ^{39}K . È importante notare che, al momento, l'esperimento oggetto di questa tesi è l'unico in grado di produrre miscele ultra-fredde di due bosoni di specie diversa.

Il nuovo apparato presenta molti aspetti originali. Il più importante è senza dubbio lo sviluppo e l'applicazione di una trappola magnetica di nuova concezione: la *millitrappola*. Questa trappola, dal disegno originale, è stata progettata allo scopo di unire i pregi delle trappole standard con quelli delle trappole micrometriche. Nel dettaglio essa, grazie alle sue dimensioni ridotte, permette di ottenere una buona profondità di trappola senza però impedire l'accesso ottico tridimensionale agli atomi intrappolati. Una parte del lavoro di tesi è stata svolta proprio nella caratterizzazione di questa nuova trappola magnetica; in particolare nella misura delle frequenze di

trappola e nella misura della vita media degli atomi in trappola. Come verrà dimostrato in questo lavoro, l'utilizzo della millitrappola permette di raggiungere la condensazione di Bose-Einstein per il ^{87}Rb in circa 10 s; un tempo di molto inferiore a quelli necessari nelle usuali trappole magnetiche.

Proprio le caratteristiche che fanno del ^{39}K un atomo difficile da raffreddare lo rendono al tempo stesso estremamente interessante; in particolare l'interazione attrattiva tra gli atomi fa nascere tutta una serie di fenomeni fisici che, in precedenza, sono stati caratterizzati solo in parte, dal momento che esistono soltanto altri due condensati attrattivi: quello di ^7Li [3] e quello di ^{85}Rb [8].

La fisica dei condensati attrattivi è estremamente affascinante ma anche molto difficile da indagare poiché, se il numero di atomi condensati supera un certo valore critico (tipicamente qualche centinaio), il sistema collassa. Sperimentalmente questo fatto obbliga ad avere un buon sistema di diagnostica sugli atomi e soprattutto un metodo per controllare finemente il numero di atomi condensati. In questo senso il nostro apparato è stato dotato di due MOT bidimensionali, una per il rubidio ed una per il potassio, come stadio di preraffreddamento. Grazie a questo sistema, che è un'altra peculiarità dell'esperimento, è infatti possibile gestire indipendentemente per ogni specie atomica il caricamento in trappola magnetica.

Questa tesi, oltre alla descrizione degli aspetti tecnici e dei risultati sperimentali originali, contiene un'indagine teorica della nuova fisica che potrebbe rivelarsi accessibile con il nuovo apparato. Il lavoro teorico svolto è stato sviluppato nell'ottica di comprendere e caratterizzare i comportamenti di un sistema costituito da un condensato attrattivo (^{39}K) e da uno repulsivo (^{87}Rb). In particolare si è puntata l'attenzione sugli effetti dovuti all'utilizzo delle risonanze di Fano-Feshbach, sia intraspecie che interspecie, e su quelli dovuti alla simultanea presenza del ^{87}Rb sul numero di atomi condensati di ^{39}K . In quest'ultimo caso verrà dimostrato che il ^{87}Rb può essere utile, oltre che per il raffreddamento simpatetico, anche per la stabilizzazione del condensato di ^{39}K .

La tesi è così strutturata: nel Cap. 1 vengono riportati i concetti fondamentali e le equazioni che descrivono correttamente la condensazione di Bose-Einstein e viene descritta la struttura dei livelli energetici del ^{39}K e del ^{87}Rb . Infine viene data una breve descrizione delle risonanze di Fano-Feshbach e vengono illustrate le proprietà collisionali delle due specie atomiche oggetto dell'esperimento. Nel Cap. 2 vengono presentate le simulazioni numeriche effettuate per determinare il numero critico di atomi che possono essere contenuti nel condensato attrattivo di ^{39}K , in particolare

nel caso in cui questo è in presenza del condensato di ^{87}Rb . Nel Cap. 3 si passa alla descrizione dell'apparato sperimentale utilizzato in questa tesi con particolare attenzione alle caratteristiche della millitrappola dal momento che questa rappresenta uno degli aspetti originali su cui si è concentrata l'attività di tesi. Nell'ultimo capitolo vengono presentati e discussi i risultati sperimentali ottenuti: la condensazione di Bose-Einstein del ^{87}Rb in millitrappola ed il raffreddamento simpatetico del ^{39}K fino a pochi μK .

Capitolo 1

Concetti fondamentali

Ogni tipo di particella, elementare o composta, può essere ordinata in due grandi classi in base al suo spin: se lo spin è semidispari ($1/2, 3/2, \dots$) la particella è un *fermione*; se lo spin è intero ($0, 1, 2, \dots$) la particella è un *bosone*. Questa suddivisione è basata sul differente comportamento statistico di una particella alle basse temperature; infatti le particelle con spin intero obbediscono alla statistica di Bose-Einstein mentre le particelle con spin semintero obbediscono alla statistica di Fermi-Dirac, che implica il principio di esclusione di Pauli.

La statistica di Bose-Einstein fu formulata teoricamente nel 1925 a partire dall'equazione di stato di un gas ideale di bosoni non interagenti. A differenza della precedente teoria classica di Boltzmann, che porta inesorabilmente al paradosso di Gibbs, la teoria di Bose-Einstein (così come quella di Fermi-Dirac del 1926) si basa sul fondamentale concetto quantistico della indistinguibilità tra *particelle identiche* [18]. La predizione più affascinante dell'intera teoria consiste nella comparsa, a temperature prossime allo zero assoluto, di una transizione di fase ad un nuovo stato della materia: il condensato di Bose-Einstein.

La trattazione di Bose-Einstein è estendibile anche al caso di particelle interagenti o al caso di sistemi non uniformi; per questo durante il secolo scorso si sono compiuti molti sforzi per raggiungere le temperature necessarie alla realizzazione del condensato. La sua realizzazione sperimentale, a partire da un gas diluito di atomi debolmente interagenti, è avvenuta soltanto nel 1995 quando i gruppi diretti da E. Cornell, C. Wieman e W. Ketterle, grazie alle moderne tecniche di raffreddamento laser e raffreddamento evaporativo, sono riusciti a portare fino a temperature prossime allo zero assoluto un campione di atomi alcalini intrappolati in un potenziale di confinamento magnetico [1, 2, 3, 19].

Nei primi due paragrafi di questo capitolo presenteremo sinteticamente sia la teoria che descrive la condensazione di Bose-Einstein nel caso di un gas ideale uniforme sia quella nel caso di un gas di atomi interagenti intrappolati in un potenziale di confinamento. In particolare si è posta attenzione sulle equazioni che regolano la transizione di fase e sull'equazione di Gross-Pitaevskii. Successivamente verranno illustrati i livelli energetici e le proprietà delle due specie atomiche oggetto del nostro esperimento: il ^{39}K ed il ^{87}Rb . Nell'ultimo paragrafo tratteremo brevemente delle risonanze di Fano-Feschbach, che permettono di governare l'interazione interatomica, e descriveremo le proprietà collisionali degli isotopi di potassio e di rubidio.

1.1 Transizione di fase quantistica per un gas di Bose

Il meccanismo che sta alla base della condensazione di Bose-Einstein può essere facilmente compreso nel caso di un gas di Bose, che è composto da bosoni non interagenti. Ogni bosone, così come ogni altra particella, può essere descritto da una propria lunghezza d'onda termica, detta lunghezza d'onda di De Broglie, dipendente dalla massa m e dalla temperatura T :

$$\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}} \quad (1.1)$$

dove \hbar è la costante di Planck e k_B è la costante di Boltzmann. Ad alta temperatura λ_{dB} è minore della distanza interparticellare e le proprietà del gas seguono le leggi della termodinamica classica; per temperature sufficientemente basse λ_{dB} può diventare maggiore di tale distanza e, conseguentemente, le funzioni d'onda delle particelle possono sovrapporsi e gli effetti statistici quantistici possono diventare importanti. Per un sistema uniforme si dimostra che la sovrapposizione delle funzioni d'onda avviene quando [18]

$$\lambda_{dB}^3 n \geq 2.612 \quad (1.2)$$

con n densità numerica delle particelle del gas. Se questa condizione è soddisfatta la popolazione dello stato fondamentale del sistema diventa macroscopica, in pratica si ha un vero e proprio addensamento nello spazio degli impulsi nello stato di minima energia ($\vec{p}=0$): è la condensazione di Bose-Einstein. La (1.2) definisce anche la

temperatura critica per la transizione di fase

$$T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{mk_B} \left(\frac{n}{2.612} \right)^{2/3}; \quad (1.3)$$

se indichiamo con N_0 il numero di occupazione dello stato fondamentale possiamo scrivere che la frazione di particelle condensate è

$$\frac{N_0}{N} = \begin{cases} 0 & \text{per } T > T_c \\ 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} & \text{per } T < T_c \end{cases}; \quad (1.4)$$

la condensazione di Bose-Einstein per un sistema uniforme è quindi una condensazione nello spazio degli impulsi.

Ovviamente il gas di Bose uniforme rappresenta un limite non accessibile sperimentalmente; per riuscire a condensare un gas di atomi è infatti necessario un intrappolamento ottico o magnetico che rende il sistema non uniforme. In genere il potenziale di trappola può essere approssimato intorno al minimo con la forma quadratica

$$V(\vec{r}) = \frac{m}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (1.5)$$

dove ω_x, ω_y e ω_z sono le frequenze di trappola. Se si trascurano le interazioni tra gli atomi è possibile estendere la trattazione di Einstein anche al caso non uniforme: in presenza del potenziale (1.5) e nell'approssimazione semiclassica di poter trattare la densità degli stati come un continuo, la temperatura critica diventa [20]

$$T_c = \frac{0.94\hbar\omega_{ho}N^{1/3}}{k_B} \quad (1.6)$$

con $\omega_{ho} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$, mentre la frazione condensata, per $T \leq T_c$, segue ora la legge

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3. \quad (1.7)$$

L'evidenza della formazione del condensato nel caso degli atomi intrappolati in un potenziale di confinamento si ha quando appare uno stretto picco di densità sia nello spazio delle coordinate che in quello degli impulsi. La situazione è quindi molto differente dal caso del gas uniforme dove le particelle condenserebbero in uno stato di impulso zero e il condensato non potrebbe essere rivelato nello spazio delle coordinate in quanto le particelle condensate e quelle non condensate occuperebbero lo stesso volume.

1.2 Bosoni interagenti, l'equazione di Gross-Pitaevskii

Come abbiamo visto, la condensazione di Bose-Einstein è una transizione di fase puramente quantistica che può avvenire anche in assenza di interazioni tra le particelle. In un gas atomico reale queste interazioni sono ovviamente presenti e giocano inoltre un ruolo fondamentale nei fenomeni fisici riguardanti i gas degeneri. Nei moderni esperimenti sui gas atomici ultra-freddi vengono usati apparati ad ultra alto vuoto e trappole ottiche o magnetiche allo scopo di mantenere il più possibile il campione a bassa temperatura. La presenza di un potenziale di confinamento rende evidente l'effetto delle interazioni interatomiche a due corpi su molte delle più importanti quantità misurabili di un gas atomico intrappolato. Per ottenere una teoria capace di predire con accuratezza i comportamenti sperimentali di un condensato di Bose-Einstein è quindi necessario includere nella trattazione tali interazioni. Il funzionale hamiltoniano per un sistema di N bosoni interagenti confinati da un potenziale esterno V_{ext} , nel formalismo della seconda quantizzazione, è [20]

$$H = \int d\vec{r} \hat{\Psi}^*(\vec{r}) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{ext}(\vec{r}) \right] \hat{\Psi} + \frac{1}{2} \int d\vec{r} d\vec{r}' \hat{\Psi}^*(\vec{r}) \hat{\Psi}^*(\vec{r}') V(\vec{r} - \vec{r}') \hat{\Psi}(\vec{r}) \hat{\Psi}(\vec{r}') \quad (1.8)$$

dove $\hat{\Psi}$ e $\hat{\Psi}^*$ sono rispettivamente l'operatore bosonico di distruzione e di creazione e $V(\vec{r} - \vec{r}')$ è il potenziale di interazione a due corpi. Seguendo la teoria di campo medio introdotta da Bogoliubov possiamo descrivere il condensato con una sola funzione d'onda definita come il valore di aspettazione dell'operatore di campo

$$\Phi(\vec{r}, t) = \langle \hat{\Psi}(\vec{r}, t) \rangle, \quad (1.9)$$

e il cui modulo fissa la densità numerica n_0 del condensato

$$n_0(\vec{r}, t) = |\Phi(\vec{r}, t)|^2 \Rightarrow \int |\Phi|^2 d\vec{r} = N_0. \quad (1.10)$$

Dal momento che le collisioni binarie a bassa energia possono essere caratterizzate dalla sola lunghezza di diffusione in onda s è utile sostituire a $V(\vec{r} - \vec{r}')$ l'interazione efficace $g\delta(\vec{r} - \vec{r}')$, avendo definito

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a_s}{m}, \quad (1.11)$$

con a_s la lunghezza di diffusione in onda s . Se adesso prendiamo il valor medio dell'equazione di Heisenberg scritta per l'operatore Ψ a $T=0$, trascurando i termini di ordine superiore al primo, otteniamo la seguente equazione di Gross-Pitaevskii (GPE)

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Phi(\vec{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + V_{ext}(\vec{r}) + g|\Phi(\vec{r}, t)|^2 \right) \Phi(\vec{r}, t) \quad (1.12)$$

la cui validità è basata sulla condizione che la lunghezza di diffusione a_s sia molto minore della distanza media tra gli atomi. La stessa equazione può essere ricavata con una procedura variazionale a partire dal funzionale energia

$$\mathcal{E}[\Phi] = \int d\vec{r} \left[\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla\Phi|^2 + V_{ext}(\vec{r})|\Phi|^2 + \frac{g}{2} |\Phi|^4 \right]. \quad (1.13)$$

Lo stato fondamentale del sistema può essere ottenuto cercando lo stato che minimizza il funzionale (1.13) con il vincolo imposto dalla (1.10); questo corrisponde, per il teorema dei moltiplicatori di Lagrange, a trovare il punto di energia minima tra quelli che rendono stazionario il funzionale

$$E[\Phi] = \mathcal{E}[\Phi] - \mu \int |\Phi|^2 \quad (1.14)$$

e che quindi sono soluzioni dell'equazione di Gross-Pitaevskii indipendente dal tempo

$$\left(-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + V_{ext}(\vec{r}) + g|\Phi|^2 \right) \Phi = \mu\Phi. \quad (1.15)$$

Il moltiplicatore di Lagrange μ è detto potenziale chimico e rappresenta la variazione di energia del sistema quando esso perde o acquista una particella.

La validità della GPE è stata testata su di una quantità impressionante di esperimenti riguardanti la condensazione di Bose-Einstein. In particolare essa riesce a riprodurre con accuratezza i comportamenti tipici di un sistema superfluido come la propagazione di eccitazioni collettive e la nascita di effetti di interferenza dovuti alla fase del parametro d'ordine Φ . Proprio questa caratteristica ha permesso di indagare nei gas diluiti di atomi la correlazione tra superfluidità e condensazione di Bose-Einstein, cosa che non era stata possibile in sistemi fortemente interagenti come l'elio liquido. Per queste ragioni la GPE è stata utilizzata per le simulazioni numeriche presentate nel Cap. 2.

1.3 I livelli atomici del ^{39}K e del ^{87}Rb

Entrambe le specie atomiche oggetto del nostro esperimento, il ^{39}K e il ^{87}Rb , appartengono al primo gruppo della tavola periodica, detto gruppo dei metalli al-

calini. La configurazione elettronica di tutti i metalli alcalini presenta una *shell* completamente riempita più un elettrone di valenza.

Poiché la *shell* interna è totalmente riempita, essa non contribuisce al momento angolare orbitale dell'atomo che viene quindi a dipendere dal solo elettrone esterno di valenza. Lo stato di questo elettrone è completamente determinato dal suo momento angolare orbitale l e dal suo momento angolare di *spin* s ; l'accoppiamento di questi due momenti porta alla usuale definizione di momento angolare totale dell'elettrone [21]:

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}. \quad (1.16)$$

Dal momento che il solo contributo al momento angolare atomico viene dall'elettrone di valenza avremo che

$$L = l, \quad S = s, \quad J = j \quad (1.17)$$

avendo indicato con le lettere maiuscole i momenti atomici. Come è noto differenti valori di J portano a differenti stati energetici per via dell'interazione *spin-orbita*.

A causa dell'accoppiamento del momento angolare totale atomico J con lo spin nucleare I è utile definire un ulteriore numero quantico:

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} \quad (1.18)$$

che definisce la cosiddetta struttura iperfine. L'eventuale applicazione di un campo magnetico esterno risolve la degenerazione dei sottolivelli Zeeman, indicati dal numero quantico m_F .

Il potassio è presente in natura con tre isotopi stabili: ^{39}K (93.26%), ^{40}K (0.012%), ^{41}K (6.73%). I due isotopi ^{39}K e ^{41}K sono bosoni (spin nucleare $I=3/2$) mentre l'isotopo ^{40}K è un fermione (spin nucleare $I=4$). Questa specie atomica è stata a lungo oggetto di esperimenti al LENS di Firenze; in particolare è stato osservato per la prima volta il raffreddamento sia delle due specie bosoniche [22, 23] che della specie fermionica [24] ed è stato prodotto un condensato di ^{41}K utilizzando per la prima volta la tecnica innovativa del raffreddamento simpatetico [15]; questo ha permesso l'osservazione della condensazione simultanea di due diverse specie atomiche [17]. Successivamente sono state prodotte miscele degeneri Fermi-Bose con gli isotopi ^{40}K - ^{87}Rb [16].

Come vedremo nel Par. 1.4, per quanto concerne gli esperimenti con gas ultrafreddi, la differenza fondamentale tra i due isotopi bosonici è costituita dalle differenti proprietà collisionali infatti, in assenza di campi magnetici, il ^{39}K presenta una

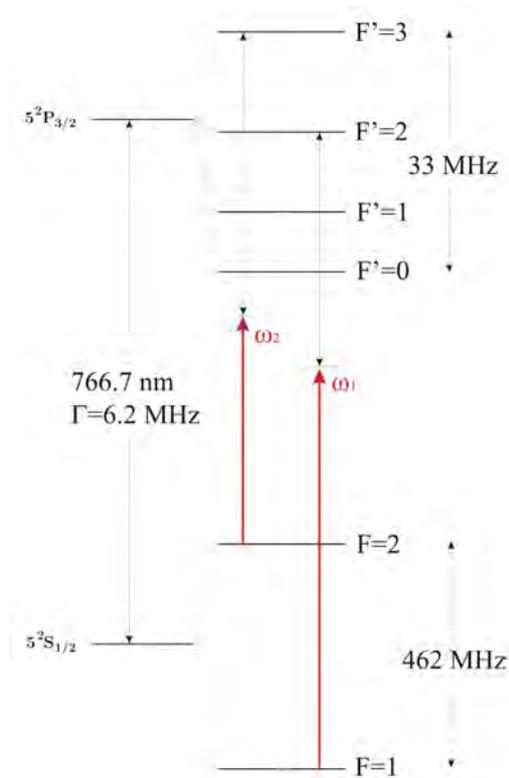


Figura 1.1: Schema dei livelli energetici della riga D_2 del ^{39}K . Con ω_1 è indicata la frequenza del laser di ripompaggio e con ω_2 quella del fascio di raffreddamento durante la fase di MOT (vedi Cap. 3). Γ è la larghezza naturale della riga.

lunghezza di diffusione negativa, il ^{41}K positiva. Il segno della lunghezza di diffusione determina il carattere, attrattivo o repulsivo, delle interazioni interatomiche. Per il nostro esperimento è stato inizialmente scelto il ^{39}K in quanto la fisica dei condensati di Bose-Einstein attrattivi è un campo relativamente poco esplorato che può riservare comportamenti interessanti. Lo schema dei livelli energetici è riportato in Fig. 1.1.

Il rubidio è presente in natura con due isotopi bosonici stabili: ^{87}Rb (27.8%) e ^{85}Rb (72.2%). Il ^{87}Rb è stato il primo atomo ad essere condensato; grazie all'efficienza con la quale può essere raffreddato e, come vedremo in seguito, alle favorevoli proprietà collisionali esso si presenta come l'atomo ideale per il raffreddamento simpatetico del ^{39}K , così come lo è stato per il ^{40}K e per il ^{41}K . Lo schema dei livelli energetici coinvolti nei processi di raffreddamento laser è riportato in Fig. 1.2.

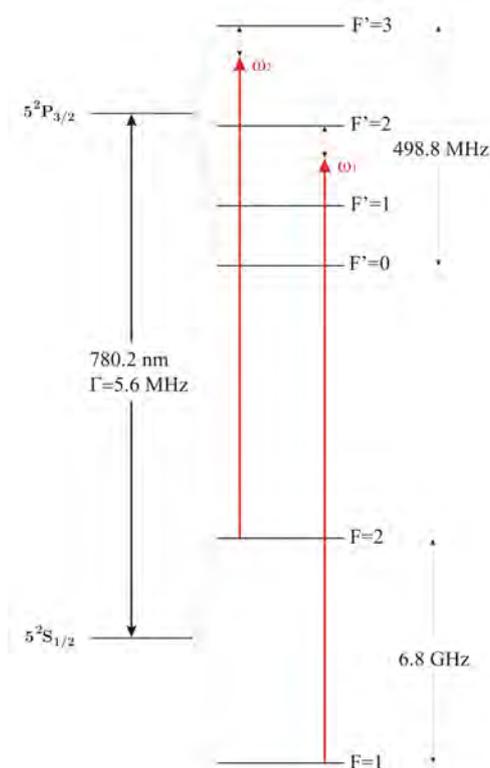


Figura 1.2: Schema dei livelli energetici della riga D_2 del ^{87}Rb . Con ω_1 è indicata la frequenza del laser di ripompaggio e con ω_2 quella del fascio di raffreddamento durante la fase di MOT (vedi Cap. 3). Γ è la larghezza naturale della riga.

1.3.1 Raffreddamento laser per gli atomi alcalini

In generale per raffreddare un gas di atomi fino a temperature prossime allo zero assoluto è necessario l'utilizzo di tecniche di raffreddamento laser [25]. In molti degli esperimenti che utilizzano atomi alcalini i laser sono accordati sulla riga denominata D_2 , che nella notazione di Russell-Saunders corrisponde alla transizione $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$.

Seguendo uno schema ormai consolidato, nel nostro esperimento utilizziamo due diversi laser per raffreddare ciascuna specie atomica. Un primo laser, detto di raffreddamento o *cooler*, agisce sulla transizione $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ (vedi Fig. 1.1 e Fig. 1.2). Sebbene le regole di selezione impediscano (al primo ordine) il rilassamento $|F' = 3\rangle \rightarrow |F = 1\rangle$, il livello fondamentale $|F = 2\rangle$ utilizzato nel ciclo di raffreddamento verrebbe rapidamente spopolato a causa del pompaggio ottico verso il livello

$|F = 1\rangle$ conseguente all'eccitazione fuori risonanza $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$, inibendo così il raffreddamento stesso. Per evitare questo effetto si aggiunge un secondo laser, detto di ripompaggio o *repumper*, accordato sulla transizione $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$. Il rilassamento $|F' = 2\rangle \rightarrow |F = 2\rangle$ ripopola il livello fondamentale $|F = 2\rangle$ rendendo efficace l'azione del laser di raffreddamento.

Anche se lo schema resta valido, nel caso del ^{39}K la distinzione tra laser di raffreddamento e laser di ripompaggio viene a cadere [22, 26] perché la distanza in frequenza tra i livelli iperfini dello stato $4^2P_{3/2}$ è confrontabile con la larghezza naturale di riga Γ (Fig. 1.1). Da ciò segue che la transizione di raffreddamento non può essere chiusa in quanto la probabilità di eccitare i livelli $|F' = 1, 2\rangle$ è dello stesso ordine di quella di eccitare il livello $|F' = 3\rangle$. Ne risulta che, ad ogni dato istante, la popolazione dello stato iperfine $|F = 1\rangle$ non è trascurabile. Occorre allora considerare anche la forza esercitata dalla luce di ripompaggio, che deve essere intensa. La forza totale agente sugli atomi dipende infatti in maniera non banale dai parametri di entrambi i laser: a causa dei fenomeni di coerenza che si instaurano, il calcolo di tale forza richiede la soluzione delle equazioni di Bloch ottiche ovvero di un sistema di 24 equazioni differenziali del primo ordine. Data la complessità del problema questo non verrà discusso in questa sede, una trattazione dettagliata può essere trovata in [22]. Nel seguito indicheremo per omogeneità luce di ripompaggio e luce di raffreddamento rispettivamente quella a frequenza più alta e quella a frequenza più bassa.

Lo schema a doppio laser da noi utilizzato per il ^{39}K permette di avere una forte pressione di radiazione sugli atomi tuttavia, come dimostrato in [22], non riesce a produrre raffreddamento sub-Doppler. A causa di questo fatto il ^{39}K non può essere portato alla condensazione di Bose-Einstein con le usuali tecniche di raffreddamento evaporativo dal momento che la densità nello spazio delle fasi in partenza è troppo bassa. Come vedremo il ^{39}K può tuttavia essere raffreddato fino a pochi μK grazie alla tecnica del raffreddamento simpatetico.

1.4 Le risonanze di Fano-Feshbach

Lo studio delle interazioni intraspecie tra gli atomi di ^{39}K e delle interazioni interspecie tra gli atomi di ^{39}K e ^{87}Rb sono tra i principali obiettivi del nostro esperimento. Dal momento che tali interazioni, in un gas ultra-freddo e diluito, sono costituite essenzialmente da processi d'urto a due corpi, la loro caratterizzazione si

riduce di fatto allo studio delle proprietà collisionali. In questo ambito ha assunto sempre maggiore importanza negli ultimi anni un fenomeno noto come *risonanze di Fano-Feschbach* [4, 12, 13, 14]. Tramite l'utilizzo di tali risonanze è possibile controllare il segno e il modulo della lunghezza di diffusione, che è il parametro che descrive completamente una collisione a due corpi. Questo fatto, ad esempio, è stato sfruttato per la creazione di molecole ultra-fredde omonucleari [9, 10, 11]. Di contro non è stata ancora osservata la formazione di molecole a partire da due distinti gas ultra-freddi di specie diverse, in questo contesto si inserisce il nostro esperimento.

Consideriamo per generalità l'hamiltoniana di un sistema di due atomi alcalini interagenti

$$H = H_1 + H_2 + V(r) \quad (1.19)$$

dove $V(r)$ è il potenziale di interazione, supposto centrale¹. Come è noto la forza derivante da tale potenziale è nulla se gli atomi sono molto distanti ed è fortemente repulsiva quando la distanza interatomica è confrontabile con le dimensioni atomiche. Tra i due limiti esiste un piccolo intervallo in cui i due atomi sentono una forza attrattiva; l'intensità di tale forza dipende dall'accoppiamento degli spin degli elettroni esterni (vedi Fig. 1.3). Lo stato di spin elettronico per la coppia definita dai due atomi è in generale composto dalla sovrapposizione dello stato di tripletto e dello stato di singoletto; questo porta alla scomposizione del potenziale $V(r)$ in due parti [27]

$$V(r) = V_s(r)\mathcal{P}_s + V_t(r)\mathcal{P}_t \quad (1.20)$$

avendo indicato con \mathcal{P}_s e \mathcal{P}_t rispettivamente i proiettori nello stato di tripletto e di singoletto. Se la funzione d'onda è di puro singoletto i due elettroni hanno spin opposto e possono occupare lo stesso orbitale molecolare; se invece lo stato è di puro tripletto il principio di esclusione di Pauli impedisce ai due elettroni di avere la stessa funzione d'onda spaziale. Nel primo caso la mutua attrazione tra gli atomi è quindi più intensa che nel secondo.

Consideriamo adesso un processo di collisione tra due atomi alcalini. La separazione iperfine e l'energia dei livelli Zeeman sono generalmente molto maggiori dell'energia cinetica nei processi di collisione tra atomi freddi²; per questo motivo le proprietà collisionali vengono a dipendere fortemente dalle caratteristiche degli stati in cui sono stati preparati i due atomi. Includendo nella trattazione

¹Tale assunzione è valida trascurando le interazioni spin-spin e nell'ambito dell'approssimazione di Born-Oppenheimer.

²Basti pensare che la separazione tra i livelli iperfini dello stato fondamentale del ^{87}Rb è 6.8 GHz corrispondenti a 0.34 K.

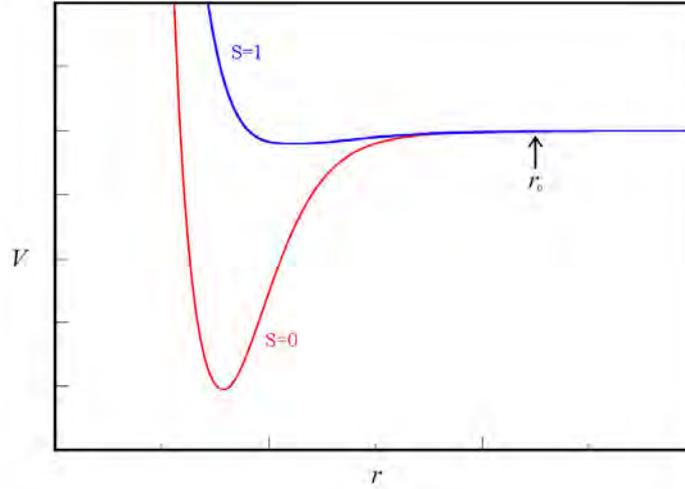


Figura 1.3: Potenziali di Born-Oppenheimer di tripletto ($S = 1$) e di singoletto ($S = 0$). Si nota che la profondità della buca di singoletto è molto maggiore della profondità della buca di tripletto. Le unità sugli assi sono arbitrarie.

anche il momento angolare L riferito al moto relativo dei due atomi avremo che ogni canale collisionale potrà essere definito dal seguente set di numeri quantici: $\alpha = \{F_1, m_{F_1}, F_2, m_{F_2}, L, m_L\}$.

Per due bosoni identici nello stesso stato Zeeman sono possibili solo i canali con L pari; se invece i due bosoni sono di specie diverse o si trovano in stati Zeeman differenti sono possibili tutti i valori di L . Se l'energia di un canale $E_\alpha = E_{F_1 m_{F_1}} + E_{F_2 m_{F_2}}$ è minore dell'energia totale del sistema E tale canale si dice *aperto*; se invece $E_\alpha > E$ il canale si dice *chiuso*.

Come detto lo spin elettronico si accoppia con lo spin nucleare dello stesso atomo quando i due atomi si trovano a grande distanza. Quando tale distanza diventa minore di un certo r_0 gli spin elettronici dei due atomi si disaccoppiano dai rispettivi spin nucleari per accoppiarsi fortemente tra loro per formare i due potenziali di Born-Oppenheimer di tripletto e di singoletto.

La descrizione della dinamica dell'interazione tra due atomi alcalini è molto complessa a causa dell'accoppiamento intrinseco che esiste tra i vari canali. Si può infatti dimostrare [27] che il potenziale di interazione assume la seguente forma matriciale

$$V_{\alpha\beta}(r) = \left[E_{F_1 m_{F_1}} + E_{F_2 m_{F_2}} + \frac{\hbar^2 L(L+1)}{\mu r^2} \right] \delta_{\alpha\beta} + V_{\alpha\beta}^{int}(r) \quad (1.21)$$

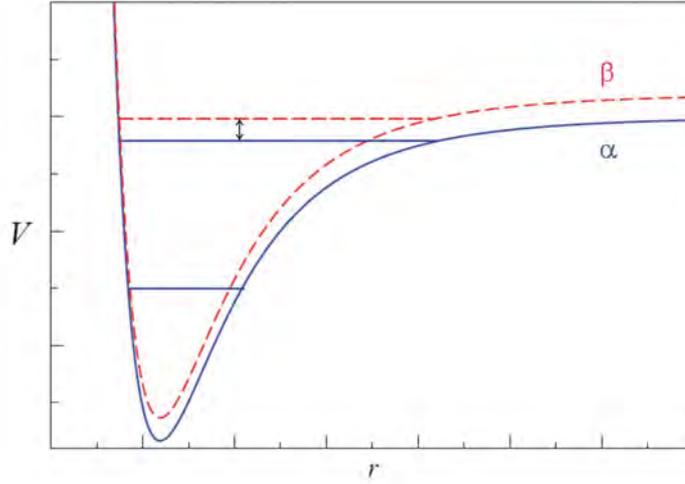


Figura 1.4: Sono riportati due canali collisionali: il canale α è aperto mentre il canale β è chiuso. La transizione tra il canale aperto ed uno stato legato del canale chiuso può avvenire in quanto l'energia dello stato (che ricordiamo essere l'energia di soglia del canale aperto) è confrontabile con l'energia di soglia del canale chiuso. Le unità sugli assi sono arbitrarie.

dove μ è la massa ridotta del sistema e α e β indicano due diversi canali collisionali. I primi tre termini sono diagonali nella base asintotica e forniscono l'energia delle separazioni iperfini e l'energia cinetica dell'asse rotazionale. L'ultimo termine comprende l'interazione elettronica dovuta ai potenziali di Born-Oppenheimer e l'interazione di spin:

$$V^{int}(r) = V^{el}(r) + V^{SS}(r). \quad (1.22)$$

Il termine V^{el} è il responsabile dei processi di diffusione elastica e dei processi di urto che comportano cambiamento di spin; esso è diagonale in L ma non lo è in $F_1, m_{F_1}, F_2, m_{F_2}$. Il termine V^{SS} è dovuto alla debole interazione dipolare anisotropa tra i due spin elettronici e non è diagonale né in L né in $F_1, m_{F_1}, F_2, m_{F_2}$.

Non è quindi possibile definire un'unica base che diagonalizzi la (1.21) per ogni valore della distanza tra i due atomi. Convenzionalmente in zona asintotica si utilizza la base $\{F_1, m_{F_1}, F_2, m_{F_2}, L, m_L\}$ mentre a corto raggio la base $\{S, I, F, L, F_{tot}, m_{F_{tot}}\}$ con $F_{tot} = F + L$.

Come detto il passaggio tra un canale aperto ed uno chiuso è proibito dalla conservazione dell'energia. Se il potenziale del canale chiuso ammette uno stato legato con energia vicina all'energia di soglia (Fig. 1.4) può tuttavia aver luogo una

transizione allo stato legato seguita da un decadimento di nuovo nel canale aperto. Il tempo che il sistema passa nello stato legato dipende dalla separazione energetica dei livelli in gioco. Quando i due livelli hanno esattamente la stessa energia la lunghezza di diffusione (che, come detto, descrive efficacemente l'entità dell'interazione) diverge e si parla di diffusione risonante.

Variando l'intensità di un campo magnetico esterno, e quindi cambiando la separazione dei livelli Zeeman, in alcuni sistemi è possibile spostare l'energia dello stato legato per farla coincidere con quella di soglia; la risonanza che ne deriva è detta risonanza di Fano-Feshbach. E' stato dimostrato [27] che la lunghezza di diffusione ha la seguente dipendenza dal campo applicato B :

$$a(B) = a_\infty \left(1 - \frac{\Delta_B}{B - B_0} \right) \quad (1.23)$$

dove B_0 è il valore del campo alla risonanza, a_∞ il valore della lunghezza di diffusione lontano dalla risonanza e Δ_B è la larghezza della risonanza. Per $B - B_0 < \Delta_B$, ovvero all'interno della risonanza, è possibile cambiare il segno ed il modulo di a_s fino ad annullare completamente le interazioni per $B - B_0 = \Delta_B$ ($a_s = 0$).

Le miscele ultra-fredde K-Rb permettono l'osservazione di risonanze di Fano-Feshbach sia interspecie che intraspecie e presentano proprietà collisionali molto diverse in base agli isotopi utilizzati per la miscela. Per questo verrà presentato di seguito un quadro dettagliato delle interazioni che esistono tra i diversi isotopi del potassio e del rubidio.

1.4.1 Proprietà collisionali del K e del Rb

Uno degli aspetti più affascinanti della fisica degli atomi freddi è la possibilità di indagare le caratteristiche delle interazioni interatomiche. Come abbiamo già detto queste interazioni possono essere descritte completamente dalla lunghezza di diffusione in onda s .

La lunghezza di diffusione per le collisioni intraspecie tra atomi di ^{87}Rb è nota da tempo: l'interazione è infatti repulsiva con $a_{\text{Rb-Rb}} = 99a_0$, dove a_0 è il raggio di Bohr [28].

Il quadro riassuntivo delle lunghezze di diffusione per i processi collisionali del potassio è riportato nelle Tab. 1.1 e 1.2. Come si vede la lunghezza di diffusione intraspecie di tripletto ^{39}K - ^{39}K è l'unica negativa ed è minore in modulo di tutte le altre. Questo comporta essenzialmente due svantaggi: l'attrazione rende instabile

lo stato fondamentale di un eventuale condensato di Bose-Einstein mentre la bassa lunghezza di diffusione fa sì che i processi di termalizzazione necessari al raffreddamento evaporativo siano poco efficienti. Per questi motivi il raffreddamento del ^{39}K è maggiormente efficace se si utilizza la tecnica del raffreddamento simpatetico. Aggiungiamo che in [29] è stata predetta una risonanza di Fano-Feshbach per il ^{39}K nello stato $|F = 1, m_F = -1\rangle$ a 43_{-18}^{+22} Gauss.

In Tab. 1.3 vengono riportate le lunghezze di diffusione interspecie tra il ^{87}Rb e i tre isotopi stabili di K. Si osservi che la lunghezza di diffusione nello stato di tripletto ^{39}K - ^{87}Rb è sensibilmente minore rispetto a quella ^{41}K - ^{87}Rb che ha permesso il raffreddamento simpatetico e la condensazione di Bose-Einstein del ^{41}K in [15].

Possiamo concludere che per raffreddare efficacemente il ^{39}K è necessario utilizzare la tecnica del raffreddamento simpatetico dal momento che, come abbiamo visto nel paragrafo precedente, non esiste raffreddamento laser sub-Doppler e la lunghezza di diffusione intraspecie è troppo bassa per utilizzare il raffreddamento evaporativo. Di contro l'interazione interspecie ^{39}K - ^{87}Rb è relativamente debole e quindi il raffreddamento simpatetico del ^{39}K si presenta come un processo molto delicato dal punto di vista sperimentale. Tuttavia, come vedremo nel Cap. 3, il risultato più importante di questa tesi sarà proprio l'osservazione del raffreddamento simpatetico del ^{39}K fino a pochi μK .

Isotopo	$a_s^s (a_0)$	$a_s^t (a_0)$	Ref.
^{39}K - ^{39}K	140_{-6}^{+3}	-33 ± 5	[29, 30, 31]
^{40}K - ^{40}K	105_{-3}^{+2}	194_{-35}^{+114}	[29, 30]
^{41}K - ^{41}K	85 ± 2	65_{-8}^{+13}	[29, 30]

Tabella 1.1: Confronto tra le lunghezze di diffusione intraspecie di singoletto e di tripletto dei tre isotopi stabili del potassio. Nell'ultima colonna vengono riportati i lavori nei quali sono stati fatti i calcoli.

$ F_1, m_{F_1}\rangle F_2, m_{F_2}\rangle$	$a_s (a_0)$
$ 2, 2\rangle + 2, 2\rangle$	-17_{-35}^{+32}
$ 2, 2\rangle + 2, 1\rangle$	-15_{-35}^{+32}
$ 2, 1\rangle + 2, 1\rangle$	5_{-17}^{+23}
$ 2, 2\rangle + 1, -1\rangle$	-18_{-34}^{+38}
$ 2, 1\rangle + 1, -1\rangle$	-19_{-54}^{+42}
$ 1, -1\rangle + 1, -1\rangle$	-33 ± 5

Tabella 1.2: Lunghezze di diffusione intraspecie del ^{39}K in campo nullo per i canali collisionali che includono stati intrappolabili magneticamente [29].

K-Rb	$a_s^s (a_0)$	$a_s^t (a_0)$	B_0 (Gauss)	Δ_B (Gauss)
39-87	824_{-70}^{+90}	35.9 ± 0.7	248.8 ± 1.6	0.26
			320.1 ± 1.6	7.9
			531.9 ± 1.2	2.7
			616.2 ± 1.5	0.10
40-87	-111 ± 5	-215 ± 10	-	-
41-87	14.0 ± 1.1	163.7 ± 1.6	17 ± 5	45
			67 ± 3	8.9
			516 ± 7	82
			688 ± 8	0.059

Tabella 1.3: Lunghezze di diffusione interspecie tra ^{87}Rb e i tre isotopi stabili del potassio. Per ogni coppia vengono anche indicati i valori del campo e le larghezze delle risonanze di Fano-Feshbach nello stato $|F = 1, m_F = 1\rangle$ [12].

Capitolo 2

Condensazione di Bose-Einstein per atomi attrattivi

Il lavoro svolto in questa tesi fa parte di un progetto più ampio mirato allo studio dei fenomeni fisici che si manifestano in presenza di diverse specie atomiche degeneri in interazione. In particolare risulta estremamente interessante la possibilità di manipolare le interazioni stesse, sia interspecie che intraspecie.

Come mostrato nel capitolo precedente, le proprietà collisionali in campo nullo del ^{39}K , sia per le collisioni intraspecie sia per le collisioni interspecie con il ^{87}Rb , sono note grazie alle misure ed ai calcoli effettuati in [12, 29, 30, 31]. Proprio l'interazione attrattiva tra gli atomi di ^{39}K rende il condensato di questa specie atomica un oggetto interessante. La fisica dei condensati di Bose-Einstein composti da atomi attrattivi è infatti un campo relativamente poco esplorato e su cui non esiste molta letteratura. La realizzazione sperimentale di questo tipo di condensati è molto difficoltosa dal momento che, se il numero di atomi è troppo grande, il sistema diventa instabile e collassa. Solitamente il numero critico per il quale avviene il collasso è molto piccolo, dell'ordine delle centinaia o migliaia di atomi; questo comporta la necessità di un controllo molto accurato del numero di atomi condensati e di un ottimo sistema di rivelazione. A causa di questi fatti sono stati osservati in precedenza soltanto i condensati attrattivi di ^7Li e ^{85}Rb .

Una delle peculiarità del nostro esperimento è rappresentata dalla possibilità di creare contemporaneamente due condensati. Questo permette di indagare il ruolo che le interazioni interspecie possono avere sulla stabilità del condensato attrattivo. La presenza del condensato repulsivo di ^{87}Rb infatti non serve solo per il raffreddamento.

damento simpatetico ma, come vedremo, rende anche il sistema globalmente più stabile.

Le simulazioni numeriche che presentiamo in questo capitolo sono state effettuate nell'ottica di fornire una stima delle grandezze osservabili e dei comportamenti del sistema composto dai due condensati di ^{39}K e ^{87}Rb in interazione. Osserviamo che questo tipo di sistema, costituito da un condensato attrattivo e da uno repulsivo, non è stato mai prodotto in precedenza. Grazie al raffreddamento simpatetico del ^{39}K , presentato in questa tesi, tale sistema è adesso finalmente accessibile. I risultati saranno quindi oggetto di una prossima verifica sperimentale.

2.1 L'equazione di Schrödinger non polinomiale

Le tecniche di intrappolamento permettono la realizzazione di condensati con ridotta dimensionalità; si tratta di condensati tridimensionali nei quali il potenziale di trappola presenta una pronunciata anisotropia in una direzione. Convenzionalmente si parla di condensati 'a forma di sigaro' se una delle frequenze di trappola è minore delle altre due e di condensato 'a forma di disco' se è maggiore. Se il rapporto $\hbar\omega_{ho}/k_B T \gg 1$, nel primo caso il sistema è approssimativamente unidimensionale, nel secondo bidimensionale.

La GPE (1.12) è uno strumento molto potente per l'indagine della dinamica di un condensato di Bose-Einstein, qualunque sia la geometria spaziale del sistema. La GPE è tuttavia un'equazione complessa che in generale deve essere risolta numericamente; è quindi importante, nei casi in cui la dimensionalità del sistema è ridotta, riuscire ad eliminare dalla trattazione i gradi di libertà superflui in modo da snellire la procedura di calcolo.

Supponiamo che il potenziale di trappola sia armonico in due direzioni e generico sulla terza:

$$V_{ext}(\vec{r}) = \frac{1}{2}m\omega_{\perp}(x^2 + y^2) + V(z) \quad (2.1)$$

possiamo allora pensare di separare la funzione d'onda del condensato in due parti [32]:

$$\Phi(\vec{r}, t) = \phi(x, y, t; \sigma(z, t))f(z, t) \quad (2.2)$$

dove la parte radiale ϕ è rappresentata da una gaussiana

$$\phi(x, y, t; \sigma(z, t)) = \frac{1}{\pi^{1/2}\sigma(z, t)} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2(z, t)}}. \quad (2.3)$$

La scelta di una funzione d'onda gaussiana nella direzione trasversa è giustificata, nel limite di basse interazioni, dal fatto che lo stato fondamentale di un'equazione di Schrödinger con potenziale armonico è una gaussiana. Assumendo che la variazione della funzione d'onda assiale sia lenta rispetto a quella della funzione d'onda radiale si ha che $\nabla\phi \simeq \nabla_{\perp}\phi$ e quindi, inserendo la (2.2) nel funzionale azione

$$S[\Phi] = \int \int dt d\vec{r} \Phi^*(\vec{r}, t) \left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \mathcal{H}(\vec{r}, t) \right] \Phi(\vec{r}, t), \quad (2.4)$$

con

$$\mathcal{H}(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{ext}(\vec{r}) + \frac{g}{2} N |\Phi(\vec{r}, t)|^2, \quad (2.5)$$

si ottiene la seguente espressione:

$$S = \int \int dt dz f^* \left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - V(z) + \right. \\ \left. - \frac{g}{2} \frac{N}{2\pi\sigma^2} |f|^2 - \frac{\hbar^2}{2m\sigma^2} - \frac{m\omega_{\perp}^2}{2} \sigma^2 \right] f. \quad (2.6)$$

Dall'equazione di Eulero-Lagrange per il funzionale (2.6) rispetto al campo σ si ottiene la dipendenza di σ da f :

$$\sigma^2 = a_{\perp}^2 \sqrt{1 + 2a_s N |f|^2} \quad (2.7)$$

dove $a_{\perp} = \sqrt{\hbar/(m\omega_{\perp})}$. Tenendo conto di questo risultato l'equazione di Eulero-Lagrange calcolata rispetto al campo f^* è

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} f = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) + \frac{gN}{2\pi a_{\perp}^2} \frac{|f|^2}{\sqrt{1 + 2a_s N |f|^2}} + \right. \\ \left. + \frac{\hbar\omega_{\perp}}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + 2a_s N |f|^2}} + \sqrt{1 + 2a_s N |f|^2} \right) \right] f \quad (2.8)$$

che è l'equazione di Schrödinger non polinomiale (NPSE). Questa equazione, grazie alla sua ridotta dimensionalità, permette di effettuare simulazioni numeriche molto veloci su di un sistema tridimensionale a simmetria cilindrica. E' stato dimostrato in diversi lavori [32, 33, 34, 35] che per tali sistemi i risultati ottenuti con la NPSE sono in accordo con quelli ottenuti con la GPE tridimensionale. Dal momento che sia la trappola ottica che la trappola magnetica presenti nel nostro esperimento sono progettate per ottenere un condensato a forma di sigaro, la NPSE è stata usata per molte delle simulazioni numeriche presentate in questo capitolo.

2.2 Il collasso

In un condensato repulsivo l'interazione tra gli atomi riesce a bilanciare l'azione di confinamento dovuta al potenziale di trappola rendendo il sistema stabile. Di contro l'interazione attrattiva tra gli atomi di un condensato di Bose-Einstein comporta necessariamente una instabilità che, sotto opportune condizioni, può portare al collasso del sistema [8, 36, 37, 38]. In un condensato attrattivo confinato in un potenziale di trappola l'energia cinetica contrasta l'attrazione tra gli atomi e riesce quindi a rendere stabile il condensato stesso; questo è vero finché l'interazione è abbastanza piccola e finché il numero di atomi condensati non supera una certa soglia. Lo studio della stabilità di un condensato attrattivo deve necessariamente partire dalla determinazione dei parametri che possono portarlo al collasso; vedremo nel seguito che, per una data geometria della trappola, l'unico parametro rilevante in questo frangente è il prodotto Na_s , che tiene conto sia del numero di atomi condensati sia della forza dell'interazione attrattiva.

Come mostrato nel Cap. 1 un condensato di Bose-Einstein, anche attrattivo, può essere descritto correttamente con la GPE. Per le simulazioni numeriche di questo paragrafo abbiamo tuttavia scelto di utilizzare la NPSE poiché può essere interessante un confronto tra i risultati ottenuti con la GPE tridimensionale [20, 39, 40] e quelli ottenuti in questa tesi con la NPSE.

Definendo i parametri adimensionali $\tilde{f} = \sqrt{a_\perp} f$ e $\tilde{\sigma}^2 = \sqrt{1 + 2a_s N |f|^2 / a_\perp}$ possiamo scrivere il funzionale energia, derivante dalla (2.6), nella forma adimensionale

$$E[\tilde{f}, \tilde{\sigma}] = \int dz \tilde{f}^* \left[\tilde{H}_z + \frac{1}{2\lambda} \left(\tilde{\sigma}^2 + \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \right) + \tilde{N} \frac{|\tilde{f}|^2}{\lambda \tilde{\sigma}^2} \right] \tilde{f} \quad (2.9)$$

dove $\lambda = \omega_z / \omega_\perp = \sqrt{a_\perp / a_z}$ e $\tilde{N} = Na_s / a_\perp$. L'equazione di Eulero-Lagrange per questo funzionale produce la NPSE indipendente dal tempo adimensionalizzata:

$$\tilde{H} \tilde{\phi} = \tilde{\mu} \tilde{\phi} \quad (2.10)$$

con

$$\tilde{H} = -\frac{1}{2} \nabla_z^2 + \tilde{V}(z) + \frac{1}{2\lambda} \left(\tilde{\sigma}^2 + \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \right) + 2\tilde{N} \frac{|\tilde{f}|^2}{\lambda \tilde{\sigma}^2} \quad (2.11)$$

dove $\tilde{V}(z) = V(z) / \hbar \omega_z$ è il potenziale di trappola.

A causa del segno negativo di a_s l'ultimo termine della (2.11) può portare al collasso del sistema; se infatti, fissato il modulo di a_s , il numero di atomi condensati

N è maggiore di una certa quantità N_{cr} tale termine prevale sugli altri. La determinazione del valore critico, così come la soluzione della (2.10), è un problema che può essere risolto soltanto numericamente.

Aggiungendo alla trattazione un'ulteriore ipotesi è tuttavia possibile trovare analiticamente una stima del valore di N_{cr} . Supponiamo di poter scrivere anche la $f(z)$ nella forma gaussiana

$$f = \frac{1}{\sqrt{\sigma_z} \sqrt{\pi}} e^{-\frac{z^2}{\sigma_z^2}} \quad (2.12)$$

mantenendo inalterata la condizione di normalizzazione (1.10); il funzionale energia diventa allora (supponendo σ lentamente variabile nelle direzioni radiali)

$$E[\sigma, \sigma_z] = \frac{1}{2} m \omega_{\perp}^2 \left(\sigma^2 + \frac{a_{\perp}^4}{\sigma^2} \right) + \frac{1}{2} m \omega_z^2 \left(\frac{a_z^4}{2\sigma_z^2} + \frac{\sigma_z^2}{2} \right) + \frac{gN}{2} \frac{1}{2\pi\sigma^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z}. \quad (2.13)$$

Il minimo della (2.13) si trova imponendo la stazionarietà rispetto ad entrambi i parametri σ e σ_z ; tale condizione porta ad un sistema di due equazioni accoppiate

$$\begin{cases} \sigma^2 = a_{\perp}^2 \sqrt{1 + \frac{2Na_s}{\sqrt{2\pi}\sigma_z}} \\ \sigma_z^2 = a_z^2 \sqrt{1 + \frac{2Na_s}{\sqrt{2\pi}\sigma^2}} \sigma_z \end{cases}. \quad (2.14)$$

Quando questo sistema ha una o più coppie di soluzioni reali positive il condensato ammette l'esistenza di uno stato fondamentale stabile, altrimenti il condensato collassa. Ai fini del calcolo è utile porre anche la (2.14) nella forma adimensionale:

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}^2 - 1 - \sqrt{2/\pi} (\tilde{N}/\tilde{\sigma}_z) = 0 \\ \lambda^2 (\tilde{\sigma}_z^4 - \lambda^{-2}) - (\sqrt{2/\pi} \tilde{N} \tilde{\sigma}_z / \tilde{\sigma}^2) = 0 \end{cases}. \quad (2.15)$$

avendo introdotto il parametro adimensionale $\tilde{\sigma}_z = \sigma_z/a_{\perp}$.

E' importante notare che sia nella (2.10) sia nelle (2.15) i parametri che possono caratterizzare totalmente il sistema sono solamente due: λ , che definisce la geometria del condensato, e \tilde{N} , che definisce l'entità dell'interazione interatomica. La determinazione del numero critico N_{cr} diventa quindi di fatto la determinazione di un \tilde{N}_{cr} : questo significa che la stabilità del condensato viene a dipendere dal prodotto Na_s . In linea di principio è dunque sempre possibile ottenere sperimentalmente un sistema stabile controllando il numero di atomi condensati e utilizzando le risonanze di Fano-Feshbach per modificare sia il segno che il modulo della lunghezza di diffusione.

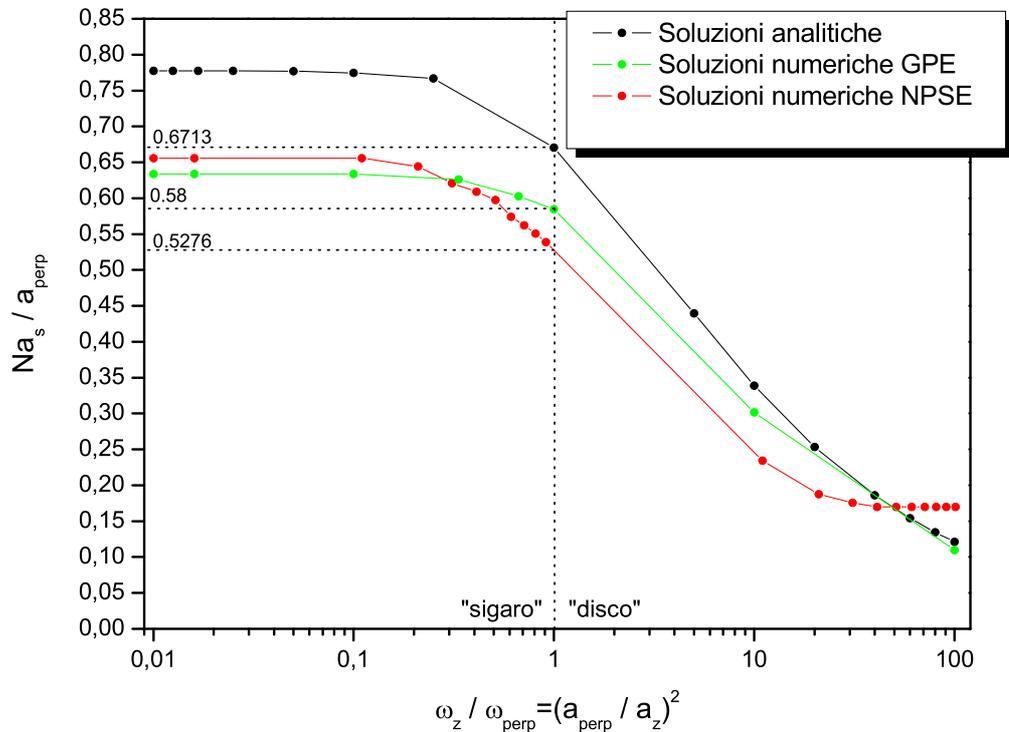


Figura 2.1: Determinazione di \tilde{N}_{cr} in funzione del parametro λ ; in nero i risultati ottenuti dalla soluzione delle (2.15), in rosso i risultati ottenuti dalla soluzione numerica della (2.10), in verde quelli ottenuti risolvendo la GPE in simmetria cilindrica. La scala orizzontale è logaritmica. Per $\lambda < 1$ il condensato è a forma di sigaro e può essere trattato come un sistema unidimensionale; per $\lambda > 1$ il condensato è a forma di disco ed è sostanzialmente un sistema bidimensionale. Sono indicati come riferimento i valori di \tilde{N}_{cr} per $\lambda = 1$ (simmetria sferica).

Il valore di \tilde{N}_{cr} può essere facilmente ottenuto cercando lo stato fondamentale del sistema con la (2.10). Se infatti $|\tilde{f}(0)|^2$ è tale che $\tilde{\sigma}^2 < 0$ si ha il collasso. L'algoritmo utilizzato per il calcolo numerico è quello dell'iterazione in tempo immaginario lungo la direzione del gradiente dell'energia [20].

In Fig. 2.1 sono riportati sia i valori di \tilde{N}_{cr} ottenuti dalla risoluzione numerica della (2.10) che quelli ottenuti dalla soluzione del sistema (2.15), in funzione¹ di λ .

¹Sperimentalmente la geometria di trappola può essere facilmente cambiata utilizzando una trappola ottica a fasci incrociati come illustrato in appendice.

Il valore ottenuto con la (2.10) per un sistema a simmetria sferica coincide correttamente con quelli trovati utilizzando la GPE in [20, 39, 40] mentre quello ottenuto risolvendo le 2.15 coincide con quello ottenuto analiticamente in [39]. Per un confronto vengono riportati in Fig. 2.1 anche i valori di \tilde{N}_{cr} ottenuti risolvendo la GPE (1.12) in simmetria cilindrica.

Per ogni specie atomica, conoscendo le frequenze e la geometria di trappola e il valore di a_s , il numero massimo N_{cr} di atomi condensati può essere facilmente ricavato calcolando

$$N_{cr} = \frac{\tilde{N}_{cr} a_{\perp}}{a_s}. \quad (2.16)$$

2.3 Sistema di due condensati interagenti

Come accennato il nostro apparato sperimentale permette di raffreddare contemporaneamente due specie atomiche. Sebbene siano già stati osservati sperimentalmente altri sistemi composti da due diversi gas degeneri (specialmente miscele bosoni-fermioni) [12, 13, 15, 16, 17], per la prima volta, nel nostro apparato è possibile avere a disposizione un sistema di due condensati interagenti, di cui uno composto da atomi attrattivi. Questo permette un'indagine molto interessante sulle interazioni intraspecie e, soprattutto, interspecie.

Per un sistema di due condensati di Bose-Einstein in interazione lo stato fondamentale può essere trovato risolvendo due equazioni di Gross-Pitaevskii accoppiate per le funzioni d'onda Φ_i [41]:

$$\begin{cases} \left[-\frac{\hbar^2}{2m_1} \nabla^2 + U_1(\vec{x}) + u_{11}|\Phi_1|^2 + u_{12}|\Phi_2|^2 \right] \Phi_1 = \mu_1 \Phi_1 \\ \left[-\frac{\hbar^2}{2m_2} \nabla^2 + U_2(\vec{x}) + u_{21}|\Phi_1|^2 + u_{22}|\Phi_2|^2 \right] \Phi_2 = \mu_2 \Phi_2 \end{cases} \quad (2.17)$$

con la condizione di normalizzazione

$$\int d\vec{x} |\Phi_i|^2 = N_i. \quad (2.18)$$

Le costanti di accoppiamento u_{ij} sono ovviamente funzione delle lunghezze di diffusione a_{ij} ; in particolare

$$u_{11} = \frac{4\pi\hbar^2 a_{11}}{m_1}$$

$$\begin{aligned}
u_{12} &= 2\pi\hbar^2 a_{12} \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \right) = u_{21} \\
u_{22} &= \frac{4\pi\hbar^2 a_{22}}{m_2}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

con la condizione $a_{12} = a_{21}$. Il potenziale totale avvertito da ciascuno dei due condensati è la somma del potenziale gravitazionale e del potenziale magnetico di trappola, che assumiamo armonico:

$$U_B^{(i)}(\vec{x}) = \frac{1}{2} m_i \sum_k \omega_{i,k}^2 x_k^2 + U_{0i}, \tag{2.20}$$

quindi

$$U_i(\vec{x}) = U_B^{(i)}(\vec{x}) + m_i g. \tag{2.21}$$

Il ruolo ricoperto dalla gravità in questo tipo di sistema è molto importante poiché, dal momento che la massa del ^{87}Rb è circa il doppio di quella del ^{39}K , avremo che i due condensati tenderanno a separarsi lungo la verticale riducendo quindi la reciproca sovrapposizione; questo porta ad una limitazione dell'interazione.

Come abbiamo visto un condensato di Bose-Einstein attrattivo tende a collassare se il numero di atomi che lo compongono supera una certa soglia. L'aspetto interessante del sistema a nostra disposizione è la contemporanea presenza di un condensato repulsivo e di uno attrattivo. Se identifichiamo il ^{87}Rb con il condensato 1 e il ^{39}K con il condensato 2, si evince direttamente dalla seconda delle (2.17) che l'interazione ^{87}Rb - ^{39}K tende a stabilizzare il condensato attrattivo. Poiché infatti $a_{K-Rb} > 0$, si ha che l'interazione interspecie aggiunge un ulteriore termine positivo all'equazione per la funzione d'onda del ^{39}K ; questo rende meno rilevante il termine di attrazione. La conseguenza diretta è un aumento del valore di N_{cr} .

Quantificare il contributo portato dal condensato di ^{87}Rb alla stabilizzazione del condensato di ^{39}K è soltanto il primo passo verso lo studio di questo sistema complesso. Esso infatti può essere modellato utilizzando le risonanze di Fano-Feshbach che permettono di cambiare il modulo e il segno delle lunghezze di diffusione a_{ij} . In particolare può essere estremamente interessante osservare come cambia la stabilità del condensato di ^{39}K al variare della forza delle interazioni K-Rb.

2.3.1 Stabilità del condensato di ^{39}K al variare di a_{K-K}

Dal momento che non è possibile variare contemporaneamente a_{K-K} e a_{K-Rb} è necessario studiare separatamente l'effetto delle interazioni intraspecie e quello delle interazioni interspecie.

Consideriamo per prima cosa l'effetto causato dalla presenza del condensato di ^{87}Rb su N_{cr} al variare di a_{K-K} . In questo caso le simulazioni numeriche sono state fatte utilizzando la GPE tridimensionale visto che sono molto importanti anche le posizioni relative dei due condensati nelle direzioni radiali; in particolare è fondamentale sapere quale è il contributo della gravità alla fisica del sistema.

Per questo ciclo di simulazioni abbiamo utilizzato le lunghezze di diffusione in campo nullo riportate nel Par. 1.4: $a_{Rb-Rb} = 99a_0$, $a_{Rb-K} = 37.4a_0$, $a_{K-K} = -33a_0$. L'interazione interspecie tende a separare i due condensati rendendo meno efficace l'azione di stabilizzazione svolta dal ^{87}Rb . Ci aspettiamo quindi che il condensato di ^{87}Rb presenti un buco nella zona occupata dal condensato di ^{39}K .

Nel seguito presentiamo i risultati ottenuti per tre diversi valori della lunghezza di diffusione intraspecie mantenendo a_{K-Rb} fissata al valore di campo nullo: $a_{K-K} = -33a_0, -10a_0, -a_0$. Lo scopo è quello di stimare il numero critico per il condensato di ^{39}K in presenza di quello di ^{87}Rb per poi confrontarlo con i risultati ottenuti nel primo paragrafo del presente capitolo. Dal punto di vista sperimentale questa simulazione serve a conoscere il numero massimo di atomi che possono essere condensati in condizioni standard e dopo averne cambiato la lunghezza di diffusione con una risonanza di Fano-Feshbach.

In questo caso la simulazione è stata fatta utilizzando i parametri propri del nostro esperimento: le frequenze di trappola per il ^{39}K sono $\omega_z \simeq 21$ Hz e $\omega_{\perp} \simeq 1270$ Hz e sono quelle che si hanno quando la millitrappola è attraversata da 100 A di corrente e quando il campo di Bias è annullato².

Il valore di N_{cr} può essere stimato cercando lo stato fondamentale per il sistema di equazioni accoppiate (2.17) con il vincolo della normalizzazione. Quando infatti l'attrazione tra gli atomi di ^{39}K diventa troppo forte non è possibile trovare uno stato che minimizzi l'energia del sistema costituito dai due condensati. L'algoritmo utilizzato per il calcolo numerico anche in questo caso è quello dell'iterazione in tempo immaginario. Da qui in avanti indicheremo per comodità N_{cr} come il numero massimo di atomi che possono essere condensati.

Dalle simulazioni effettuate all'inizio del capitolo si ottiene che N_{cr} per il condensato di ^{39}K in millitrappola (corrente 100 A) è 170 atomi. Come previsto, i risultati delle simulazioni numeriche effettuate cercando lo stato fondamentale del sistema descritto dalle (2.17) indicano che la presenza del ^{87}Rb rende il condensato di ^{39}K più stabile. Si ottiene infatti che, in campo nullo ($a_{K-K} = -33a_0$), $N_K = N_{cr} = 240$.

²Le frequenze avvertite dal ^{87}Rb possono essere ricavate sapendo che tali frequenze scalano come la radice quadrata del rapporto delle masse.

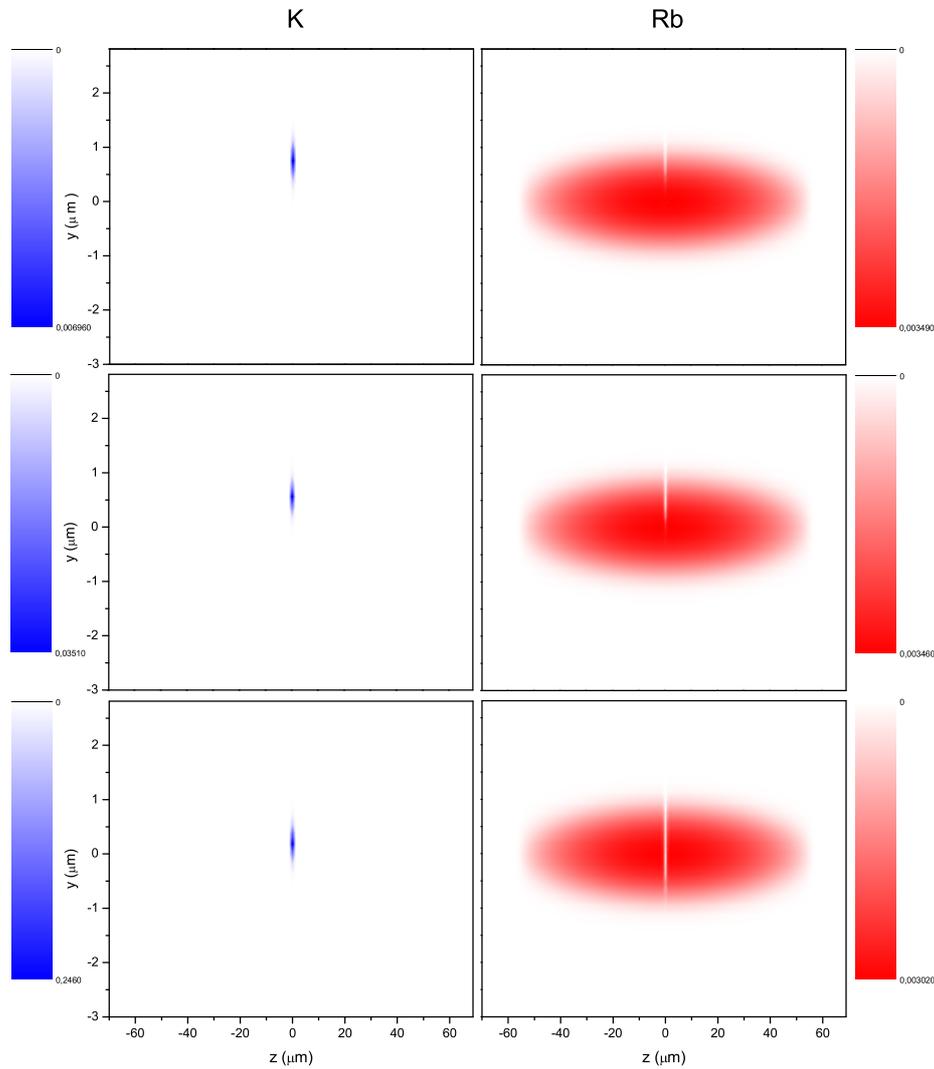


Figura 2.2: Andamenti della densità ($|\Phi|^2$) nel piano yz in unità arbitrarie per il ^{39}K (colonna di sinistra) e per il ^{87}Rb (colonna di destra) ottenuti dalle simulazioni effettuate con diversi valori della lunghezza di diffusione intraspecie a_{K-K} . Dall'alto in basso $a_{K-K} = -33a_0, -10a_0, -1a_0$. La lunghezza di diffusione interspecie è fissata al valore di campo nullo $a_{K-Rb} = 36a_0$. La gravità è diretta in verso opposto alle y ; dal confronto delle immagini per le due specie atomiche se ne può osservare l'effetto infatti, a causa della maggiore massa, il centro del condensato di ^{87}Rb si viene a trovare più in basso rispetto a quello del condensato di ^{39}K . Si noti che la densità di picco del ^{39}K è maggiore di quella del ^{87}Rb .

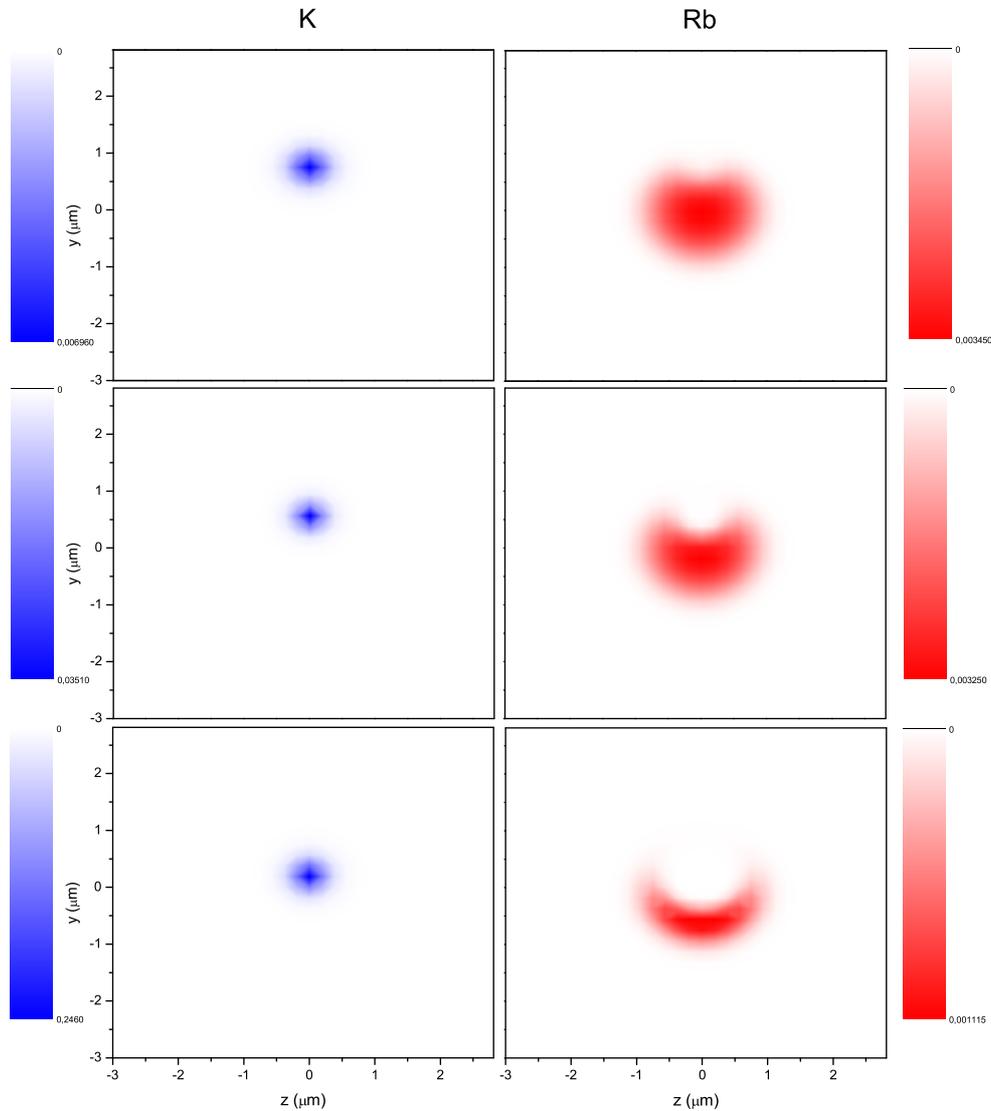


Figura 2.3: Andamenti della densità ($|\Phi|^2$) nel piano xy (u.a.) per il ^{39}K (colonna di sinistra) e per il ^{87}Rb (colonna di destra) ottenuti dalle simulazioni effettuate con diversi valori della lunghezza di diffusione intraspecie a_{K-K} . Dall'alto in basso $a_{K-K} = -33a_0, -10a_0, -1a_0$. La lunghezza di diffusione interspecie è fissata al valore di campo nullo $a_{K-Rb} = 36a_0$. La gravità è diretta in verso opposto alle y . Si può osservare che, a causa della repulsione interspecie, l'aumentare delle dimensioni del condensato di ^{39}K modifica pesantemente la forma del condensato di ^{87}Rb .

a_{K-K}	^{39}K	$^{39}\text{K}-^{87}\text{Rb}$
$-33a_0$	170	240
$-10a_0$	560	820
$-1a_0$	5600	8600

Tabella 2.1: Numero critico di atomi per il condensato attrattivo di ^{39}K confrontato con quello ottenuto risolvendo il sistema di due GPE accoppiate. Sono riportati i risultati ottenuti con tre diversi valori della lunghezza di diffusione intraspecie del ^{39}K . Si nota che la presenza del condensato di ^{87}Rb fa aumentare il numero massimo di atomi condensabili.

Nelle Fig. 2.2 e 2.3 è mostrato l'andamento della densità per il ^{39}K e per il ^{87}Rb al variare di a_{K-K} . La diminuzione del modulo della lunghezza di diffusione intraspecie del ^{39}K provoca, come ci si aspettava, un aumento significativo del numero di atomi condensati: quando $a_{K-K} = -10a_0$ si ha che $N_{cr} = 560$ mentre quando $a_{K-K} = -1a_0$ $N_{cr} = 5600$. Per questa serie di simulazioni $N_{Rb} = 50000$. Osservando le Fig. 2.2 e 2.3 si nota che l'interazione interspecie repulsiva provoca una separazione spaziale tra i due condensati; questo fenomeno, difficilmente osservabile, è noto come separazione di fase.

In Tab. 2.1 vengono comparati i valori di N_{cr} che si ottengono risolvendo la (2.10) e quelli che si ottengono risolvendo il sistema (2.17). Si evince che l'effetto di stabilizzazione dovuto alla presenza del condensato di ^{87}Rb è relativamente piccolo rispetto a quello che si ottiene variando la lunghezza di diffusione intraspecie del ^{39}K . Questo è dovuto proprio all'interazione repulsiva che provoca una separazione di fase tra i due condensati che limita l'azione dell'uno sull'altro.

2.3.2 Stabilità del condensato di ^{39}K al variare di a_{K-Rb}

L'osservazione della stabilizzazione del condensato attrattivo causata dalla presenza del condensato repulsivo è uno degli obiettivi del nostro esperimento. Per massimizzare il numero di atomi condensati di ^{39}K è necessario trovare il giusto bilanciamento tra le forze che agiscono sul sistema. Infatti, se da un lato l'interazione interspecie K-Rb tende a stabilizzare il condensato attrattivo, dall'altro tende a respingere le due specie atomiche provocando una separazione di fase. In quest'ultimo caso l'azione di stabilizzazione perde necessariamente efficienza.

Anche per questo ciclo di simulazioni sono stati utilizzati i parametri caratteris-

tici del nostro esperimento. Cambiando la lunghezza di diffusione a_{Rb-K} abbiamo cercato il valore di N_{cr} per il quale avviene il collasso. Come detto sperimentalmente a_{Rb-K} può essere fatta variare utilizzando le risonanze di Fano-Feshbach.

In Fig. 2.4 sono riportati gli andamenti delle densità del ^{39}K e del ^{87}Rb nel caso in cui $a_{K-Rb}=42a_0$. Il valore di N_{cr} ottenuto in questo caso è 250, di poco superiore a quello ottenuto per $a_{K-Rb}=36a_0$. Si osserva che, aumentando l'intensità dell'interazione interspecie, l'effetto repulsivo predomina sull'effetto di stabilizzazione: come illustrato in Fig. 2.4 il condensato di ^{39}K si sposta dal centro della trappola verso l'esterno lungo l'asse z , dove la densità di ^{87}Rb è minore, in quanto la repulsione tra le due specie al centro è troppo forte. In pratica il minimo del potenziale efficace avvertito dagli atomi di ^{39}K , definito da (vedi la seconda delle (2.17)):

$$V_2^{eff}(\vec{x}) = U_2(\vec{x}) + u_{21}|\Phi_1(\vec{x})|^2 + u_{22}|\Phi_2(\vec{x})|^2, \quad (2.22)$$

non coincide più con il minimo del potenziale prodotto dalla millitrappola, come si può vedere in Fig. 2.5. La forte repulsione interspecie fa sì che in $z=0$, dove la densità di ^{87}Rb è massima, si passi da una configurazione di minimo ad una configurazione di massimo. In ogni caso il condensato di ^{39}K si trova all'interno di quello di ^{87}Rb in modo da usufruire dell'azione di stabilizzazione. Si noti che la forma del potenziale efficace dipende sia dalla densità di ^{39}K che dalla densità di ^{87}Rb . Di conseguenza la topologia del sistema non è causata da tale potenziale. In realtà è proprio la disposizione spaziale dei due condensati che determina l'andamento del potenziale. Le figure che riportano tale andamento servono per avere una lettura alternativa, ma equivalente, della situazione illustrata nelle figure che riportano i profili di densità.

Dalle Fig. 2.4 e 2.5 si evince che la contemporanea presenza di una separazione di fase e di una forza repulsiva tra i due condensati provoca lo spostamento del ^{39}K in zone dove la densità di ^{87}Rb è più bassa. In questa situazione si viene a creare una simmetria discreta infatti la probabilità che il ^{39}K abbia la posizione di equilibrio da una parte o dall'altra del condensato di ^{87}Rb è la stessa, dal momento che le due configurazioni sono energeticamente equivalenti.

Può anche accadere che il procedimento numerico non rompa questa simmetria e che il ^{39}K si distribuisca equamente tra le due configurazioni; in questo caso il numero massimo di atomi condensati raddoppia. Vogliamo notare che il programma di simulazione sceglie uno stato piuttosto che un altro a causa degli effetti di fluttuazioni numeriche e a seconda delle diverse condizioni iniziali.

L'effetto appena descritto può essere osservato se la lunghezza di diffusione K-Rb viene portata a $50a_0$. In questo caso $N_{cr}=450$. Per questo valore di a_s la repulsione

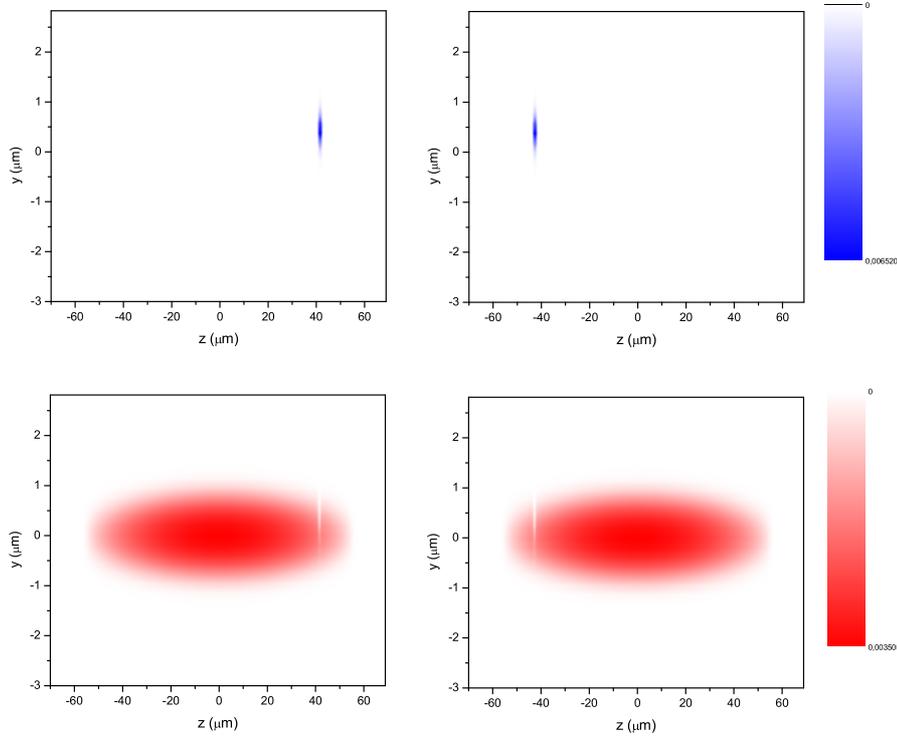


Figura 2.4: Andamenti della densità (u.a.) ottenuti dalle simulazioni effettuate con i seguenti valori delle lunghezze di diffusione: $a_{K-K}=-33a_0$, $a_{K-Rb}=42a_0$. In alto $|\Phi(0, y, z)|^2$ del ^{39}K ; in basso $|\Phi(0, y, z)|^2$ del ^{87}Rb . $N_{Rb}=50000$, $N_K=250$. La gravità è diretta in verso opposto alle y . Non vengono riportate le $|\Phi(x, y, 0)|^2$ dal momento che nel piano $z = 0$ non è presente il condensato di ^{39}K .

interspecie è sufficientemente forte da riuscire a formare due distinti condensati di ^{39}K a partire dalla stessa nube atomica, come illustrato in Fig. 2.6 e Fig. 2.7.

La nascita di due condensati agli estremi opposti del ^{87}Rb è dovuta all'interazione attrattiva caratteristica del ^{39}K che tende a concentrare il massimo numero di atomi in un punto in modo da aumentare la densità (si confronti il sistema di due condensati repulsivi analizzato in [41]). Anche in questo caso entrambi i condensati di ^{39}K restano all'interno del condensato di ^{87}Rb . Se a_{K-Rb} viene portata a $100a_0$ si osserva ancora la formazione del doppio condensato ed il numero massimo di atomi sale a 510. Per valori di a_{K-Rb} più alti di $100 a_0$ gli atomi di ^{39}K vengono a trovarsi

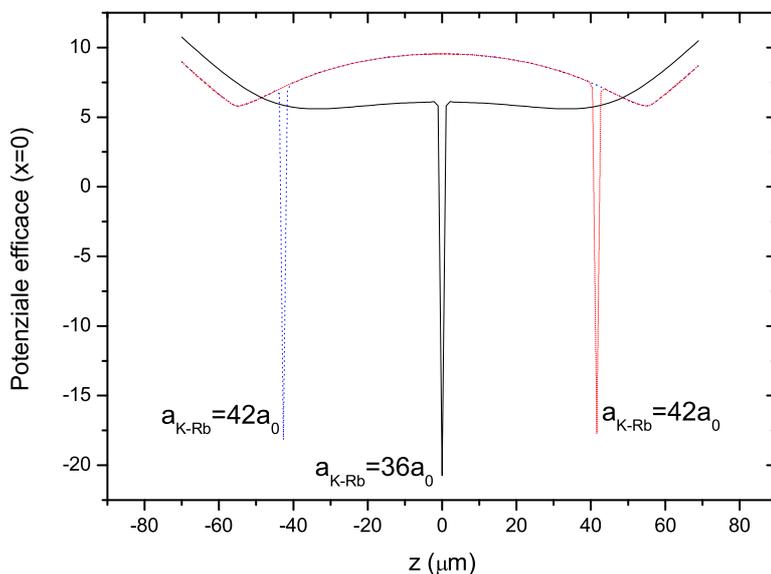


Figura 2.5: Profilo del potenziale efficace nel caso $a_{K-Rb}=36a_0$ (linea nera) e $a_{K-Rb}=42a_0$ (linea rossa e linea blu tratteggiate) lungo l'asse z passante per il baricentro del condensato nel piano $x=0$. Le unità sulle ordinate sono arbitrarie. La distanza del centro del condensato dal centro della trappola è la stessa sia che esso si sposti a destra che a sinistra.

all'esterno del condensato di ^{87}Rb e quindi l'azione di stabilizzazione viene meno.

Può essere interessante osservare il comportamento del sistema anche nel caso in cui la lunghezza di diffusione interspecie venga abbassata. Si osserva che, a fronte di una perdita di efficienza nel processo di stabilizzazione, il potenziale efficace subisce un appiattimento nella zona centrale; questo fa sì che il valore di N_{cr} sia 250, leggermente maggiore rispetto a quello predetto in condizioni standard.

In Tab. 2.2 vengono riassunti i risultati illustrati in questo paragrafo. Si osserva che il numero massimo di atomi condensati di ^{39}K resta praticamente costante al variare di a_{K-Rb} ; questo finché non si ha la nascita del doppio condensato. Anche in questo caso tuttavia il numero di atomi contenuti in ciascun condensato è confrontabile con quello del condensato singolo. Se ne conclude che l'effetto di stabilizzazione portato dall'incremento di a_{K-Rb} viene schermato dall'aumentare della repulsione tra le due specie atomiche.

In conclusione possiamo dire che il metodo più efficace per stabilizzare un conden-

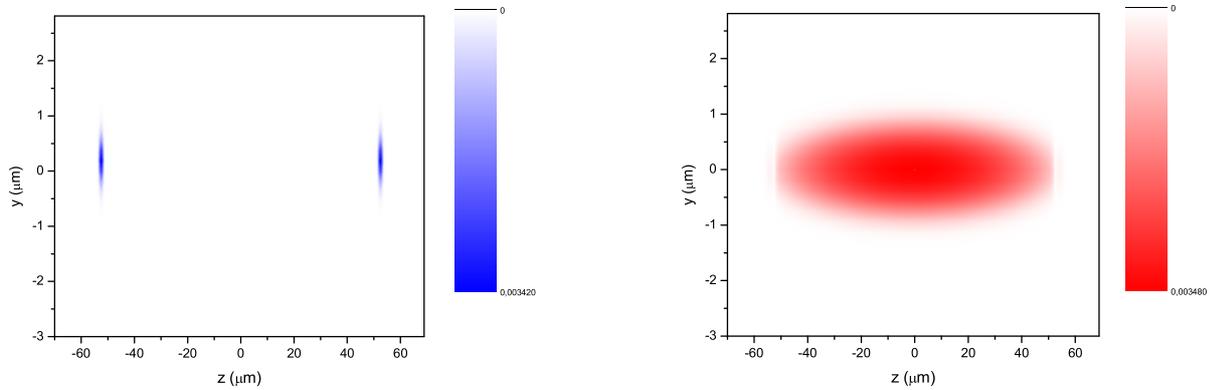


Figura 2.6: Sono riportati gli andamenti della densità (u.a.) ottenuti dalle simulazioni effettuate con i seguenti valori delle lunghezze di diffusione: $a_{K-K} = -33a_0$, $a_{K-Rb} = 50a_0$. A sinistra $|\Phi(0, y, z)|^2$ del ^{39}K ; a destra $|\Phi(0, y, z)|^2$ del ^{87}Rb . $N_{Rb} = 50000$, $N_K = 450$. La gravità è diretta in verso opposto alle y .

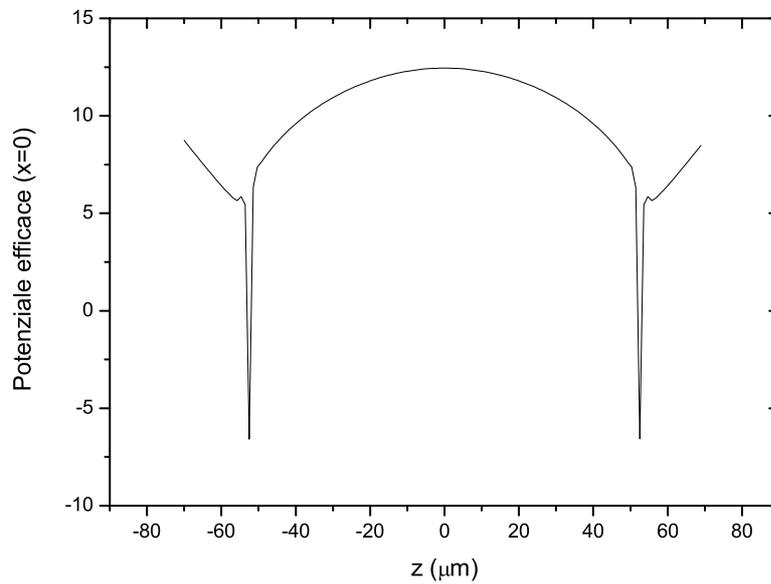


Figura 2.7: Profilo del potenziale efficace nel caso $a_{K-Rb} = 50a_0$ (linea rossa) lungo l'asse z passante per il baricentro del condensato nel piano $x=0$. Le unità sulle ordinate sono arbitrarie.

a_{K-Rb}	N_{cr}
$25a_0$	250
$42a_0$	250
$36a_0$	240
$50a_0$	450 ^(*)
$100a_0$	510 ^(*)

Tabella 2.2: Numero critico di atomi per il condensato attrattivo di ^{39}K per diversi valori di della lunghezza di diffusione interspecie a_{K-Rb} . Con l'asterisco (*) vengono indicati i valori per i quali si ha la formazione di un doppio condensato.

sato attrattivo è utilizzare la risonanza di Fano-Feshbach intraspecie per diminuire l'intensità dell'attrazione. In questo modo è possibile far aumentare il numero di atomi condensati di circa due ordini di grandezza. L'effetto del condensato di ^{87}Rb è invece piuttosto debole dal momento che l'aumento medio del numero di atomi condensati di ^{39}K , dovuto alla presenza del condensato repulsivo, è circa del 50%. Questo è dovuto all'interazione repulsiva interspecie che, se da un lato tende a stabilizzare il condensato di ^{39}K , dall'altro provoca una separazione di fase che rende i due condensati debolmente interagenti. Tale effetto è evidenziato dallo spostamento del condensato di ^{39}K dal centro ai lati di quello di ^{87}Rb .

Capitolo 3

L'apparato sperimentale

In questo capitolo vengono descritti sinteticamente i sistemi e le procedure che vengono utilizzati nel nostro laboratorio per la produzione e l'osservazione di una miscela ultra-fredda di ^{39}K e ^{87}Rb .

Il raffreddamento laser delle due specie atomiche avviene utilizzando quattro diverse sorgenti laser a semiconduttore. Questa scelta è stata effettuata dal momento che tale tipo di laser garantisce una buona affidabilità ed un'ottima accordabilità in frequenza a fronte di una grande facilità di montaggio. I laser a semiconduttore sono inoltre relativamente economici e molto robusti.

I circuiti ottici utilizzati per la preparazione dei fasci sono disposti su di un tavolo ottico diverso da quello che ospita l'apparato da vuoto in modo da fornire maggiore stabilità al sistema. Il trasferimento dei fasci laser da un tavolo all'altro avviene con delle fibre ottiche. L'utilizzo della fibra ottica permette di ottenere velocemente l'allineamento dei fasci sul tavolo ottico dell'apparato da vuoto. Infatti una volta che un fascio è stato allineato in entrata alla fibra è garantito un fascio collimato in uscita.

Come si vede in Fig. 3.1 l'apparato da vuoto da noi utilizzato è costituito essenzialmente da tre diverse camere: una centrale e due laterali. In una delle camere laterali è presente una trappola magneto-ottica bidimensionale (2D-MOT) di ^{39}K , nell'altra di ^{87}Rb . La 2D-MOT è il primo stadio di raffreddamento del nostro esperimento ed è uno degli aspetti originali che lo rendono molto efficiente. Questo tipo di trappola magneto-ottica garantisce un alto flusso di atomi freddi all'interno della camera centrale e quindi un veloce caricamento della MOT tridimensionale. Grazie a questa caratteristica è possibile dimezzare il tempo che occorre solitamente per la produzione del condensato. È stato scelto di preraffreddare le due specie atomi-



Figura 3.1: Immagine fotografica delle tre camere che costituiscono l'apparato da vuoto del nostro esperimento. Sulla sinistra la 2D-MOT di ^{87}Rb , sulla destra la 2D-MOT di ^{39}K e al centro la camera che ospita la 3D-MOT mista ^{87}Rb - ^{39}K e la millitrappola.

che in due camere distinte in modo da poter gestire indipendentemente i due fasci atomici.

La produzione della miscela ultra-fredda avviene al centro della camera centrale in una MOT tridimensionale. Durante questa fase gli atomi vengono inoltre ulteriormente raffreddati e preparati nello stato desiderato in vista del trasferimento in trappola magnetica. Proprio la trappola magnetica, distante 2.5 cm dal centro della camera centrale, rappresenta la maggiore particolarità dell'esperimento: la *millitrappola* è stata progettata per unire i vantaggi che si hanno utilizzando le trappole standard a quelli che si hanno utilizzando le microtrappole. Grazie alle sue ridotte dimensioni essa permette di ottenere gradienti di campo magnetico molto ampi utilizzando correnti, e quindi potenze, molto basse. Questo, come vedremo, ci ha permesso di raggiungere la condensazione di Bose-Einstein per il ^{87}Rb in pochi secondi.

3.1 Le sorgenti laser

Per raffreddare sia il ^{87}Rb che il ^{39}K sono necessarie quattro sorgenti laser; una di raffreddamento e una di ripompaggio per ciascuna delle due specie atomiche.

Rubidio 87

La luce di raffreddamento a 780 nm è fornita da un Amplificatore Ottico (Topica TA100), il cui oscillatore locale è un diodo laser (Sanyo DL7140 da 70 mW) in cavità estesa in configurazione *Littrow*; in uscita la potenza totale è di 600 mW. Come detto nel capitolo precedente il compito di questo laser è quello di eccitare la transizione $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$.

L'aggancio in frequenza è ottenuto tramite la tecnica del trasferimento di modulazione. Una piccola parte del fascio in uscita viene prelevata e divisa a sua volta in due fasci. Uno dei due fasci, detto di analisi, attraversa una cella contenente ^{87}Rb allo stato gassoso ed intercetta la superficie di un fotodiodo. Il secondo fascio, detto di pompa, dopo aver attraversato un modulatore acusto-ottico (AOM) in doppio passaggio viene immesso nella cella di ^{87}Rb nella stessa direzione ma in verso opposto rispetto al fascio di analisi realizzando così uno schema di spettroscopia di saturazione. L'AOM ha il duplice compito di spostare e di modulare la frequenza del fascio di pompa.

Il principio della saturazione di una transizione è alla base della tecnica da noi utilizzata. Supponiamo che un gas di atomi contenuto in una cella venga illuminato da un fascio laser con una frequenza capace di eccitare una delle transizioni atomiche. All'aumentare dell'intensità del fascio aumenta il numero di atomi eccitati e, di pari passo, diminuiscono gli atomi nello stato fondamentale: il processo va avanti fino a che non si raggiunge il limite per cui metà atomi popolano il livello superiore e l'altra metà quello inferiore: da questo momento ogni aumento dell'intensità della luce laser non può alterare il rapporto tra le popolazioni dei due livelli e la transizione si dice saturata.

Se la frequenza del laser è ν , per effetto Doppler, la frequenza percepita da un atomo in moto con velocità v nella stessa direzione del fascio sarà $\nu - kv^1$; dove $k = \nu/c$, con c velocità della luce. Allora la transizione può avvenire solo se

$$|\nu - kv - \nu_0| < \Gamma \quad (3.1)$$

dove ν_0 è la frequenza della transizione atomica e Γ è la larghezza naturale del livello superiore.

¹L'incremento o la diminuzione della frequenza avvertita dipende dal moto relativo degli atomi rispetto al fascio: se il verso di propagazione coincide la frequenza è minore di quella nel sistema di riferimento del laboratorio; altrimenti è maggiore.

Prima del passaggio del laser gli atomi sono approssimativamente tutti nello stato fondamentale e le loro velocità hanno una distribuzione gaussiana secondo la nota legge di Maxwell-Boltzmann. Quando inizia l'interazione con la radiazione una parte degli atomi che soddisfano la condizione (3.1) passa allo stato eccitato; ecco che si crea una buca (*dip*) nella distribuzione gaussiana delle velocità centrata in v e larga $\delta v = c\Gamma/\nu$.

Se adesso sovrapponiamo al primo fascio un secondo fascio contropropagante di frequenza ν' avremo che lo stesso atomo avvertirà rispettivamente le frequenze $\nu - kv$ e $\nu' + k'v$. Esiste una ristretta classe di atomi per la quale entrambi i fasci sono in risonanza con la transizione; è la classe definita dagli atomi con velocità tale che

$$\nu - kv = \nu' + k'v = \nu_0; \quad (3.2)$$

ovviamente tale velocità deve essere compresa nella distribuzione termica definita dalla teoria di Boltzmann.

Si può fare in modo che uno dei due fasci (quello di pompa) sia abbastanza intenso da saturare la transizione così che il profilo gaussiano di assorbimento dell'altro fascio subisca una notevole diminuzione in corrispondenza delle classi di atomi che soddisfano la (3.2); questo permette una risoluzione sub-Doppler delle righe atomiche.

Nella pratica non è necessario arrivare alla saturazione per osservare i dip sub-Doppler inoltre, negli atomi a molti livelli, il processo appena descritto si somma molto spesso al pompaggio ottico che spopola molto efficacemente il livello fondamentale; l'effetto complessivo è comunque lo stesso.

Nel nostro apparato il doppio passaggio *in somma* attraverso l'AOM provoca uno spostamento della frequenza ν del fascio di pompa di $2\delta\nu$, con $\delta\nu=168.8$ MHz. Il fascio di analisi si trova a una frequenza $\nu = \nu_0 - \delta\nu$ mentre quello di pompa ovviamente ad una frequenza $\nu' = \nu_0 + \delta\nu$; questa configurazione soddisfa la (3.2) a meno di correzioni di ordine v/c . Dato che la frequenza del fascio di analisi coincide con quella in uscita dal laser avremo che questo sarà disaccordato di 168.8 MHz verso il rosso rispetto alla transizione di raffreddamento $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$.

Il profilo di assorbimento del fascio di analisi, modulato dall'AOM, viene rivelato dal fotodiode e viene processato da un amplificatore *lock-in* per ottenerne la derivata prima, che è un ottimo riferimento in frequenza visto che ad ogni *dip* nel profilo corrisponde uno zero nella derivata. Un amplificatore reazionato con guadagno proporzionale ed integrale (PI controller²) utilizza il segnale in uscita dal lock-in per

²Sia il PI controller che il lock-in sono stati realizzati dall'equipe del laboratorio sulla base di

compensare, tramite un cristallo piezoelettrico posto nella cavità estesa, le derive in frequenza del laser.

La luce di ripompaggio è fornita da un ulteriore diodo laser (Sanyo DL7140 da 70 mW), in cavità estesa di Littrow, la cui potenza in uscita è 25 mW. Anche in questo caso l'aggancio in frequenza viene ottenuto con la tecnica del trasferimento di modulazione; il doppio passaggio *in sottrazione* del fascio di analisi attraverso l'AOM fa sì che il laser di ripompaggio sia disaccordato verso il blu di 77.5 MHz rispetto alla transizione di riferimento $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$.

Potassio 39

Per il raffreddamento del ^{39}K il laser di ripompaggio a 767 nm è un laser commerciale (Topica DLX110) capace di erogare 500 mW di potenza. Una parte del fascio uscente viene prelevata, fatta passare attraverso un AOM, che ne aumenta la frequenza di 161.1 MHz, e successivamente iniettata in un Amplificatore Ottico (*chip* EagleYard EYP-TPA-0765 da 3 A) capace di erogare 1 W di potenza con 10 mW in iniezione. La luce in uscita dall'amplificatore è la luce di raffreddamento. Ricordiamo che la distinzione formale tra luce di raffreddamento e luce di ripompaggio nel caso del ^{39}K perde di significato.

Questa volta è sufficiente agganciare in frequenza un solo laser in quanto la frequenza del laser di raffreddamento è ottenuta dallo spostamento della frequenza del laser di ripompaggio. Lo schema per l'aggancio è del tutto analogo a quelli del ^{87}Rb ; la differenza fondamentale è che in questo caso non viene risolta la struttura iperfine delle righe dal momento che, come detto, non è possibile eccitare una ben precisa transizione iperfine. Il doppio passaggio nella fase di aggancio è *in sottrazione* e il laser di ripompaggio emette 85.3 MHz sopra la transizione $|F = 2\rangle \rightarrow |F'\rangle$ e 376.7 MHz sotto la transizione $|F = 1\rangle \rightarrow |F'\rangle$; di conseguenza il fascio di raffreddamento emette 54.5 MHz al di sotto della transizione $|F = 1\rangle \rightarrow |F'\rangle$ e 407.5 MHz al di sopra della transizione $|F = 2\rangle \rightarrow |F'\rangle$ (vedi Fig. 3.2).

Preparazione dei fasci

Ognuno dei quattro fasci in uscita viene scomposto in più fasci secondo lo schema di Fig. 3.3. Tale operazione è necessaria per poter gestire indipendentemente i vari progetti dell'officina elettronica del LENS.

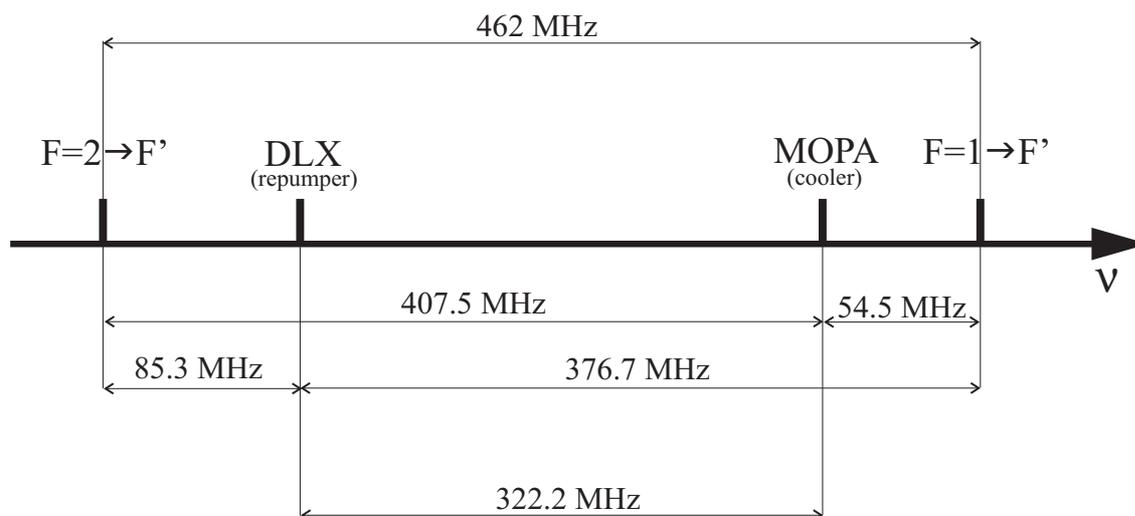


Figura 3.2: Distanza relativa in frequenza tra i fasci di raffreddamento e di ripompaggio e le transizioni atomiche $|F = 1\rangle \rightarrow |F'\rangle$ e $|F = 2\rangle \rightarrow |F'\rangle$.

stadi del processo che porta alla condensazione di Bose-Einstein del ^{87}Rb ed alla produzione della miscela ultra-fredda. Tutte le suddivisioni avvengono mediante una lamina $\lambda/2$ e un cubo polarizzatore. Il doppio passaggio attraverso gli AOM permette di controllare la frequenza e l'intensità di ciascun fascio. Una volta processati i vari fasci vengono iniettati nelle fibre ottiche che portano così la luce laser nel tavolo ottico dove è presente l'apparato da vuoto³. A causa della particolare struttura dei livelli atomici del ^{39}K è necessario aver cura che la polarizzazione del laser di ripompaggio sia uguale a quella del laser di raffreddamento in ogni stadio dell'esperimento; questo accorgimento non è richiesto per i laser del ^{87}Rb .

3.2 Il sistema da vuoto

La condensazione di Bose-Einstein richiede il raggiungimento di temperature dell'ordine del centinaio di nK. Per mantenere tali temperature è cruciale operare sotto vuoto spinto ($\simeq 10^{-10}$ mbar) poiché gli urti del campione con eventuali altri atomi porterebbero ad un eccessivo riscaldamento. Per evitare che gli atomi freddi urtino le pareti della cella si utilizzano invece sistemi di confinamento magnetico.

Il nostro apparato da ultra alto vuoto è composto da due camere esterne collegate

³Come detto, per migliorare la stabilità del sistema il circuito ottico è stato montato su un tavolo diverso da quello dell'apparato da vuoto.

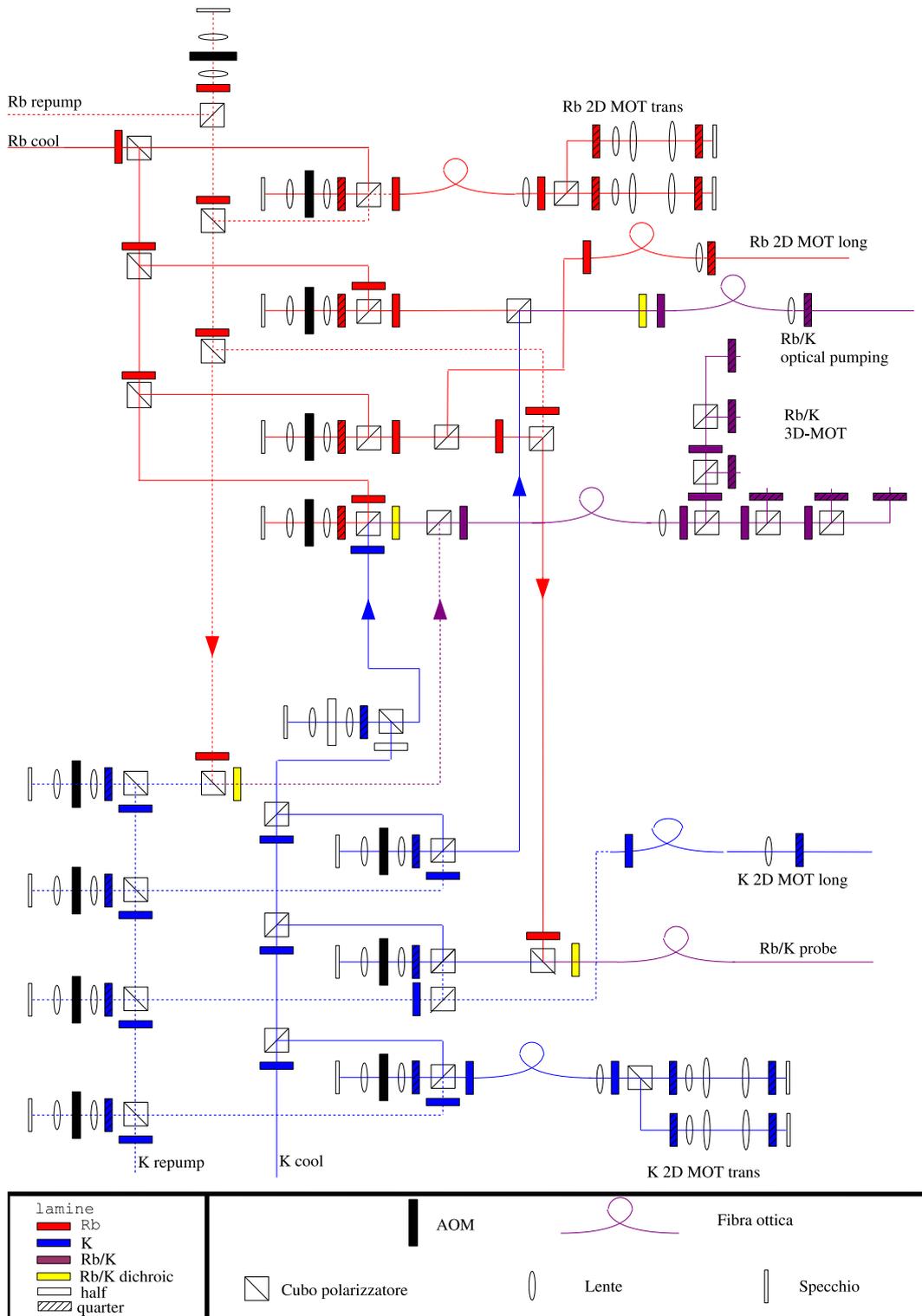


Figura 3.3: Disegno schematico per la suddivisione dei quattro fasci principali.

ad una camera centrale (vedi Fig. 3.1). In ognuna delle due camere esterne il vuoto è assicurato da una pompa ionica da 20 l/s (Varian Vac Ion Plus 20) che mantiene una pressione di $\sim 10^{-9}$ mbar mentre nella camera centrale agisce una pompa ionica da 55 l/s (Varian Vac Ion Plus 55) che mantiene una pressione di $\sim 10^{-11}$ mbar. Inoltre è presente una pompa a sublimazione di titanio, costituita da quattro filamenti. Riscaldando i filamenti si induce la sublimazione controllata del titanio; quest'ultimo va a depositarsi sulle pareti della camera da vuoto formando un fine strato. Questo strato di titanio adsorbe facilmente i vapori alcalini e l'idrogeno, che rappresenta la componente più significativa del degassamento dell'acciaio. L'effetto è quindi di pompaggio finché lo strato non viene saturato. A quel punto occorre provvedere a depositare uno strato fresco: nel nostro esperimento usiamo la pompa a sublimazione ad intervalli regolari di circa un mese.

La misura della pressione nella camera centrale avviene con un misuratore di tipo Bayard-Alpert a catodo caldo che riesce a misurare fino a 10^{-12} mbar.

Tra le camere laterali e quella centrale ci sono valvole tutto-metallo che permettono di isolare ciascuna di esse in caso di necessità. Ci sono valvole tutto metallo anche tra ognuna delle camere e l'esterno.

Il collegamento tra le camere laterali e quella centrale è assicurato da due soffiotti in modo da prevenire stress meccanici; all'interno di ogni soffietto ci sono tre tubi di grafite di diametro interno crescente che servono per migliorare il pompaggio degli alcalini dalla cella.

3.3 Intrappolamento magneto-ottico

Il primo stadio della maggior parte dei moderni esperimenti sugli atomi freddi è costituito da una trappola magneto-ottica (MOT). Questa combina il raffreddamento prodotto dalla pressione di radiazione esercitata da due fasci laser contropropaganti al potere intrappolante di un gradiente di campo magnetico.

Due bobine poste in configurazione *anti-Helmholtz* creano un campo magnetico nullo al centro del cilindro da esse individuato, con un gradiente approssimativamente costante (campo di quadrupolo); l'accoppiamento di tale campo con il momento magnetico proprio degli atomi dà luogo ad una separazione Zeeman che varia spazialmente:

$$\Delta E = g_F \mu_B m_F B(r) \quad (3.3)$$

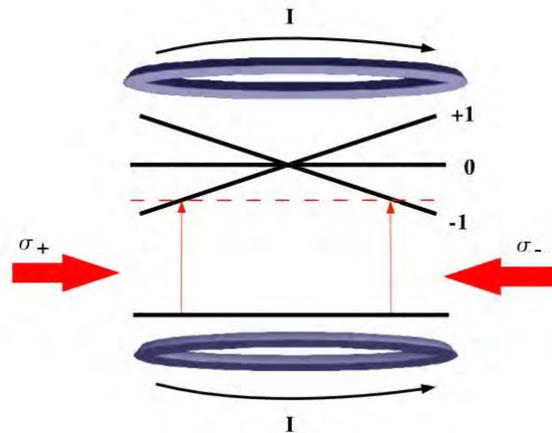


Figura 3.4: Schema di funzionamento di una MOT unidimensionale. Viene riportato lo spostamento Zeeman dei livelli $F = 0$ e $F = 1$ in funzione della posizione. L'andamento del campo magnetico è proporzionale alla linea $+1$.

dove g_F è il fattore di Landé, μ_B il magnetone di Bohr e m_F la proiezione del momento magnetico atomico sull'asse del campo.

Per costruire una MOT unidimensionale bisogna far intersecare due fasci laser contropropaganti accordati verso il rosso rispetto alla transizione atomica, che per semplicità supporremo $|F = 0\rangle \rightarrow |F' = 1\rangle$. I due fasci devono avere polarizzazione circolare opposta in modo che il fascio polarizzato σ^+ si propaghi nella direzione in cui il campo è crescente, come in Fig. 3.4.

Sempre in riferimento alla Fig. 3.4 consideriamo adesso un atomo che si muova verso sinistra (nella zona con $x < 0$) con una certa velocità v ; a causa dell'effetto Doppler e del *detuning* rosso questo assorbirà preferenzialmente fotoni provenienti dal fascio con polarizzazione σ^+ che si propaga in direzione opposta a quella in cui si sta muovendo. L'assorbimento del fotone da parte dell'atomo provoca la transizione $|F = 0, m_F = 0\rangle \rightarrow |F' = 1, m'_F = +1\rangle$; il rinculo che ne consegue tende a rallentare l'atomo. Viceversa, se un atomo si muove verso destra, i fotoni assorbiti apparterranno al fascio polarizzato σ^- e l'effetto sarà ancora un rallentamento. Una volta invertito il moto e oltrepassato lo zero di campo l'atomo tornerà di nuovo ad assorbire fotoni dall'altro fascio.

Notiamo che all'assorbimento di ogni fotone corrisponde una successiva emissione spontanea; tuttavia questa non porta in media allo spostamento dell'atomo data l'aleatorietà di tale emissione; l'effetto netto dell'intero processo è quindi un raffreddamento del gas dovuto all'interazione con la radiazione (come nelle *melasse*

ottiche) combinato ad una consistente forza di richiamo armonica, in un intorno del minimo di campo magnetico, che tende a confinare gli atomi in una limitata regione di spazio, con dimensioni variabili da qualche centinaio di μm a qualche mm a seconda dell'intensità del campo magnetico e dei laser utilizzati [42].

3.4 La MOT bidimensionale

Il primo stadio del nostro esperimento è costituito da una MOT bidimensionale (2D-MOT); essa ha il compito di intrappolare e raffreddare gli atomi a partire dalla pressione di vapore di un campione solido.

In una delle camere esterne del nostro apparato da vuoto è presente una 2D-MOT di ^{39}K , nell'altra una 2D-MOT di ^{87}Rb . Tale sistema permette di avere a disposizione due fasci di atomi freddi controllabili indipendentemente; questi rappresentano due sorgenti ottimali per il caricamento della MOT tridimensionale mista K-Rb posta nella camera centrale [26]. Questa configurazione di preraffreddamento consente di controllare in maniera molto efficiente il numero di atomi caricati nella 3D-MOT, vedremo nel seguito che tale controllo è cruciale per il raffreddamento simpatetico del ^{39}K .

Lo schema dell'apparato di ciascuna delle camere esterne è riportato in Fig. 3.5: quattro finestre forniscono l'accesso ottico ai quattro fasci di trappola trasversali che, combinati con il campo a simmetria assiale generato da due bobine rettangolari poste all'esterno della cella, producono la 2D-MOT. Tramite un sistema di ottiche cilindriche viene data ai fasci di trappola una forma ellittica (rapporto tra gli assi 3:1) in modo da assecondare la forma allungata della camera. Lungo l'asse della cella è presente un quinto fascio (di *push*), polarizzato σ^+ , il cui scopo è di spingere gli atomi appena intrappolati e raffreddati attraverso il foro, di 1 mm di diametro, posto al centro dello specchio di uscita.

La 2D-MOT permette di selezionare una ristretta classe di atomi con velocità molto basse anche nella direzione longitudinale [43, 44], dal momento che l'azione dei fasci di MOT è maggiormente efficace per gli atomi più lenti. Se infatti un atomo possiede una velocità longitudinale alta il tempo che impiega ad attraversare la cella è troppo breve per permettere ai fasci di intrappolarlo. Avremo quindi che lungo l'asse della cella verranno intrappolati soltanto gli atomi con velocità longitudinali sufficientemente basse. L'utilizzo del fascio di *push* è quindi necessario per fornire agli atomi la velocità che serve per attraversare il foro di uscita.

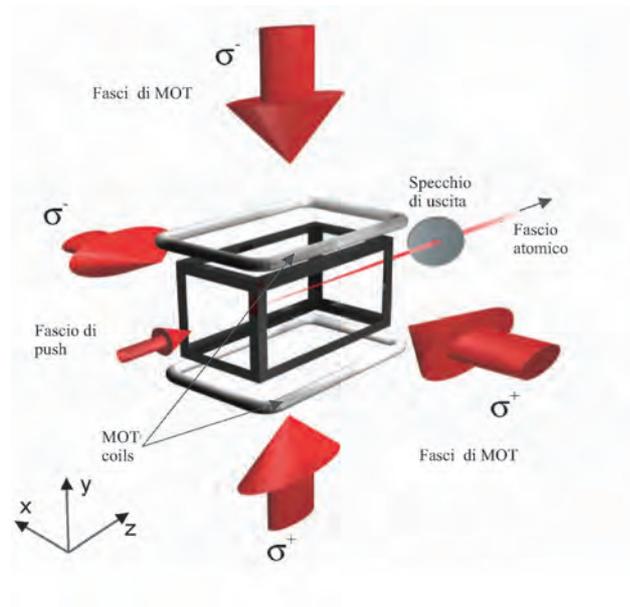


Figura 3.5: Schema valido per ciascuna delle 2D-MOT presenti in laboratorio. Le due bobine producono un gradiente di campo magnetico nel piano xy ; il gradiente lungo l'asse z è invece trascurabile.

	^{87}Rb	^{39}K
Gradiente campo magnetico (piano xy)	17 Gauss/cm	14 Gauss/cm
Potenza dei fasci di MOT	<i>Cooler</i> : 50 mW <i>Repumper</i> : 2.5 mW	<i>Cooler</i> : 85 mW <i>Repumper</i> : 45 mW
<i>Detuning</i> fasci di MOT	<i>Cooler</i> : -1.2Γ <i>Repumper</i> : -0.2Γ	<i>Cooler</i> : -4.92Γ <i>Repumper</i> : -6.32Γ
Potenza del fascio di <i>push</i>	6 mW	6 mW
<i>Detuning</i> fascio di <i>push</i>	-1.5Γ	-9.45Γ
Flusso di atomi in uscita	10^9 atomi/s	6.2×10^{10} atomi/s
Velocità atomi in uscita	$\simeq 15$ m/s	$\simeq 30$ m/s

Tabella 3.1: Sono riportati, per ognuna delle 2D-MOT, i valori dei parametri significativi. Da notare che il fascio di *push* per il ^{87}Rb è composto dal solo laser di raffreddamento mentre per il ^{39}K dal solo laser di ripompaggio.

Nella Tab. 3.1 sono riportati i valori dei parametri sperimentali che permettono di avere la configurazione ottimale per ciascuna delle 2D-MOT.

3.5 La MOT tridimensionale

La MOT tridimensionale (3D-MOT) è lo stadio di preraffreddamento più usato nei processi che portano ai regimi di degenerazione quantistica nei gas atomici diluiti.

Come visto nel paragrafo precedente il caricamento è assicurato dai fasci atomici in uscita dalle 2D-MOT. Il campo di quadrupolo è fornito da due bobine con diametro esterno 15 cm e diametro interno 4 cm attraversate da 4 A di corrente e poste in contatto con un supporto di alluminio raffreddato ad acqua. Il campo si annulla al centro della camera centrale e presenta un gradiente assiale di 16 Gauss/cm. Lo schema della 3D-MOT mista K-Rb è completato dalla presenza di sei fasci laser di 9.4 mm di *waist* (due contropropaganti per ogni asse) che si intersecano al centro della camera centrale. Ogni fascio è composto a sua volta dalla sovrapposizione di quattro fasci: due per la 3D-MOT di ^{39}K (raffreddamento e ripompaggio) e due per la 3D-MOT di ^{87}Rb (raffreddamento e ripompaggio); i dettagli sono riportati in Tab. 3.2. L'effetto di eventuali campi magnetici spurî (come quello terrestre) è fortemente ridotto da un set di sei bobine di compensazione (due per ogni asse).

Dopo 10 s la 3D-MOT carica $\simeq 10^9$ atomi di ^{87}Rb a $\simeq 100 \mu\text{K}$. Come vedremo nel Cap. 3, per ottenere il raffreddamento simpatetico del ^{39}K è necessario che il numero di atomi di potassio caricati nella 3D-MOT sia molto minore di quello di rubidio. Questa condizione può essere raggiunta controllando la durata del fascio di *push* che spinge gli atomi fuori dalla 2D-MOT di ^{39}K ; tipicamente carichiamo $\simeq 10^5$ atomi di ^{39}K a qualche centinaio di μK .

	^{87}Rb	^{39}K
Potenza	<i>Cooler:</i> 7 mW <i>Repumper:</i> 1 mW	<i>Cooler:</i> 7 mW <i>Repumper:</i> 3 mW
<i>Detuning</i>	<i>Cooler:</i> -2.8Γ <i>Repumper:</i> -0.25Γ	<i>Cooler:</i> -2.8Γ <i>Repumper:</i> -7.8Γ

Tabella 3.2: Potenza e *detuning* dei quattro laser che compongono ciascuno dei fasci della 3D-MOT.

3.6 La melassa ottica e il pompaggio ottico

Al termine della fase di 3D-MOT e prima del trasferimento degli atomi nella trappola magnetica (dove avverrà la condensazione) debbono essere operate sugli

	^{87}Rb	^{39}K
<i>Detuning</i> in melassa	<i>Cooler</i> : -6.2Γ <i>Repumper</i> : -0.25Γ	<i>Cooler</i> : -25Γ <i>Repumper</i> : -5Γ
Potenza dei fasci di pompaggio ottico	<i>Cooler</i> : 0.2 mW	<i>Cooler</i> : 1 mW <i>Repumper</i> : 0.8 mW

Tabella 3.3: Sono riportati i parametri maggiormente significativi riguardanti le fasi di melassa ottica e di pompaggio ottico. Il fascio di ripompaggio del ^{87}Rb non è presente durante la fase di pompaggio ottico.

atomi due ulteriori operazioni: la melassa ottica e il pompaggio ottico. La prima è necessaria per aumentare la densità nello spazio delle fasi; la seconda per trasferire tutti gli atomi (sia di ^{87}Rb che di ^{39}K) nello stato Zeeman $|F = 2, m_F = 2\rangle$.

Durante la fase di melassa, che dura 3.5 ms, viene spento il campo di quadrupolo e viene leggermente aumentato il *detuning* dei fasci di MOT (vedi Tab. 3.3). Grazie alla pressione di radiazione gli atomi vengono ulteriormente raffreddati infatti, se il *detuning* è sufficientemente grande, la temperatura sub-Doppler raggiungibile in melassa è proporzionale a I/δ dove I è l'intensità dei fasci e δ il loro *detuning* rispetto alla transizione. Allo scopo di proiettare gli atomi nello stato iperfine $|F = 2\rangle$ i fasci di ripompaggio vengono spenti 1 ms dopo i fasci di raffreddamento (*pompaggio iperfine*).

Alla fine della melassa gli atomi si trovano quindi distribuiti in tutti i sottolivelli Zeeman dello stato $|F = 2\rangle$. Poiché, come vedremo nel Par. 3.8, vogliamo trasferire in trappola magnetica gli atomi nello stato $|F = 2, m_F = 2\rangle$, è necessario effettuare un pompaggio ottico verso tale stato. Questo viene realizzato illuminando il campione per 650 μs con un fascio polarizzato σ^+ e risonante con la transizione $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$; l'asse di quantizzazione viene definito accendendo un debole campo magnetico nella direzione del fascio. Mentre il fascio di raffreddamento del ^{87}Rb e i fasci di raffreddamento e di ripompaggio del ^{39}K provengono, in questa fase, da una fibra dedicata, la luce di ripompaggio del ^{87}Rb è fornita direttamente dai fasci di 3D-MOT.

3.7 Il trasferimento in trappola magnetica

Una volta proiettati gli atomi nello stato desiderato si rende necessario il loro trasferimento in trappola magnetica; questa è posta a 2.5 cm dal centro della ca-

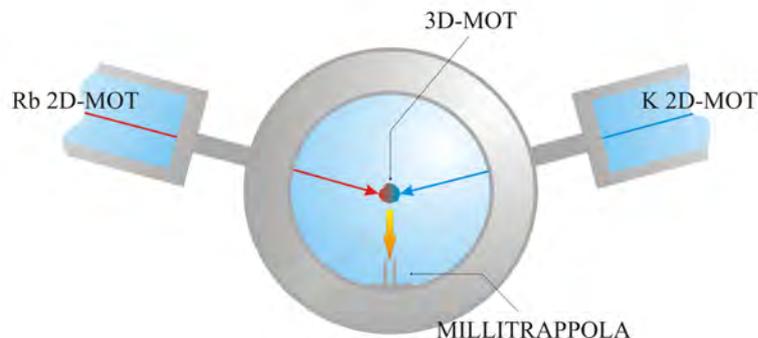


Figura 3.6: Rappresentazione schematica del processo di caricamento degli atomi in millitrappola. Dopo il raffreddamento e l'intrappolamento simultanei delle due specie atomiche nella 3D-MOT al centro della camera centrale, le bobine di quadrupolo, scorrendo su di una slitta, portano gli atomi al centro della millitrappola (freccia gialla).

mera centrale, dove si trovano gli atomi al termine del pompaggio ottico (vedi Fig. 3.6). In questa fase giocano un ruolo determinante le bobine che producono il campo magnetico della 3D-MOT: durante il trasferimento gli atomi vengono infatti intrappolati magneticamente dal campo di quadrupolo e quindi la loro posizione viene a dipendere dalla posizione delle bobine stesse. Queste ultime, insieme al loro supporto, sono montate su un carrello capace di muoversi lungo una slitta.

L'intrappolamento puramente magnetico si basa sull'interazione del momento magnetico dell'atomo $\vec{\mu}$ con il campo; l'energia di interazione è

$$U(\vec{r}) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}(\vec{r}). \quad (3.4)$$

Nel caso in cui valga la seguente condizione di adiabaticità

$$\frac{1}{B} \left| \frac{dB}{dt} \right| \ll \frac{\mu_B B}{\hbar} = \omega_L \quad (3.5)$$

le variazioni del campo sono abbastanza lente da permettere al momento atomico di seguirle e la (3.4) può essere riscritta [45, 46] in termini della proiezione del momento lungo l'asse di quantizzazione

$$U(z) = g_F \mu_B m_F |B(z)|. \quad (3.6)$$

Quindi gli stati con $g_F m_F > 0$ saranno attratti da un minimo del campo mentre gli stati con $g_F m_F < 0$ verranno respinti da tale minimo⁴. Gli stati intrappolabili per

⁴Ricordiamo che l'esistenza di massimi locali del campo lontano dalle sorgenti è proibita dal teorema di Wing.

entrambe le specie atomiche presenti nel nostro esperimento sono $|F = 1, m_F = -1\rangle$ ($g_F = -1/2$) e $|F = 2, m_F = 1, 2\rangle$ ($g_F = 1/2$). Gli stati $|F = 1, m_F = 1\rangle$ ($g_F = -1/2$) e $|F = 2, m_F = -2, -1, 0\rangle$ ($g_F = 1/2$) sono invece espulsi dalla trappola. Come si vede, grazie al pompaggio ottico, tutti gli atomi si dovrebbero trovare in uno stato intrappolabile⁵.

Le bobine della 3D-MOT producono un campo di quadrupolo che, come detto, ha uno zero al centro; la dipendenza spaziale dell'ampiezza del campo segue la legge

$$B = A\sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2} \quad (3.7)$$

avendo indicato con z la direzione individuata dall'asse delle due bobine e con A il gradiente del campo. La forza prodotta dall'interazione campo-momento

$$\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) \quad (3.8)$$

in questo caso non sarà né armonica né centrale. In questa fase dell'esperimento non è importante avere una trappola con tali caratteristiche ma intrappolare efficacemente gli atomi. Appena terminato il processo di pompaggio, viene acceso adiabaticamente il campo di quadrupolo facendo passare per le bobine una corrente di 35 A. Si crea così un gradiente molto intenso lungo l'asse delle bobine (140 Gauss/cm) che confina gli atomi in una regione molto ristretta. A questo punto la posizione degli atomi viene a dipendere dalla posizione dello zero del campo, che coincide per costruzione con il centro geometrico del cilindro definito dalle due bobine. Muovendo il carrello di 2.5 cm la nube atomica viene trasferita al centro del tubo di rame che produce la trappola magnetica. Il trasferimento avviene in 500 ms. Il movimento del carrello è assicurato da un motore a rotazione continua. L'elettronica di controllo permette di utilizzare il motore in modalità passo-passo con una risoluzione lineare di 6 μm . Il profilo di velocità durante lo spostamento è trapezoidale: dopo una fase iniziale di accelerazione il carrello si muove a velocità costante per circa 300 ms ed infine decelera fino ad arrestarsi.

⁵In realtà abbiamo osservato che l'efficienza del pompaggio ottico è solamente del 10-20%; probabilmente questo è dovuto al fatto che il campo magnetico nella direzione del fascio non è sufficientemente uniforme.

3.8 La trappola magnetica millimetrica (millitrappola)

In questo paragrafo descriveremo i componenti ed il principio di funzionamento della trappola magnetica da noi utilizzata. Come detto tale trappola, che è stata utilizzata per la prima volta in questo esperimento, permette di unire le migliori prestazioni delle trappole standard con quelle delle microtrappole.

Le trappole magnetostatiche si dividono in due grandi classi a seconda che il minimo del campo sia uguale o diverso da zero. Le trappole con $|B|_{min} \neq 0$ non permettono le transizioni di Majorana (*spin-flip*), che avvengono in prossimità di uno zero di campo, tuttavia la loro realizzazione è, in genere, più complessa. La più utilizzata tra queste trappole è quella denominata ‘di Ioffe-Pritchard’; essa è composta da due bobine di curvatura, nelle quali passa la stessa corrente, e da quattro barre conduttrici, secondo lo schema di Fig. 3.7. Le correnti che attraversano le quattro barre hanno versi alternati [47]. Dal momento che il minimo del campo è diverso da zero la frequenza di Larmor è maggiore della frequenza orbitale anche per gli atomi più freddi e quindi la probabilità di spin-flip è drasticamente diminuita. Dai termini più bassi dello sviluppo in multipoli si ottiene l’equazione per il modulo del campo della trappola di Ioffe-Pritchard:

$$|B(\vec{r})| = \sqrt{\left(b_0 - \frac{1}{2}B''z^2\right)^2 + (B'\rho)^2 + \dots} \quad (3.9)$$

dove b_0 , B' , B'' sono i coefficienti dello sviluppo, che dipendono dalle correnti, z è la direzione delle barre e $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. Solitamente b_0 è detto fondo o *Bias* del campo (infatti è il valore di quest’ultimo per $\vec{r} = 0$) mentre B' e B'' sono la pendenza e la curvatura del campo.

Nel limite in cui $z^2B'' \ll b_0$ il campo diventa quadrupolare mentre nel limite $z^2B'' \gg b_0$ diventa armonico:

$$|B(\vec{r})| = b_0 + \frac{B'^2}{2b_0}\rho^2 + \frac{1}{2}B''z^2; \quad (3.10)$$

quindi, trascurando gli ordini superiori al primo, la trappola di Ioffe-Pritchard è una trappola di quadrupolo ovunque tranne che al centro, dove è armonica. Questo fatto è molto importante per la nube atomica intrappolata: un atomo di massa m che possieda un’energia E tale che $E/(g_F m_F \mu_B) < b_0$ sente un potenziale di confinamento armonico con frequenze $\omega_z = \sqrt{g_F m_F \mu_B B''/m}$ e $\omega_\rho = \sqrt{g_F m_F \mu_B B'^2/(b_0 m)}$. Come si vede cambiando il fondo b_0 viene modificata soltanto la frequenza radiale,

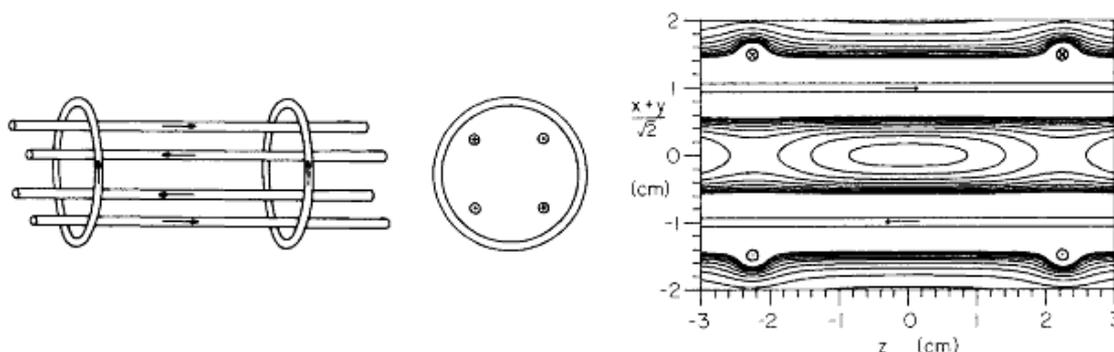


Figura 3.7: Schema delle correnti di una trappola magnetica di Ioffe-Pritchard. Sulla destra è riportata una sezione del campo magnetico nel piano passante per due delle quattro barre. Figura presa da [47].

ma non quella assiale. La condizione $E/(g_F m_F \mu_B) < b_0$ ci dice che gli atomi più freddi, che si trovano sul fondo della trappola, sentono un campo armonico mentre quelli più caldi un campo quadrupolare.

Per ottenere la condensazione di Bose-Einstein è necessario avere a disposizione una trappola capace di produrre un campo senza zeri dal momento che lo spin-flip di Majorana induce perdite non controllabili. La millitrappola, che è stata sviluppata durante il lavoro di tesi, è sostanzialmente una trappola di Ioffe-Pritchard di dimensioni ridotte. Il classico schema bobine-barre è sostituito da un tubo di rame lungo 17 mm con diametro interno di 5 mm e diametro esterno di 9 mm nel quale sono stati fresati due tagli perpendicolari in direzione longitudinale, come illustrato in Fig. 3.8. In questa maniera si formano quattro barre che terminano in due semianelli; questi ultimi formano una bobina di curvatura. La parte terminale del tubo è brasata ad un *chip* di ceramica sul quale aderiscono due piste di rame semicircolari, che compongono la seconda bobina. La parte posteriore del chip presenta due ulteriori piste brasate a loro volta a due tubi di rame coassiali percorsi in verso opposto dalla stessa corrente (Fig. 3.9). Ognuno di questi tubi è saldato alla estremità opposta a due passanti di rame tramite una saldatura Kovar-ceramica per assicurare la tenuta del vuoto; il passante più interno è chiuso da una finestra di vetro. Il chip è progettato in modo da permettere il contatto elettrico tra i due tubi e la millitrappola rispettando i versi delle correnti previste dallo schema della Ioffe-Pritchard. Tutta la struttura è cava al centro in modo da permettere il passaggio di un fascio laser lungo l'asse; questo garantisce un accesso ottico tridimensionale al gas atomico intrappolato [48].

La millitrappola è una delle peculiarità dell'esperimento; essa presenta notevoli

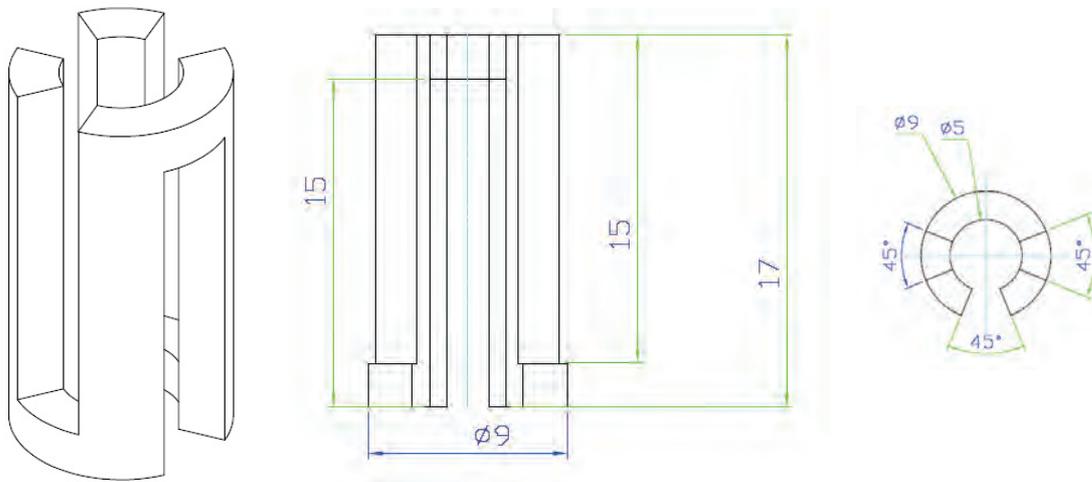


Figura 3.8: Da sinistra a destra: vista tridimensionale, sezione longitudinale e vista orizzontale della millitrappola. Le distanze sono in mm.

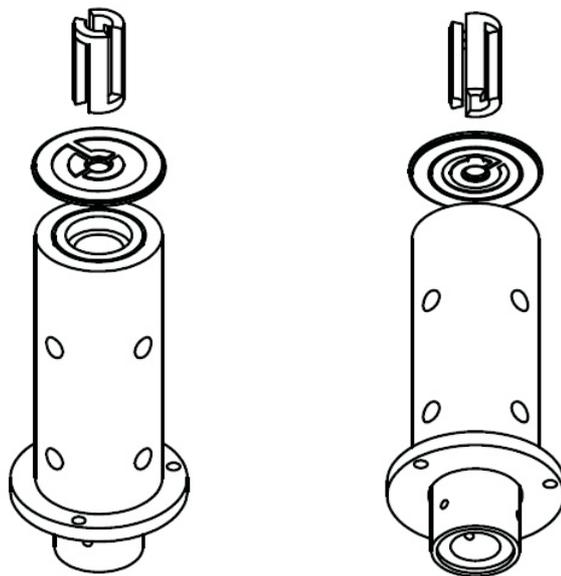


Figura 3.9: Disegno schematico dei componenti della millitrappola e del loro assemblaggio.

	Trappola tradizionale	m-trappola	μ -trappola
Corrente a regime	100 A	100 A	1 A
Potenza dissipata	1.5 kW	10 W	10 W
Frequenze di trappola	10-100 Hz	1 kHz	100 kHz
Massima pressione tollerata	10^{-11} mbar	10^{-11} mbar	10^{-9} mbar
Tempo di condensazione	> 1 min	< 1 min	10 sec

Tabella 3.4: Per ogni tipologia di trappola magnetica sono riportati i valori tipici dei parametri maggiormente rilevanti. Il tempo di condensazione si riferisce al caso di un campione di 10^6 atomi.

vantaggi sia rispetto ad una trappola tradizionale che rispetto ad una trappola micrometrica. Il vantaggio sostanziale rispetto ad un montaggio tradizionale è la possibilità di ottenere frequenze di trappola molto alte dissipando pochissima potenza; questo permette tempi di evaporazione molto rapidi. Rispetto alle microtrappole i vantaggi sono invece un montaggio più semplice, la possibilità di avere un migliore accesso ottico al condensato e una sensibilità molto ridotta al rumore in corrente. In Tab. 3.8 sono rapportate le prestazioni tipiche dei tre tipi di trappola.

Caratteristiche del campo magnetico

La vicinanza della millitrappola agli atomi permette di ottenere campi molto intensi con pochi *Ampere-spira*. Se facciamo passare una corrente di 100 A all'interno della millitrappola si ottiene una profondità di trappola $\Delta B \simeq 80$ Gauss che corrisponde ad una energia di $\Delta E = \mu_B \Delta B \simeq k_B \times 5.4$ mK. La profondità di trappola scala linearmente con la corrente che passa nella millitrappola. In Fig. 3.10 sono riportati i risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche per l'andamento del campo prodotto da una corrente di 100 A nelle tre direzioni.

Dal momento che la millitrappola è stata progettata per ottenere su piccola scala un campo magnetico analogo a quello della Ioffe-Pritchard, si ha che tale campo è quadrupolare ovunque tranne che in una ristretta zona centrale, dove è armonico. Ad una corrente di 100 A l'armonicità del campo si estende fino a 2 mm dal centro nella direzione assiale e fino a 0.1 mm nella direzione radiale; infatti per queste distanze il potenziale reale differisce di circa il 10% da quello armonico.

Come abbiamo visto uno dei parametri più importanti in una trappola di Ioffe-Pritchard è il fondo del campo: variando b_0 è infatti possibile cambiare la frequenza

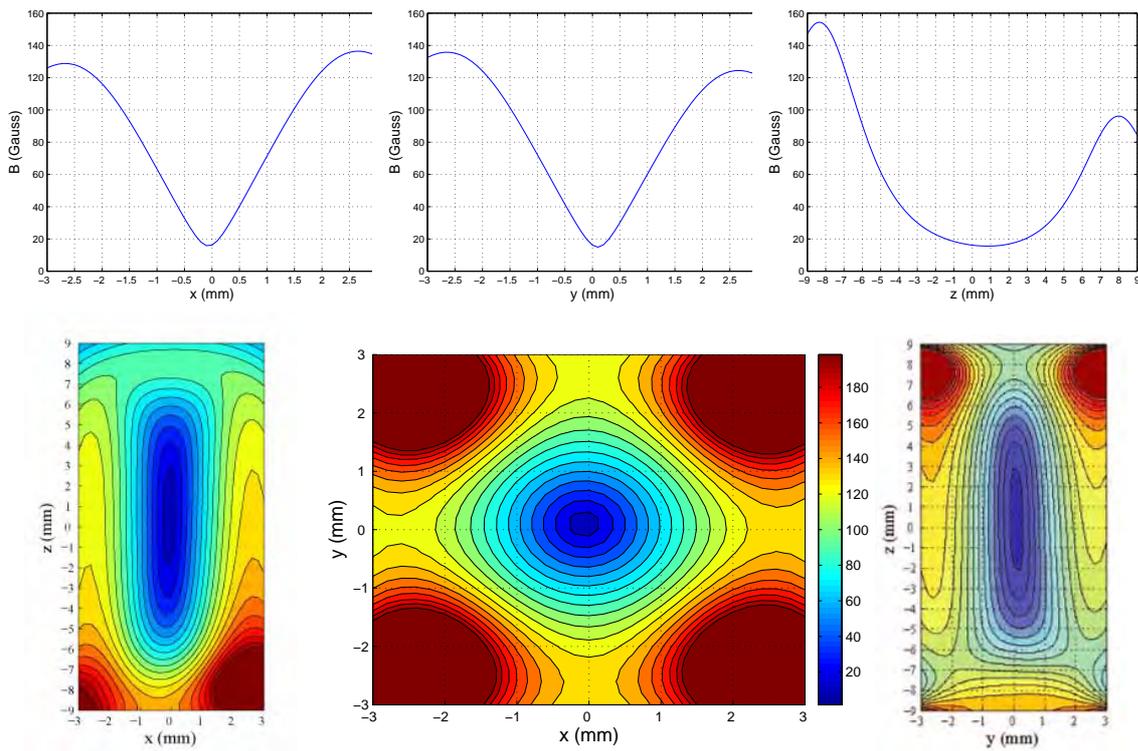


Figura 3.10: In alto: andamento del campo magnetico prodotto dalla millitrappola lungo le tre direzioni con una corrente di 100 A. Da sinistra a destra: lungo x , lungo y e lungo z . In basso: sezioni del campo magnetico nei tre piani passanti per l'origine. Da sinistra a destra: piano xz , piano xy , piano yz .

radiale e l'ampiezza della zona armonica. In Fig. 3.10 si nota che a 100 A il fondo della millitrappola si trova a $\simeq 17$ Gauss; per diminuire tale valore fino a qualche Gauss è stata montata una bobina quadrata di lato 25 cm all'esterno dell'apparato da vuoto distante 4 cm dal centro. Questa bobina è in serie alla millitrappola e quindi viene attraversata dalla medesima corrente; a 100 A il campo di Bias prodotto lungo l'asse della millitrappola e al centro della stessa è di -15 Gauss. Un'ulteriore bobina, concentrica alla prima, viene utilizzata per variare finemente il campo di fondo.

Trasferimento degli atomi dal quadrupolo alla millitrappola.

Una delle fasi critiche dell'esperimento è il passaggio degli atomi dal quadrupolo alla millitrappola. Il trasferimento della nube atomica tra due diverse trappole può avvenire adiabaticamente in maniera molto efficiente soltanto se le due trappole hanno la stessa topologia. Poiché il campo di quadrupolo e quello della millitrappola

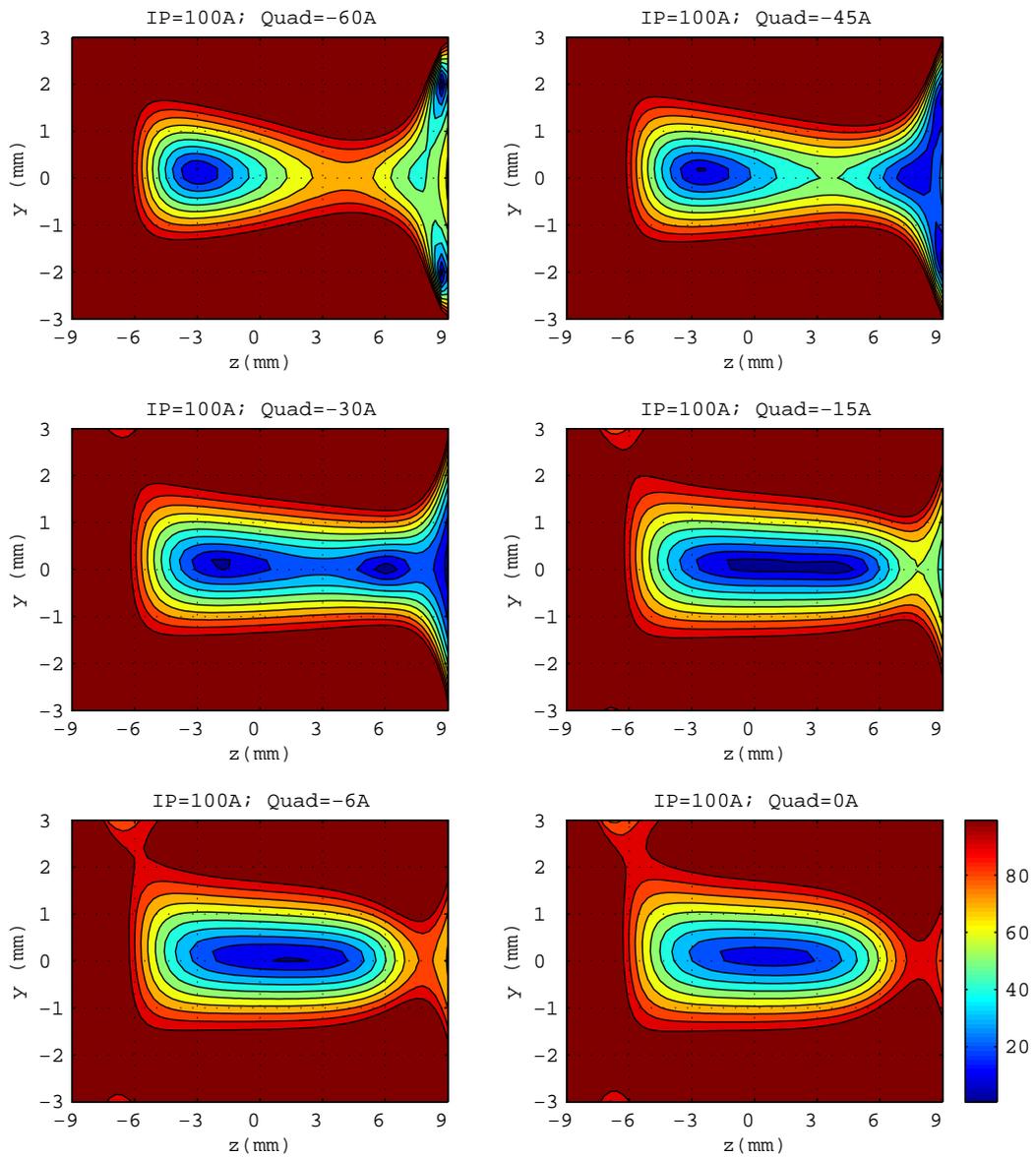


Figura 3.11: Andamento del campo magnetico prodotto dalla sovrapposizione del campo di quadrupolo e del campo della millitrappola nel piano yz passante per l'origine. Per ogni riquadro sono riportati la corrente che scorre nella millitrappola e quella delle bobine di quadrupolo. Da sinistra in alto a destra in basso il campo di quadrupolo viene progressivamente spento. Si nota che se la corrente nelle bobine di quadrupolo è maggiore o uguale a 30 A si crea lungo l'asse della millitrappola un punto di sella.

sono molto differenti, specialmente al centro, nel nostro caso il passaggio non può avvenire in questo modo. Infatti, durante la sovrapposizione, si ha la nascita di un punto di sella per il campo totale lungo l'asse della millitrappola (Fig. 3.11) che limita la profondità del potenziale a 30 Gauss. Questo fatto può rappresentare un canale di perdita non trascurabile per il numero di atomi intrappolati.

La presenza del punto di sella è dovuta al fatto che mentre lungo le direzioni radiali il campo di millitrappola si somma a quello di quadrupolo, lungo la direzione assiale i due campi si sommano ad un'estremità e si sottraggono all'altra. Per alzare il punto di sella risulta conveniente eseguire il trasferimento quando lo zero del potenziale di quadrupolo si trova spostato dal punto medio lungo l'asse della millitrappola. Per fare in modo che il passaggio avvenga senza troppe perdite e senza un eccessivo riscaldamento del campione abbiamo quindi scelto una procedura semi-adiabatica: il trasferimento avviene lentamente rispetto all'inverso delle frequenze radiali ma non rispetto all'inverso di quella assiale, dato che il punto sella è sull'asse.

L'alternativa al passaggio semi-adiabatico è un trasferimento istantaneo, in cui rapidamente si spegne la trappola di quadrupolo e si accende la millitrappola. Nel nostro esperimento, un simile trasferimento causerebbe un forte riscaldamento del campione atomico dal momento che la distribuzione di densità nel potenziale di quadrupolo è molto diversa da quella nel potenziale di millitrappola.

3.9 Il sistema di alimentazione

La corrente che scorre nelle bobine che producono il campo di quadrupolo utilizzato per la 3D-MOT e per il trasferimento in millitrappola è fornita da un alimentatore Agilent 6692A capace di erogare una potenza massima di 6.6 kW corrispondenti ad una corrente di 110 A con 60 V di tensione. L'alimentatore può essere controllato sia in tensione che in corrente.

Ciascuna delle due bobine è costituita da 90 spire di filo di rame (5 piani di 18 spire l'uno); la resistenza totale delle due bobine in serie è di 0.5Ω mentre l'induttanza totale è di 2 mH. A causa del valore elevato dell'induttanza il tempo di accensione e spegnimento caratteristico del circuito bobine-alimentatore è di 50 ms. Sebbene sia possibile impostare il valore di corrente e di tensione desiderato via computer, tramite una scheda GPIB, è importante poter gestire l'accensione e lo spegnimento del campo con più rapidità e precisione. Per questo è stato installato in serie alle bobine (Fig. 3.12) un *Insulated Gate Bipolar Transistor* (IGBT Motorola

MG200Q1US51 a canale n da 1200 V), che è un interruttore a stato solido. Variando la tensione tra base ed emettitore tra 0 V (transistor completamente aperto) e 18 V (completamente chiuso) è possibile chiudere e aprire il circuito facendo passare corrente dal collettore all'emettitore.

Quando il circuito viene aperto l'alta induttanza delle bobine fa sì che la tensione ai capi dell'IGBT salga rapidamente; per evitare la rottura del transistor è necessario montare un varistore in parallelo (S20K75). Il varistore è un dispositivo a semiconduttore la cui resistenza cala drasticamente quando la tensione ai suoi capi raggiunge un valore prefissato. Quando il varistore conduce la tensione ai suoi capi rimane costante e determina quindi una discesa lineare della corrente nelle bobine. La velocità di spegnimento del campo viene quindi a dipendere dalla tensione di chiusura del varistore. Nel nostro caso è stata scelta una tensione di chiusura di 75 V in modo da spegnere il campo in 1 ms. Quando non è necessario spegnere velocemente il campo, ad esempio durante il passaggio adiabatico tra quadrupolo e millitrappola, la corrente può essere portata gradualmente a zero attraverso l'interfaccia GPIB.

L'accensione del campo magnetico della 3D-MOT può essere gestita con il sistema appena descritto mentre il passaggio dalla fase di melassa ottica a quella di intrappolamento magnetico necessita che l'accensione del campo avvenga su tempi molto brevi, in modo da intrappolare il maggior numero di atomi (accensione diabatica). Per ridurre drasticamente il tempo di salita fino a 500 μs è stato inserito in serie all'alimentatore un circuito di *boost*, che permette di fornire alle bobine una corrente iniziale intensa. Questo è costituito essenzialmente da un condensatore da 1000 V con una capacità di 30 μF in grado di scaricarsi molto velocemente; la tensione di boost può essere regolata con un apposito potenziometro. La scarica del condensatore di boost sulle bobine è comandata da un tiristore *mpn* (30TPS16 da 300 A e 1600 V): alla fine della melassa viene inviato al tiristore un segnale sul *gate* che fa chiudere il circuito boost-bobine⁶; quando il condensatore si è completamente scaricato il tiristore si apre e da questo momento la corrente viene fornita dall'alimentatore. Per evitare che il condensatore si scarichi sull'Agilent è stato montato al polo positivo di quest'ultimo un diodo ad alta corrente (IOR 15DU120 da 150 A, massima tensione inversa 1200 V).

Quando le bobine sono in configurazione anti-Helmholtz, come abbiamo visto, producono un campo di quadrupolo; se invece sono in configurazione Helmholtz (ovvero sono percorse nello stesso verso dalla stessa corrente) producono un campo

⁶In realtà la chiusura completa del circuito avviene 1 μs dopo quando viene chiuso anche il canale collettore-emettitore dell'IGBT.

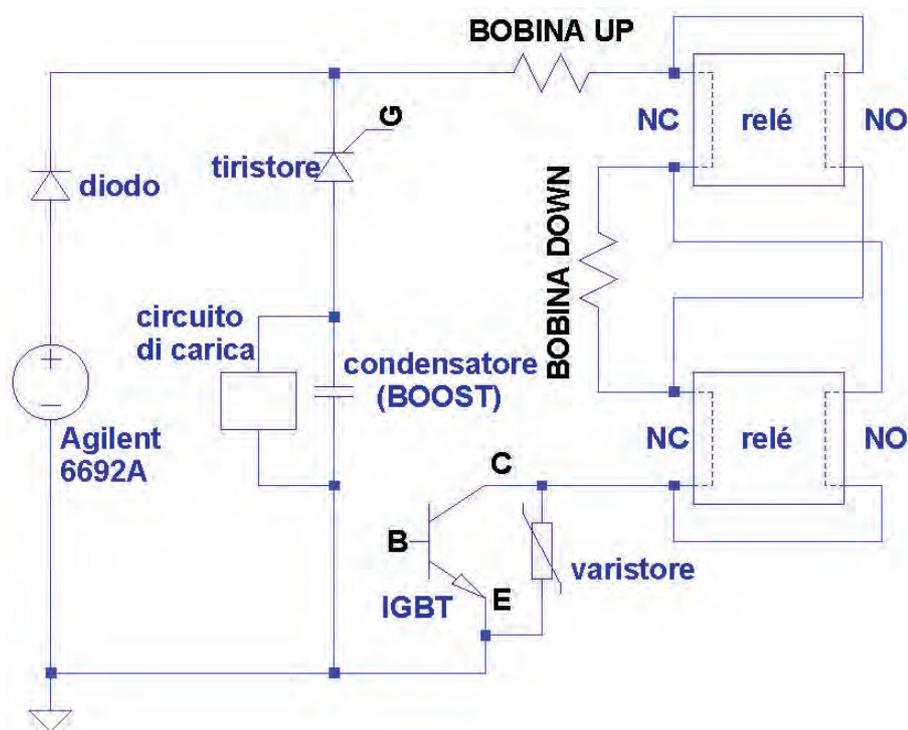


Figura 3.12: Schema elettrico del circuito di alimentazione delle bobine di quadrupolo.

omogeneo al centro del cilindro da esse individuato. Abbiamo visto nel Par. 1.4 che per l'osservazione delle risonanze di Fano-Feshbach, sia intraspecie che interspecie, è necessario produrre campi omogenei che vanno da qualche decina di Gauss al migliaio di Gauss. Nel nostro esperimento questo può essere fatto cambiando al momento opportuno la configurazione delle bobine da anti-Helmholtz a Helmholtz tramite due *relé* montati secondo lo schema di Fig. 3.12. Quando i *relé* sono nella posizione *normally closed* le due bobine sono attraversate in verso opposto dalla stessa corrente, e quindi sono in configurazione anti-Helmholtz; quando invece i *relé* vengono commutati, con un apposito segnale, nella posizione *normally open* le bobine vengono poste in configurazione Helmholtz.

La millitrappola e la bobina di Bias sono montate in serie ad un generatore Agilent 6671 da 1.92 kW capace di erogare 240 A a 8 V. E' possibile controllare tale alimentatore sia in corrente che in tensione ed è possibile impostare i valori desiderati via GPIB.

La resistenza totale della millitrappola in serie con la bobina di Bias è di 40 m Ω mentre l'induttanza totale è trascurabile. L'accensione e lo spegnimento vengono

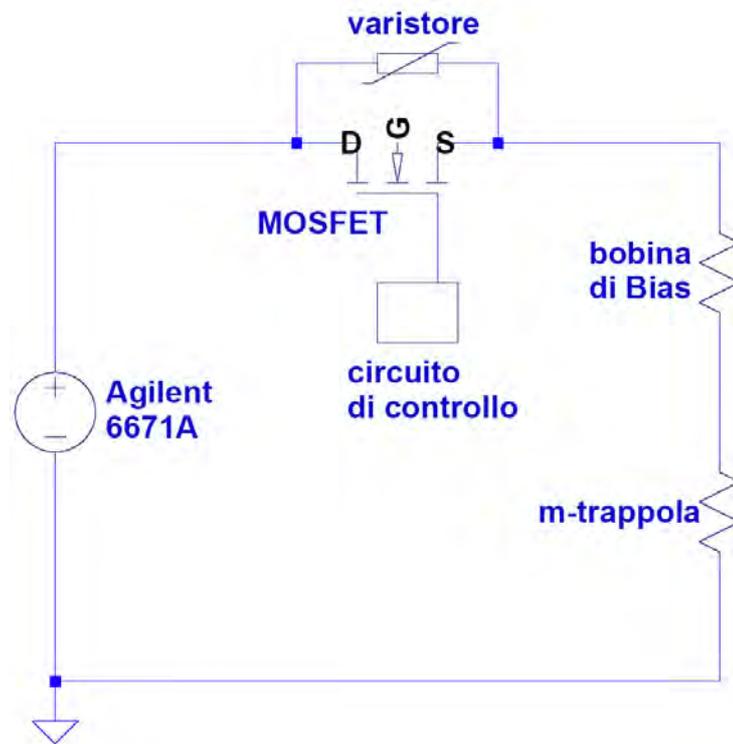


Figura 3.13: Schema elettrico del circuito di alimentazione della millitrappola.

gestiti sempre con un transistor in parallelo ad un varistore (Fig. 3.13). In questo caso il transistor è un MOSFET (IXFN230N10 da 230 A e 100 V canale n): quando la tensione tra *gate* e *source* passa da 0 V a 12 V la corrente viene fatta passare dal *drain* al *source* e viene chiuso il circuito millitrappola-alimentatore.

Come abbiamo visto l'accensione della millitrappola deve avvenire quasi adiabaticamente; la bassa induttanza del carico fa sì che il tempo di accensione della corrente (10%-90%) sia di 500 μs . Per rallentare l'accensione abbiamo aumentato la capacità del gate con un condensatore da 10 μF in parallelo ed abbiamo inserito una resistenza variabile in serie al *gate* del MOSFET. Cambiando il valore della resistenza è possibile impostare il tempo di salita della tensione di gate e quindi della corrente nella millitrappola. Il tempo di spegnimento è di 600 μs ed è gestito tramite un varistore (07D180K) che si chiude quando la tensione tra *drain* e *source* raggiunge i 18 V.

Sia la millitrappola che la bobine di quadrupolo devono essere protette da eventuali eccessi di corrente che possono portare al surriscaldamento o addirittura alla rottura delle stesse. Per questo motivo in entrambi i circuiti è stato inserito un fusibile in serie subito dopo il polo positivo dell'alimentatore. Per il circuito della

millitrappola il fusibile è da 50 A AC (SIBA 50 140 06); per quello delle bobine è da 25 A AC (SIBA 20-000-13).

3.10 Il raffreddamento evaporativo

Il raffreddamento evaporativo di un gas intrappolato si basa sulla rimozione selettiva degli atomi che hanno energia maggiore dell'energia media del campione, e sulla successiva termalizzazione tramite collisioni elastiche. La rimozione degli atomi più caldi può avvenire riducendo progressivamente la profondità di trappola. Questa procedura di raffreddamento è attualmente l'unica in grado di portare un gas atomico alle temperature necessarie per la condensazione di Bose-Einstein.

E' possibile trattare il raffreddamento evaporativo con alcuni modelli [42, 49] che si basano sulle seguenti assunzioni:

- Il gas è *sufficientemente ergodico*, ovvero la distribuzione degli atomi nello spazio delle fasi (posizione e impulso) dipende solo dall'energia degli atomi stessi e dalla geometria di trappola.
- Il gas può essere descritto classicamente.
- La temperatura del campione è sufficientemente bassa da poter considerare che tutti i processi d'urto avvengano in onda s .
- L'evaporazione preserva la natura termica del campione, ovvero la termalizzazione è più veloce del tasso di raffreddamento.
- Gli atomi che fuoriescono dalla trappola non possono più interagire con quelli rimasti intrappolati.

Supponiamo che il potenziale di trappola possa essere scritto sotto forma di legge di potenza

$$U(x, y, z) = \epsilon_1 \left| \frac{x}{a_1} \right|^{s_1} + \epsilon_2 \left| \frac{y}{a_2} \right|^{s_2} + \epsilon_3 \left| \frac{z}{a_3} \right|^{s_3} \quad (3.11)$$

dove a_j è la lunghezza caratteristica della trappola in direzione j . Per determinare il comportamento di tutte le quantità termodinamiche rilevanti nel processo di raffreddamento evaporativo sono necessari soltanto tre parametri (indichiamo con l'apice le quantità alla fine del processo):

$$\xi = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_3}, \quad \nu = \frac{N'}{N}, \quad \gamma = \frac{\log(T'/T)}{\log \nu}. \quad (3.12)$$

Si può infatti dimostrare [42] che $N' = N\nu$, $T' = T\nu^\gamma$, $V' = V\nu^{\gamma\xi}$ e che $n' = N'/V' = n\nu^{1-\gamma\xi}$, dove N è il numero di atomi, T la temperatura, V il volume e n la densità. Da queste relazioni si ricavano la legge di scala per la densità nello spazio delle fasi

$$\rho' \propto \rho\nu^{1-\gamma(\xi+3/2)}, \quad (3.13)$$

e per il tasso di collisioni

$$\Gamma'_c \propto \Gamma_c\nu^{1-\gamma(\xi-1/2)}. \quad (3.14)$$

Si ottiene quindi che la diminuzione del volume e della temperatura così come l'aumento della densità tramite raffreddamento evaporativo è maggiore per trappole che presentano un alto confinamento (alto valore di ξ). Si ha inoltre che anche la densità nello spazio delle fasi e il tasso di collisioni crescono più velocemente in un potenziale molto forte, portando ad una ritermalizzazione più rapida ed efficiente del campione. Nel caso di un potenziale debole (ξ compreso tra 0 e 1) si ha invece che il tasso di diffusione diminuisce rapidamente, inibendo l'evaporazione.

La velocità con la quale avviene l'evaporazione è un altro parametro molto importante per determinare l'efficienza del raffreddamento. Se infatti la profondità di trappola viene abbassata troppo rapidamente la termalizzazione non può avvenire, mentre se viene abbassata troppo lentamente le collisioni inelastiche producono perdite significative nel numero di atomi.

Supponiamo di avere un gas a temperatura T in un potenziale infinito e di voler ridurre la profondità di trappola fino ad un valore $\eta k_B T$. Si può dimostrare [42] che la durata ottimale dell'evaporazione deve soddisfare la seguente relazione:

$$\frac{\tau_{ev}}{\tau_{el}} = \frac{\sqrt{2}e^\eta}{\eta} \quad (3.15)$$

avendo indicato τ_{ev} il tempo di evaporazione e con τ_{el} il tempo che intercorre tra due collisioni elastiche.

3.10.1 Evaporazione in millitrappola

Il raffreddamento evaporativo in trappole puramente magnetiche viene usualmente ottenuto inducendo una transizione tra uno stato intrappolato e uno anti-intrappolato (3.14). Per ottenere la selettività in energia si utilizza l'effetto dato dalla (3.3) poiché in una trappola magnetica la separazione Zeeman viene a dipendere dalla posizione. Questo fatto può essere sfruttato per selezionare le classi di

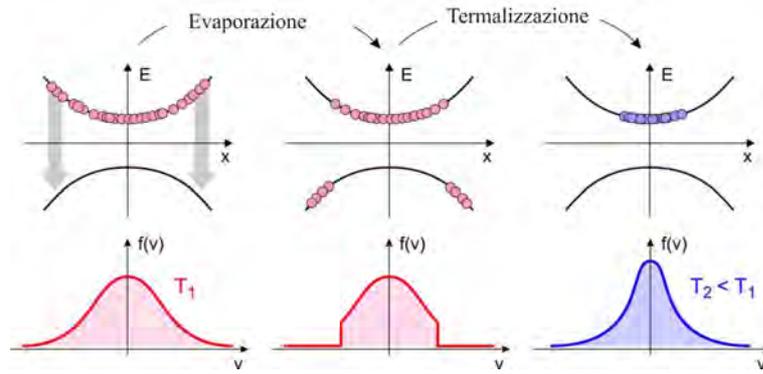


Figura 3.14: Rappresentazione schematica del processo di raffreddamento evaporativo: la microonda rimuove selettivamente dalla trappola gli atomi più caldi inducendo in essi una transizione verso uno stato anti-intrappolato, la successiva termalizzazione del campione intrappolato porta ad una diminuzione di temperatura.

atomi da rimuovere inducendo una transizione a radiofrequenza (all'interno dello stesso multipletto) o a microonda (tra due stati iperfini diversi). Come abbiamo visto entrambe le specie atomiche oggetto del nostro esperimento, quando vengono caricate in millitrappola, si trovano nello stato intrappolato $|F = 2, m_F = 2\rangle$.

Come detto nei capitoli precedenti il raffreddamento evaporativo nel nostro esperimento viene effettuato soltanto sul ^{87}Rb poichè tale tipo di raffreddamento non sarebbe efficace sul ^{39}K dal momento che la lunghezza di diffusione in onda s è troppo bassa (vedi Par. 1.4) per permettere un'efficiente termalizzazione. Si ha infatti che il tasso di collisioni elastiche in un gas intrappolato di atomi segue la legge

$$\Gamma_c \propto n_0 \langle \sigma v_r \rangle \quad (3.16)$$

avendo indicato con n_0 la densità media del campione (che dipende dalla geometria di trappola), con $\sigma = 8\pi a_s^2$ e con v_r la velocità relativa tra due atomi in collisione. L'unico modo per riuscire a raffreddare il ^{39}K fino alle temperature necessarie alla condensazione di Bose-Einstein è il *raffreddamento simpatetico* con il ^{87}Rb . Questa tecnica, come vedremo, si basa sulla termalizzazione tramite collisioni inter-specie della nube di ^{39}K con quella di ^{87}Rb .

Nel nostro caso non è conveniente evaporare il ^{87}Rb con la radiofrequenza dal momento che si indurrebbero transizioni anche nel ^{39}K che causerebbero inutili perdite nel numero di atomi. Si è quindi scelto di utilizzare la transizione a 6.8 GHz che accoppia lo stato $|F = 2, m_F = 2\rangle$ allo stato $|F = 1, m_f = 1\rangle$, che è anti-intrappolato. Questa frequenza non provoca perdite nel ^{39}K poichè non è risonante con alcuna transizione.

La microonda è emessa da un'antenna circolare di 5 cm di diametro costituita da 5 avvolgimenti di filo di rame. Il segnale è fornito da un cristallo BCO della Miteq capace di agganciarsi alla seicentoottantatreesima armonica di un segnale a 10 MHz prodotto da un sintetizzatore (Stanford Research DS345 da 30 MHz). L'uscita del BCO viene amplificata di 55 dB prima di essere immessa nell'antenna. La variazione della frequenza in uscita dal sintetizzatore provoca un cambiamento della frequenza della microonda 683 volte più grande.

3.11 Il raffreddamento simpatetico

Come abbiamo detto il raffreddamento evaporativo non può essere efficiente per il ^{39}K , tuttavia è possibile portare questa specie atomica fino a pochi μK sopra lo zero assoluto tramite la tecnica del raffreddamento simpatetico. L'idea che sta alla base di questo tipo di raffreddamento è di sfruttare le collisioni elastiche tra il campione atomico e un altro gas, facilmente raffreddabile, che funge da bagno termico. Questa tecnica è stata già introdotta con successo al LENS di Firenze per la produzione del condensato di ^{41}K [15, 17] e per la produzione di miscele degeneri Fermi-Bose di ^{40}K - ^{87}Rb [16].

Il raffreddamento simpatetico si basa sulle collisioni tra particelle distinguibili: la sezione d'urto per questo tipo di processo è $\sigma = 4\pi a_{ij}^2$ dove a_{ij} è la lunghezza di diffusione interspecie; maggiore è a_{ij} e più efficiente è il raffreddamento. Un ruolo determinante è giocato anche dal segno della lunghezza di diffusione: se $a_{ij} < 0$ le due nubi atomiche tendono a sovrapporsi, se invece $a_{ij} > 0$ si ha una separazione spaziale tra le due nubi che porta di fatto ad una perdita di efficienza del processo.

Nel nostro esperimento il raffreddamento simpatetico viene effettuato caricando simultaneamente le due specie atomiche in millitrappola. E' necessario che il numero di atomi di ^{87}Rb sia molto maggiore di quello di atomi di ^{39}K dal momento che il primo deve essere raffreddato direttamente tramite raffreddamento evaporativo, che implica una perdita di atomi. Se infatti indichiamo con C_K e con C_{Rb} le capacità termiche dei due gas il raffreddamento simpatetico risulta efficiente solo se $C_{Rb} > C_K$; questa condizione deve essere soddisfatta durante tutta l'evaporazione.

In un gas termico vale la relazione $C/k_B = 3N$, questo implica che la condizione di efficienza si riduce a $N_{Rb} > N_K$. La situazione è completamente differente nel caso di gas degeneri ($T < T_c$) dal momento che [18, 50]

$$C \propto N k_B \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \quad (3.17)$$

dove T_c è dato dalla (1.6). E' quindi necessario conoscere con precisione N_K e N_{Rb} visto che $T_c \propto N^{1/3}$. Se infatti la temperatura critica del gas ^{87}Rb fosse più alta di quella del gas di ^{39}K la capacità termica del primo andrebbe velocemente a zero rendendo quindi inefficace il raffreddamento simpatetico.

3.12 Il sistema di rivelazione

L'osservazione delle due nubi ultra-fredde viene eseguita con la tecnica della rivelazione per assorbimento. A tale scopo sono stati preposti due fasci laser polarizzati σ^+ , dei quali uno attraversa la millitrappola in direzione assiale, l'altro in direzione verticale. Il fascio assiale permette di osservare il profilo radiale della nube atomica mentre quello verticale il profilo longitudinale.

La parte del fascio che incontra sul suo cammino ottico gli atomi viene assorbita, creando così un'ombra all'interno del profilo di intensità del fascio laser. Poiché entrambe le specie atomiche si trovano nello stato $|F = 2, m_F = 2\rangle$ si è scelto di eccitare la transizione $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ per ottenere l'assorbimento. Avremo quindi che in ognuno dei due fasci saranno presenti soltanto i laser di raffreddamento del ^{87}Rb e del ^{39}K , risonanti con la transizione scelta. Ogni volta che il condensato (o la nube atomica) viene investito dal fascio risonante viene inevitabilmente distrutto.

Il fascio assiale, dopo essere stato ingrandito di 2 volte da un telescopio (focale prima lente 50 cm; focale seconda lente 100 cm), viene raccolto da una telecamera CCD (Theta System SIS1-s285 da 1040×1392 pixels di $41 \mu\text{m}^2$). Il fascio verticale viene raccolto dalla stessa telecamera dopo essere stato ingrandito 2.5 volte (focale prima lente 16 cm; focale seconda lente 40cm). La telecamera CCD è inoltre dotata di un sistema di *interline* che permette di acquisire due immagini a distanza minima di $1 \mu\text{s}$.

Dal profilo di assorbimento del laser è possibile risalire alla temperatura, alle dimensioni, al numero di atomi e alla distribuzione di velocità della nube atomica. Tali informazioni sono ricavate indirettamente dalle immagini raccolte misurando la densità ottica e l'estensione della nube stessa; per questo sono necessarie tre diverse acquisizioni:

- I_{a+l} ; è l'immagine del profilo di intensità del laser con l'ombra prodotta dall'assorbimento degli atomi. L'impulso di luce dura $100 \mu\text{s}$.
- I_l ; viene acquisita 700 ms dopo la prima ed è l'immagine del profilo di intensità del laser senza gli atomi. L'impulso di luce anche in questo caso è di $100 \mu\text{s}$.

- I_0 ; questa immagine viene acquisita una volta spento il fascio di sonda e serve per tenere conto di eventuali imperfezioni della CCD o della presenza di ulteriori sorgenti alle lunghezze d'onda osservate.

Grazie al sistema di *interline* è possibile acquisire quasi contemporaneamente le immagini per il ^{39}K e per il ^{87}Rb ; questo ci permette di osservare entrambe le specie atomiche alla fine di ogni ciclo di evaporazione.

La densità ottica si ottiene calcolando per ogni pixel

$$\tilde{n} = -\ln \left| \frac{I_{a+l} - I_0}{I_l - I_0} \right|; \quad (3.18)$$

una volta ottenuto il profilo di intensità i parametri di interesse vengono ricavati tramite una procedura di fit a partire dalla definizione di densità ottica [51]:

$$\tilde{n} = \sigma_0 \int dz \ n(x, y, z) \quad (3.19)$$

avendo indicato con z la direzione del fascio di sonda; con n la densità della nube atomica e con σ_0 la sezione d'urto di assorbimento, che nel caso di un atomo a due livelli è $3\lambda^2/2\pi$, con λ lunghezza d'onda della luce alla risonanza.

Per definire correttamente la funzione da utilizzare per il fit di una nube termica basta applicare la (3.19) alla distribuzione di Bose per un gas soggetto al potenziale (1.5) per $T > T_c$ [51]:

$$n = \frac{1}{\lambda_{dB}^3} g_{3/2} \left[\exp \left(\frac{\mu - V(\vec{r})}{k_B T} \right) \right] \quad (3.20)$$

ottenendo quindi

$$\tilde{n}(x, y) = \tilde{n}_{th} g_2 \left[\exp \left(\frac{\mu}{k_B T} - \frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right) \right] \quad (3.21)$$

dove $\tilde{n}_{th} = \sigma_0 \sqrt{2\pi} \sigma_z / \lambda_{dB}^3$ e σ_x e σ_y sono le larghezze della distribuzione. Le funzioni $g_k(x)$ sono definite come $\sum_i x^i / i^k$. La (3.21) può essere approssimata al primo ordine con una funzione gaussiana. Dato che la gaussiana è un oggetto semplice da utilizzare abbiamo scelto spesso questa approssimazione. Inoltre abbiamo verificato numericamente che anche in prossimità della condensazione l'errore sistematico su temperatura e numero di atomi ricavati dal fit rimane inferiore al 20%.

Nel caso di un condensato repulsivo in trappola armonica si utilizza invece l'integrale della funzione di Thomas-Fermi [51]:

$$\tilde{n}(x, y) = \tilde{n}_c \max \left(1 - \frac{x^2}{R_x^2} - \frac{y^2}{R_y^2}, 0 \right)^{3/2}; \quad (3.22)$$

dove \tilde{n}_c , R_x e R_y sono rispettivamente l'ampiezza e i raggi della distribuzione di Thomas-Fermi. Quando il campione è parzialmente condensato si utilizza una distribuzione bimodale, somma pesata della (3.21) e della (3.22).

Capitolo 4

I risultati sperimentali

Nel primo paragrafo di questo capitolo vengono presentate le misure preliminari che sono state effettuate per caratterizzare il campo magnetico della millitrappola. Queste misure sono molto importanti dal momento che viene utilizzato per la prima volta un nuovo tipo di trappola magnetica.

Nel secondo paragrafo viene spiegata la procedura che ci ha permesso di ottenere la condensazione di Bose-Einstein del ^{87}Rb all'interno della millitrappola. Il nostro è il primo condensato in una trappola magnetica millimetrica e, come vedremo, la sua realizzazione avviene in tempi molto brevi rispetto a quelli necessari nelle trappole magnetiche tradizionali.

Nell'ultimo paragrafo vengono illustrate le prime misure effettuate sulla miscela ultra-fredda ^{39}K - ^{87}Rb nel nuovo apparato. In particolare si è posta l'attenzione sulla prima evidenza sperimentale del raffreddamento simpatetico tra le due specie atomiche. Quest'ultimo è il risultato di maggior interesse presentato in questa tesi poiché, come abbiamo visto nei capitoli precedenti, il suo raggiungimento è reso difficile dal fatto che il ^{39}K ha sia la lunghezza di diffusione intraspecie sia quella interspecie molto basse.

4.1 Caratterizzazione del campo di trappola magnetica

Come ogni nuovo apparato sperimentale la millitrappola necessita di una caratterizzazione preliminare. Come prima cosa è importante determinare l'andamento

della temperatura in funzione della corrente immessa in modo da evitare di danneggiare l'apparato. Successivamente ci siamo concentrati sulla determinazione delle frequenze di trappola e sulla vita media degli atomi all'interno della stessa.

4.1.1 Taratura della curva corrente-temperatura della millitrappola

A causa della sua particolare struttura la millitrappola è un oggetto molto delicato, è quindi importante conoscerne i limiti in modo da poter ottenere le massime prestazioni senza apportare alcun danno all'apparato. In particolare il valore della corrente che serve a produrre il campo magnetico è molto elevato: questo comporta una grossa dissipazione di calore sulla millitrappola per effetto Joule che determina il riscaldamento del rame. Al limite l'eccessivo riscaldamento della millitrappola potrebbe provocare la fusione delle brasature che collegano i vari pezzi. Tali brasature sono state fatte ad una temperatura di $\simeq 700$ °C; è quindi necessario tenersi ben al di sotto di tale temperatura. La taratura della curva corrente-temperatura è utile per stimare qualitativamente i valori limite dei parametri che possono portare alla rottura della millitrappola.

Supponiamo che un carico puramente resistivo di resistenza R venga attraversato da una corrente costante I per un certo tempo t . Il lavoro elettrico compiuto dall'alimentatore provoca un riscaldamento del carico e una cessione di calore verso l'esterno secondo l'equazione di Newton

$$I^2 R(1 + aT(t)) = C \frac{dT(t)}{dt} + K(T - T_0) \quad (4.1)$$

dove a il coefficiente di resistenza termica, C la capacità termica del carico, T la temperatura del carico, T_0 la temperatura ambiente e K il coefficiente di conduzione termica esterna. Questa equazione è valida sotto l'ipotesi che la dissipazione avvenga maggiormente per convezione, tale ipotesi è contenuta nell'ultimo termine. L'equazione di Newton in generale non riesce a descrivere correttamente il comportamento del sistema in quanto i coefficienti C e K hanno una dipendenza non banale dalla temperatura; tuttavia può essere utile per stimare qualitativamente l'andamento della temperatura del carico in funzione del tempo. L'equazione per la temperatura si ottiene semplicemente integrando la 4.1:

$$T(t) = A \exp\left(\frac{(I^2 Ra - K)t}{C}\right) - \frac{I^2 R + KT_0}{I^2 Ra - K} \quad (4.2)$$

con A costante di integrazione.

La misura dell'andamento della temperatura della millitrappola in funzione del tempo a varie correnti è stata fatta 'in aria' per evitare danni all'apparato da vuoto. Infatti l'eventuale fusione delle brasature comporterebbe una massiccia emissione di materiale che potrebbe danneggiare le pompe ioniche.

La temperatura è stata misurata con una termocoppia posta direttamente sulla millitrappola. La corrente è fornita dall'alimentatore Agilent 6671 controllato in tensione. La resistenza misurata a temperatura ambiente è $\approx 40 \text{ m}\Omega$. Nella Fig. 4.1 sono riportati i risultati dei fit eseguiti sulle curve temperatura-tempo a 100, 120, 140 A con la (4.2). Dai risultati dei fit possiamo ottenere una stima dell'andamento della resistenza della millitrappola in funzione della temperatura. Abbiamo ottenuto che $a = (0.0068 \pm 0.0001) \Omega^\circ\text{C}$, coerentemente con i valori noti per il rame. I valori di K e C ottenuti forniscono soltanto una stima dei valori reali dal momento che questi variano a seconda della temperatura. Tramite le misure di Fig. 4.1 abbiamo anche verificato che fino a 330°C il comportamento della millitrappola segue qualitativamente la (4.1). Mantenedoci sotto tale temperatura siamo sicuri di non apportare danni all'apparato.

Una volta misurati i parametri fondamentali della millitrappola abbiamo proceduto con l'inserimento della stessa nell'apparato da vuoto. La dissipazione del calore in vuoto non può ovviamente avvenire con il meccanismo della convezione, come invece avviene in aria. In questo caso la millitrappola dissipa calore principalmente attraverso il passante elettrico esterno in contatto con la camera da vuoto. Conoscendo la conduttività termica del rame, $395 \text{ W}/(\text{m }^\circ\text{C})$, abbiamo stimato che la resistenza termica del passante e della millitrappola è $R_{th}=3^\circ\text{C}/\text{W}$. Tale valore è stato calcolato trascurando la resistenza termica di contatto tra le due parti del conduttore esterno, che aumenta il valore di R_{th} , e la presenza del conduttore interno, che diminuisce R_{th} . Supponiamo adesso, come caso limite, che 10 W siano dissipati sull'estremità della millitrappola: si ottiene facilmente che la differenza di temperatura tra la punta della millitrappola e la camera da vuoto è 30°C . Come si vede il surriscaldamento del rame può essere scongiurato con un ampio margine di sicurezza.

Anche tenendosi entro i limiti di sicurezza il riscaldamento della millitrappola provoca inevitabilmente un effetto dannoso per la qualità del vuoto: il *degassamento*. Quando il rame viene scaldato i gas intrappolati al suo interno possono fuoriuscire. Le particelle prodotte durante il processo possono collidere con gli atomi freddi intrappolati causando una notevole diminuzione della vita media in trappola. For-

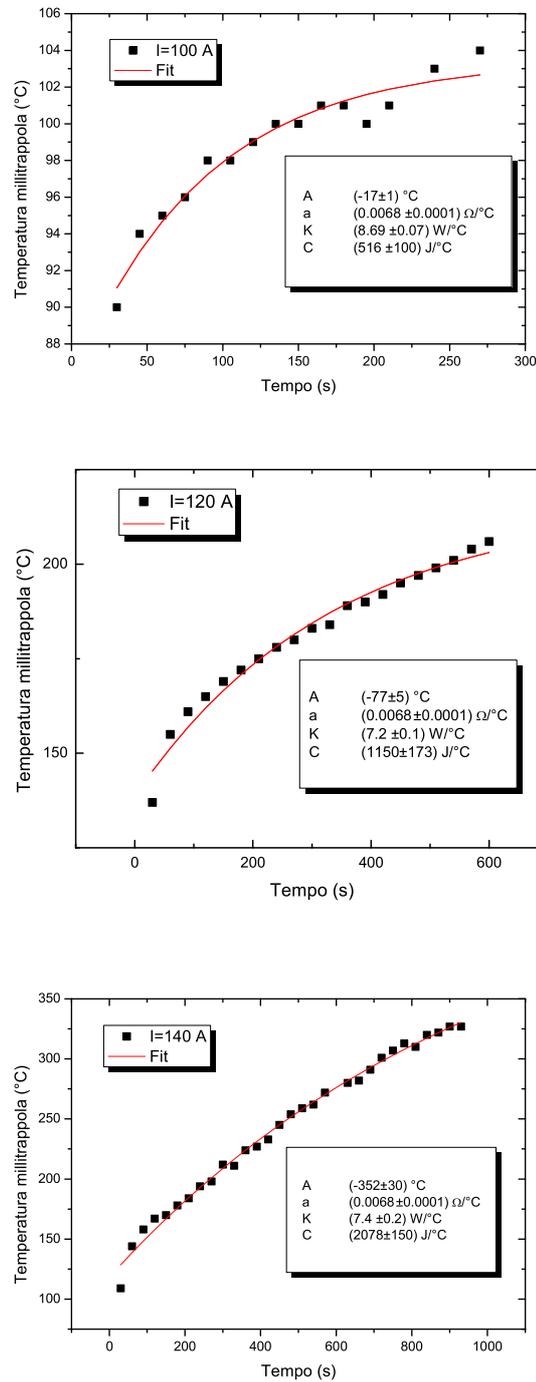


Figura 4.1: Dall'alto al basso: punti sperimentali ottenuti misurando la temperatura della millitrapola con 100, 120 e 140 A di corrente confrontati con la curva ottenuta con il fit della (4.2). In ogni riquadro sono riportati i valori dei parametri che sono stati ottenuti.

tunatamente questo fenomeno si manifesta in maniera maggiore durante la fase di riscaldamento del rame; una volta che la millitrappola è giunta alla temperatura di regime l'emissione di particelle diventa trascurabile.

4.1.2 Misura delle frequenze di trappola

La misura delle frequenze di trappola può essere facilmente effettuata ricorrendo alla tecnica del riscaldamento parametrico.

Le frequenze di trappola vengono misurate eccitando intenzionalmente i modi vibrazionali di trappola con una piccola modulazione dell'ampiezza del potenziale. Il riscaldamento del campione avviene ogni volta che la frequenza della modulazione è il doppio di una delle frequenze di trappola. Se infatti al potenziale di confinamento viene sovrapposta una piccola modulazione $\epsilon(t)$ tale che

$$V = V_0[1 + \epsilon(t)] \quad (4.3)$$

il tasso medio di transizione da uno stato stazionario n ad un altro m è, al primo ordine della teoria delle perturbazioni [52]

$$R_{n \rightarrow m} = \frac{1}{T} \left| \frac{-i}{\hbar} \int_0^T dt \langle m | V_0 | n \rangle \epsilon(t) e^{i\omega_{mn}t} \right|^2, \quad (4.4)$$

ovvero

$$R_{n \rightarrow m} = \frac{\pi}{2\hbar^2} |\langle m | V_0 | n \rangle|^2 S(\omega_{mn}) \quad (4.5)$$

con

$$S(\omega_{mn}) = \frac{2}{\pi} \int_0^T d\tau \cos(\omega\tau) \langle \epsilon(t)\epsilon(t+\tau) \rangle \quad ; \quad \omega_{mn} = \frac{E_m - E_n}{\hbar}. \quad (4.6)$$

Quando il potenziale di trappola è approssimabile ad un potenziale armonico gli unici termini della (4.5) diversi da zero sono

$$\begin{aligned} R_{n \rightarrow n} &= \frac{\pi\omega_0^2}{16} S(0)(2n+1) \\ R_{n \rightarrow n \pm 2} &= \frac{\pi\omega_0^2}{16} S(2\omega_0)(n+1 \pm 1)(n \pm 1) \end{aligned} \quad (4.7)$$

con ω_0 frequenza di trappola. Dalla seconda delle equazioni precedenti è possibile estrarre una semplice espressione per il tasso di riscaldamento [52]:

$$\langle \dot{E} \rangle = \frac{\pi}{2} \omega_0^2 S(2\omega_0) \langle E \rangle. \quad (4.8)$$

L'integrazione di questa equazione fornisce l'andamento esponenziale del tasso di riscaldamento. Si noti che, come detto, il riscaldamento avviene quando la frequenza di eccitazione è il doppio di quella di trappola.

Per questo ciclo di misure la corrente nella millitrappola è 87 A mentre il campo di Bias è $b_0=260$ mGauss. Dal momento che le frequenze avvertite dal ^{39}K possono essere ricavate semplicemente con la relazione $\omega_K = \omega_{Rb} \sqrt{m_{Rb}/m_K}$ abbiamo effettuato la misura eccitando un campione costituito solamente da atomi di ^{87}Rb . Abbiamo ripetuto per diverse frequenze di modulazione la seguente procedura:

- Raffreddamento del campione tramite raffreddamento evaporativo per fare in modo che gli atomi avvertano la parte armonica del potenziale. Ricordiamo infatti che se l'energia della nube atomica è tale che $E < b_0 g_F m_F \mu_B$ gli atomi si vengono a trovare nella zona armonica del campo della millitrappola.
- Modulazione dell'intensità del campo di trappola per 2 s. La modulazione è effettuata sulla corrente che passa nella bobina per il controllo fine del campo di Bias.
- Termalizzazione del campione per 2 s in millitrappola.
- Spegnimento del campo e acquisizione delle immagini della nube atomica in espansione.

Misurando per ogni frequenza di modulazione la temperatura del gas in espansione abbiamo ottenuto i profili di Fig. 4.2 e di Fig. 4.3. La temperatura della nube può essere stimata facendo un fit dell'immagine acquisita con la (3.21); in particolare conoscendo la larghezza della distribuzione in direzione x_i si ha che

$$k_B T = \frac{1}{2} m \left(\frac{\omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2} \sigma_i^2 \right) \quad (4.9)$$

dove t è il tempo di espansione, ovvero il tempo che intercorre tra lo spegnimento della trappola e l'acquisizione dell'immagine e ω_i è la frequenza di trappola calcolata nella direzione di interesse. Sebbene possa sembrare tautologico misurare ω_i a partire da una quantità dipendente da tale parametro la procedura da noi utilizzata è consistente. Ricordiamo infatti che l'eccitazione parametrica provoca un riscaldamento e quindi non è importante avere una misura precisa della temperatura assoluta bensì poter stimare l'incremento di temperatura che si ha in prossimità di $2\omega_i$.

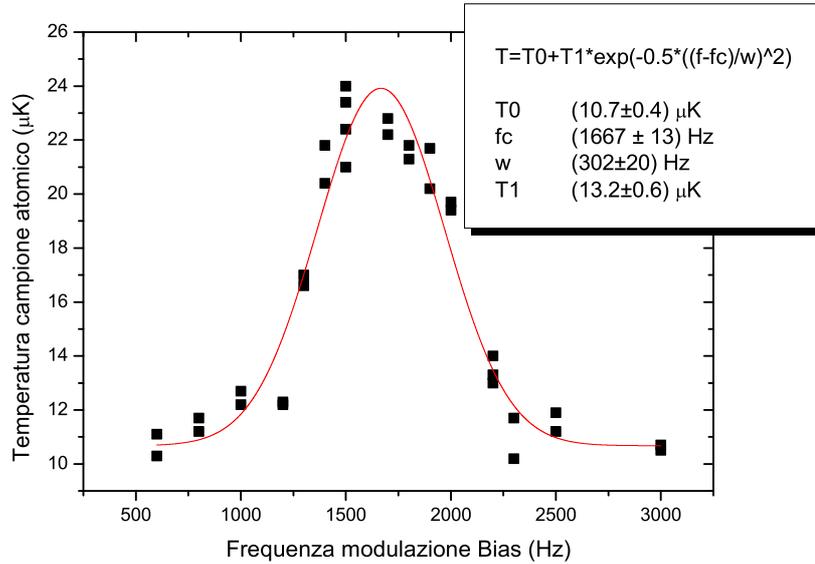


Figura 4.2: Temperatura del gas in espansione dopo il riscaldamento parametrico in direzione radiale in funzione della frequenza di modulazione. In rosso è riportata la curva gaussiana utilizzata per il fit, nel riquadro sono riportati la funzione e i parametri del fit; fc è la frequenza di eccitazione parametrica.

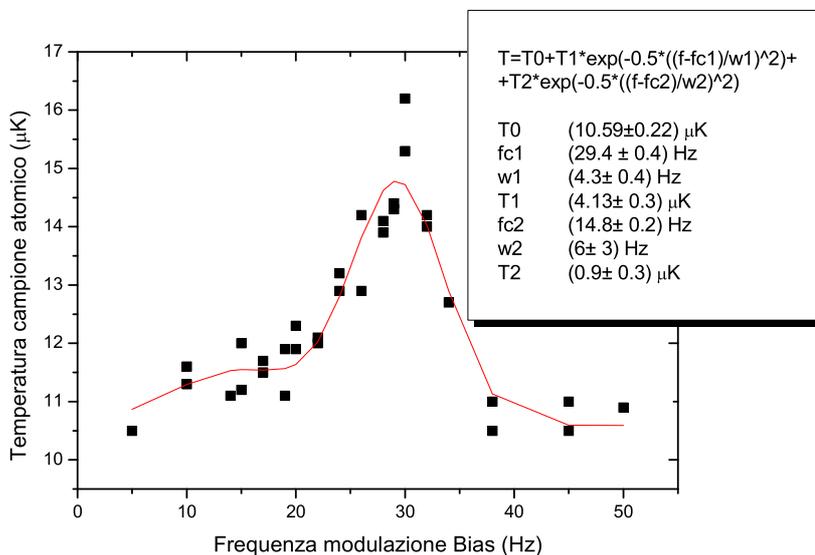


Figura 4.3: Temperatura del gas in espansione dopo il riscaldamento parametrico in direzione assiale in funzione della frequenza di modulazione. In rosso è riportata la curva gaussiana utilizzata per il fit, nel riquadro sono riportati la funzione e i parametri del fit. Il picco meno intenso è centrato alla frequenza di trappola (fc_2); gli atomi vengono eccitati a tale frequenza a causa di effetti spurî. Le frequenza dell'eccitazione parametrica è fc_1 .

I valori del centro e della larghezza dei profili di Fig. 4.2 e di Fig. 4.3 possono essere stimati con un fit gaussiano. Abbiamo ottenuto che per il ^{87}Rb l'eccitazione parametrica avviene a (29.4 ± 0.4) Hz e (1667 ± 13) Hz, ne consegue che la frequenza radiale è (833 ± 7) Hz e che la frequenza assiale è (14.7 ± 0.2) Hz. Si ricava che per il ^{39}K la frequenza radiale è (1241 ± 10) Hz mentre quella assiale è (21.9 ± 0.3) Hz. Come ci si aspettava la millitrappola è in grado quindi di produrre frequenze di trappola molto alte con un amperaggio relativamente ridotto. Questo fatto, come vedremo, ci ha permesso di ottenere la condensazione di Bose-Einstein in tempi molto minori di quelli necessari nelle trappole magnetiche standard.

Vogliamo infine porre l'accento sulla geometria spaziale della trappola: il rapporto tra la frequenza radiale e quella assiale (*aspect-ratio*) è 0.018; questo significa che il potenziale di confinamento prodotto dalle millitrappola è in grado di produrre sistemi approssimativamente unidimensionali.

4.1.3 Misura di vita media in millitrappola

La vita media di un campione di atomi in un potenziale di confinamento può essere stimata misurando il numero di atomi rimasti intrappolati in funzione della durata dell'intrappolamento. Dal momento che la vita media dipende dalla profondità di trappola abbiamo ripetuto la misura per diversi valori della corrente che scorre nella millitrappola. Il numero di atomi intrappolati in funzione del tempo segue una legge esponenziale

$$N(t) = N_0 e^{t/\tau} \quad (4.10)$$

con τ la vita media e N_0 il numero di atomi iniziale. Le perdite della trappola sono dovute essenzialmente alle collisioni inelastiche che avvengono tra gli atomi intrappolati e il gas di fondo.

La misura è avvenuta rispettando la seguente procedura: per una data corrente vengono acquisite le immagini del campione per diversi tempi di intrappolamento. Dalle immagini viene poi stimato il numero di atomi con una procedura di fit: dal momento che al primo ordine la (3.21) può essere approssimata ad una gaussiana si ottiene che

$$N = \frac{2\pi\sigma_x\sigma_y\tilde{n}(0,0)}{\sigma_0}. \quad (4.11)$$

In Fig. 4.4 e 4.5 vengono riportati i punti che abbiamo ottenuto sperimentalmente facendo scorrere nella millitrappola una corrente di 40 e 70 A rispettivamente. La

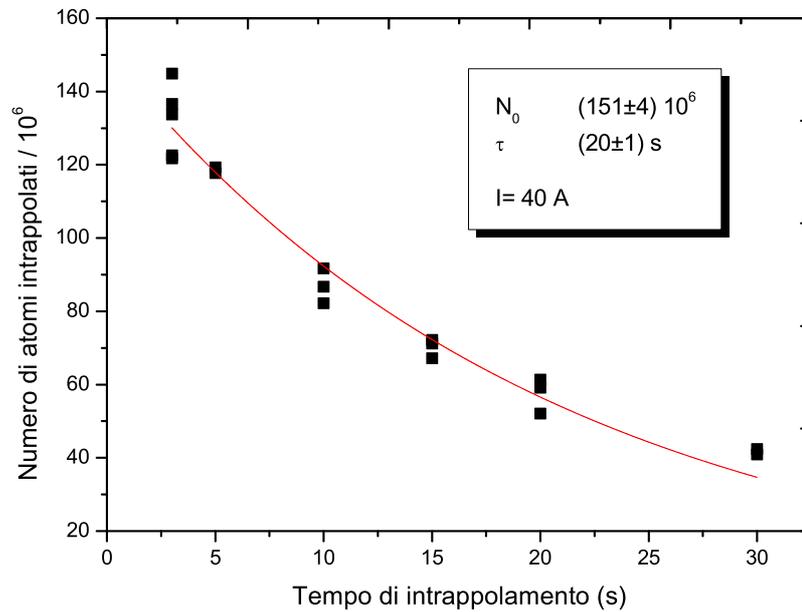


Figura 4.4: Numero di atomi intrappolati al variare del tempo di permanenza in millitrappola per una corrente di 40 A; in rosso la curva ottenuta con la procedura di fit; nel riquadro sono riportati la funzione di fit utilizzata e i parametri ottenuti.

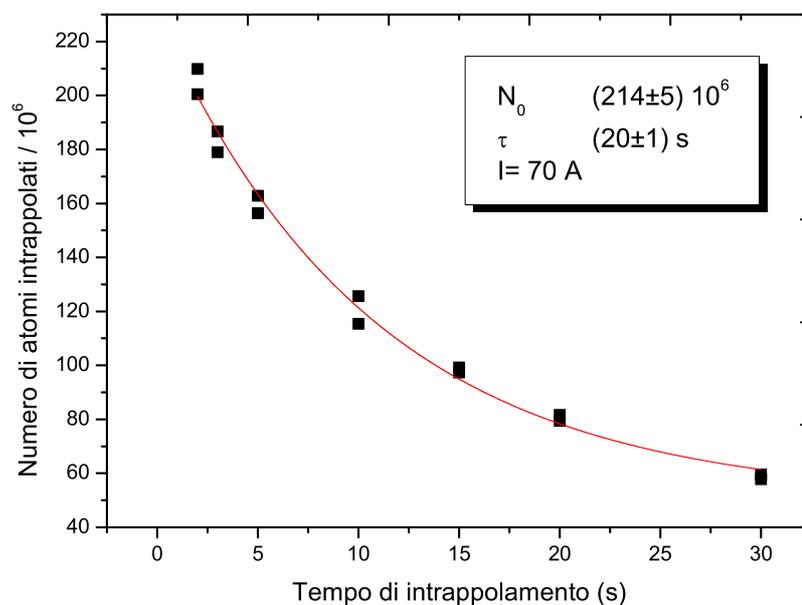


Figura 4.5: Numero di atomi intrappolati al variare del tempo di permanenza in millitrappola per una corrente di 70 A; in rosso la curva ottenuta con la procedura di fit; nel riquadro sono riportati la funzione di fit utilizzata e i parametri ottenuti.

vita media è stata stimata a partire da tali punti facendo un fit con la funzione (4.10); i risultati sono riportati sempre nelle Fig. 4.4 e 4.5.

Abbiamo ottenuto che la vita media è $\tau=(20 \pm 1)$ s sia quando la corrente nella millitrappola è 40 A sia quando la corrente è a 70 A. Tale valore è più basso rispetto a quelli che usualmente si ottengono nelle trappole magnetiche standard (50 s-1 min.) ed è probabilmente dovuto al degassamento del rame provocato dal riscaldamento della millitrappola. Questo fatto non costituisce un problema poiché, come vedremo, riusciamo ad ottenere la condensazione di Bose-Einstein in ≈ 10 s. Dal momento che la vita media per specie atomiche diverse è confrontabile la misura è stata effettuata soltanto sul ^{87}Rb .

4.2 La condensazione di Bose-Einstein del ^{87}Rb

La produzione del condensato di Bose-Einstein per il ^{87}Rb avviene tramite raffreddamento evaporativo in trappola magnetica, come spiegato nel capitolo precedente. Per il raggiungimento della condensazione è necessario trovare la rampa a microonda che soddisfi le condizioni descritte nel Par. 3.10. Si può ottenere una stima del punto di partenza della rampa conoscendo il tempo di vita media in trappola τ e il tasso di collisione elastica Γ_c ; è stato infatti mostrato sperimentalmente [53] che i valori iniziali ottimali devono soddisfare la seguente relazione:

$$\tau\Gamma_c \geq 200. \quad (4.12)$$

Ciò significa sostanzialmente che il tasso di collisioni elastiche, che sono necessarie alla termalizzazione, deve essere molto maggiore del tasso di collisioni anelastiche, che provocano le perdite dalla trappola.

La determinazione della rampa ottimale è avvenuta in sperimentalmente cercando passo dopo passo la frequenza di taglio che portasse ad un consistente raffreddamento del campione senza eccessive perdite nel tasso di collisioni elastiche. La stima di quest'ultimo parametro avviene anche questa volta tramite un fit delle immagini del gas in espansione con le (3.21) e (3.22):

$$\Gamma_c = \frac{\tilde{n}(0,0)}{\sigma_0\sigma_z} 8\pi a_s^2 \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}. \quad (4.13)$$

In Fig. 4.6 è riportata la rampa ottimale da noi utilizzata; al termine della stessa il campione atomico si trova ad una temperatura minore di T_c . La parte di rampa

che serve per l'evaporazione del ^{87}Rb nello stato $|F = 2, m_F = 2\rangle$ è quella che si trova alla destra della linea tratteggiata rossa. Si noti ancora una volta che, grazie alle elevate frequenze di trappola, il raggiungimento della condensazione avviene in poco più di 10 s, un tempo molto inferiore rispetto a quelli tipici delle trappole tradizionali.

La parte della rampa che si trova a sinistra della linea tratteggiata rossa in Fig. 4.6 serve per rimuovere dalla trappola gli atomi che si trovano in $|F = 2, m_F = 1\rangle$. La presenza degli atomi in questo stato è dovuta alla non perfetta efficienza del pompaggio ottico. Dal momento che la separazione Zeeman tra gli stati $|F = 2, m_F = 1\rangle$ e $|F = 2, m_F = 2\rangle$ è di 0.7 MHz/Gauss è possibile rimuovere selettivamente gli atomi in $|F = 2, m_F = 1\rangle$ prima dell'inizio dell'evaporazione.

Nelle Fig. 4.7 e 4.8 sono riportati la temperatura ed il tasso di collisioni misurati in funzione del numero di atomi rimasti dopo l'evaporazione. Per compiere queste misure abbiamo interrotto la rampa di Fig. 4.6 in punti diversi e abbiamo acquisito le immagini del campione in espansione.

In Fig. 4.7 vengono confrontati i valori della temperatura per due diversi valori del campo di Bias b_0 : 20 e 1 Gauss. Le due linee tratteggiate sono i grafici della (1.6) calcolata per i due valori del fondo¹; la condensazione avviene al di sotto di tali curve. Il numero massimo di atomi che riusciamo a condensare con $b_0=1$ Gauss è di 2×10^5 . Come si vede se il campo di fondo è troppo alto non è possibile condensare per via delle frequenze di trappola troppo basse.

In Fig. 4.8 vengono invece confrontati i tassi di collisioni elastiche che si misurano con un campo b_0 di 20 e di 1 Gauss. Si osserva che a frequenze di trappola più alte il tasso di collisioni è maggiore. Si ha infatti che quando $b_0=1$ Gauss il processo di termalizzazione è sufficientemente efficace da permettere il raggiungimento della condensazione di Bose-Einstein.

Come illustrato nel Par. 3.12, l'evidenza della condensazione di Bose-Einstein si può avere osservando il graduale passaggio della distribuzione atomica da quella gaussiana a quella di Thomas-Fermi: quando $T > T_C$ la nube atomica è detta 'termica' e gli atomi sono distribuiti secondo la legge di Maxwell-Boltzmann; quando $T < T_C$ una frazione sempre maggiore di atomi va ad occupare lo stato fondamentale, in questa fase la nube è detta 'mista' in quanto può essere descritta con una distribuzione bimodale somma pesata di una distribuzione gaussiana e di quella di Thomas-Fermi. Si parla infine di condensato puro quando l'intera nube atomica è descritta dalla distribuzione di Thomas-Fermi. In Fig. 4.9 vengono riportate le

¹Si ricorda che dipendono dal fondo anche le frequenze radiali della millitrappola.

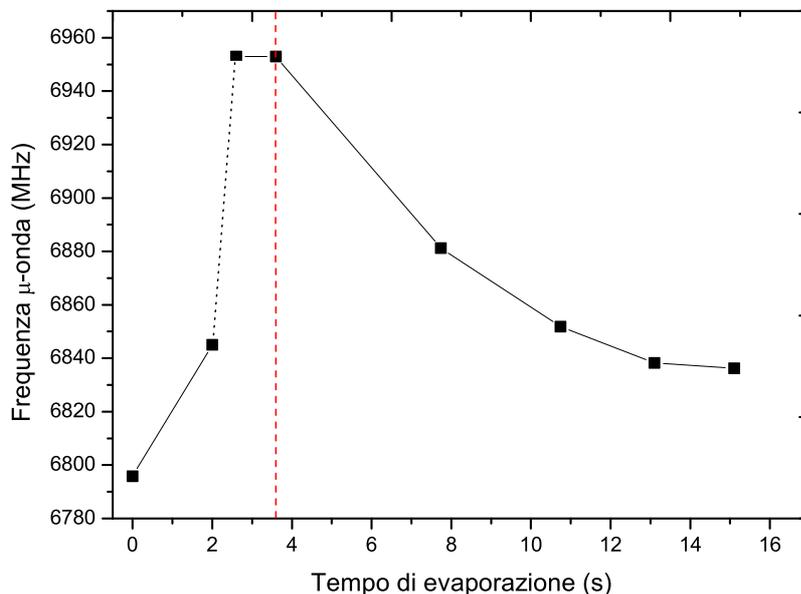


Figura 4.6: E' riportata la rampa in frequenza utilizzata per il raffreddamento evaporativo del ^{87}Rb . La parte della rampa a sinistra della linea tratteggiata rossa è chiamata pre-rampa e serve per la rimozione selettiva degli atomi in $|F = 2, m_F = 1\rangle$. Nel periodo che intercorre tra la pre-rampa e la rampa vera e propria l'uscita del sintetizzatore viene inibita (linea punteggiata).

immagini in assorbimento ottenute con il fascio di rilevazione verticale della nube atomica nei tre casi appena descritti; per ogni immagine viene riportato anche il fit eseguito sul profilo ottenuto integrando lungo l'asse y .

Un'ulteriore evidenza della formazione del condensato si può avere osservando l'inversione del rapporto tra la dimensione assiale e quelle radiali (*aspect-ratio*) durante l'espansione. Come detto il profilo di densità di un condensato di Bose-Einstein repulsivo può essere descritto dalla distribuzione di Thomas-Fermi:

$$\Phi^2(\vec{r}) = g^{-1}[\mu - V_{ext}(\vec{r})] \quad (4.14)$$

calcolata a partire dalla GPE (1.12) nel limite di N molto grande; il raggio di questa distribuzione nella i -esima direzione, nel caso in cui V_{ext} abbia la forma (1.5), è:

$$R_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}}. \quad (4.15)$$

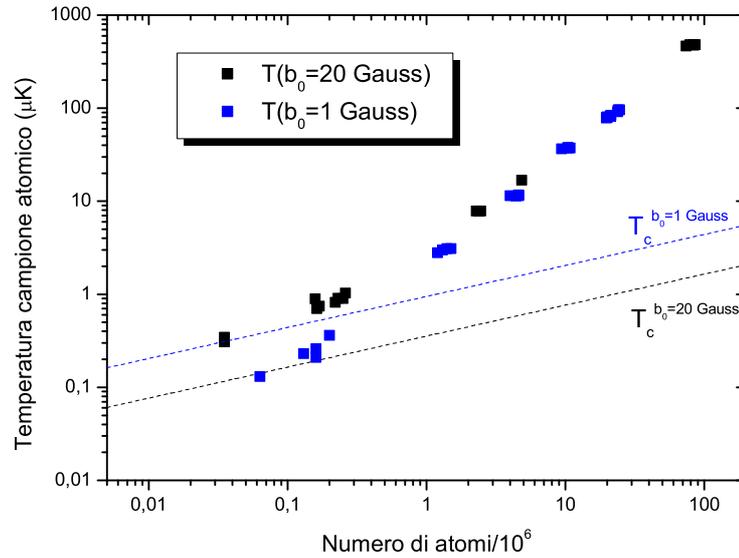


Figura 4.7: Temperature del campione atomico in funzione del numero di atomi durante un'evaporazione. In blu i punti sperimentali e il grafico di T_c con $b_0=1$ Gauss; in nero i punti sperimentali e il grafico di T_c con $b_0=20$ Gauss. Si noti la scala logaritmica su entrambi gli assi. Le barre di errore sono più piccole delle dimensioni dei punti.

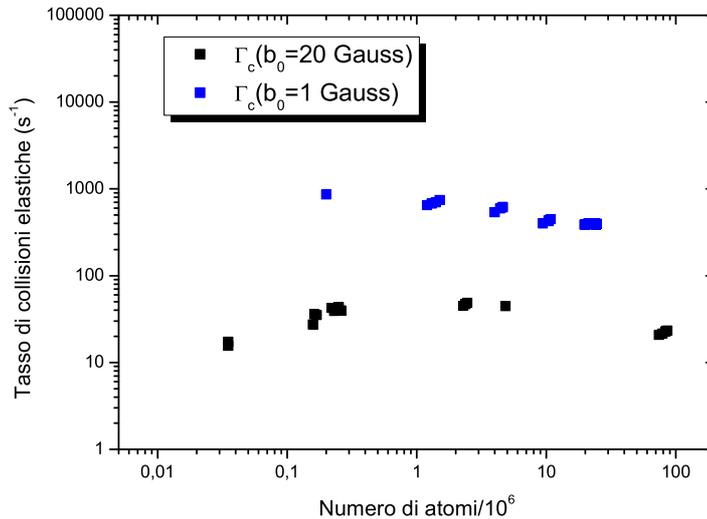


Figura 4.8: Tasso di collisioni elastiche in funzione del numero di atomi misurato durante l'evaporazione. In blu i punti acquisiti quando $b_0=1$ Gauss, in nero quando $b_0=20$ Gauss. Si noti la scala logaritmica su entrambi gli assi. Le barre di errore sono più piccole delle dimensioni dei punti.

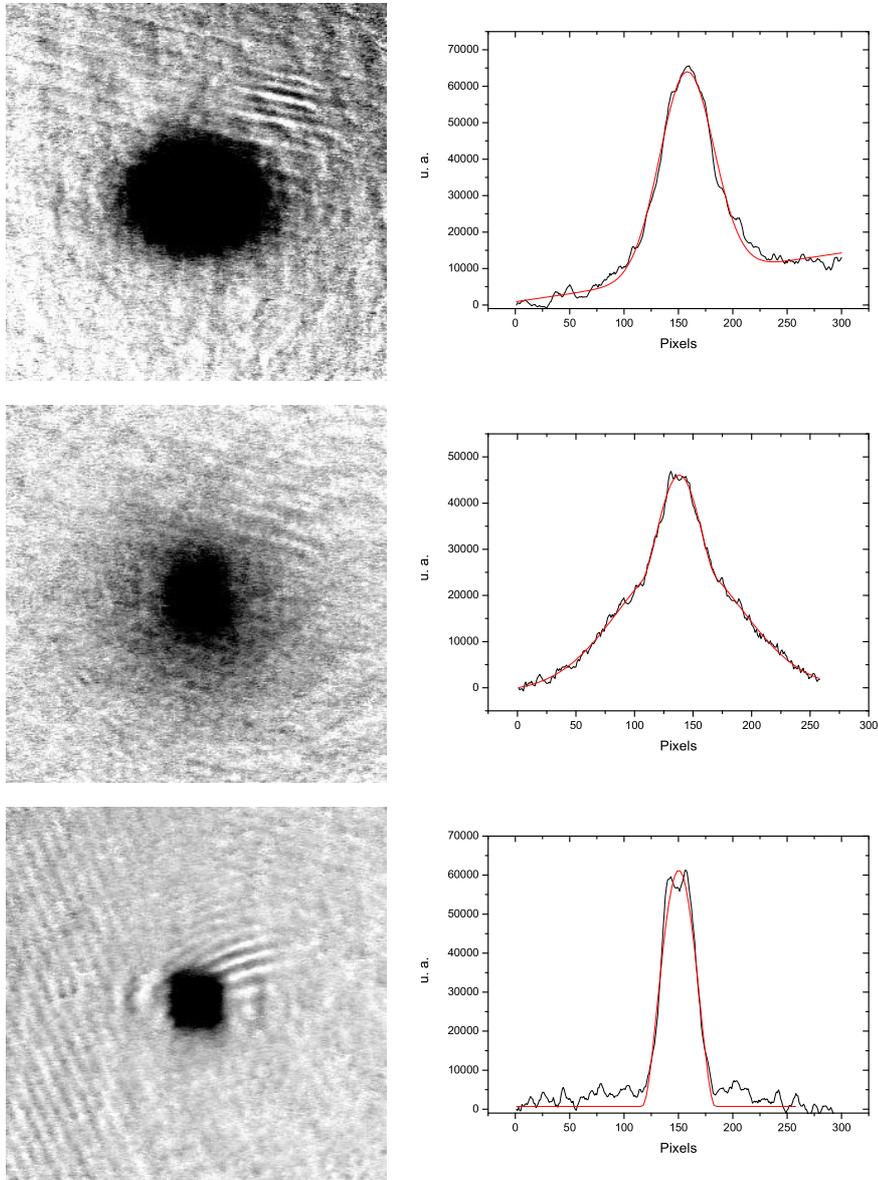


Figura 4.9: Dall'alto in basso: nube termica (tempo di espansione 12 ms), nube mista (29 ms) e condensato puro (10 ms). Sulla sinistra vengono riportati i fit eseguiti sul profilo ottenuto integrando lungo l'asse y (nelle figure l'asse verticale): per la nube termica è stata utilizzata una gaussiana, per la nube mista una gaussiana sommata all'integrale della (3.22) mentre per il condensato puro l'integrale della (3.22).

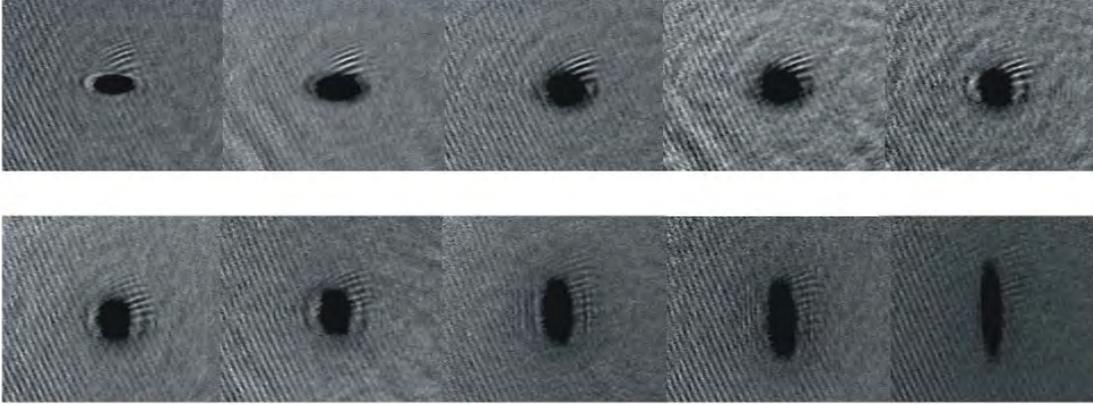


Figura 4.10: Immagini del condensato a diversi tempi di espansione. Dall'alto a sinistra in basso a destra: 3.2 ms, 4.2 ms, 7.2 ms, 8.2 ms, 11.2 ms, 14.2 ms, 17.2 ms, 26.2 ms, 31.2 ms, 41.2 ms. Si osservi come, dopo $\simeq 11$ ms, il rapporto tra la dimensione radiale e quella assiale si inverte.

E' stato dimostrato [20, 54] che la forma della distribuzione rimane la stessa durante tutta l'espansione mentre i raggi scalano nel tempo seguendo la legge:

$$R_i(t) = R_i(0)b_i(t). \quad (4.16)$$

In una trappola con simmetria cilindrica, definendo la frequenza radiale $\omega_{\perp} = \omega_x = \omega_y$ e quella assiale $\omega_z = \lambda\omega_{\perp}$, le equazioni del moto per i coefficienti b_i sono:

$$\begin{aligned} \omega_{\perp} \frac{d^2}{dt^2} b_{\perp} &= \frac{1}{b_{\perp}^3 b_z} \\ \omega_{\perp} \frac{d^2}{dt^2} b_z &= \frac{\lambda^2}{b_{\perp}^2 b_z^2}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Risolvendo analiticamente queste equazioni nel limite $\lambda \ll 1$ si ottiene l'andamento del rapporto tra i raggi in funzione del tempo:

$$\frac{R_{\perp}}{R_z}(t) = \lambda \frac{\sqrt{1 + (\omega_{\perp} t)^2}}{1 + \lambda^2 [\omega_{\perp} t \arctan(\omega_{\perp} t) - \ln \sqrt{1 + (\omega_{\perp} t)^2}]}. \quad (4.18)$$

Il membro destro della (4.18) è una funzione monotona crescente; ciò significa che il rapporto R_{\perp}/R_z , inizialmente <1 , dopo un certo tempo diventa >1 .

E' importante notare che l'inversione dell'aspect-ratio è un effetto puramente quantistico e che in una nube termica, governata dalle leggi della fisica classica, tale fenomeno non può aver luogo.

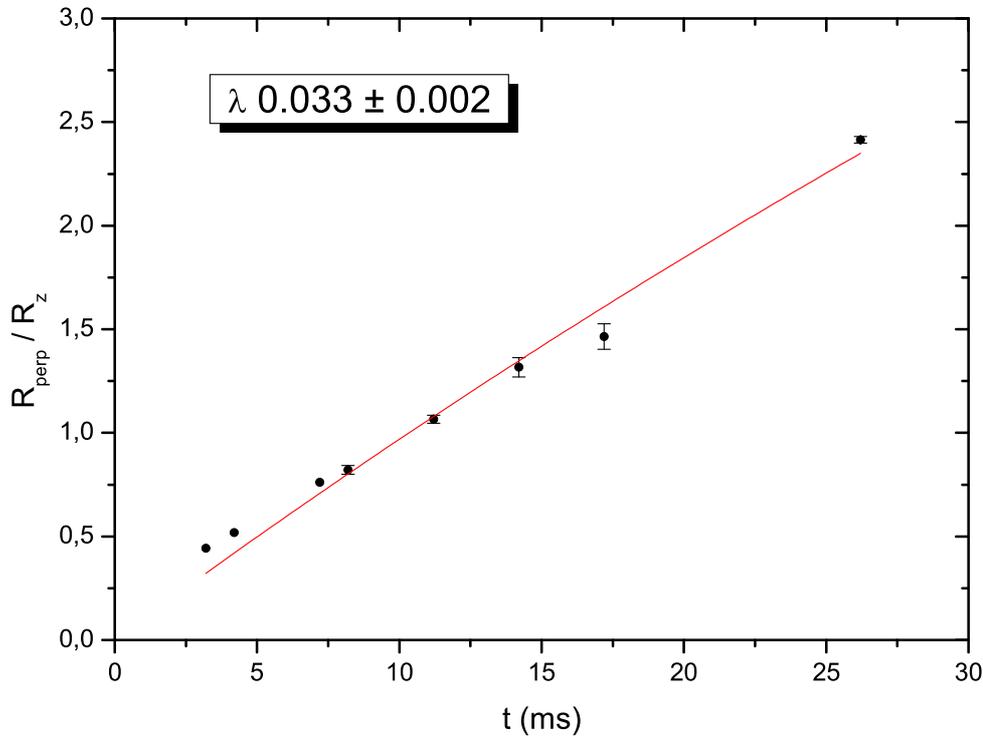


Figura 4.11: Misura dell'evoluzione temporale del rapporto R_{\perp}/R_z in funzione del tempo di espansione del condensato. Laddove non presenti le barre di errore sono da considerarsi più piccole dei punti. La curva in rosso è il grafico della (4.18) con $\lambda=0.033$; tale valore è stato calcolato con una procedura di fit a partire dalla (4.18) stessa.

In Fig. 4.10 viene riportata una serie di immagini del condensato acquisite con il fascio di rivelazione verticale per diversi tempi di espansione. In queste immagini si si può apprezzare l'inversione del rapporto R_{\perp}/R_z dopo $\simeq 11$ ms di espansione.

In Fig. 4.11 viene riportato l'andamento del rapporto R_{\perp}/R_z misurato a partire dalle immagini acquisite in funzione del tempo di espansione. Su ogni immagine è stato eseguito un fit bidimensionale con la (3.22) e conseguentemente è stato calcolato il rapporto R_{\perp}/R_z . I punti riportati sono il risultato di una media su più misure, l'errore è preso come scarto massimo. Nella medesima figura viene riportato anche il fit eseguito sul suddetto andamento con la (4.18). Il parametro libero di

quest'ultimo fit è λ , ovvero il rapporto tra le frequenze di trappola². Il risultato della procedura di fit è stato $\lambda=0.033\pm 0.002$. Il valore ottenuto è circa il doppio di quello atteso (0.033 invece di 0.018); questo perché le costanti di tempo dei circuiti che controllano indipendentemente la millitrappola e la bobina di bias sono diversi. Si ha quindi che durante lo spegnimento la geometria della trappola viene deformata e l'aspect-ratio non viene conservato. Inoltre la caduta del condensato a causa della gravità allontana lo stesso dal fuoco della lente di raccolta e quindi le immagini acquisite dopo un lungo tempo di espansione sono leggermente 'fuori fuoco'.

4.3 Raffreddamento simpatetico ^{87}Rb - ^{39}K

L'osservazione del raffreddamento simpatetico del ^{39}K ad opera del ^{87}Rb è il risultato sperimentale più importante presentato in questa tesi. Tale raffreddamento rappresenta il primo fondamentale passo verso lo studio dei fenomeni fisici accessibili nelle miscele ultra-fredde ^{39}K - ^{87}Rb .

Abbiamo visto nel paragrafo precedente che il ^{87}Rb può essere efficacemente raffreddato e portato alla condensazione di Bose-Einstein inducendo la transizione a microonda a 6.8 GHz tra lo stato intrappolato $|F = 2, m_F = 2\rangle$ e quello anti-intrappolato $|F = 1, m_F = 1\rangle$. Come detto nei Cap. 1 e 2 il raffreddamento evaporativo non può essere utilizzato per raffreddare il ^{39}K a causa della lunghezza di diffusione troppo piccola, che non permette un'efficiente termalizzazione del campione, e a causa della temperatura iniziale troppo alta, dovuta all'impossibilità di ottenere il raffreddamento sub-Doppler per questa specie atomica.

Sulle orme di quanto fatto al LENS di Firenze per ottenere la condensazione di Bose-Einstein del ^{41}K [15], è stata esplorata la possibilità di raffreddare il ^{39}K con la tecnica del raffreddamento simpatetico, sfruttando il raffreddamento evaporativo del ^{87}Rb . Tuttavia, come illustrato nel Par. 1.4, la lunghezza di diffusione ^{39}K - ^{87}Rb è sensibilmente minore di quella ^{41}K - ^{87}Rb ; questo comporta che, nel nostro caso, il processo di raffreddamento è maggiormente critico dal momento che la termalizzazione tra le due specie atomiche è minore.

Come visto nel Par. 3.11 il raffreddamento del ^{87}Rb può essere seguito dal ^{39}K se ad ogni istante è verificata la condizione

$$N_{Rb} > N_K. \quad (4.19)$$

²Quando il condensato è in trappola λ coincide con R_\perp/R_z , come risulta dalla (4.18) per $t=0$.

Grazie all'utilizzo delle 2D-MOT come stadio di preraffreddamento è possibile fare in modo che tale condizione venga rispettata, infatti il controllo del numero di atomi di ^{39}K caricati in millitrappola può essere ottenuto variando la durata del fascio di *push*, che spinge gli atomi fuori dalla 2D-MOT. Per il ^{87}Rb il fascio di *push* resta acceso durante tutto il caricamento della 3D-MOT in modo da avere a disposizione il maggior numero di atomi possibile.

Il raffreddamento simpatetico può essere verificato misurando la temperatura dei due campioni atomici al variare della frequenza finale di taglio della rampa di evaporazione. Si ha infatti che la temperatura del ^{87}Rb dipende dalla frequenza alla quale viene conclusa la rampa: più alta è la frequenza più alta è la temperatura. Se tale comportamento viene riscontrato anche nell'andamento della temperatura del ^{39}K il raffreddamento simpatetico è dimostrato.

Sperimentalmente l'innalzamento della frequenza finale di taglio può essere ottenuto interrompendo la rampa di evaporazione a tempi diversi, come si vede in Fig. 4.6. Affinché il processo di raffreddamento simpatetico sia efficace è necessario che la nube di ^{39}K abbia il tempo di termalizzarsi con quella di ^{87}Rb . In questo senso la rampa di Fig. 4.6 deve essere modificata per fare in modo che il tasso di collisioni interspecie sia confrontabile con quello intraspecie del ^{87}Rb e sensibilmente maggiore di quello intraspecie del ^{39}K . Il tasso di collisioni interspecie in una miscela dipende fortemente dalla sovrapposizione delle due nubi atomiche [55]:

$$\Gamma_c^{K-Rb} = \sigma_{RbK} \bar{v} \int d^3x n_{Rb}(x) n_K(x) \quad (4.20)$$

dove con \bar{v} è indicata la velocità media relativa:

$$\bar{v} = \left[\frac{8k_B}{\pi} \left(\frac{T_{Rb}}{m_{Rb}} + \frac{T_K}{m_K} \right) \right]^{1/2}. \quad (4.21)$$

Supponendo che il potenziale di trappola sia dato dalla (1.5), la (4.20) diventa:

$$\Gamma_c^{K-Rb} = \frac{\sigma_{RbK} \bar{v} N_{Rb} N_K}{[\pi k_B (T_{Rb} + T_K)]^{3/2}} \alpha_x \alpha_y \alpha_z \quad (4.22)$$

dove

$$\vec{\alpha} = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z) = \sqrt{\frac{m_{Rb}}{2}} (\omega_x^{Rb}, \omega_y^{Rb}, \omega_z^{Rb}) = \sqrt{\frac{m_K}{2}} (\omega_x^K, \omega_y^K, \omega_z^K). \quad (4.23)$$

All'inizio dell'evaporazione carichiamo $\simeq 7 \times 10^7$ atomi di ^{87}Rb e $\simeq 3 \times 10^4$ atomi di ^{39}K a $\simeq 160 \mu\text{K}$. In questa situazione abbiamo che $\Gamma_c^{Rb} \simeq 1590 \text{ s}^{-1}$ e $\Gamma_c^K \simeq 1.15 \text{ s}^{-1}$ mentre tramite la (4.22) si ottiene $\Gamma_c^{K-Rb} \simeq 1840 \text{ s}^{-1}$. Dal momento che $\Gamma_c^{K-Rb} \geq$

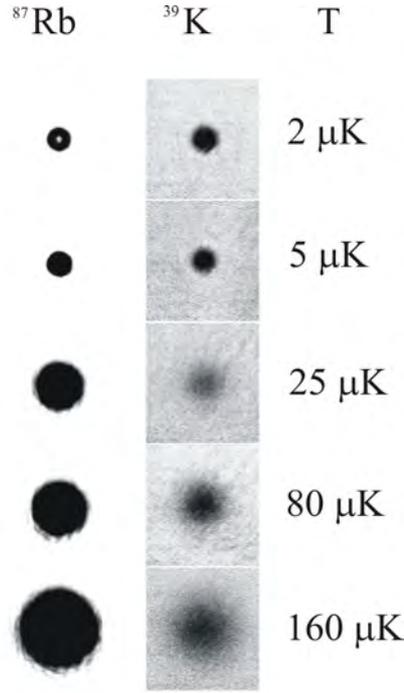


Figura 4.12: Immagini in assorbimento di entrambe le specie atomiche in direzione dell'asse della millitrappola a varie temperature. Per $T=160, 80, 25 \mu\text{K}$ il tempo di espansione è 2 ms; per $T=5, 2 \mu\text{K}$ il tempo di espansione è 2 ms. La forma 'a ciambella' della nube di ^{87}Rb a $2 \mu\text{K}$ è dovuta alla diffrazione. Le immagini di entrambe le specie atomiche ad ogni temperatura sono state acquisite in contemporanea.

$\Gamma_c^{Rb} \gg \Gamma_c^K$ non è necessario modificare la parte iniziale della rampa di evaporazione del ^{87}Rb in quanto, in queste condizioni, il processo di termalizzazione interspecie è addirittura più efficace di quello intraspecie del ^{87}Rb . La situazione è differente nella parte finale dell'evaporazione (temperatura $\simeq 1 \mu\text{K}$) dove il numero di atomi di ^{87}Rb scende fino a $\simeq 9 \times 10^4$. Se il numero di atomi di ^{39}K rimane costante si ha $\Gamma_c^{Rb} \simeq 2970 \text{ s}^{-1}$, $\Gamma_c^K \simeq 58 \text{ s}^{-1}$ e $\Gamma_c^{K-Rb} \simeq 1950 \text{ s}^{-1}$. In questo caso per ottenere una termalizzazione ottimale tra le due specie sarà necessario allungare leggermente la rampa di evaporazione; questo corrisponde a far aumentare il numero di collisioni interspecie.

Per ogni valore della frequenza finale di taglio abbiamo acquisito una serie di immagini simultanee delle due specie atomiche sfruttando il sistema di *interline* della nostra camera CCD. In Fig. 4.12 vengono confrontati i profili di assorbimento delle due specie atomiche al variare della temperatura. Le immagini sono state

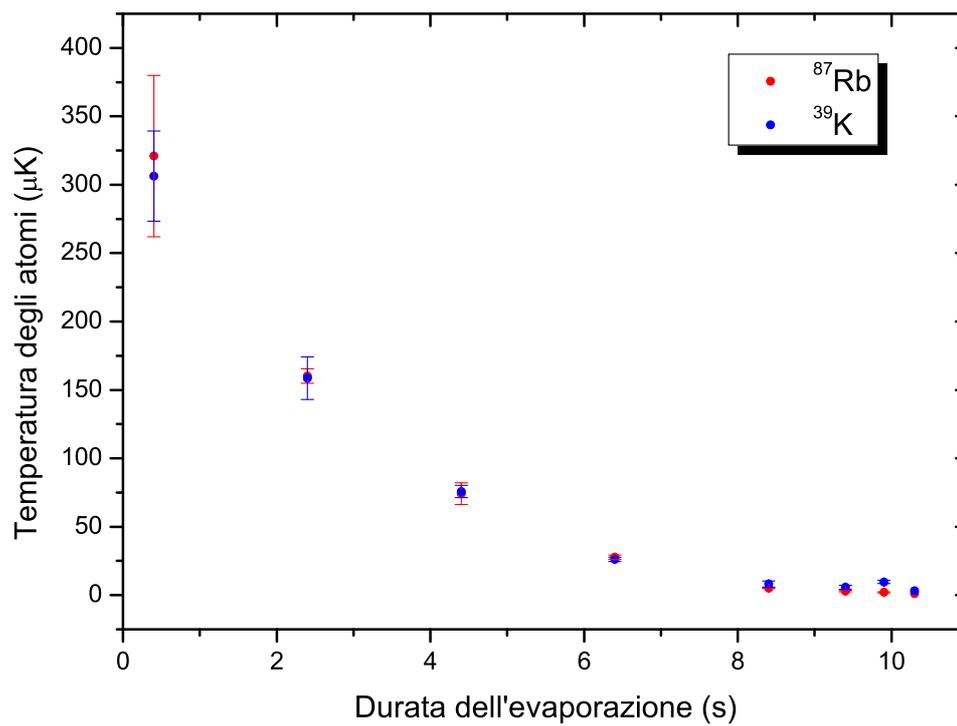


Figura 4.13: Andamento della temperatura del ^{39}K e del ^{87}Rb in funzione della durata della rampa di evaporazione. L'inizio della rampa corrisponde alla linea tratteggiata rossa di Fig. 4.6. Si osservi come la temperatura del ^{39}K coincida, entro le barre di errore, con quella del ^{87}Rb per ogni valore della frequenza finale di taglio; questo è stato possibile rispettando la (4.19) per ogni valore della frequenza finale di taglio (si veda Fig. 4.14).

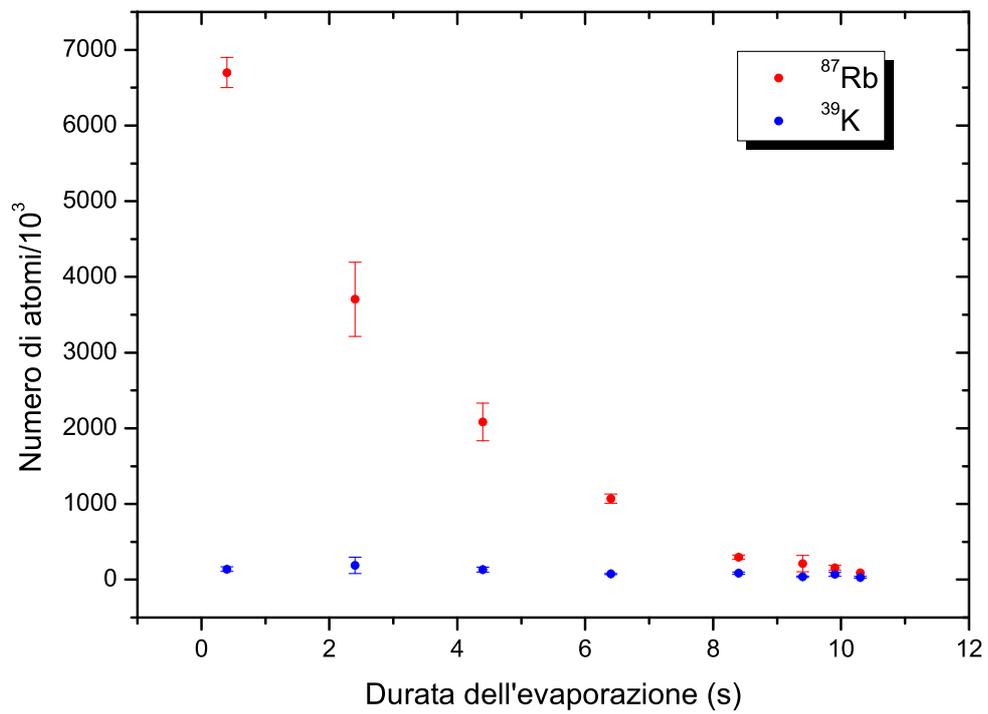


Figura 4.14: Numero di atomi intrappolati di ³⁹K e ⁸⁷Rb in funzione della durata della rampa di evaporazione. Si può notare come l'azione della microonda produca perdite sostanziali di atomi di ⁸⁷Rb senza tuttavia ridurre il numero di atomi di ³⁹K intrappolati.

acquisite con il fascio di rivelazione orizzontale. Queste sono le prime immagini del ^{39}K ad una temperatura inferiore ai $100\ \mu\text{K}$. La stima della temperatura e del numero di atomi è avvenuta sottoponendo ciascuna immagine ad una procedura di fit rispettivamente con la (4.9) e con la (4.11).

In Fig. 4.13 vengono riportate le misure di temperatura per il ^{39}K e per il ^{87}Rb in funzione della durata della rampa. Ogni punto è stato calcolato come media di più misure, l'errore è preso come scarto massimo.

Tali misure dimostrano il raffreddamento simpatetico del ^{39}K ad opera del ^{87}Rb infatti, come si osserva, la temperatura del ^{39}K 'segue' quella del ^{87}Rb per ogni valore della frequenza finale di taglio. La temperatura finale raggiunta è $(1.1 \pm 0.4)\ \mu\text{K}$ per il ^{87}Rb e $(3.1 \pm 1.2)\ \mu\text{K}$ per il ^{39}K .

In Fig. 4.14 viene riportato il numero di atomi intrappolati di entrambe le specie in funzione della durata della rampa di evaporazione. Si può osservare che l'efficienza del raffreddamento simpatetico è stata raggiunta rispettando la (4.19) dall'inizio alla fine della rampa infatti la popolazione del ^{39}K è minore di quella del ^{87}Rb anche alla fine dell'evaporazione. In questo modo la capacità termica del ^{87}Rb è abbastanza elevata da supportare il raffreddamento del ^{39}K . Si osservi inoltre che il taglio a microonda agisce selettivamente sugli atomi di ^{87}Rb lasciando inalterato il numero di atomi di ^{39}K .

4.3.1 Limiti di efficienza del raffreddamento simpatetico

La verifica sperimentale della (4.19) viene effettuata osservando l'efficienza del raffreddamento simpatetico al variare del numero di atomi di ^{39}K mantenendo costante il numero di atomi di ^{87}Rb . Tenendo fissata la frequenza finale di taglio a $6.860\ \text{GHz}$ abbiamo variato la durata del fascio di *push* del ^{39}K che, come detto, serve a controllare il caricamento degli atomi in millitrappola. Per ogni ciclo vengono poi stimate temperatura e numero di atomi di entrambe le specie atomiche a partire dalle immagini in assorbimento. I risultati sperimentali sono riportati in Fig. 4.15 e 4.16.

Abbiamo osservato che la temperatura del ^{39}K sale inesorabilmente all'aumentare della durata del fascio di *push*, ovvero del numero di atomi caricati in millitrappola. Questo processo avviene sebbene la temperatura del ^{87}Rb rimanga circa costante (Fig. 4.16) indicando chiaramente che il raffreddamento simpatetico non ha luogo quando non è rispettata la (4.19). In Fig. 4.15, dove sono riportate le popolazioni

atomiche in funzione della durata del *push*, si può notare che l'aumento del numero di atomi di ^{39}K ha un effetto dannoso per la popolazione di atomi di ^{87}Rb . Se infatti $N_K \geq N_{Rb}$ si ottiene l'effetto opposto a quello desiderato: il ^{39}K funge da bagno termico e scalda il ^{87}Rb . A causa del riscaldamento il numero di atomi di ^{87}Rb espulsi dalla trappola magnetica dalla microonda aumenta e quindi diminuisce il numero di atomi intrappolati.

La situazione è riassunta in Fig. 4.17 dove la differenza tra le temperature delle due specie atomiche è riportata in funzione del rapporto tra le popolazioni. Se tale rapporto è maggiore di $\simeq 0.6$ non è più possibile raffreddare con efficacia il ^{39}K con il ^{87}Rb , coerentemente con quanto predetto dalla (4.19).

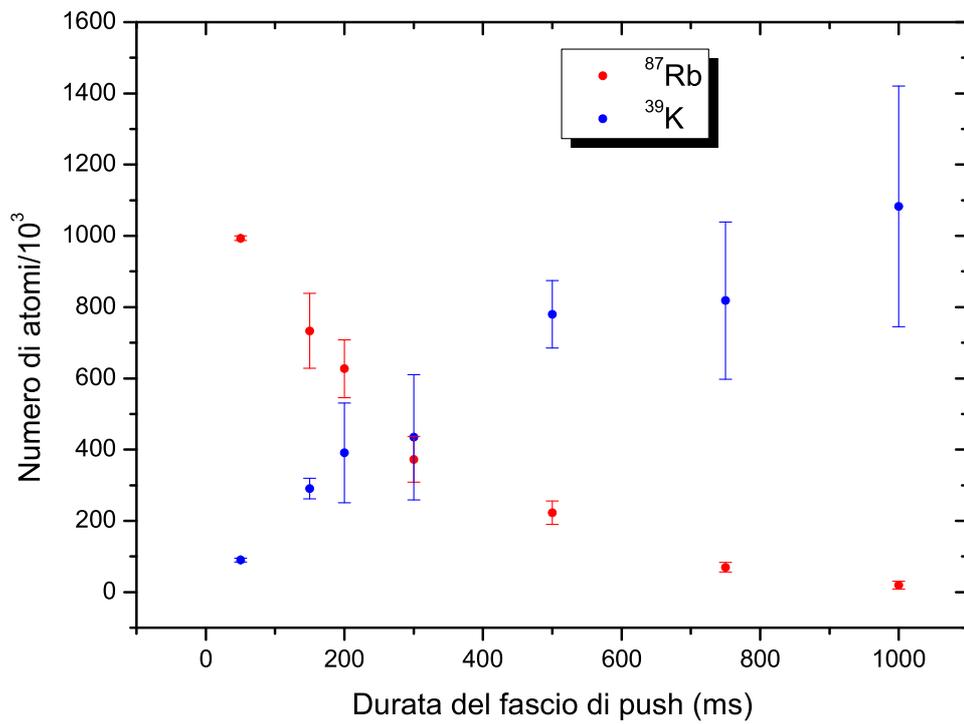


Figura 4.15: Numero di atomi rimasti nella millitrappola alla fine dell'evaporazione in funzione della durata del fascio di *push* della 2D-MOT di ³⁹K. Si osservi come, a fronte di un aumento del numero di atomi di ³⁹K, si abbia una sostanziale perdita di atomi di ⁸⁷Rb.

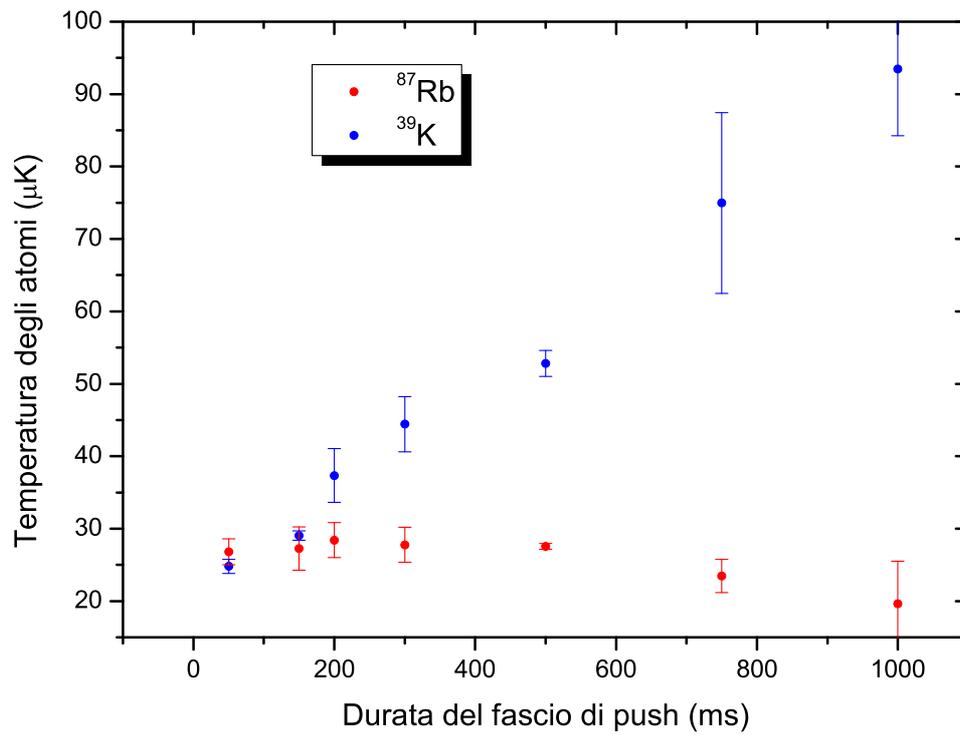


Figura 4.16: Temperatura dei due campioni atomici alla fine dell'evaporazione in funzione della durata del fascio di *push* della 2D-MOT di ^{39}K . Il ^{39}K ha una temperatura confrontabile con quella del ^{87}Rb soltanto finché $N_K \simeq N_{Rb}$ (confronta Fig. 4.15 e Fig. 4.17).

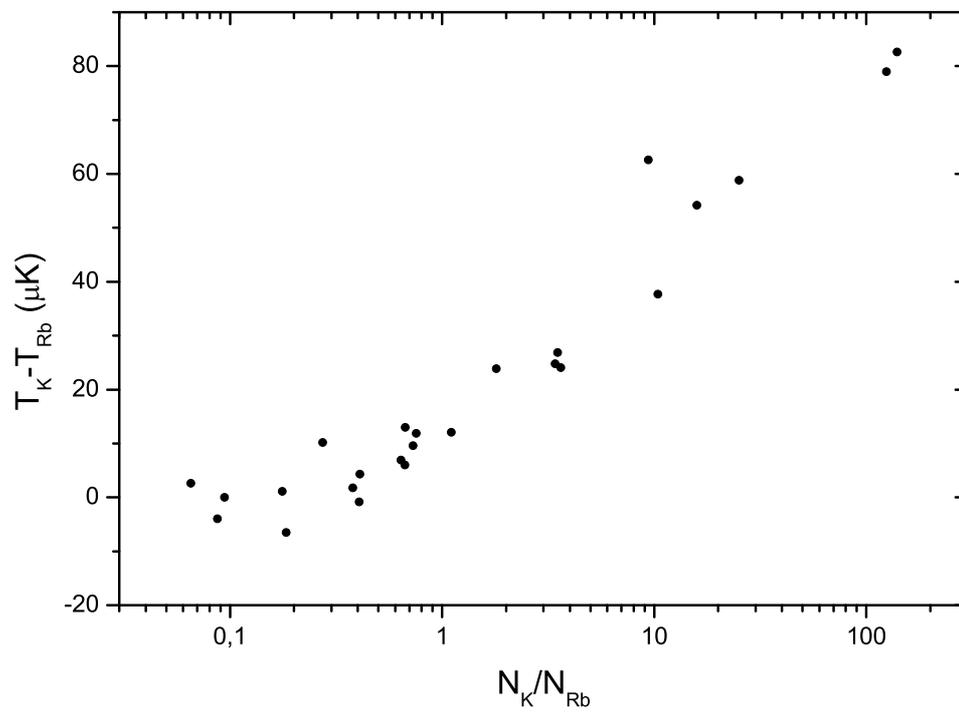


Figura 4.17: Differenza in μK tra la temperatura del ^{39}K e del ^{87}Rb in funzione del rapporto del numero di atomi delle due specie. Quando $N_K > 0.6N_{Rb}$ non si ha più raffreddamento simpatetico.

Conclusioni

Obiettivo principale di questo lavoro di tesi è stata la produzione di miscele ultrafredde ^{39}K - ^{87}Rb tramite l'utilizzo della tecnica del raffreddamento simpatetico. Il raggiungimento di tale obiettivo è stato possibile grazie ad un nuovo apparato sperimentale in grado di produrre miscele atomiche ultra-fredde K-Rb. La maggiore peculiarità di tale apparato è costituita da una trappola magnetica di nuova concezione, la millitrappola, che è in grado di produrre un potenziale di confinamento molto più forte di quelli che si ottengono con le trappole magnetiche standard. Proprio lo studio e la caratterizzazione delle proprietà della millitrappola sono stati oggetto del lavoro di tesi; in particolare sono state determinate le frequenze caratteristiche di trappola ed è stata misurata la vita media degli atomi in trappola. La conoscenza di questi parametri fondamentali ha permesso di utilizzare in maniera ottimale la nuova trappola magnetica. Questo, come abbiamo visto, ha permesso di raggiungere la condensazione di Bose-Einstein del ^{87}Rb utilizzando la tecnica del raffreddamento evaporativo, con rampe di evaporazione di pochi secondi. Il condensato presentato in questa tesi è il primo che è stato prodotto utilizzando il nuovo tipo di trappola magnetica.

In questo lavoro abbiamo descritto in dettaglio le proprietà collisionali e la distribuzione energetica dei livelli iperfini del ^{39}K e abbiamo osservato che tali proprietà rendono questo atomo molto difficile da raffreddare. Abbiamo dimostrato che, attraverso la tecnica del raffreddamento simpatetico, è tuttavia possibile portare il ^{39}K fino a temperature dell'ordine del μK . La possibilità di produrre la miscela ultrafredda bosone-bosone ^{39}K - ^{87}Rb è il primo fondamentale passo verso l'osservazione delle risonanze di Fano-Feshbach intraspecie ^{39}K - ^{39}K ed interspecie ^{39}K - ^{87}Rb e verso la produzione di miscele atomiche degeneri puramente bosoniche ^{39}K - ^{87}Rb .

Nella prospettiva di produrre la miscela degenera ^{39}K - ^{87}Rb è stato svolto un lavoro teorico finalizzato alla comprensione ed alla caratterizzazione di un sistema composto da due condensati di Bose-Einstein in interazione. In particolare si è puntata l'attenzione allo studio della stabilità del condensato attrattivo di ^{39}K : nell'ottica di

prevenire e controllare il collasso del sistema è stato determinato il numero critico di atomi in una ampia varietà di casi. È stato inoltre previsto che la contemporanea presenza del condensato repulsivo di ^{87}Rb rende il condensato di ^{39}K globalmente più stabile.

In sostanza abbiamo mostrato che l'utilizzo della nuova trappola magnetica permette di raggiungere in tempi molto brevi la condensazione di Bose-Einstein per il ^{87}Rb e permette di produrre con efficienza miscele atomiche ultra-fredde ^{39}K - ^{87}Rb . Lo studio teorico ha inoltre evidenziato che la miscela così composta, se portata fino ai regimi di degenerazione quantistica, costituisce un sistema facilmente manipolabile ed estremamente interessante da caratterizzare. In conclusione possiamo dire che il lavoro svolto in questa tesi apre la strada verso lo studio di un nuovo sistema: le miscele atomiche ultra-fredde ^{39}K - ^{87}Rb puramente bosoniche.

Appendice A

La trappola ottica

Come visto nel Par. 1.4 l'osservazione delle risonanze di Fano-Feshbach richiede che gli atomi siano soggetti ad un campo magnetico uniforme. Chiaramente per questo tipo di misure non può essere utilizzata una trappola magnetica dal momento tale campo annullerebbe l'azione di intrappolamento sugli atomi. In questo caso la trappola più conveniente da utilizzare è una trappola ottica ovvero una trappola che sfrutta l'azione di uno o più fasci laser per confinare gli atomi.

In questa appendice viene descritto l'apparato montato nel nostro laboratorio per la produzione di una trappola ottica. Al momento della scrittura di questa tesi la trappola non è ancora attiva.

La forza di dipolo

Quando un atomo è investito da un fascio laser il campo elettrico, di frequenza ω , induce su di esso un momento di dipolo che oscilla alla stessa frequenza del campo. Il potenziale di interazione tra il campo e il momento di dipolo indotto è

$$U_{dip} = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) I \quad (\text{A.1})$$

dove $\alpha(\omega)$ è la polarizzabilità atomica, ϵ_0 la costante dielettrica del vuoto, c la velocità della luce nel vuoto e I l'intensità del laser. La forza, detta di dipolo, causata da questo potenziale è

$$\vec{F}_{dip} = -\nabla U_{dip}(\vec{r}) = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) \nabla I(\vec{r}) \quad (\text{A.2})$$

che è, ovviamente, una forza conservativa. La potenza assorbita dall'atomo nel campo oscillante è

$$P = \frac{\omega}{\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I(\vec{r}); \quad (\text{A.3})$$

se pensiamo la luce laser come un flusso di fotoni possiamo interpretare la potenza assorbita in termini di diffusione di fotoni in cicli di assorbimento e successiva emissione spontanea di un quanto di campo $\hbar\omega$. Il corrispettivo tasso di diffusione atomo-radiazione è

$$\Gamma_d = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I(\vec{r}). \quad (\text{A.4})$$

Esplicitando la definizione di α otteniamo le formule che, in regime di basso *detuning* e saturazione trascurabile, stanno alla base della fisica delle trappole ottiche [56]:

$$U_{dip}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3 \delta} I(\vec{r}) \quad (\text{A.5})$$

$$\Gamma_d = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\delta}\right)^2 I(\vec{r}) \quad (\text{A.6})$$

avendo indicato con ω_0 la frequenza della transizione atomica, con δ il *detuning* e con Γ la larghezza naturale di riga. Queste equazioni permettono di comprendere il funzionamento di una trappola ottica: se il *detuning* è verso il rosso ($\delta < 0$) il potenziale di dipolo (A.5) è negativo e quindi l'interazione campo-dipolo attrae gli atomi verso i massimi di intensità della luce laser, dove si trovano i minimi del potenziale. Nel caso di *detuning* blu ($\delta > 0$) l'interazione di dipolo respinge gli atomi dal campo laser e i minimi del potenziale si trovano nei minimi di intensità. Un altro parametro importante che emerge dalle (A.5) e (A.6) è il rapporto I/δ : solitamente le trappole di dipolo utilizzano alte intensità e alto *detuning* del laser in modo da avere, per una data profondità di trappola, il minor tasso di diffusione possibile.

Quanto detto finora si basa su una teoria semiclassica; si può dimostrare che tali risultati restano validi anche nei termini della teoria rigorosamente quantistica degli *stati vestiti* [56].

Un altro effetto di cui tenere conto in una trappola ottica è costituito dal riscaldamento dovuto alla diffusione casuale dei fotoni di trappola. Ogni processo di assorbimento e successiva emissione spontanea provoca delle fluttuazioni nella forza di dipolo che portano al riscaldamento del campione. Si può dimostrare che, se la profondità di trappola è molto maggiore dell'energia termica del gas atomico ($|U_{dip}| \ll k_B T$), il tasso di riscaldamento di una trappola con $\delta < 0$ è [56]

$$\dot{T} = \frac{2}{3(1 + \kappa)} T_{rec} \frac{\Gamma}{\hbar|\delta|} |U_{dip}| \quad (\text{A.7})$$

dove κ è il rapporto tra energia cinetica e energia potenziale e T_{rec} è la temperatura di rinculo.

La sorgente laser

La luce che produce i fasci di trappola è fornita da un laser commerciale (IPG YLM-20-SC) il cui mezzo attivo è costituito da un cristallo di Alluminio drogato con ioni di Itterbio. Il montaggio di fabbrica prevede che la luce in uscita dalla cavità venga convogliata in una fibra ottica; alla fine di tale fibra è presente un collimatore che impone al fascio un *waist* 2.75 mm; tale fascio non ha polarizzazione definita. La potenza massima in uscita dalla fibra è di 20 W in continua; tale potenza diventa stabile dopo ~ 15 min dall'accensione.

La lunghezza d'onda dell'emissione laser è centrata a 1067 nm con una banda (FWHM) di 1.5 nm. Il controllo della potenza in uscita può avvenire tramite un segnale esterno; in Fig. A.1 è riportata la curva ottenuta dalla calibrazione di tale segnale.

Preparazione dei fasci di trappola

Esistono tre principali configurazioni per le trappole dipolari che utilizzano luce con *detuning* negativo; queste dipendono dal numero dei fasci di trappola utilizzati e dalla geometria con la quale vengono sovrapposti tali fasci:

- *Singolo fascio focalizzato*; è il modo più semplice per realizzare una trappola ottica che permetta il confinamento tridimensionale. Gli atomi, a causa della (A.5), vengono attratti verso il punto di focalizzazione; ovviamente questo tipo di trappola presenta una forte anisotropia nella direzione del fascio.
- *Onda stazionaria*; questa configurazione permette un forte confinamento lungo una direzione. Essa viene realizzata sovrapponendo due fasci contropropaganti con la stessa lunghezza d'onda λ in modo da creare un'onda stazionaria. Il potenziale di trappola assiale in questo caso è quindi modulato con un periodo $\lambda/2$; gli atomi verranno confinati molto efficacemente in prossimità dei massimi dell'onda stazionaria. Il laser a nostra disposizione non è in grado di produrre questo tipo di trappola dal momento che la sua emissione è multimodale.

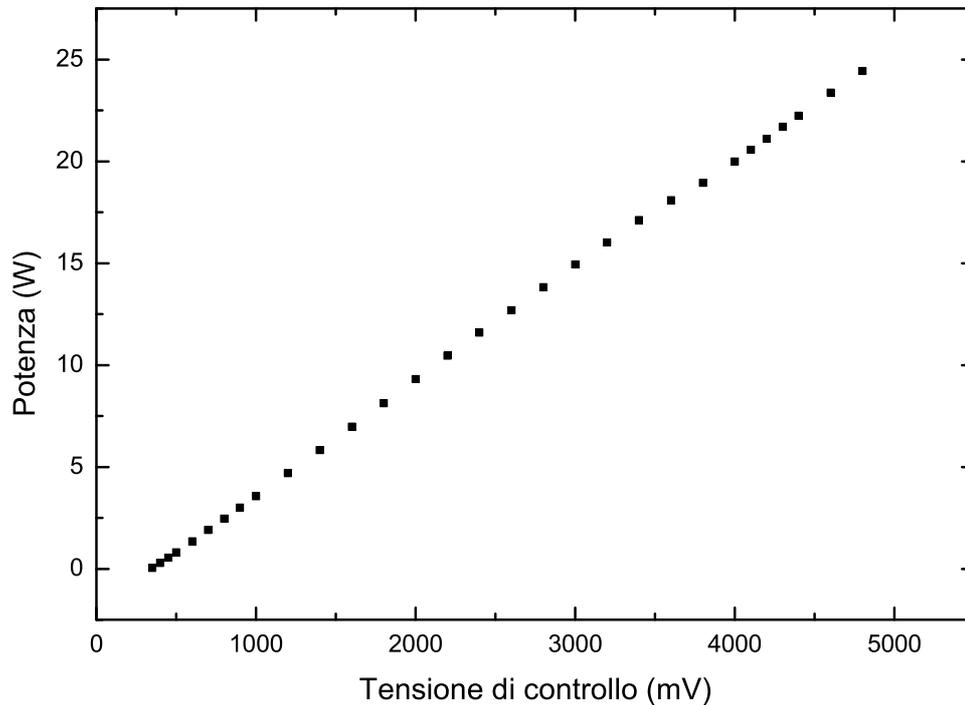


Figura A.1: I punti riportati sono i valori sperimentali della potenza del laser di trappola ottica in funzione della tensione di controllo impostata dall'esterno.

- *Fasci incrociati*; incrociando due fasci focalizzati con polarizzazione ortogonale e con lo stesso *waist* con un angolo di $\sim 90^\circ$ si ottiene una trappola che ha un forte confinamento isotropo. Per cambiare la geometria della trappola basta agire sul *waist* o sull'intensità di uno dei due fasci. Grazie alla sua duttilità quest'ultima configurazione è di gran lunga la più indicata per il nostro esperimento.

Dal momento che uno dei maggiori pregi di una trappola a fasci incrociati è la possibilità di gestirne la geometria è necessario poter controllare indipendentemente l'intensità e il *waist* dei di due fasci.

Gli atomi vengono caricati in trappola ottica dopo essere stati raffreddati in millitrappola; per massimizzare il numero di atomi trasferiti è necessario che la geometria della trappola ottica ricalchi quella della millitrappola. Per gli atomi

alcalini la (A.5) e la (A.6) diventano [56]:

$$U_{dip} = \frac{\pi c^2}{2\omega_0^3} I \left(\frac{2\Gamma_2}{\delta_2} + \frac{\Gamma_1}{\delta_1} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$\Gamma_d = \frac{2\pi c^2}{\hbar\omega_0^3} I \left(\frac{2\Gamma_2}{\delta_2} + \frac{\Gamma_1}{\delta_1} \right) \quad (\text{A.9})$$

dove $\Gamma_1(\Gamma_2)$ e $\delta_1(\delta_2)$ sono rispettivamente la larghezza della transizione di ripompaggio (di raffreddamento) e il *detuning* del laser rispetto alla medesima transizione. Viste le eq. (A.8) e (A.9), selezionando accuratamente l'intensità e il *waist* dei due fasci e sapendo che la frequenza di trappola generata da entrambi segue la legge

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4U_{dip}}{mw^2}} \quad (\text{A.10})$$

è possibile sovrapporre la trappola ottica alla millitrappola (*mode-matching*). Il fascio che produce la frequenza radiale si propaga lungo l'asse della millitrappola; quello che produce la frequenza assiale si propaga perpendicolarmente al primo, nel piano orizzontale. I due fasci si incrociano al centro della millitrappola.

Per ottenere che la frequenza radiale coincida con quella della millitrappola (a 100 A) è necessario che il fascio che si propaga lungo l'asse abbia un *waist* di 100 μm ed una potenza di 4500 mW. Per produrre la frequenza assiale il fascio trasversale deve invece avere un *waist* di 200 μm ed una potenza di 150 mW.

La luce collimata in uscita dalla fibra viene processata secondo lo schema di Fig. A.2 al fine di ottenere il suddetto *mode-matching*: il fascio viene fatto passare attraverso un primo telescopio che ne riduce il *waist* a 0.5 mm; un cubo non polarizzante divide successivamente il fascio in due parti uguali; ognuna viene poi fatta passare attraverso un AOM. Il telescopio iniziale è stato inserito per ridurre il *waist* del fascio dal momento che l'efficienza degli AOM arriva al 90% se tale *waist* è 0.5 mm. Gli AOM vengono utilizzati in questo schema per controllare indipendentemente l'intensità dei due fasci. Sia il fascio assiale che quello radiale attraversano un ulteriore telescopio che, mantenendoli collimati, ne aumenta nuovamente il *waist*: quello del fascio assiale viene portato a 1.5 mm; quello del fascio radiale a 2.75 mm.

La lente da 100 cm posta alla fine di ciascun braccio è montata in modo da focalizzare i fasci al centro della millitrappola con i *waist* desiderati.

Appendice B

Condensati attrattivi in un reticolo ottico

Uno dei sistemi maggiormente studiati negli ultimi anni è quello costituito da un condensato di Bose-Einstein immerso in un reticolo ottico. Tale reticolo, che è formato da onde elettromagnetiche generate da due laser contropropaganti, produce infatti un potenziale la cui struttura periodica è senza difetti; la sua combinazione con un condensato costituisce un sistema analogo a quello di un elettrone libero in un cristallo, che è descritto dalla teoria di Bloch [57, 58, 59]. Questa teoria è a sua volta alla base della fisica dello stato solido; da qui l'importanza di avere a disposizione un sistema ideale capace di indagarla.

La realizzazione di questo sistema è uno dei prossimi obiettivi del nostro esperimento; può quindi essere utile dare una stima teorica della stabilità del condensato in questo frangente.

L'introduzione di un potenziale periodico nella (2.10) porta inevitabilmente un'ulteriore fonte di instabilità; questo si ripercuote pesantemente sul massimo numero di atomi condensati. Se indichiamo con λ_r la lunghezza d'onda della luce che forma il reticolo, avremo che, nel caso unidimensionale, quest'ultimo produrrà un potenziale periodico

$$V = E_r \cos(2k_r x) \quad (\text{B.1})$$

dove x è la direzione nella quale è presente il reticolo, $k_r = 2\pi/\lambda_r$ e $E_r = (\hbar k_r)^2/2m$. Ai fini del calcolo numerico è utile rendere adimensionale tale potenziale così da poterlo inserire nella (2.10); avremo così

$$\tilde{V} = \tilde{V}(z) + \tilde{V}_0 \cos(2\tilde{k}_r \frac{x}{a_\perp}) \quad (\text{B.2})$$

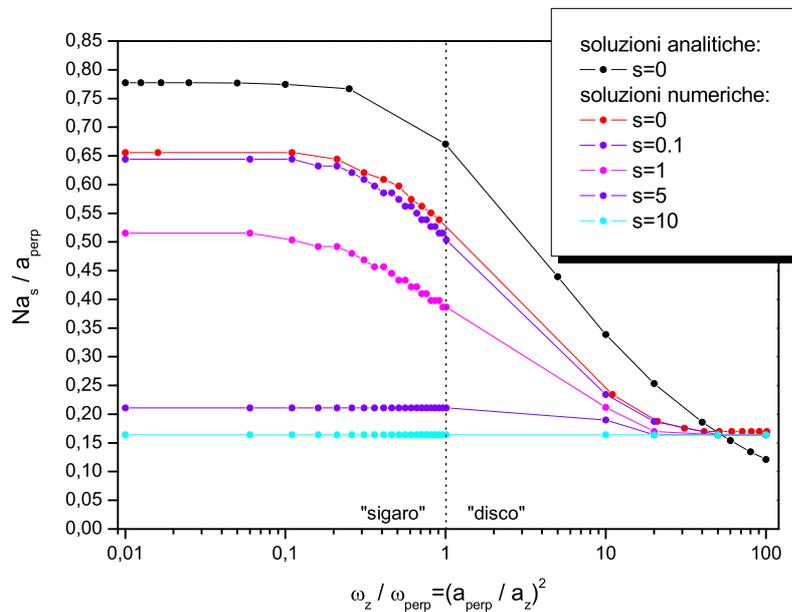


Figura B.1: Determinazione di \tilde{N}_{cr} in funzione del parametro λ ; per completezza sono riportati anche i risultati ottenuti senza reticolo ottico. La scala orizzontale è logaritmica

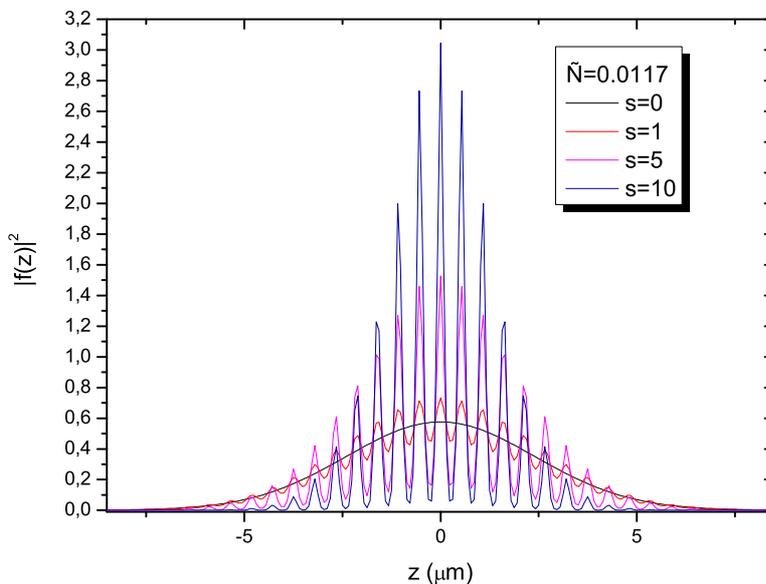


Figura B.2: Grafico della densità in funzione di x al variare dell'altezza del reticolo s nel caso in cui $\tilde{N} = 0.0171$. Si osserva che all'aumentare di s cresce l'ampiezza della modulazione introdotta dal potenziale periodico. I valori sulle ordinate sono in unità arbitrarie.

avendo indicato con $\tilde{V}_0 = sE_r/(\hbar\omega_\perp)$ e con $\tilde{k}_r = k_r a_\perp$. Il parametro adimensionale s tiene quindi conto dell'intensità del reticolo.

In Fig. B.1 sono riportati i valori di \tilde{N}_{cr} ottenuti risolvendo numericamente la (2.10) con il potenziale (B.2) in funzione del parametro λ . Si osserva che, per un determinato valore di λ , al crescere di s corrisponde una diminuzione di \tilde{N}_{cr} . In Fig. B.2 si può osservare come il potenziale periodico introduca una modulazione nella $|f|^2$; l'ampiezza della modulazione è proporzionale ad s .

Bibliografia

- [1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995)
- [2] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten D. S. Durfee, D. M. Kurn and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995)
- [3] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollet and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995)
- [4] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H. J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn and W. Ketterle, *Science* **392**, 151 (1998)
- [5] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell and C. E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1795 (2000)
- [6] C. Chin, V. Vuletić, A. J. Kerman and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2717 (2000)
- [7] T. Loftus, C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn and D. S. Jin, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 173201 (2002)
- [8] J. L. Roberts, N. R. Claussen, S. L. Cornish, E. A. Donley, E. A. Cornell and C. E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001)
- [9] S. Dürr, T. Volz, A. Marte and G. Rempe, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 020406 (2004)
- [10] K. Xu, T. Mukaiyama, J. R. Abo-Shaeer, J. K. Chin, D. E. Miller and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 210402 (2003)
- [11] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn and D. S. Jin, *Nature (London)* **424**, 47 (2003)

- [12] F. Ferlaino, C. D'Errico, G. Roati, M. Zaccanti, A. Simoni, M. Inguscio and G. Modugno, *Phys. Rev. A* **73**, 040702 (2006). Vedi anche *errata corrige* di prossima pubblicazione.
- [13] S. Inouye, J. Goldwin, M. L. Olsen, C. Ticknor, J. L. Bohn and D. S. Jin, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 183201 (2004)
- [14] C. A. Stan, M. W. Zwierlein, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 143001 (2004)
- [15] G. Modugno, G. Ferrari, G. Roati, R. J. Brecha, A. Simoni, M. Inguscio, *Science* **294** (2001)
- [16] G. Roati, F. Riboli, G. Modugno and M. Inguscio, *Phys. Rev Lett.* **89** 150403 (2002)
- [17] G. Modugno, M. Modugno, F. Riboli, G. Roati and M. Inguscio, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 190404 (2002)
- [18] K. Huang, 1997, *Meccanica statistica* (Zanichelli, Bologna)
- [19] E. Cornell, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **101**, 419 (1996)
- [20] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii and S. Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999)
- [21] B. H. Bransden, C. J. Joachain, 2003, *Physics of Atoms and Molecules* (Prentice Hall, New York)
- [22] C. Fort, A. Bambini, L. Cacciapuoti, F. S. Cataliotti, M. Prevedelli, G. M. Tino and M. Inguscio, *Eur. Phys. J. D* **3**, 113-118 (1998)
- [23] M. Prevedelli, F. S. Cataliotti, E. A. Cornell, J. R. Ensher, C. Fort, L. Ricci, G. M. Tino and M. Inguscio *Phys. Rev. A* **59**, 886 (1999)
- [24] F. S. Cataliotti, E. A. Cornell, C. Fort, M. Inguscio, F. Marin, M. Prevedelli, L. Ricci and G. M. Tino, *Phys. Rev. A* **57**, 1136 (1998)
- [25] S. Chu, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 685-706 (1998)
- [26] J. Catani, P. Maioli, L. De Sarlo, F. Minardi and M. Inguscio, *Phys. Rev. A* **73**, 033415 (2006)

-
- [27] T. Kölher, K. Goral, P. S. Julienne, cond-mat/0601420 (2006)
- [28] Thomas Volz, Stephan Dürr, Sebastian Ernst, Andreas Marte and Gerhard Rempe, Phys. Rev. A **68**, 010702 (2003)
- [29] J. L. Bohn J. P. Burke Jr. and C. H. Greene, H. Wang, P. L. Gould and W. C. Stwalley, Phys. Rev. A **59**, 3660 (1999)
- [30] J. P. Burke Jr., C. H. Greene, J. L. Bohn, H. Wang, P. L. Gould and W. C. Stwalley, Phys. Rev. A **60**, 4417 (1999)
- [31] H. Wang, A. N. Nikolov, J. R. Ensher, P. L. Gould, E. E. Eyler and W. C. Stwalley, J. P. Burke, Jr., J. L. Bohn and C. H. Greene, E. Tiesinga, C. J. Williams and P. S. Julienne, Phys. Rev. A **62**, 052704 (2000)
- [32] L. Salasnich, A. Parola and L. Reatto, Phys. Rev. A **65**, 043614 (2002)
- [33] M. Modugno, C. Tozzo and F. Dalfovo, Phys. Rev. A **70**, 043625 (2004)
- [34] F. Nesi and M. Modugno, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **37** (2004)
- [35] P. Massignan and M. Modugno, Phys. Rev. A **67** 023614 (2003)
- [36] Jordan M. Gerton, Dmitry Strekalov, Ionut Prodan and Randall G. Hulet, Nature (London) **408** (2000)
- [37] Elizabeth A. Donley, Neil R. Claussen, Simon L. Cornish, Jacob L. Roberts, Eric A. Cornell and Carl E. Wieman, Nature (London) **412** (2001)
- [38] C. A. Sackett, H. T. C. Stoof and R. G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **80** (1998)
- [39] A. Eleftheriou, K. Huang cond-mat/9908229 (1999)
- [40] A. Gammal, T. Frederico and Lauro Tomio, cond-mat/0104231 (2001)
- [41] F. Riboli and M. Modugno, Phys. Rev. A **65**, 063614 (2002)
- [42] H. J. Metcalf, P. van der Straten, 1999, *Laser cooling and trapping* (Springer-Verlag, New York)
- [43] K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller and J. T. M. Walraven, Phys. Rev. A **58**, 3891 (1998)

- [44] J. Schoser, A. Batär, R. Löw, V. Schweikhard, A. Grabowski, Yu. B. Ovchinnikov and T. Pfau, *Phys. Rev. A* **66**, 023410 (2002)
- [45] E. Majorana, *Nuovo Cimento* **9**, (1932)
- [46] C. V. Sukumar, D. M. Brink, *Phys. Rev. A* **56**, 1050 (1997)
- [47] T. Bergeman, G. Erez, H. J. Metcalf, *Phys. Rev. A* **35**, (1987)
- [48] F. Minardi *et al.* [quant-ph/0605114](#) (2006)
- [49] O. J. Luiten, M. W. Reynolds and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996)
- [50] D. L. Goodstein, 1985, *States of Matter* (Dover Publications, New York)
- [51] W. Ketterle D.S. Durfee and D.M. Stamper-Kurn, [cond-mat/9904034](#) (1999)
- [52] R. Jauregui, N. Poli, G. Roati and G. Modugno, *Phys. Rev. A* **64**, 033403 (2001)
- [53] E. A. Cornell, J. R. Ensher and C. E. Wieman, [cond-mat/9903109](#) (1999)
- [54] Y. Castin and R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996)
- [55] A. Mosk, S. Kraft, M. Mudrich, K. Singer, W. Wohlleben, R. Grimm and M. Weidemüller, [cond-mat/0107075](#) (2001)
- [56] R. Grimm, M. Weidemüller and Y. B. Ovchinnikov, [cond-mat/9902072](#) (1999)
- [57] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin, 1976, *Solid State Physics* (Saunders College, Philadelphia).
- [58] L. Fallani, F. S. Cataliotti, J. Catani, C. Fort, M. Modugno, M. Zawada and M. Inguscio, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 240405 (2003)
- [59] L. Fallani, L. De Sarlo, J. E. Lye, M. Modugno, R. Saers, C. Fort and M. Inguscio, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 140406 (2004)

Ringraziamenti

La prima persona che voglio ringraziare è il prof. Massimo Inguscio che mi ha proposto questa tesi e che mi ha dato la possibilità di far parte di un gruppo di eccellenza a livello mondiale. Grazie soprattutto per i continui incoraggiamenti e per il suo entusiasmo coinvolgente.

Grazie al dott. Francesco Minardi che mi ha accolto nel suo laboratorio e che mi ha fatto sentire da subito parte integrante dell'esperienza. Grazie per la pazienza con la quale hai saputo dare, sempre e comunque, una risposta alle mie domande.

Un affettuoso ringraziamento ai dott. Jacopo Catani e Luigi De Sarlo; con voi ho trascorso la maggior parte del mio tempo nell'ultimo anno e da voi ho potuto imparare tanto. Grazie per la vostra amicizia e per la vostra simpatia, siete senza dubbio i migliori compagni di viaggio che potessi trovare.

Un ringraziamento ed un abbraccio al dott. Paolo Maioli, in bocca al lupo!

Grazie al dott. Michele Modugno; da quando ti ho conosciuto più di due anni fa, sei stato per me una guida e, soprattutto, un amico.

Grazie ai miei genitori e ai miei fratelli per avermi sopportato e supportato in questi lunghi anni, so che non è stato facile.

Un bacio a te Sara, il mio amore.

Un ringraziamento infine a tutti i miei compagni di corso, se sono riuscito ad arrivare fino in fondo lo devo anche a voi.

Giovanni