



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO**  
**FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE,**  
**FISICHE E NATURALI**

Corso di Laurea Magistrale in Fisica

Realizzazione sperimentale di un gas  
quantistico degenere di atomi di  
Itterbio

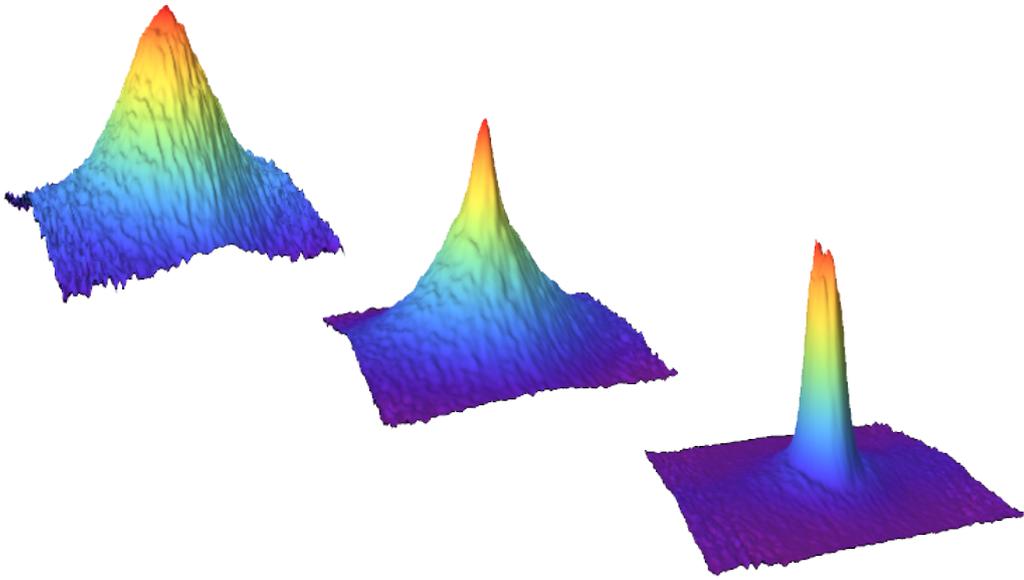
Relatore Interno: Dott. Davide Galli  
Relatore Esterno: Dott. Leonardo Fallani

Cod. PACS: 67.85.-d

Marco Mancini  
Matr.: 773342  
A.A. 2011/2012



Realizzazione sperimentale di  
un gas quantistico degenere di  
atomi di Itterbio



Marco Mancini  
Luglio 2012



# Indice

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Introduzione</b>   | <b>1</b>  |
| <b>1 Teoria del raffreddamento e dell'intrappolamento laser</b>                   | <b>4</b>  |
| 1.1 Effetti meccanici della radiazione su un atomo a due livelli . . .            | 4         |
| 1.1.1 Ordine di grandezza della forza . . . . .                                   | 5         |
| 1.1.2 Tempi caratteristici . . . . .  | 6         |
| 1.1.3 Validità del concetto di forza media in un punto . . . . .                  | 7         |
| 1.1.4 Calcolo della forza media . . . . .   | 7         |
| 1.2 Raffreddamento laser di un campione atomico a due livelli . . .               | 13        |
| 1.2.1 Effetto Doppler in un'onda piana detunata verso il rosso                    | 14        |
| 1.2.2 Comportamento alle basse velocità . . . . .                                 | 15        |
| 1.2.3 Temperatura limite raggiungibile con il raffreddamento<br>Doppler . . . . . | 16        |
| 1.2.4 Generalizzazione a N dimensioni e alte intensità . . . . .                  | 16        |
| 1.3 Trappola magneto-ottica (MOT) . . . . .                                       | 18        |
| <b>2 Intrappolamento e raffreddamento di atomi di Yb</b>                          | <b>22</b> |
| 2.1 Caratteristiche principali dell'atomo<br>di Itterbio . . . . .                | 23        |
| 2.2 Descrizione dell'apparato sperimentale . . . . .                              | 26        |
| 2.2.1 Sistema da vuoto . . . . .  | 26        |
| 2.2.2 Sorgenti Laser . . . . .  | 29        |
| 2.2.3 Zeeman Slower . . . . .   | 37        |
| 2.2.4 La MOT . . . . .  | 40        |
| 2.3 Realizzazione di una MOT di Yb . . . . .                                      | 43        |
| 2.3.1 Caso bosonico: MOT di $^{174}\text{Yb}$ . . . . .                           | 43        |
| 2.3.2 Caso fermionico: MOT di $^{173}\text{Yb}$ . . . . .                         | 46        |
| <b>3 Trappole ottiche molto fuori risonanza</b>                                   | <b>51</b> |
| 3.1 Trappole ottiche per atomi neutri . . . . .                                   | 52        |
| 3.1.1 Inclusione del termine anti-risonante . . . . .                             | 52        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.1.2    | Atomo a molti livelli . . . . .  | 53         |
| 3.1.3    | Interazione con un fascio Gaussiano . . . . .  | 54         |
| 3.1.4    | Interazione con un reticolo ottico 1D . . . . .  | 57         |
| 3.2      | Realizzazione di una cavità ottica   |            |
|          | di trasferimento . . . . .   | 58         |
| 3.2.1    | Proprietà della cavità ottica . . . . .  | 59         |
| 3.2.2    | Generazione della radiazione laser a 1064 nm . . . . .                                       | 63         |
| 3.2.3    | Circuiti di Feedback: aggancio in frequenza e aggancio<br>in potenza . . . . .               | 66         |
| 3.3      | La trappola ottica incrociata . . . . .  | 71         |
| 3.3.1    | Schema Ottico . . . . .  | 71         |
| 3.3.2    | Fotodiodo a 4 quadranti . . . . .  | 73         |
| 3.3.3    | Caratterizzazione della trappola ottica<br>incrociata . . . . .                              | 74         |
| <b>4</b> | <b>Caricamento della nuvola atomica nelle trappole ottiche</b>                               | <b>84</b>  |
| 4.1      | Trasferimento della nuvola atomica dalla MOT al risonatore .                                 | 84         |
| 4.2      | Raffreddamento evaporativo nella cavità Fabry-Perot . . . . .                                | 90         |
| 4.3      | Trasferimento della nuvola atomica dalla cavità alla trappola<br>ottica incrociata . . . . . | 91         |
| <b>5</b> | <b>Degenerazione quantistica di atomi di Yb</b>  | <b>97</b>  |
| 5.1      | Condensazione di Bose-Einstein in nuvole atomiche . . . . .                                  | 97         |
| 5.1.1    | Introduzione . . . . .   | 97         |
| 5.1.2    | Gas di Bose non interagente . . . . .  | 98         |
| 5.1.3    | Gas di Bose debolmente interagente . . . . .   | 105        |
| 5.2      | Realizzazione sperimentale di un BEC di $^{174}\text{Yb}$ . . . . .                          | 108        |
| 5.3      | Parametri del condensato . . . . .   | 110        |
| 5.3.1    | Numero d'atomi nello stato condensato . . . . .  | 110        |
| 5.3.2    | Temperatura di transizione allo stato condensato . . .                                       | 110        |
| 5.3.3    | Tempo di vita in trappola . . . . .  | 114        |
| 5.3.4    | Espansione anisotropa del condensato . . . . .   | 114        |
| 5.4      | Sviluppi futuri . . . . .  | 116        |
|          | <b>Conclusione</b>   | <b>117</b> |
|          | <b>A Imaging in assorbimento</b>   | <b>121</b> |
|          | <b>B Metodo d'aggancio Pound-Drever-Hall</b>   | <b>126</b> |
|          | <b>Bibliografia</b>  | <b>131</b> |

# Introduzione

Negli ultimi anni, grazie all'incredibile miglioramento delle tecniche di manipolazione atomica tramite luce laser, è stato possibile raffreddare gas atomici fino a temperature dell'ordine dei nK e metterne in risalto la natura quantistica arrivando all'osservazione di gas degeneri, sia di natura bosonica [1], sia di natura fermionica [2]. Questo risultato ha aperto le porte alla nuova branca della fisica degli atomi ultrafreddi, che si contraddistingue per l'alto grado di controllo sui parametri sperimentali dei campioni realizzati. In particolare gli atomi ultrafreddi si sono rivelati ottimi candidati per esperimenti di informazione e simulazione quantistica di sistemi della fisica della materia condensata come ad esempio la realizzazione di stringhe di giunzioni Josephson con condensati di Bose-Einstein [3], lo studio di transizioni di fase quantistiche indotte dalle interazioni [4] o dal disordine [5] o lo studio dell'emergere di punti di Dirac in reticoli ottici esagonali riproducenti la struttura del grafene [6]. La maggior parte di questi risultati sono stati raggiunti utilizzando atomi alcalini (Rb, K, Li, Na) che, avendo uno stato fondamentale dotato di dipolo magnetico, possono essere intrappolati in trappole magnetiche e raffreddati grazie alle loro proprietà collisionali. Tuttavia, essendo paramagnetici, essi sono molto sensibili ai campi magnetici spuri e quindi sono facilmente soggetti a decoerenza il che ne limita l'utilizzo nella realizzazione di simulazioni e computazioni quantistiche.

Sotto questo profilo invece, gli atomi a due elettroni come lo Stronzio (Sr) o l'Itterbio (Yb) presentano numerosi vantaggi in quanto sono diamagnetici e dispongono di una transizione fortemente proibita  $J = 0 \rightarrow J' = 0$  impiegata per la realizzazione di orologi ottici atomici ultraprecisi [7], [8]. Nonostante il loro interesse metrologico, l'applicazione di questi atomi allo studio sperimentale di gas degeneri ultrafreddi rimane però ancora largamente inesplorata. In quest'ambito, l'Itterbio è un candidato ideale perché oltre ad avere 7 isotopi stabili, 5 bosonici e 2 fermionici, abbina, a queste caratteristiche dei livelli energetici, buone proprietà collisionali che hanno permesso l'osservazione della transizione di fase allo stato condensato e la formazione di un gas degenero di Fermi [9]. Lavori teorici recenti hanno messo in evi-

---

denza il vantaggio di utilizzare atomi a due elettroni intrappolati in reticoli ottici per la realizzazione di esperimenti di computazione quantistica, in cui la ricca struttura elettronica di questi atomi può essere sfruttata per realizzare diversi tipi di *qubit* (elettronici o nucleari) con tempi di coerenza molto lunghi e possibilità di manipolazione inedite rispetto a quanto è possibile realizzare con gli atomi alcalini [11]. Sul versante della simulazione quantistica, una proposta recente [10], ha individuato l'Itterbio anche come candidato per l'implementazione di potenziali di gauge artificiali in reticoli ottici, con l'obiettivo di simulare l'interazione di un campo magnetico con un sistema fermionico bidimensionale per studiare la fisica *quantum Hall*.

Presso i Laboratori Europei di Spettroscopia Non Lineare di Sesto Fiorentino (*LENS*) è cominciato due anni fa un esperimento per la realizzazione di gas degeneri di Itterbio, finora prodotti solo nei laboratori dell'Università di Kyoto, Giappone [9] e molto recentemente presso l'Università di Washington, USA [12]. In questa tesi si riporta la prima realizzazione di un condensato di Bose-Einstein di atomi di Itterbio con il nuovo apparato sperimentale. All'inizio di questo lavoro, in laboratorio era presente soltanto una trappola magneto-ottica (MOT) ed era stata da poco completata la costruzione del sistema da vuoto. Nel periodo di svolgimento della tesi sono state implementate due trappole puramente ottiche, una basata su una cavità Fabry-Perot e un'altra realizzata nell'intersezione di due fasci laser disposti a  $45^\circ$  tra loro. È stato inoltre sviluppato il protocollo di trasferimento degli atomi dalla MOT alle trappole ottiche, con successivo raffreddamento evaporativo della nuvola atomica che ha portato alla formazione di un condensato di Bose-Einstein.

Oltre allo studio dell'isotopo bosonico  $^{174}\text{Yb}$  è stata realizzata, per la prima volta in questo laboratorio, anche una MOT con l'isotopo fermionico  $^{173}\text{Yb}$ , ed è tutt'ora in corso (anche se non documentata in questa tesi), la formazione di un gas degeneri di Fermi.

La tesi è strutturata nel modo seguente:

- il capitolo 1 introduce la teoria del rallentamento e del raffreddamento laser, necessaria alla comprensione dei fenomeni fisici che portano alla realizzazione di una trappola magneto-ottica;
- il capitolo 2 descrive l'apparato sperimentale utilizzato e la procedura implementata in laboratorio per confinare separatamente gli isotopi  $^{174}\text{Yb}$  e  $^{173}\text{Yb}$  in una MOT;
- il capitolo 3 richiama la teoria alla base delle trappole ottiche dipolari e descrive le due realizzate in laboratorio: la prima, basata su una cavità Fabry-Perot montata all'interno della cella di MOT e la seconda, generata nell'intersezione di due fasci laser disposti a  $45^\circ$  tra loro;

- 
- il capitolo 4 illustra il protocollo sviluppato per il trasferimento della nuvola atomica di  $^{174}\text{Yb}$  dalla MOT alle trappole ottiche dipolari, seguito dal processo di raffreddamento evaporativo;
  - il capitolo 5 enuncia i principi teorici alla base della condensazione di Bose-Einstein e ne descrive la realizzazione sperimentale nella trappola ottica incrociata implementata.

Infine, si presentano le conclusioni e si fa un accenno ad alcuni dei prossimi sviluppi dell'esperimento.

# Capitolo 1

## Teoria del raffreddamento e dell'intrappolamento laser

In questo capitolo verrà presentato il modello teorico che descrive il raffreddamento e l'intrappolamento laser di un campione atomico [13]. Nella Sezione 1.1 vengono descritti gli effetti meccanici della radiazione su un atomo a due livelli e si ricavano le espressioni per la forza dissipativa, associata alla pressione di radiazione, e per la forza di dipolo, associata alla redistribuzione di momento tra le varie onde piane che compongono un campo laser non uniforme. Nella Sezione 1.2 si introduce la teoria del raffreddamento Doppler e viene descritta la configurazione di melassa ottica. Infine, nella Sezione 1.3 viene descritto il funzionamento di una trappola magneto-ottica, basata sulla combinazione di una melassa ottica tridimensionale e di un campo magnetico generato da una coppia di bobine in cui la corrente circola in senso opposto.

### 1.1 Effetti meccanici della radiazione su un atomo a due livelli

Questa sezione è dedicata all'analisi delle forze radiative agenti su un atomo a due livelli interagente con un campo laser quasi risonante. Si suppone inizialmente che l'atomo sia a riposo nel campo laser, mentre nella sezione successiva verrà considerato un atomo in moto con velocità  $v$ . Prima di spiegare come calcolare e interpretare queste forze, è utile fornire alcuni ordini di grandezza e fare alcune considerazioni sul significato di forza media in un punto.

### 1.1.1 Ordine di grandezza della forza

Il meccanismo che sta alla base del controllo del moto atomico attraverso la radiazione è il trasferimento di impulso da un fotone laser all'atomo. Quando l'atomo assorbe un fotone, il momento  $\mathbf{P}$  del centro di massa atomico cambia di una quantità pari a  $\hbar\mathbf{k}_L$  in cui  $\mathbf{k}_L$  è il vettore d'onda del campo laser. Una scala importante di energia è quella fornita dall'energia di rinculo  $E_{rec} = \hbar^2 k_L^2 / 2M$  associata al trasferimento di questa quantità di moto. In seguito all'assorbimento di un fotone, l'atomo si trova nello stato eccitato  $|e\rangle$ , ma non vi rimane per sempre. Dopo un intervallo di tempo che in media è uguale a  $\tau_R = 1/\Gamma$ , dove  $\Gamma$  è la larghezza di riga naturale della transizione, decade nello stato fondamentale  $|g\rangle$  tramite l'emissione spontanea di un fotone. In approssimazione di dipolo elettrico si ricava:

$$\Gamma = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} |\langle e|\hat{d}|g\rangle|^2 \quad (1.1)$$

in cui  $\hat{d}$  è l'operatore di dipolo elettrico,  $\epsilon_0$  è la costante dielettrica del vuoto  $\omega_0$  è la frequenza di risonanza della transizione atomica,  $\hbar$  è la costante di Planck e  $c$  è la velocità della luce nel vuoto. L'impulso perso dall'atomo nel processo di emissione spontanea è in media nullo, visto che il fotone può essere emesso con uguale probabilità su tutto l'angolo solido. Ne consegue che dopo un ciclo di assorbimento ed emissione, il cambiamento medio  $\delta v$  della velocità atomica è dovuto solo al processo di assorbimento ed è uguale alla velocità di rinculo  $v_{rec}$

$$\delta v = v_{rec} = \frac{\hbar k_L}{M} \quad (1.2)$$

In genere questa quantità è dell'ordine di mm/s e risulta irrilevante se confrontata con le velocità termiche di centinaia di m/s, a meno di assorbire circa  $10^5$  fotoni. Sia  $d\langle N\rangle/dt$  il numero medio per unità di tempo di cicli di fluorescenza. Visto che in media l'atomo sta nello stato eccitato per un tempo  $\tau_R$ ,  $d\langle N\rangle/dt$  è, al più,  $1/\tau_R = \Gamma$ . In conclusione il tasso di variazione della velocità media è dato da

$$\frac{\delta v}{\delta t} = \frac{d\langle N\rangle}{dt} v_{rec} \simeq \frac{\hbar k_L \Gamma}{M} \quad (1.3)$$

corrispondente, in genere, ad un'accelerazione dell'ordine di  $10^5 g$ . La forza radiativa media risulta essere uguale a

$$F = M \frac{\delta v}{\delta t} \simeq \hbar k_L \Gamma \quad (1.4)$$

dove si può notare la proporzionalità con la larghezza di riga naturale.

### 1.1.2 Tempi caratteristici

Il calcolo della forza radiativa media si semplifica notevolmente se si considera l'esistenza di diverse scale temporali all'interno del problema. Vi sono infatti due tipi di variabili atomiche che evolvono a velocità differenti: le variabili esterne, come la posizione  $\mathbf{R}$  e l'impulso  $\mathbf{P}$  del centro di massa atomico, che caratterizzano il moto dell'atomo come un tutt'uno, e le variabili interne come il momento di dipolo atomico  $\mathbf{d}$ , che caratterizza lo stato atomico nel sistema di riferimento in cui esso è a riposo. Il tempo caratteristico di evoluzione dei gradi di libertà interni è dato dal tempo di vita dello stato eccitato  $\tau_R = 1/\Gamma$ . Quando i parametri del fascio laser come la frequenza o l'ampiezza vengono modificati, il valore medio del momento di dipolo elettrico varia su scale di tempi dell'ordine di  $\tau_R$ . Dunque possiamo definire il tempo caratteristico delle variabili interne come

$$T_{int} \simeq \tau_R = 1/\Gamma \quad (1.5)$$

Il tempo caratteristico  $T_{ext}$  dei gradi di libertà esterni è definito come il tempo necessario affinché la velocità  $v$  del centro di massa atomico vari apprezzabilmente per effetto della forza di radiazione media. Questa variazione  $\delta v = (F/M)T_{ext}$  sarà apprezzabile se il modo in cui l'atomo interagisce con il campo di radiazione cambia significativamente, ovvero se lo spostamento Doppler associato a  $\delta v$  è dell'ordine della larghezza di riga della transizione atomica. Dunque abbiamo

$$k_L \delta v = k_L \frac{F}{M} T_{ext} \sim \Gamma \quad (1.6)$$

Utilizzando l'espressione (1.4) per la forza media si ottiene

$$T_{ext} \sim \frac{M}{\hbar k_L^2} \sim \frac{\hbar}{E_{rec}} \quad (1.7)$$

Per gran parte delle transizioni ottiche permesse,  $\hbar\Gamma \gg E_{rec}$ , cosicché  $T_{ext} \gg T_{int}$ . Nel regime di grandi larghezze di riga, i gradi di libertà interni evolvono molto più velocemente dei gradi di libertà esterni. È dunque possibile supporre che le variabili interne seguano adiabaticamente l'evoluzione lenta delle variabili esterne.

### 1.1.3 Validità del concetto di forza media in un punto

L'idea di una forza media  $F(x)$  che agisce su un atomo in un punto  $x$  è valida solo se uno riesce a costruire pacchetti d'onda con larghezze nello spazio delle posizioni e delle velocità  $\Delta x$  e  $\Delta v$  sufficientemente piccole, senza violare il principio di indeterminazione di Heisenberg. Si consideri prima la posizione  $x$ . L'atomo è ben localizzato in un campo laser se

$$\Delta x \ll \lambda_L \Leftrightarrow \Delta x \ll \frac{1}{k_L} \quad (1.8)$$

Per quanto riguarda la velocità, il pacchetto d'onda può essere considerato ben localizzato nello spazio delle velocità se la larghezza Doppler  $k_L \Delta v$  associata a  $\Delta v$ , è piccola rispetto alla larghezza di riga naturale  $\Gamma$  della transizione. Utilizzando  $\Delta v = \Delta p/M$  abbiamo

$$k_L \Delta p/M \ll \Gamma \quad (1.9)$$

Moltiplicando la (1.8) per la (1.9) si ottiene

$$\Delta x \Delta p \ll M\Gamma/k_L^2 \quad (1.10)$$

che è compatibile con il principio di indeterminazione

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar \quad (1.11)$$

solo se

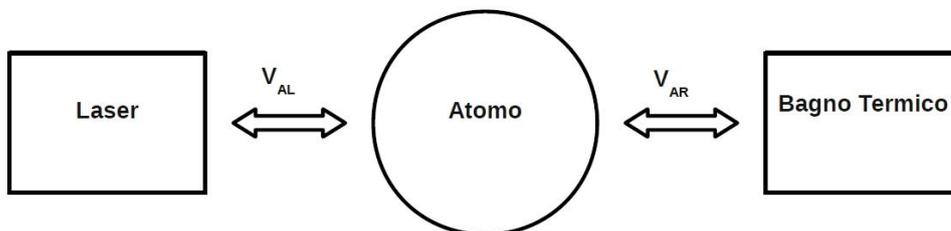
$$M\Gamma/k_L^2 \gg \hbar \quad (1.12)$$

Ciò equivale alla condizione  $\hbar\Gamma \gg E_{rec}$  che risulta dunque essenziale per due approssimazioni:

- La possibilità di introdurre due scale temporali per l'evoluzione dei gradi di libertà interni ed esterni.
- La possibilità di definire una forza media  $F(x)$  in una data posizione  $x$ .

### 1.1.4 Calcolo della forza media

Per calcolare l'espressione della forza radiativa agente su un atomo a due livelli si parte dall'equazione di Heisenberg  $\hat{\mathbf{F}} = d\hat{\mathbf{P}}/dt = [\hat{\mathbf{P}}, \hat{H}]/i\hbar$ . L'operatore forza può dipendere da diverse variabili, in particolare dalla posizione del centro di massa  $\hat{\mathbf{R}}$ . Quando si prende il valore d'aspettazione della forza è possibile considerare anche il valor medio dell'operatore posizione  $\langle \hat{\mathbf{R}} \rangle = \mathbf{R}$  perché



**Figura 1.1:** Schema dell'interazione atomo-campo di radiazione.

si suppone che il pacchetto d'onda atomico sia ben localizzato nello spazio (vedi sezione 1.1.3). Il passo successivo consiste nello scrivere  $\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{F} + \delta\hat{\mathbf{F}}$  dove  $\mathbf{F}$  è il valor medio della forza e le fluttuazioni  $\delta\hat{\mathbf{F}}$  saranno responsabili della diffusione dell'impulso atomico nello spazio dei momenti a causa della natura stocastica dei processi di assorbimento ed emissione. Per calcolare  $\mathbf{F}$  si considera la seguente hamiltoniana:  $\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_R + \hat{V}_{AL} + \hat{V}_{AR}$  in cui:

$$\hat{H}_A = \frac{\hat{P}^2}{2M} + \hbar\omega_0|e\rangle\langle e| \quad (1.13)$$

è la somma dell'energia cinetica del centro di massa e dell'energia interna dell'atomo in cui è stata ridefinita a zero l'energia dello stato fondamentale,

$$\hat{H}_R = \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \left( \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \right) \quad (1.14)$$

è l'hamiltoniana del campo elettromagnetico di vuoto, comprendente la somma di tutti i possibili modi di campo,

$$\hat{V}_{AL} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}_L(\mathbf{R}, t) \quad (1.15)$$

è il termine di interazione tra l'atomo e il campo laser, quest'ultimo trattato classicamente e definito come

$$\mathbf{E}_L(\mathbf{R}, t) = \mathcal{E}_0(\mathbf{R}) \boldsymbol{\varepsilon} \cos[\omega_L t + \Phi(\mathbf{R})] \quad (1.16)$$

in cui  $\mathcal{E}_0(\mathbf{R}), \boldsymbol{\varepsilon}, \Phi(\mathbf{R})$  sono rispettivamente l'ampiezza, la polarizzazione e la fase del campo laser. Nella (1.15),  $\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{d}(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|)$  è l'operatore momento di dipolo elettrico. Analogamente il termine:

$$\hat{V}_{AR} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{E}}_{\perp}(\mathbf{R}, t) \quad (1.17)$$

rappresenta l'interazione tra l'atomo e il campo elettromagnetico di vuoto dato da:

$$\hat{\mathbf{E}}_{\perp}(\mathbf{R}, t) = i \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \sqrt{\frac{\hbar \omega_{\mathbf{k}}}{2 \epsilon_0 V}} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{k}\lambda} \left( \hat{a}_{\mathbf{k}\lambda} e^{-i\mathbf{k}\lambda \cdot \mathbf{R}} - \hat{a}_{\mathbf{k}\lambda}^{\dagger} e^{i\mathbf{k}\lambda \cdot \mathbf{R}} \right) \quad (1.18)$$

dove  $V$  è il volume d'integrazione e  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{k}\lambda}$  è il vettore di polarizzazione con  $\lambda = 1, 2$  indici di polarizzazione.

A questo punto l'equazione per la forza media diviene:

$$\mathbf{F}(\mathbf{R}) = -\langle \nabla \hat{V}_{AL} \rangle - \langle \nabla \hat{V}_{AR} \rangle = -\langle \nabla \hat{V}_{AL} \rangle \quad (1.19)$$

poiché il contributo alla forza media proveniente dal bagno termico è nullo [13],[14]. L'accoppiamento con il campo di vuoto introduce comunque termini di rilassamento nelle equazioni che governano l'evoluzione dell'operatore densità del sistema atomico. Sfruttiamo ora le due approssimazioni della sezione (1.1.3):

- $\lambda_{DB} \ll \lambda_L \Rightarrow -\langle \nabla \hat{V}_{AL} \rangle = -\langle \hat{\mathbf{d}} \rangle \cdot \nabla \mathbf{E}_L(\mathbf{R}, t)$
- $T_{int} \ll T_{ext} \Rightarrow \langle \hat{\mathbf{d}} \rangle \simeq \langle \hat{\mathbf{d}} \rangle_{st}$

dove  $\lambda_{DB}$  è la lunghezza d'onda di De Broglie del pacchetto atomico e con  $\langle \hat{\mathbf{d}} \rangle_{st}$  si è indicato il valore di aspettazione dell'operatore momento di dipolo calcolato a partire dalla soluzione stazionaria delle equazioni ottiche di Bloch per l'operatore densità atomico. Come si mostra in [14] si ottiene, utilizzando l'approssimazione d'onda rotante (RWA):

$$\langle \hat{\mathbf{d}} \rangle_{st} = 2\mathbf{d}(u_{st} \cos \omega_L t - v_{st} \sin \omega_L t) \quad (1.20)$$

in cui

$$u_{st} = \frac{\Omega}{2} \frac{\delta_L}{\Omega^2/2 + \delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.21)$$

e

$$v_{st} = \frac{\Omega}{2} \frac{\Gamma/2}{\Omega^2/2 + \delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.22)$$

sono rispettivamente le componenti del momento di dipolo in fase e in quadratura di fase con il campo laser. In queste espressioni appaiono la frequenza di Rabi  $\hbar\Omega(\mathbf{R}) = -\mathcal{E}_0(\mathbf{R})\mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$  e il detuning  $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ . È possibile riscrivere le soluzioni stazionarie delle equazioni di Bloch in forma più compatta,

definendo un parametro di saturazione  $s$  come:

$$s = \frac{\Omega^2/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.23)$$

$$= s_0 \frac{\Gamma^2/4}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.24)$$

in cui è stata definita la quantità  $s_0 = 2\Omega^2/\Gamma^2 = I/I_s$  che a sua volta definisce l'intensità di saturazione  $I_s$  oltre la quale il profilo di assorbimento dell'atomo inizia a essere soggetto ad allargamento in potenza. L'espressione esplicita dell'intensità di saturazione  $I_s$  è:

$$I_s = \frac{4\pi^2 \hbar c \Gamma}{6\lambda^3} \quad (1.25)$$

Le soluzioni stazionarie delle equazioni ottiche di Bloch possono allora essere riespresse in termini di  $s$  come:

$$u_{st} = \frac{\delta_L}{\Omega} \frac{s}{1+s} \quad (1.26)$$

$$v_{st} = \frac{\Gamma}{2\Omega} \frac{s}{1+s} \quad (1.27)$$

Si assuma un atomo a riposo in  $\mathbf{R} = 0$  e si supponga che  $\Phi(\mathbf{0}) = 0$ . Utilizzando la (1.19) e la (1.20) si ottiene la seguente espressione per la forza media:

$$\mathbf{F} = -\hbar\Omega \left( u_{st} \frac{\nabla\Omega}{\Omega} + v_{st} \nabla\Phi \right) \quad (1.28)$$

Si distinguono due contributi nella forza radiativa media: un termine di tipo reattivo  $\mathbf{F}_{reatt}$  proporzionale alla risposta in fase  $u_{st}$  del dipolo al campo laser, detto *forza di dipolo*, e un termine di tipo dissipativo  $\mathbf{F}_{diss}$  proporzionale alla risposta in quadratura di fase  $v_{st}$ , riconducibile alla pressione di radiazione.

### Forza dissipativa

Si consideri il caso più semplice in cui il campo laser sia un'onda piana con vettore d'onda  $\mathbf{k}_L$ :  $\mathbf{E}_L(\mathbf{R}, t) = \varepsilon \mathcal{E}_0 \cos[\omega_L t - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{R}]$ . Questo campo è caratterizzato da un'ampiezza costante e da una fase il cui gradiente è pari a  $\nabla\Phi = -\mathbf{k}_L$ . Per un campo siffatto la forza di dipolo scompare e rimane solo la componente dissipativa:

$$\mathbf{F} = -\hbar\Omega v_{st} \nabla\Phi = \hbar\mathbf{k}_L \Gamma \frac{\Omega^2/4}{\Omega^2/2 + \delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.29)$$

A basse intensità ( $\Omega \ll |\delta|$  o  $\Gamma$ ), la forza è proporzionale a  $\Omega^2$  e quindi all'intensità. Ad alte intensità satura al valore massimo pari a

$$\mathbf{F}_{max} = \hbar \mathbf{k}_L \Gamma / 2 \quad (1.30)$$

indipendente dall'intensità. La forza media raggiunge un massimo quando la luce è perfettamente risonante con la transizione atomica, e varia con il detuning come una curva Lorentziana centrata sulla frequenza  $\omega_L = \omega_0$  e di larghezza  $\Delta\omega = \sqrt{(\Gamma^2/4) + (\Omega^2/2)}$ . Si dimostra che la forza dissipativa altro non è che il numero medio di fotoni assorbiti nell'unità di tempo moltiplicato per l'impulso trasportato da ciascun fotone:

$$\mathbf{F}_{diss} = \hbar \mathbf{k}_L \langle dN_{ass}/dt \rangle \quad (1.31)$$

il che conferma l'interpretazione fisica di pressione di radiazione dovuta a cicli di assorbimento ed emissione spontanea.

## Fluttuazioni

L'espressione per la forza dissipativa (1.29) deriva da una media discreta. Fisicamente questa forza risulta da una successione di processi elementari di assorbimento ed emissione spontanea intrinsecamente accompagnati da fluttuazioni. La natura stocastica di questi processi è responsabile della diffusione nello spazio dei momenti dell'impulso atomico. Si distinguono due contributi alla diffusione del momento [16]: il primo si origina dal rinculo che l'atomo subisce quando emette spontaneamente un fotone a tempi casuali, mentre il secondo è associato alle fluttuazioni nel numero di cicli di fluorescenza che avvengono in un dato intervallo di tempo a causa di fluttuazioni nell'intensità laser. Questi meccanismi di diffusione sono responsabili del riscaldamento dei gradi di libertà traslazionali. Essi determinano in ultima analisi la temperatura minima raggiungibile tramite il processo di raffreddamento Doppler. Per ciascun fotone emesso spontaneamente in una direzione, l'atomo rincula nella direzione opposta. Visto che l'emissione avviene in una direzione casuale, l'atomo esegue un moto browniano di passo  $\hbar \mathbf{k}_L$  nello spazio dei momenti. Il numero di passi al secondo è dato dal tasso di assorbimento di fotoni  $\langle dN/dt \rangle_{st} = \Gamma \sigma_{ee}^{st}$  dove  $\sigma_{ee}^{st}$  è la popolazione dello stato eccitato in regime stazionario. In un intervallo di tempo  $\Delta t$ , la dispersione dell'impulso incrementa secondo:

$$\overline{\Delta p^2} = \hbar^2 k_L^2 \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} \Delta t = 2D_{spont} \Delta t \quad (1.32)$$

dove il coefficiente di diffusione  $D_{spont}$  è definito come:

$$D_{spont} = \frac{1}{4} \hbar^2 k_L^2 \Gamma \frac{\Omega^2/2}{\Omega^2/2 + \delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.33)$$

Per quanto riguarda i processi di assorbimento causati dal campo laser, le fluttuazioni del momento degli atomi sono direttamente collegate alle fluttuazioni nel numero di fotoni assorbiti  $\Delta N$  secondo l'equazione  $\overline{\Delta p^2} = \hbar^2 k_L^2 \langle \Delta N^2 \rangle$ . Il campo laser è caratterizzato da una statistica poissoniana [15] e dunque il momento secondo del numero di fotoni eguaglia la sua media. Anche in questo caso si ha dunque:

$$D_{ass} = \frac{1}{4} \hbar^2 k_L^2 \Gamma \frac{\Omega^2/2}{\Omega^2/2 + \delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.34)$$

cosicché è possibile definire un coefficiente di diffusione complessivo dato dalla somma dei due coefficienti:

$$D = D_{spont} + D_{ass} = \frac{1}{2} \hbar^2 k_L^2 \Gamma \frac{\Omega^2/2}{\Omega^2/2 + \delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.35)$$

Questo coefficiente sarà importante nella Sezione 1.2 sul raffreddamento Doppler in quanto proporzionale alla temperatura atomica di equilibrio in una melassa ottica.

### Forza di dipolo

L'espressione per la forza di dipolo è:

$$\mathbf{F}_{reatt} = -\hbar u_{st} \nabla \Omega(\mathbf{R}) = -\frac{\hbar \delta_L}{4} \frac{\nabla \Omega^2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2}, \quad (1.36)$$

$\mathbf{F}_{reatt}$  varia con il detuning  $\delta_L = \omega_L - \omega_0$  come una curva di dispersione avente la stessa larghezza della forza dissipativa  $\mathbf{F}_{diss}$ . Per  $\omega_L > \omega_0$  ( $\delta_L > 0$ , detuning blu), la forza respinge gli atomi dalla regione di massima intensità. Per  $\omega_L < \omega_0$  ( $\delta_L < 0$ , detuning rosso), la forza attrae gli atomi verso la regione di massima intensità. La polarizzabilità elettrica è dunque positiva al di sotto della risonanza e negativa sopra la risonanza, in accordo con la risposta classica di un elettrone legato al nucleo positivo atomico tramite una forza di richiamo elastica. La carica oscilla in fase con il campo esterno se la frequenza è al di sotto della risonanza, e in opposizione di fase se la frequenza è al di sopra della risonanza. La forza di dipolo cresce al crescere dell'intensità della luce, in contrasto con la forza dissipativa che invece satura

per grandi  $\Omega$ . Infine, la forza reattiva può essere derivata da un potenziale:

$$\mathbf{F}_{reatt} = -\nabla U, \quad U = \frac{\hbar\delta_L}{2} \log \left[ 1 + \frac{\Omega^2/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \right] \quad (1.37)$$

Da questa espressione si nota che per detuning grandi ( $|\delta_L| \gg \Gamma$ ) si può scrivere l'energia potenziale come:

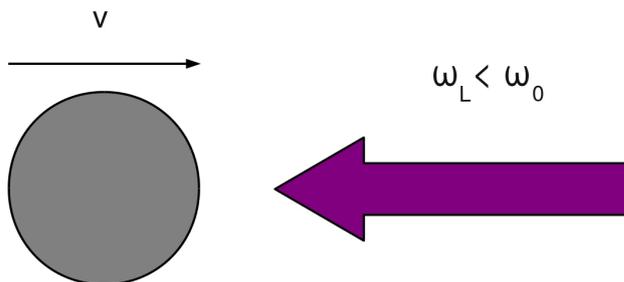
$$U(\mathbf{R}) \simeq \frac{\hbar\delta_L}{2} \frac{\Omega^2(\mathbf{R})/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.38)$$

$$\simeq \frac{3\pi c^2 \Gamma I(\mathbf{R})}{\omega_0^3 \delta_L} \quad (1.39)$$

la cui profondità, nel caso di  $\delta_L < 0$  cresce indefinitamente col crescere dell'intensità. Per facilitare l'interpretazione fisica della forza di dipolo, si consideri il campo laser come una sovrapposizione di onde piane con stessa frequenza  $\omega_i = \omega_L, i = 1, 2, 3, \dots$  ma con direzioni diverse del vettore d'onda  $\mathbf{k}_i$ . L'atomo assorbe un fotone dall'onda  $i$ -esima ed emette, in maniera stimolata, un fotone con vettore d'onda  $\mathbf{k}_j, j \neq i$ . In tale processo non viene scambiata energia perché  $\omega_i = \omega_j = \omega_L$ . Però, visto che  $\hbar\mathbf{k}_i \neq \hbar\mathbf{k}_j$ , il momento atomico varia di  $\hbar(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j)$ . La forza reattiva emerge in seguito alla redistribuzione dei fotoni tra le varie onde piane che compongono il campo laser.

## 1.2 Raffreddamento laser di un campione atomico a due livelli

Le forze radiative descritte nella sezione precedente per un atomo a due livelli inizialmente a riposo possono essere sfruttate per cambiare la distribuzione di velocità di una nuvola atomica. Questa distribuzione è in genere una curva a campana caratterizzata da una velocità media  $\langle v \rangle$  e da una dispersione delle velocità  $\Delta v$  attorno alla velocità media. L'interazione con il campo laser può modificare entrambe, in particolare può ridurre l'allargamento in velocità  $\Delta v$ , che caratterizza il moto disordinato degli atomi e che è legato alla temperatura del campione: più piccolo è  $\Delta v$ , minore è la temperatura. Per cambiare la larghezza della distribuzione delle velocità, la forza radiativa deve dipendere da  $v$  altrimenti la distribuzione verrebbe semplicemente traslata nello spazio delle velocità senza che cambi la sua forma. Il modo più semplice di introdurre una dipendenza dalla velocità nella forza radiativa consiste nello sfruttare l'effetto Doppler che cambia il detuning  $\delta_L = \omega_L - \omega_0$  dalla risonanza, di una quantità proporzionale alla velocità  $v$  dell'atomo. Vi-



**Figura 1.2:** Atomo in moto in un'onda contropropagante detunata verso il rosso.

sto che la forza dipende dal detuning  $\delta_L$ , la dipendenza del detuning dalla velocità induce una dipendenza dalla velocità anche nella forza.

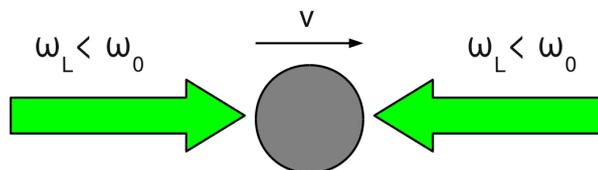
### 1.2.1 Effetto Doppler in un'onda piana detunata verso il rosso

Si consideri un atomo in moto in modo tale che la posizione del suo centro di massa evolva nel tempo secondo la legge  $\mathbf{R} = \mathbf{v}t$ . Visto che i gradi di libertà esterni variano su una scala temporale molto più lunga di quella delle variabili interne, è possibile trascurare la variazione della velocità atomica entro il tempo caratteristico  $\Gamma^{-1}$ . La velocità viene dunque considerata costante durante il calcolo della forza. Si introduca un'onda piana detunata verso il rosso ( $\omega_L < \omega_0$ ) rispetto alla risonanza, con vettore d'onda  $\mathbf{k}_L = -k_L \mathbf{e}_x$  contropropagante rispetto all'atomo. In questo caso, visto che l'ampiezza del campo laser è costante, la forza reattiva si annulla e rimane solo il termine dissipativo.

Visto che l'atomo si muove contro il fascio laser, la frequenza luminosa che l'atomo vede nel suo sistema di riferimento è spostata per effetto Doppler verso la risonanza e la pressione di radiazione è conseguentemente maggiore. Il campo elettrico visto dall'atomo in movimento è:

$$\mathbf{E}_L(\mathbf{R}, t) = \epsilon \mathcal{E}_0 \cos[\omega_L t - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{R}] = \epsilon \mathcal{E}_0 \cos[(\omega_L - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v})t] \quad (1.40)$$

Visto che la frequenza di Rabi rimane la stessa per un atomo in moto, si conclude che le equazioni ottiche di Bloch mantengono essenzialmente la stessa forma di quelle per un atomo a riposo a patto di sostituire  $\omega_L$  con  $\omega_L - \mathbf{k}_L \cdot \mathbf{v}$ . L'espressione (1.29) per la forza dissipativa lungo la direzione  $\mathbf{e}_x$



**Figura 1.3:** Atomo in moto in una melassa ottica unidimensionale.

diviene:

$$F(v) = -\hbar k_L \Gamma \frac{\Omega^2/4}{\Omega^2/2 + (\delta_L + k_L v)^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.41)$$

Essa ha la forma di una Lorentziana e raggiunge il suo valore massimo quando lo spostamento Doppler compensa il detuning, ovvero  $k_L v = \omega_0 - \omega_L$ .

### 1.2.2 Comportamento alle basse velocità

Espandendo  $F$  attorno a  $v = 0$  si ottiene:

$$F = F(0) - \alpha v + \dots \quad (1.42)$$

La pendenza di  $F$  vicino a  $v = 0$  è negativa cosicché il coefficiente  $\alpha$  della (1.42) è positivo e può essere interpretato come un coefficiente di viscosità. La sua espressione è:

$$\alpha = \hbar k_L^2 \frac{s}{(1+s)^2} \frac{-\delta_L \Gamma}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.43)$$

dove  $s = (\Omega^2/2)/(\delta_L^2 + \Gamma^2/4)$  è il parametro di saturazione. Si ottiene l'effetto di raffreddamento laser se la forza è puramente viscosa, ovvero se si elimina in (1.42) il termine indipendente dalla velocità.

L'idea proposta in [17] consiste nell'aggiungere un'altra onda piana con la stessa intensità e frequenza della prima, ma propagante nella direzione opposta, in modo tale che i due contributi alla forza indipendenti dalla velocità si cancellino. Trascurando gli effetti di saturazione ( $I \ll I_s$ ), la forza totale è una funzione antisimmetrica di  $\mathbf{v}$  con un coefficiente di viscosità doppio rispetto al caso di singolo fascio. Con questa configurazione si spiega facilmente l'idea del raffreddamento laser. Per un atomo a riposo, non c'è alcun effetto Doppler e le due pressioni di radiazione si cancellano. Se l'atomo si muove con una velocità  $v$ , l'onda contropropagante risulta essere più vicina alla risonanza a causa dello spostamento Doppler ed esercita una forza maggiore rispetto all'onda copropagante. La forza netta è dunque opposta a  $v$  e

proporzionale a  $v$  per velocità sufficientemente basse. A causa della natura puramente viscosa della forza, la configurazione di due fasci contropropaganti aventi la stessa frequenza detunata verso il rosso rispetto alla risonanza atomica è detta *melassa ottica*.

### 1.2.3 Temperatura limite raggiungibile con il raffreddamento Doppler

Utilizzando un modello semiclassico è possibile calcolare la temperatura minima che si può raggiungere con il raffreddamento Doppler in una melassa ottica. Come già detto nella sezione precedente, ciò che determina la temperatura limite è il moto diffusivo che l'atomo compie nello spazio dei momenti. Il bilanciamento tra il riscaldamento causato dal moto browniano dell'impulso e il raffreddamento dovuto alla forza radiativa viscosa, determina la temperatura di equilibrio. Dalla teoria del moto browniano [19] e dal teorema di equipartizione dell'energia si ottiene:

$$\langle p^2(t) \rangle \rightarrow \frac{D}{\gamma} \text{ per } t \gg \gamma^{-1} \quad (1.44)$$

$$k_B T \rightarrow \frac{D}{m\gamma} = \frac{D}{\alpha} \quad (1.45)$$

dove  $\gamma^{-1} = m/\alpha$  è il tempo di smorzamento. Sostituendo le espressioni (1.35) per  $D$  e (1.43) per  $\alpha$  si ottiene, nel limite di bassa intensità e nella configurazione di due fasci contropropaganti:

$$k_B T = \frac{\hbar\Gamma^2}{8|\delta_L|} \left[ 1 + \left( \frac{2\delta_L}{\Gamma} \right)^2 \right] \quad (1.46)$$

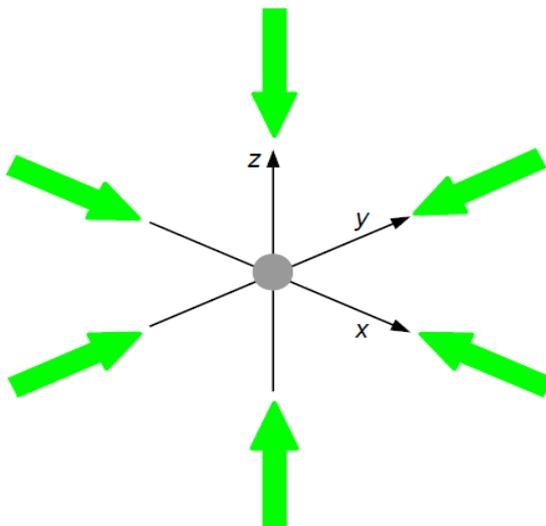
Il minimo della (1.46), detto *limite Doppler*, si ottiene per  $\delta_L = -\Gamma/2$  ed è dato da:

$$k_B T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2} \quad (1.47)$$

Ad esempio, nel caso delle due transizioni  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  e  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  utilizzate per raffreddare l'atomo di Yb (vedi Sezione 2.1), le temperature Doppler sono rispettivamente  $T_D = 700 \mu K$  e  $T_D = 4.3 \mu K$ .

### 1.2.4 Generalizzazione a N dimensioni e alte intensità

Finora è stato considerato solo un modello unidimensionale. La generalizzazione a più dimensioni è banale se si trascura l'interferenza tra i fasci posti su



**Figura 1.4:** Melassa ottica 3-dimensionale.

direzioni ortogonali. Considerando  $N$  dimensioni e  $2N$  fasci laser ortogonali a coppie, si possono semplicemente sommare i contributi delle diverse intensità al denominatore della (1.43), ottenendo come coefficiente di viscosità [18]:

$$\alpha = -8\hbar k_L^2 \left( \frac{I}{I_s} \right) \frac{\delta_L/\Gamma}{[1 + 2NI/I_s + (2\delta_L/\Gamma)^2]^2} \quad (1.48)$$

Al numeratore non è possibile sommare i contributi dei diversi fasci perché si assume implicitamente che fasci lungo direzioni ortogonali agiscano uno alla volta sugli atomi. La temperatura in  $N$  dimensioni e per intensità arbitrarie è dunque facilmente calcolabile in questa approssimazione considerando che avendo  $N$  gradi di libertà, il principio di equipartizione è  $\langle p^2 \rangle / 2M = Nk_B T / 2$  e che nell'ipotesi di fasci alternati il coefficiente di diffusione del singolo fascio (1.35) viene generalizzato come:

$$D = \hbar^2 k_L^2 \frac{\Gamma}{2} \frac{2NI/I_s}{1 + 2NI/I_s + (2\delta_L/\Gamma)^2} \quad (1.49)$$

Dunque la temperatura della melassa  $N$ -dimensionale è:

$$k_B T = \frac{\hbar \Gamma^2}{8|\delta_L|} \left[ 1 + 2NI/I_s + \left( \frac{2\delta_L}{\Gamma} \right)^2 \right] \quad (1.50)$$

Un'altra grandezza caratteristica della melassa N-dimensionale è il tempo di diffusione facilmente calcolabile a partire dal coefficiente di diffusione nello spazio delle posizioni  $D_x$ . Infatti, quello in (1.35) è il coefficiente di diffusione nello spazio dei momenti  $D_p$  che è legato a  $D_x$  dalla relazione:

$$D_x = \frac{D_p}{N\alpha^2} \quad (1.51)$$

Allora la distanza quadratica media percorsa dall'atomo è:

$$\langle r^2 \rangle = N \langle x^2 \rangle = 2D_x N t = \frac{2t D_p}{\alpha^2} \quad (1.52)$$

Quindi si ottiene come tempo di diffusione in una melassa:

$$t_D = \frac{8k_L^2 \langle r^2 \rangle}{N\Gamma} \frac{I}{I_s} \frac{(2\delta_L/\Gamma)^2}{[1 + 2NI/I_s + (2\delta_L/\Gamma)^2]^3} \quad (1.53)$$

che per i parametri ottimali  $\delta_L = -\Gamma/2$  e  $I/I_s = 1/2N$  diviene:

$$t_D = \frac{4k_L^2 \langle r^2 \rangle}{27N^2\Gamma} \quad (1.54)$$

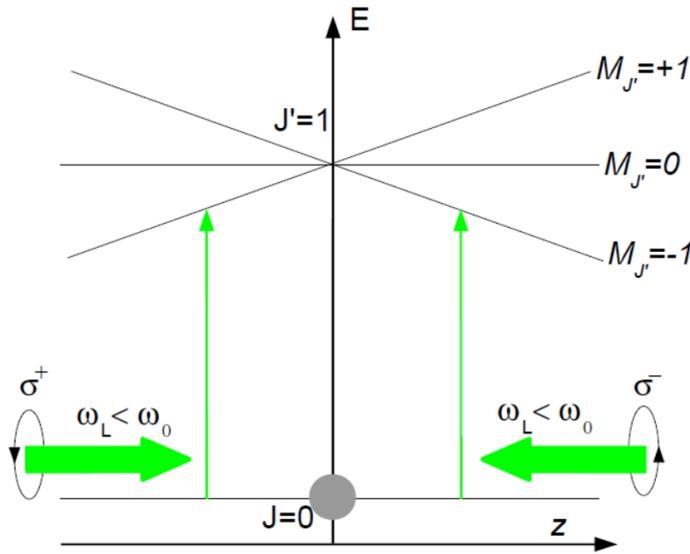
Anche se qui si è assunta una melassa infinitamente estesa, si può comunque stimare l'ordine di grandezza di  $t_D$  per la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  che, come si spiegherà in seguito, verrà impiegata per rallentare gli atomi di Itterbio. Per diffondere in 0.5 cm, un atomo impiega circa  $t_D = 0.2$  s. Per la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  utilizzata per l'intrappolamento, il tempo di diffusione in 0.5 cm è molto più lungo ( $t_D = 45$  s), perché è una transizione molto più stretta, ma la velocità di cattura è troppo bassa per usarla per caricare una melassa. Questo tempo così breve è una delle limitazioni principali all'uso delle melasse per intrappolare gli atomi come verrà spiegato nella sezione successiva.

### 1.3 Trappola magneto-ottica (MOT)

L'utilizzo della pressione di radiazione per confinare gli atomi è caratterizzato da un limite fondamentale: le densità raggiunte sono molto basse perché gli atomi diffondono nella regione d'intersezione dei fasci laser e dopo un tempo relativamente breve escono dalla regione delimitata dai sei fasci. Questo è un limite di carattere fondamentale perché è legato alla natura stessa della forza dissipativa. Essa, essendo proporzionale a  $\mathbf{k}_L$ , possiede divergenza nulla:

$$\nabla \cdot \mathbf{F}_{diss} = 0 \quad (1.55)$$

e consente agli atomi di trovare una via di fuga (Teorema di Earnshaw ottico [20]). Per raggiungere un confinamento più efficace è necessario introdurre una dipendenza spaziale nella forza. Per fare ciò si aggiunge alla configurazione di melassa ottica un debole campo magnetico variabile linearmente lungo l'asse di propagazione dei fasci contropropaganti. In questo modo, nel caso di una transizione  $J = 0 \rightarrow J' = 1$  in cui  $J$  è il momento angolare totale dell'atomo, anche lo spostamento per effetto Zeeman dei sottolivelli  $M_J$  acquista una dipendenza spaziale. La scelta delle polarizzazioni  $\sigma^+ - \sigma^-$  dei fasci laser e l'utilizzo di un detuning negativo fanno sì che l'atomo che si trova in  $z \neq 0$  assorba preferibilmente il fascio che lo spinge nuovamente verso  $z = 0$  [21]. Inoltre, dal momento che la frequenza dei fasci laser è minore della frequenza di risonanza atomica, a causa dell'effetto Doppler si avrà anche un raffreddamento.



**Figura 1.5:** Schema di funzionamento di una trappola magneto ottica per una transizione  $J = 0 \rightarrow J' = 1$ . Il campo magnetico  $\mathbf{B} = bz$  induce una dipendenza spaziale nella forza.

Prendendo un campo magnetico con gradiente costante lungo  $z$  e che si annulla in  $z = 0$  (nel caso di una coppia di bobine in configurazione anti-Helmholtz si dimostra che, in prossimità dell'origine,  $B_z = bz$ ), si ottiene che

le due forze di scattering dovute ai due fasci assumono la forma:

$$F_{\pm} = \pm \hbar k_L \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + 2NI/I_s + 4 \left[ \delta_L \mp \left( k_L v + \frac{g_{J'} M_{J'} \mu_B b z}{\hbar} \right) \right]^2 / \Gamma^2} \quad (1.56)$$

dove  $g_{J'}$  è il fattore di Landè dello stato eccitato,  $\mu_B$  è il magnetone di Bohr ed è stata considerata direttamente una configurazione N dimensionale. Sommando le due forze e considerando lo sviluppo per piccole velocità e spostamenti si ottiene, al prim'ordine:

$$\begin{aligned} F(v, z) &= 8\hbar k_L \frac{I}{I_s} \frac{\delta_L/\Gamma}{[1 + 2NI/I_s + 4\delta_L^2/\Gamma^2]^2} \left( k_L v + \frac{g_{J'} M_{J'} \mu_B b z}{\hbar} \right) \\ &= -\alpha v - \kappa z \end{aligned} \quad (1.57)$$

in cui  $\alpha$  è la stessa dell'equazione (1.43) mentre la costante elastica è:

$$\kappa = \alpha \frac{g_{J'} M_{J'} \mu_B b}{\hbar k_L} \quad (1.58)$$

Allora la forza media agente sull'atomo è in prima approssimazione quella di un oscillatore armonico smorzato:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \gamma \frac{dz}{dt} + \omega_{trap}^2 z = 0 \quad (1.59)$$

con  $\gamma = \alpha/m$  e  $\omega_{trap}^2 = \kappa/m$ . Gli atomi vengono catturati al centro della trappola se il moto è sovrasmorzato ovvero se vale la relazione:

$$\frac{\gamma}{4\omega_{trap}^2} \gg 1 \quad (1.60)$$

che, a parte fattori moltiplicativi dipendenti da detuning e intensità, è equivalente a richiedere che l'energia di rinculo sia più grande dello spostamento Zeeman su una lunghezza pari a  $\lambda_L$ :

$$\frac{\gamma}{4\omega_{trap}^2} \propto \frac{E_r}{g_{J'} M_{J'} \mu_B b \lambda_L} \quad (1.61)$$

Un altro parametro importante nella realizzazione di una MOT è la velocità di cattura  $v_c$ . Essa è definita come la massima velocità che un atomo può avere per essere intrappolato entro una distanza pari al diametro  $2r$  del fascio laser. Non è semplice calcolare esattamente  $v_c$ , ma è possibile darne una stima calcolando quale deve essere la velocità iniziale dell'ato-

mo affinché si fermi entro una distanza  $2r$  se sottoposto alla forza costante  $F_{max} = \hbar k_L \Gamma / 2 = M a_{max}$  diretta in verso opposto al suo moto. Allora imponendo  $v = 0$  e  $r \simeq 1$  cm nella relazione  $2r = (v^2 - v_0^2) / 2a_{max}$ , si ricava:

$$v_c = v_0 = \sqrt{\frac{2r \hbar k_L \Gamma}{M}} \quad (1.62)$$

che per la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  a 556 nm dell'Itterbio usata per realizzare una MOT vale  $\simeq 10$  m/s.

# Capitolo 2

## Intrappolamento e raffreddamento di atomi di Yb

Questo capitolo è dedicato alla descrizione della procedura sperimentale seguita per ottenere un campione di atomi di Yb alla temperatura di  $\sim 100 \mu\text{K}$ , confinato entro una dimensione di pochi mm. In Sezione 2.1 si elencano le proprietà principali dell'atomo di Yb, in particolare lo schema dei livelli energetici in cui si osservano le transizioni atomiche sfruttate per raffreddare e intrappolare un fascio atomico proveniente da un forno riscaldato ad una temperatura di  $\simeq 500 \text{ }^\circ\text{C}$ . Nelle Sezioni 2.2 e 2.3 si descrivono rispettivamente l'apparato e la procedura sperimentale della prima fase dell'esperimento che consiste nella realizzazione di una MOT. In particolare vengono descritti lo Zeeman Slower, la MOT, e le sorgenti laser utilizzate per le transizioni di raffreddamento. Si parla di prima fase dell'esperimento perché interamente basata sul raffreddamento Doppler e dunque sull'utilizzo di forze di natura dissipativa. Con questi processi non è possibile raggiungere densità elevate e temperature così basse da entrare nel regime di degenerazione quantistica. Si vedrà nel Capitolo 3 che per raggiungere questo regime è necessario sfruttare trappole interamente basate sulla forza di dipolo.

Durante il lavoro di tesi sono stati intrappolati l'isotopo bosonico  $^{174}\text{Yb}$  e l'isotopo fermionico  $^{173}\text{Yb}$ . La MOT di  $^{174}\text{Yb}$  era già stata realizzata in [29], mentre in questo lavoro di tesi è stata caratterizzata per la prima volta la MOT di  $^{173}\text{Yb}$ .

## 2.1 Caratteristiche principali dell'atomo di Itterbio

L'Itterbio è un metallo raro fortemente diamagnetico la cui configurazione elettronica nello stato fondamentale è  $[Xe]4f^{14}6s^2$ . La sua massa atomica è 173.04 u. I punti di fusione e di ebollizione sono rispettivamente 824 °C e 1427 °C. Con numero atomico  $Z = 70$  possiede molti isotopi stabili sia bosonici (numero di massa A pari) sia fermionici (numero di massa A dispari) come si mostra in Tabella 2.1.

**Tabella 2.1:** Abbondanza relativa degli isotopi di Itterbio

| Isotopo           | Abbondanza relativa % | Spin Nucleare |
|-------------------|-----------------------|---------------|
| $^{168}\text{Yb}$ | 0.13                  | 0             |
| $^{170}\text{Yb}$ | 3.05                  | 0             |
| $^{171}\text{Yb}$ | 14.4                  | 1/2           |
| $^{172}\text{Yb}$ | 21.9                  | 0             |
| $^{173}\text{Yb}$ | 16.12                 | 5/2           |
| $^{174}\text{Yb}$ | 31.8                  | 0             |
| $^{176}\text{Yb}$ | 12.7                  | 0             |

A causa dei due elettroni presenti nel livello di valenza, la struttura dei livelli energetici è simile a quella dell'Elio e dei metalli alcalino-terrosi, come il Calcio o lo Stronzio. La sua struttura energetica si può suddividere tenendo conto del momento di spin elettronico totale distinguendo tra stati di singoletto con  $S=0$  e stati di tripletto con  $S=1$ . In Figura 2.1 si riporta lo schema dei livelli energetici dell'Itterbio. La transizione  $6s^2\ ^1S_0 \rightarrow 6s6p\ ^1P_1$  è otticamente permessa, possiede una larghezza di riga naturale  $\Gamma = 2\pi \cdot 28.9$  MHz corrispondente ad un tempo di vita del livello eccitato di 5.5 ns e un'intensità di saturazione  $I_s = 60$  mW/cm<sup>2</sup>. Le transizioni verso gli stati di tripletto  $^3P_0, ^3P_1, ^3P_2$  sono chiamate transizioni di intercombinazione in quanto avvengono tra stati aventi diversa molteplicità di Spin ( $\Delta S \neq 0$ ). Esse sono proibite in approssimazione LS e per questo motivo hanno una larghezza di riga naturale decisamente più stretta delle transizioni otticamente permesse. In particolare la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  possiede una larghezza di riga  $\Gamma = 182$  kHz [22], corrispondente ad un tempo di vita dello stato eccitato di 850 ns e un'intensità di saturazione  $I_s = 0.14$  mW/cm<sup>2</sup>. La transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  è altamente proibita ( $J = 0 \rightarrow J' = 0$ ) e dunque collega lo stato fondamentale ad uno stato eccitato metastabile avente un tempo di vita dell'ordine delle decine di secondi. Questa proprietà, unita all'assenza di un

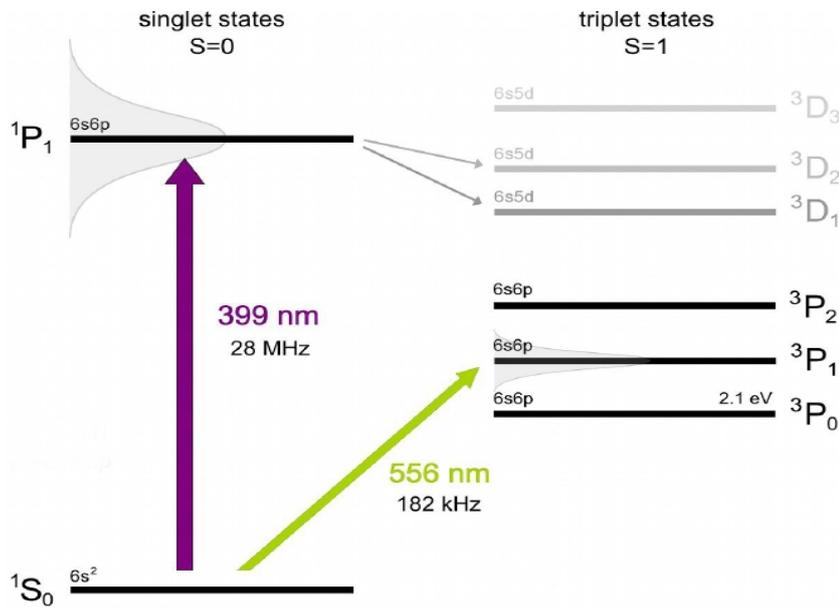
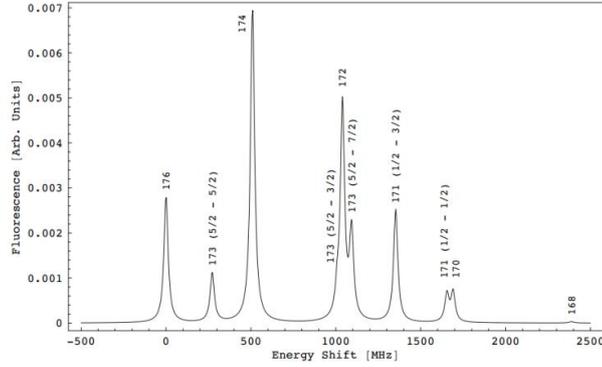


Figura 2.1: Schema dei livelli energetici dell'Itterbio.

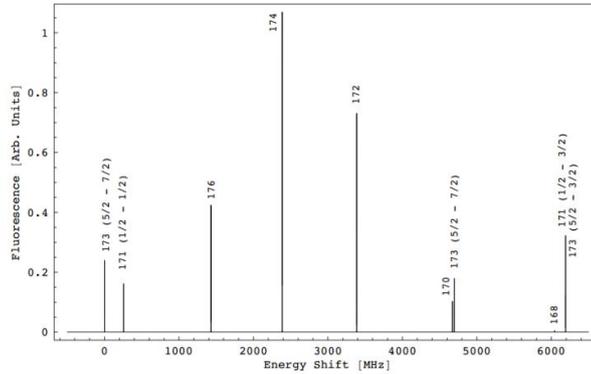
momento di dipolo magnetico elettronico nello stato fondamentale, accresce l'interesse della comunità scientifica nell'Itterbio [10],[11].

In una prima fase dell'esperimento gli atomi di Itterbio vengono rallentati e intrappolati utilizzando le transizioni  $1S_0 \rightarrow 1P_1$  a 398.9 nm e quella d'intercombinazione  $1S_0 \rightarrow 3P_1$  a 555.8 nm. La radiazione viola viene utilizzata per rallentare un fascio atomico di Yb proveniente da un forno in quanto, come s'è visto nel capitolo precedente, la forza imprimibile ad un atomo è proporzionale alla larghezza di riga della transizione sfruttata ( $\Gamma = 2\pi \cdot 29$  MHz). La radiazione verde invece, viene usata per realizzare una MOT poiché la temperatura minima raggiungibile, dell'ordine di  $\hbar\Gamma$ , è più bassa nel caso della transizione di intercombinazione. In Figura 2.2 viene mostrato lo spettro della transizione  $1S_0 \rightarrow 1P_1$  utilizzata per il rallentamento del fascio atomico dove le linee spettrali corrispondono ai vari isotopi presenti in un campione naturale di Itterbio. Dato che lo spin nucleare è nullo per gli isotopi bosonici (A pari), essi non possiedono struttura iperfine ed una sola risonanza per isotopo è visibile. Gli isotopi fermionici (A dispari) invece, possiedono momento di spin nucleare ( $I \neq 0$ ) e bisogna considerare la struttura iperfine del livello eccitato. Le regole di selezione per il momento angolare totale  $F$  (elettronico e nucleare) sono  $\Delta F = 0, \pm 1$  ed è dunque possibile osservare più picchi di risonanza a seconda dello stato  $F$  d'arrivo. Analoghe considerazioni valgono per la transizione  $1S_0 \rightarrow 3P_1$ , di cui si riporta lo spettro in Figura

2.3, utilizzata per la realizzazione di una trappola magneto-ottica (MOT).



**Figura 2.2:** Spettro della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  dove si possono distinguere sia i picchi corrispondenti agli isotopi bosonici sia le diverse componenti della struttura iperfine dei fermioni [24].



**Figura 2.3:** Spettro della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  dove si possono distinguere sia i picchi corrispondenti agli isotopi bosonici sia le diverse componenti della struttura iperfine dei fermioni. Si noti come le righe siano molto più strette della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  [25].

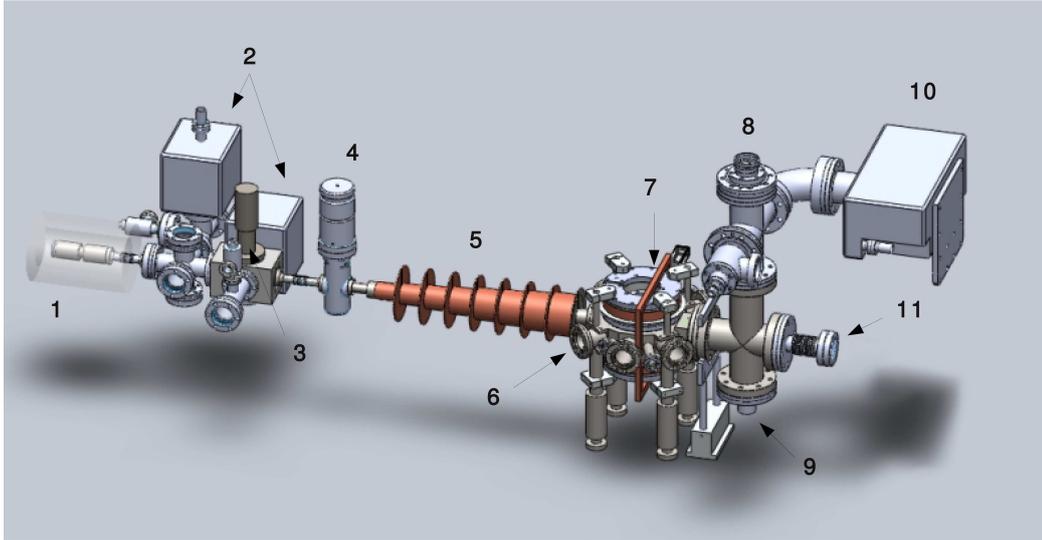
## 2.2 Descrizione dell'apparato sperimentale

In questa sezione verranno descritte le componenti che costituiscono l'apparato sperimentale costruito per rallentare e raffreddare un campione atomico di Itterbio. L'apparato si suddivide in quattro parti principali:

- **Il sistema da vuoto** che comprende il forno, le pompe da vuoto e la cella a ultra alto vuoto (UHV) della MOT.
- **Le sorgenti Laser** utilizzate per eccitare le transizioni  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  a 399 nm e  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  a 556 nm. In commercio non esistono laser a queste lunghezze d'onda con potenza sufficientemente alta e larghezza di riga sufficientemente stretta, dunque per produrre le radiazioni necessarie si sfruttano processi di ottica non lineare. Per manipolare in modo efficace gli atomi è necessario che i laser rispettino dei requisiti di purezza spettrale, potenza emessa e stabilità, ottenuti tramite feedback elettronici. Inoltre è fondamentale il controllo della frequenza e della potenza dei fasci laser che è attuato tramite dei modulatori acusto-ottici (AOM).
- **Lo Zeeman Slower** ovvero l'apparato impiegato per rallentare il fascio atomico di Yb proveniente dal forno da velocità termiche a velocità compatibili con la velocità di cattura (vedi Sezione 1.3)  $v_c$  della MOT.
- **La MOT** costituita dallo schema ottico realizzato per generare le tre coppie ortogonali di fasci laser contropropaganti e dalle bobine necessarie per realizzare un campo magnetico con gradiente costante nei pressi del centro della trappola.

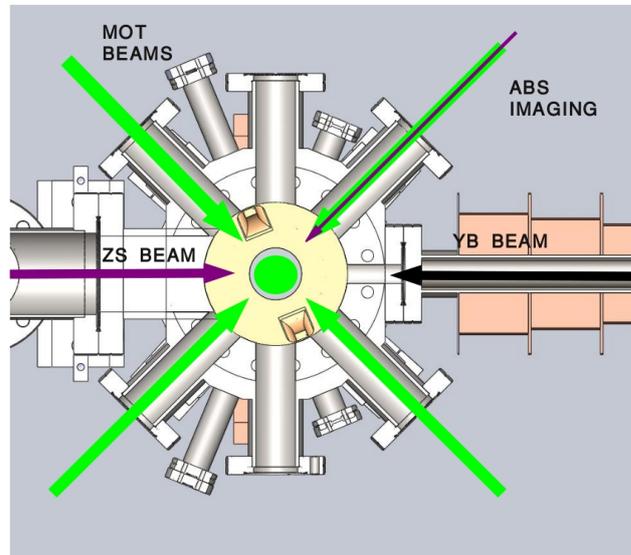
### 2.2.1 Sistema da vuoto

Il sistema da vuoto è illustrato in Figura 2.4. Il forno **(1)** riscaldato a  $500^\circ\text{C}$  genera un fascio atomico d'Itterbio che s'incanala in una matrice quadrata di circa 100 piccoli tubi paralleli lunghi 1 cm e con un diametro interno di  $200\ \mu\text{m}$  che selezionano gli atomi la cui velocità è parallela all'asse dello Zeeman Slower. In questa regione è presente una pompa ionica Varian StarCell **(2)** da 20 l/s che effettua un primo stadio di pompaggio. Successivamente una seconda pompa ionica Varian StarCell **(2)** da 20 l/s effettua un secondo stadio di pompaggio contribuendo ad aumentare l'efficienza del pompaggio differenziale tra la regione del forno e quella di MOT. Gli atomi attraversano due piccoli tubi di lunghezza 8 e 10 cm e diametro interno 5 mm, posti rispettivamente prima e dopo la seconda pompa ionica per migliorare ulteriormente



**Figura 2.4:** Schema del sistema da vuoto.

la collimazione del fascio e per rendere più efficace il pompaggio differenziale grazie alla loro scarsa conduttanza. Qui è anche presente uno shutter ad aria compressa (**3**) per bloccare il fascio atomico e una valvola (**4**) da ultra alto vuoto (UHV) per isolare questa parte dell'apparato relativamente ad alta pressione ( $10^{-7} - 10^{-10}$  torr) dal resto. Dopodiché, il fascio si incanala nello Zeeman Slower (**5**) dove gli atomi vengono rallentati dalla velocità termica dell'ordine di 300 m/s fino a velocità di decine di m/s, necessarie per caricare la MOT. La bobina (**7**) ha lo scopo di annullare il campo magnetico residuo dello Zeeman Slower nella regione di MOT. La MOT è caricata in una cella d'acciaio AISI L316 ottagonale (**6**) di cui si mostra la sezione in Figura 2.5. La cella è dotata di otto finestre CF40, sei sul piano  $xy$  e due lungo l'asse verticale, montate su due flange CF100. Una di queste flange CF100 è dotata di supporti per degli specchi che costituiscono la cavità risonante utilizzata per la prima fase di evaporazione ottica e di cui si parlerà nel Capitolo 3. La cavità è stata realizzata sull'asse di due delle quattro flange CF16 presenti nel piano  $xy$ . La coppia di finestre CF40 con asse ortogonale al fascio viene utilizzata per realizzare il fascio di andata della trappola ottica incrociata mentre il fascio di ritorno, dopo due riflessioni, passa nella coppia di finestre allineate a  $45^\circ$  rispetto a quelle d'andata. L'imaging in assorbimento viene effettuato sfruttando la coppia di finestre CF40 rimaste. Il vuoto differenziale rispetto alla regione dello Zeeman Slower è effettuato da una pompa ionica Varian StarCell (**10**) da 55 l/s in grado di portare la cella a pressioni più basse di  $10^{-10}$  torr. Per migliorare ulteriormente il vuoto, l'apparato è munito



**Figura 2.5:** Sezione della cella di MOT con lo schema dei fasci di rallentamento, di imaging e quattro fasci di intrappolamento. Gli altri due sono nella direzione perpendicolare alla pagina.

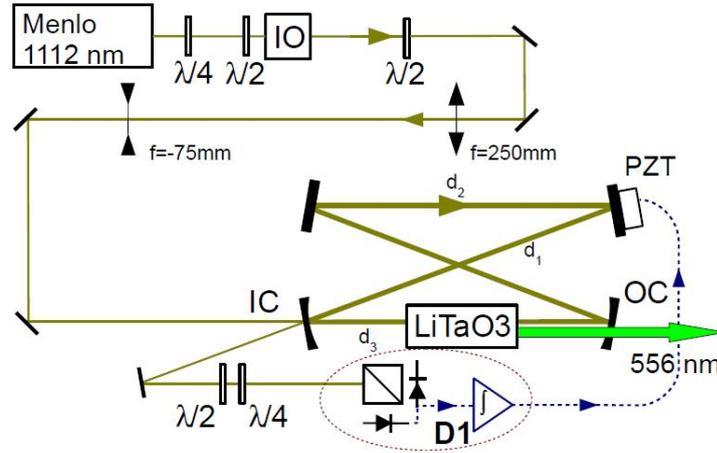
di una pompa a sublimazione di Titanio **(8)** (TSP). Le letture di pressione sono effettuate con un misuratore di pressione a catodo caldo Bayard-Alpert, Varian UHV-24p **(9)**. La finestra d'ingresso del fascio di rallentamento **(11)** è fatta di Zaffiro e viene mantenuta ad una temperatura di 200 °C per evitare che il fascio atomico lasci depositi di Itterbio, compromettendo l'efficacia del processo di rallentamento.

### 2.2.2 Sorgenti Laser

Le transizioni dell'Itterbio utili per il rallentamento e il raffreddamento avvengono alle lunghezze d'onda 399 nm e 556 nm. A queste lunghezze d'onda non sono disponibili in commercio laser con potenza sufficientemente alta e larghezza di riga sufficientemente stretta. Entrambe le radiazioni sono prodotte tramite il processo non lineare di generazione di seconda armonica in cui due fotoni a frequenza  $\omega$  di un laser di pompa vengono convertiti in un cristallo non lineare per produrre un fotone a frequenza  $2\omega$  [28]. Partendo da laser nell'infrarosso (1112 nm) o nel vicino infrarosso (798 nm) vengono prodotte radiazioni laser alle frequenze desiderate.

#### Luce laser a 399 nm: $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$

La radiazione viola a 399 nm viene utilizzata, oltre che per rallentare il fascio atomico proveniente dal forno, anche per fare imaging in assorbimento della nuvola atomica catturata nella MOT. Inoltre, come verrà descritto nel Capitolo 4, questa radiazione è stata utilizzata anche come imaging aggiuntivo per allineare sugli atomi il fascio di andata della trappola ottica incrociata. Per la generazione di seconda armonica a 399 nm si utilizza come laser di pompa un Titanio-Zaffiro Coherent MBR 110 a 798 nm, a sua volta pompato da un laser a stato solido Coherent Verdi-18 a 532 nm. L'MBR è un laser la cui lunghezza d'onda è regolabile tra 700 e 1000 nm grazie a un filtro birifrangente ed è dotato di una larghezza di riga  $< 100$  kHz. La potenza massima in uscita è di 4 W a 798 nm ottenuta utilizzando come pompa 18 W emessi dal laser Verdi. La radiazione a 798 nm viene iniettata in una cavità bow-tie contenente un cristallo LBO (Triborato di Litio) lungo 15 mm e mantenuto a una temperatura costante di circa 55 °C in cui avviene la duplicazione di frequenza. La cavità è montata all'interno di una scatola di alluminio in cui viene fatto il vuoto per eliminare le fluttuazioni dovute a correnti d'aria e soprattutto per minimizzare la polvere che si accumula sugli specchi e sul cristallo non lineare. Tramite un piezoelettrico (PZT) montato su uno degli specchi piani si controlla elettronicamente la lunghezza della cavità in modo tale che, attraverso il metodo di aggancio Hansch-Couillaud [26], la cavità sia sempre risonante per la luce a 798 nm. Il free spectral range della cavità è  $FSR = c/L = 749$  MHz e la finesse vale  $\simeq 100$ . Con una potenza in ingresso del fascio di pompa a 798 nm di 1.2 W si ottiene in media, una potenza di  $\simeq 560$  mW a 399 nm, con un'efficienza di conversione  $\eta > 50\%$ . Per maggiori dettagli si rimanda a [29].



**Figura 2.6:** Apparato per SHG da 1112 nm a 556 nm:  $\lambda/2$  e  $\lambda/4$  lamine a ritardo di fase, isolatore ottico (IO), input e output coupler (IC, OC) della cavità bow-tie, specchio con piezoelettrico per l'aggancio (PZT). Analizzatore di polarizzazione (D1) per aggancio HC. L'apparato per la generazione della radiazione a 399 nm è analogo [29].

### Luce laser a 556 nm

La generazione della luce verde a 556 nm per intrappolare gli atomi nella MOT è ottenuta a partire da un laser in fibra nell'infrarosso a 1112 nm, Menlo System, mod. Orange One. La potenza in uscita può arrivare fino a 2 W e la larghezza di riga è  $< 100$  kHz. È possibile regolare la lunghezza d'onda su un intervallo di circa 450 pm variando la temperatura della fibra. Per le correzioni veloci invece (banda di 10 kHz su un intervallo di circa 9 pm), è presente un controllo esterno con un piezoelettrico che applica una pressione sulla fibra cambiandone la sezione. In Figura 2.6 si mostra l'apparato per la generazione di seconda armonica. Subito dopo la fibra che emette la radiazione a 1112 nm, si inserisce un isolatore ottico avente la funzione di proteggere il laser da eventuali retroriflessioni dei componenti ottici successivi che potrebbero danneggiare il laser. La cavità di duplicazione è simile a quella utilizzata per produrre radiazione a 399 nm [29], anch'essa è montata all'interno di una scatola di alluminio in cui viene fatto il vuoto. Il cristallo non lineare è lungo  $L_c = 10$  mm ed è fatto di Tantalato di Litio ( $\text{LiTaO}_3$ ). La cavità bow-tie è costituita da quattro specchi, su uno dei quali è montato un piezoelettrico per agganciare la cavità al laser tramite il metodo di Hansch-Couillaud. La cavità ha un FSR = 567 MHz e una finesse  $\mathcal{F} = 67$ . Con una potenza in ingresso di 1 W a 1112 nm si ottiene, in media, una potenza di

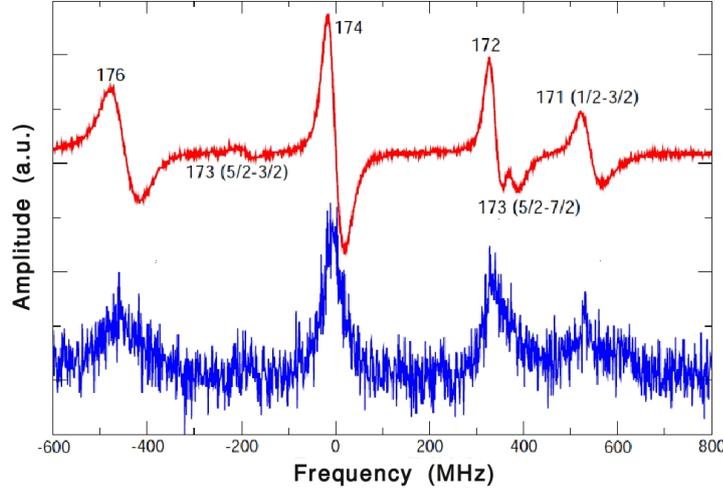
460 mW a 556 nm con un'efficienza di conversione  $\eta \simeq 46\%$ .

### Aggancio dei laser sulle transizioni atomiche

Un punto fondamentale in ogni esperimento di fisica atomica consiste nella stabilità e nel controllo della frequenza della radiazione laser utilizzata per manipolare gli atomi. Le fluttuazioni e gli spostamenti di lungo periodo che caratterizzano la frequenza dei laser Orange One a 1112 nm e MBR a 798 nm sono dovuti principalmente a fluttuazioni termiche e meccaniche. Per compensare queste variazioni mantenendo stabile la frequenza di emissione, si agisce attivamente attraverso dei meccanismi di feedback elettronici, in cui i riferimenti in frequenza sono proprio le transizioni atomiche. Per agganciare la frequenza dei laser alle risonanze atomiche, parte della radiazione laser viene deviata verso un fascio atomico di Itterbio proveniente da un piccolo forno supplementare. Il segnale di fluorescenza viene rivelato con un fotodiode per la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ ,  $\Gamma = 2\pi \cdot 29$  MHz e un fotomoltiplicatore per la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ ,  $\Gamma = 2\pi \cdot 182$  kHz che è molto più stretta e quindi il segnale di fluorescenza è più debole. Per generare il segnale dispersivo necessario all'aggancio in frequenza, il fascio laser di spettroscopia viene modulato in frequenza attraverso un AOM e il segnale di fluorescenza rivelato viene inviato ad un amplificatore lock-in. Il segnale amplificato e demodulato dal lock-in è proporzionale alla derivata prima del segnale di fluorescenza e, opportunamente processato da un controllore PID (proporzionale-integrale-differenziale), rappresenta il segnale di errore utilizzato per effettuare il feedback sul laser. Per quanto riguarda il laser a 1112 nm, il segnale di errore amplificato alimenta un piezoelettrico che, agendo sulla fibra del laser, ne cambia la frequenza. Invece nel caso del MBR, il segnale di errore viene utilizzato per cambiare la lunghezza della cavità interna di riferimento a cui il laser stesso è agganciato.

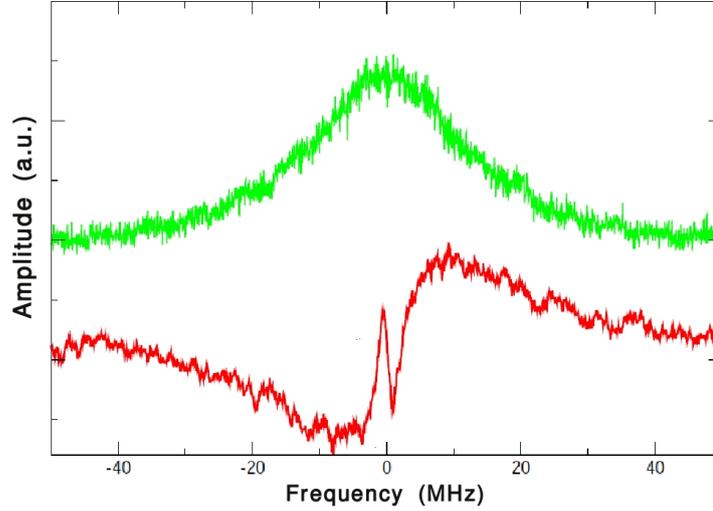
I metodi di aggancio alle due transizioni atomiche sono differenti tra loro a causa della diversità delle larghezze di riga delle transizioni. Nel caso della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ ,  $\Gamma = 2\pi \cdot 29$  MHz è sufficiente effettuare spettroscopia trasversa sul fascio atomico, in quanto la collimazione del fascio fa sì che l'allargamento Doppler in direzione trasversa sia inferiore alla larghezza di riga. In Figura 2.7 si riporta parte dello spettro dell'Itterbio con i rispettivi segnali di errore ottenuti con la modulazione di frequenza.

Nel caso della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ ,  $\Gamma = 2\pi \cdot 182$  kHz e dunque l'allargamento Doppler ( $\simeq 20$  MHz), dovuto alla residua velocità trasversa degli atomi nel fascio atomico, non è più trascurabile e costituisce un limite alla precisione con cui può essere determinato il centro-riga della transizione. In questo caso quindi non è sufficiente fare spettroscopia trasversa, ma è necessa-



**Figura 2.7:** Spettro della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ . A ogni isotopo di Yb corrisponde un picco di fluorescenza (blu) con rispettivo segnale di errore (rosso). Vengono indicati i numeri di massa dei diversi isotopi e delle diverse componenti iperfini per gli isotopi fermionici [29].

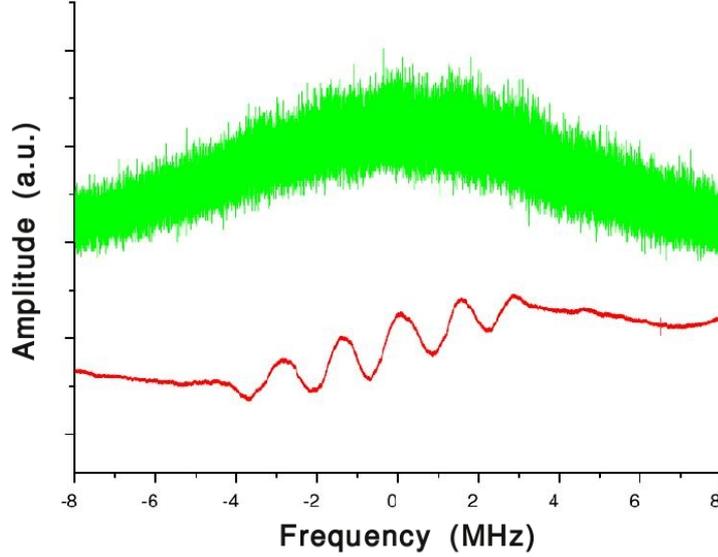
rio eseguire spettroscopia in saturazione con due fasci laser contropropaganti e ortogonali al fascio atomico [30]. Con questa tecnica spettroscopica è possibile eliminare l'effetto Doppler al primo ordine sfruttando il fatto che i fasci interagiscono con classi atomiche diverse a meno che la loro frequenza non sia esattamente in risonanza con la transizione atomica. Alla risonanza il profilo di assorbimento presenta un "dip", chiamato *Bennet hole*, avente una larghezza dell'ordine della larghezza di riga naturale. Anche in questo caso il fascio di spettroscopia è modulato in frequenza e il segnale di fluorescenza rivelato da un fotomoltiplicatore viene inviato all'ingresso di un amplificatore lock-in. Come si osserva in Figura 2.8 il tipico profilo Doppler osservato nella spettroscopia trasversa ha una larghezza di circa 20 MHz, in linea con la stima di una velocità trasversa di 10-11 m/s. Nel profilo Doppler non si riesce a risolvere il dip di saturazione perché stretto e poco profondo e inoltre perché il segnale di fluorescenza è piuttosto rumoroso a causa della modulazione. Nel segnale demodulato invece, la traccia del dip di saturazione appare chiaramente come un segnale antisimmetrico che si somma alla derivata del profilo Doppler più largo e su questo segnale viene poi effettuato l'aggancio. Visto che la transizione è molto stretta, per evitare che campi magnetici spuri influenzino il riferimento in frequenza, si definisce un asse di quantizzazione posizionando una piccola bobina quadrata che genera un campo magnetico parallelo al fascio atomico. In questo modo è possibile isolare



**Figura 2.8:** Spettroscopia della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  sull'isotopo  $^{174}\text{Yb}$ . La polarizzazione è di tipo  $\pi$ , parallela al campo magnetico.

le transizioni aventi  $\Delta M_F = 0$  utilizzando luce polarizzata parallelamente al campo magnetico e osservando la fluorescenza in direzione ortogonale ad esso. In Figura 2.9 si mostra la spettroscopia della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ ,  $F = 5/2 \rightarrow F' = 7/2$  dell'isotopo fermionico  $^{173}\text{Yb}$  in cui è possibile osservare i picchi corrispondenti alle transizioni con  $\Delta M_F = 0$  tra le varie componenti Zeeman.

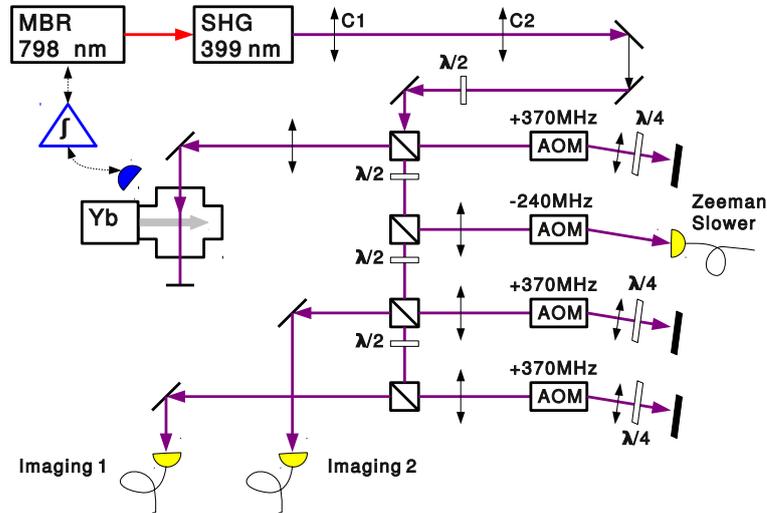
Il campo magnetico  $B$  è  $\simeq 2.5$  Gauss e ciò porta ad una separazione tra le diverse componenti Zeeman di circa 1.5 MHz. La potenza del fascio di spettroscopia è di circa  $650 \mu\text{W}$ , questo per evitare il fenomeno dell'allargamento in potenza. Per effettuare l'aggancio, il segnale di errore processato dal PID viene inviato a un amplificatore ad alto voltaggio (HV) che opera tra 0 e 180 V per avere un intervallo di correzione della frequenza più ampio. Infatti la trasduzione voltaggio-frequenza del piezoelettrico che agisce sulla fibra del laser a 1112 nm è 16 MHz/V e visto che il PID utilizzato ha un'uscita limitata all'intervallo (-10 V, +10 V), la scansione massima sarebbe stata di 320 MHz, insufficiente per un aggancio stabile su tempi lunghi dell'ordine dell'ora. Grazie all'amplificatore si può correggere uno spostamento in frequenza fino a 2.88 GHz. Una volta effettuato l'aggancio le fluttuazioni residue in frequenza sul laser sono  $\Delta\nu_{laser} \simeq 100$  kHz che è sostanzialmente la larghezza di riga del laser in fibra a 1112 nm.



**Figura 2.9:** Spettroscopia della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  sull'isotopo  $^{173}\text{Yb}$ . La polarizzazione è di tipo  $\pi$ , parallela al campo magnetico ed è possibile osservare nel segnale d'errore le diverse transizioni Zeeman con  $\Delta M_F = 0$ . La scala d'ampiezza è diversa rispetto alla Figura 2.8.

### Detuning del fascio di rallentamento e di imaging

La radiazione viola a 399 nm viene utilizzata principalmente per due scopi: rallentare con lo Zeeman Slower il fascio atomico uscente dal forno e realizzare un imaging in assorbimento degli atomi intrappolati. Il forno è mantenuto ad una temperatura media di 500 °C, il che porta ad avere una velocità longitudinale degli atomi del fascio atomico di circa  $v_z = \sqrt{3k_B T/m} \sim 300$  m/s che si traduce in uno spostamento Doppler di circa 900 MHz. Il fascio di rallentamento deve quindi essere spostato verso il rosso rispetto alla risonanza della transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  come discusso in Sezione 2.2.3. Per raggiungere questo spostamento in frequenza si combinano gli effetti dell'AOM del fascio di spettroscopia e dell'AOM del fascio di rallentamento. Come si vede in Figura 2.10 l'AOM di spettroscopia esegue uno spostamento di 370 MHz e viene utilizzato in doppio passaggio in modo tale da raggiungere un detuning effettivo della frequenza del laser di -740 MHz rispetto alla risonanza. Al fascio di Zeeman Slower si sottraggono poi 240 MHz in singolo passaggio in modo tale da arrivare ad un detuning di  $\delta_L/2\pi = -980$  MHz. Questa configurazione è stata utilizzata sia per decelerare l'isotopo bosonico  $^{174}\text{Yb}$  sia per decelerare l'isotopo fermionico  $^{173}\text{Yb}$ . Infine i fasci di imaging devono essere risonanti con la transizione in modo tale da avere il massimo assorbimento e



**Figura 2.10:** Schema ottico per il detuning e l'aggancio alla transizione atomica della radiazione laser a 399 nm. La separazione tra fascio di primo e secondo passaggio nell'AOM si ottiene tramite una lamina  $\lambda/4$  e uno specchio. Il segnale di fluorescenza viene rivelato da un fotodiodo per la stabilizzazione del laser. Le lenti cilindriche C1 e C2 correggono l'astigmatismo del modo d'uscita della cavità.

di evitare effetti di lensing. Per questo si utilizzano due AOM in doppio passaggio ciascuno a 370 MHz in modo tale da annullare il detuning introdotto dall'AOM di spettroscopia.

### Detuning e modulazione dei fasci di MOT

Il detuning dei fasci di MOT viene scelto in modo tale da ottimizzare la carica nella trappola dopo il rallentamento del fascio atomico uscente dallo Zeeman Slower. È stato trovato sperimentalmente che i valori di detuning ottimali differiscono per i due isotopi intrappolati, come si vedrà in Sezione 2.3. Tuttavia lo schema con cui viene effettuato lo spostamento della frequenza, basato sull'utilizzo di AOM in doppio passaggio, è lo stesso. Per quanto riguarda l'isotopo bosonico  $^{174}\text{Yb}$ , la radiazione a 556 nm deve essere detunata di 6 MHz ( $\sim 33\Gamma/2\pi$ ) verso il rosso della risonanza. L'AOM che effettua la modulazione in frequenza per l'aggancio sulla transizione atomica viene alimentato con una radiofrequenza a 83 MHz che, in doppio passaggio, aggiunge 166 MHz alla frequenza del fascio di spettroscopia effettuando così un detuning effettivo verso il rosso di -166 MHz. Il fascio che viene utiliz-

zato per la MOT invece, effettua un doppio passaggio in un AOM con una radiofrequenza di 80 MHz e questo porta al detuning desiderato di  $\delta_L = -6$  MHz. Per l'isotopo fermionico  $^{173}\text{Yb}$  il discorso è più sottile perché il segnale di spettroscopia a cui si fa riferimento per l'aggancio in frequenza del laser presenta diverse transizioni Zeeman, risolte in frequenza ad opera del campo magnetico da 2.5 Gauss che si aggiunge parallelamente al fascio atomico uscente dal forno. È stato trovato sperimentalmente che la condizione migliore per l'aggancio in frequenza si realizza se come segnale di riferimento si prende la transizione  $F = 5/2 \rightarrow F' = 7/2$ ,  $M_F = -3/2 \rightarrow M_{F'} = -3/2$ . L'AOM di spettroscopia esegue ancora un detuning effettivo verso il rosso di 166 MHz cosicché la frequenza del laser che entra nel secondo AOM si può scrivere come:

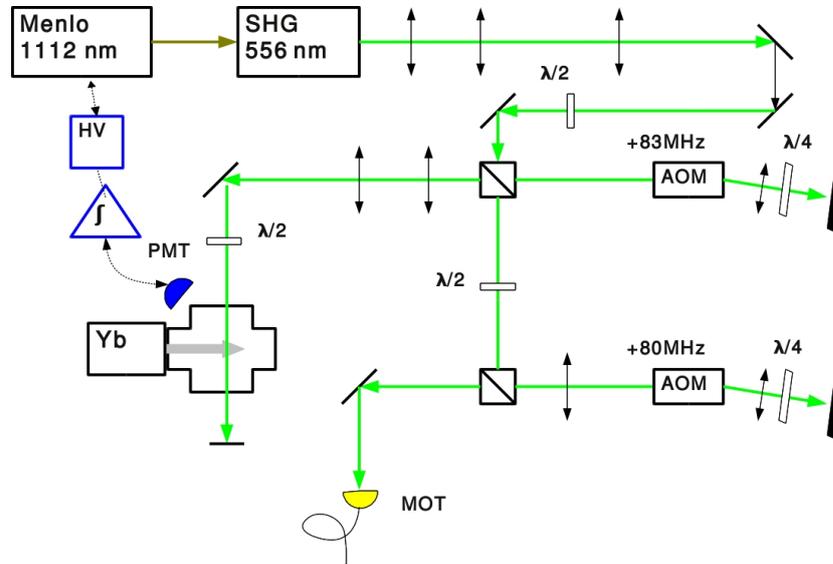
$$\nu_L = \nu_s - 166 \text{ MHz} = \nu_0 - \Delta\nu_Z - 166 \text{ MHz} \quad (2.1)$$

dove  $\nu_s$  indica la frequenza di riferimento della transizione  $M_F = -3/2 \rightarrow M_{F'} = -3/2$ ,  $\nu_0$  indica la frequenza, in assenza di campo magnetico, della transizione  $F = 5/2 \rightarrow F' = 7/2$  e  $\Delta\nu_Z = g_{F'}\mu_B|M_{F'}|B = 3/2 \cdot 1.5 \text{ MHz}$  indica lo spostamento Zeeman della componente con  $M_{F'} = -3/2$ . Il secondo AOM viene alimentato con una radiofrequenza a 83.9 MHz che, in secondo passaggio, modifica la frequenza del laser nel modo seguente:

$$\nu_L \rightarrow \nu_L + 167.8 \text{ MHz} = \nu_s + 1.8 \text{ MHz} = \nu_0 - 0.45 \text{ MHz} \quad (2.2)$$

Dunque rispetto alla risonanza in assenza di campo magnetico il detuning verso il rosso introdotto è di  $\delta_L = 2\pi \cdot 0.45 \text{ MHz} = 2\pi \cdot 2.5\Gamma$ .

In Sezione 1.3 è stato stimato che la velocità di cattura della MOT a 556 nm è di  $\simeq 10$  m/s. Lo Zeeman Slower però, riesce a rallentare gli atomi fino a 15 m/s, velocità al di sotto della quale si rischierebbe di compromettere il caricamento della MOT a causa della notevole diminuzione del flusso atomico. È quindi utile trovare un sistema per aumentare la velocità di cattura della MOT. Questo problema viene risolto modulando la frequenza dei fasci di MOT aggiungendo delle bande laterali equispaziate di  $\Delta f$  tutte spostate verso il rosso rispetto alla frequenza portante di  $\delta_L = -2\pi \cdot 6 \text{ MHz}$  per il bosone e di  $\delta_L = -2\pi \cdot 0.45 \text{ MHz}$  per il fermione. La modulazione viene effettuata tramite un AOM driver in cui si utilizzano 10 diversi VCOs (Voltage Control Oscillators) per controllare individualmente sia la frequenza portante che ognuna delle 9 singole bande laterali. All'AOM driver è possibile inviare anche un segnale digitale che accende o spegne la modulazione. Questa specifica permette di sfruttare la modulazione in un primo momento per aumentare la velocità di cattura e intrappolare una più ampia classe di atomi

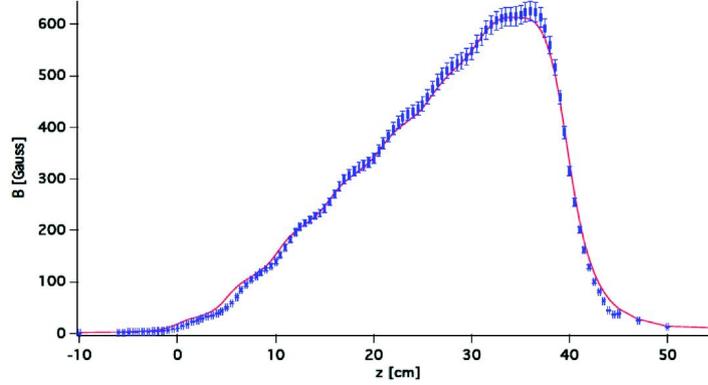


**Figura 2.11:** Schema ottico per il detuning e l'aggancio alla transizione atomica della radiazione laser a 556 nm, isotopo  $^{174}\text{Yb}$ . La separazione tra fascio di primo e di secondo passaggio nell'AOM si ottiene tramite una lamina  $\lambda/4$  e uno specchio. Il segnale di fluorescenza per la stabilizzazione del laser viene rivelato da un fotomoltiplicatore, processato da un PID e da un amplificatore HV e viene utilizzato per alimentare il piezoelettrico che controlla la lunghezza d'onda del laser a 1112 nm.

e successivamente passare alla configurazione con una singola frequenza per raffreddare gli atomi catturati. In Sezione 2.3 si vedrà che quando si spegne la modulazione per passare alla singola frequenza, è necessario anche spostarsi verso la risonanza al fine di minimizzare la temperatura della MOT. Nel caso dell'isotopo  $^{174}\text{Yb}$  la spaziatura in frequenza tra le bande laterali è di  $\Delta f = 300$  kHz mentre nel caso dell'isotopo  $^{173}\text{Yb}$  la spaziatura è di  $\Delta f = 400$  kHz. Maggiori dettagli riguardo la modulazione si possono trovare in [29].

### 2.2.3 Zeeman Slower

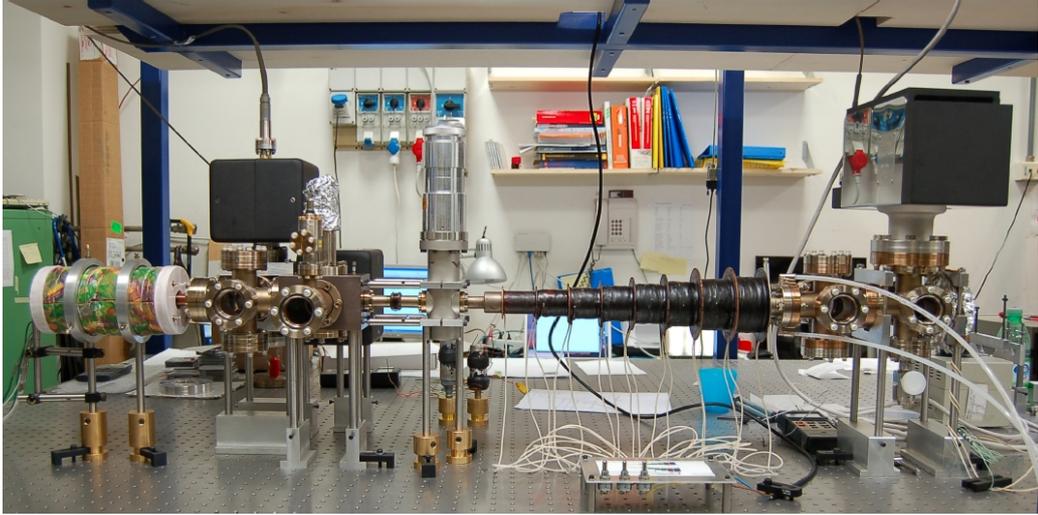
L'itterbio è un metallo refrattario che fonde alla temperatura di 824 °C, dunque non è possibile utilizzare la pressione di vapore a temperatura ambiente per ottenere il gas atomico da intrappolare, come ad esempio viene fatto per gli atomi alcalini. Metalli di questo tipo vengono riscaldati in un forno per avere sufficiente pressione di vapore per ottenere un fascio atomico che viene poi rallentato sfruttando la pressione di radiazione. Nel caso del nostro esperimento, per avere una pressione di vapore sufficiente per caricare una MOT,



**Figura 2.12:** Campo magnetico dello Zeeman Slower teorico (linea) e misurato (punti) tramite una sonda di Hall [33].

bisogna riscaldare fino ad una temperatura dell'ordine di 500 °C grazie a un forno contenente un campione di 7 g di Yb. La parte posteriore del forno è termostata a 475 °C mentre quella anteriore a 525 °C in modo tale da mantenere più calda la parte in cui ci sono i microtubi. Alla temperatura di 500 °C la velocità più probabile è  $v_{mp} = \sqrt{3k_B T/m} \sim 330$  m/s, troppo alta rispetto alla velocità di cattura della MOT operante alla transizione  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ . Per rallentare gli atomi e raggiungere velocità atomiche dell'ordine della velocità di cattura della MOT si utilizza la pressione di radiazione del fascio a 399 nm. Infatti la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  ha una larghezza di riga circa 160 volte più grande della transizione nel verde e questo porta ad una decelerazione massima  $a_{max} = \hbar k_L \Gamma / 2M$  decisamente maggiore. Man mano che gli atomi vengono rallentati, lo spostamento Doppler della frequenza di risonanza cambia, e il laser non è più risonante con la transizione. Per compensare questo effetto e ristabilire la risonanza, si utilizza un campo magnetico esterno che modifica l'energia interna dell'atomo [31]. Nel caso in esame il campo magnetico ha un'ampiezza che cresce lungo il percorso che va dal forno alla regione di MOT e la radiazione utilizzata per il rallentamento ha polarizzazione  $\sigma^-$  ( $\sigma^+$ ) [32] se il verso del campo magnetico è positivo (negativo), ovvero verso (opposto a) la cella di MOT. Questa configurazione è più conveniente in quanto il fascio laser è risonante con gli atomi all'uscita dal forno a velocità  $v_{mp}$  dove non c'è campo magnetico, mentre invece risulta fortemente detunato rispetto agli atomi lenti all'uscita dello Zeeman Slower, minimizzando la probabilità che questi invertano il proprio moto per la pressione di radiazione e non possano essere caricati nella MOT.

Per realizzare lo Zeeman Slower [33], è stato avvolto del filo di rame di sezione circolare di diametro 0.9 mm su di un tubo in acciaio dal diametro



**Figura 2.13:** Fotografia dello Zeeman Slower in cui si osservano le 8 bobine collegate in serie [33]. La cella di MOT ottagonale e la bobina di compensazione non sono presenti.

esterno di 33 mm. Gli avvolgimenti coprono un segmento di 400 mm, mentre il tubo ha una lunghezza di 470 mm. La parte del tubo sulla quale sono stati realizzati gli avvolgimenti è divisa in 8 parti di uguale lunghezza da separatori di rame dello spessore di 2 mm. Su ogni parte sono state avvolte le bobine con un numero di avvolgimenti crescente lungo  $z$  ( $z = 0$  individua l'uscita dal forno). Un generatore di corrente TDK-Lambda ZUP 120-3.6 alimenta le 8 bobine collegate in serie con una corrente di circa 2 A e un circuito di resistenze e potenziometri in parallelo alle bobine serve a regolare finemente le correnti in ciascuna bobina in modo tale da massimizzare gli atomi rallentati. In Figura 2.12 si mostra l'andamento del campo magnetico in funzione della distanza, mentre in Figura 2.13 è possibile vedere una foto della realizzazione sperimentale dello Zeeman Slower. Strettamente connessa all'apparato di Zeeman Slower è la bobina di compensazione, utilizzata per estinguere il campo magnetico residuo al centro della cella di MOT. È posizionata circa 2 cm oltre il centro geometrico della cella di MOT e il suo asse coincide con l'asse dello Zeeman Slower. Essa genera un campo opposto al campo di ZS. Inizialmente (caso bosonico) la bobina di compensazione era posta in serie alle altre 8 bobine e si controllava finemente la corrente circolante con un potenziometro dedicato. Successivamente (caso fermionico) ci si è accorti che le fluttuazioni residue in corrente e dunque nel campo magnetico prodotto, rendevano instabile la MOT di  $^{173}\text{Yb}$ . Come verrà spiegato in Sezione 2.3.2,

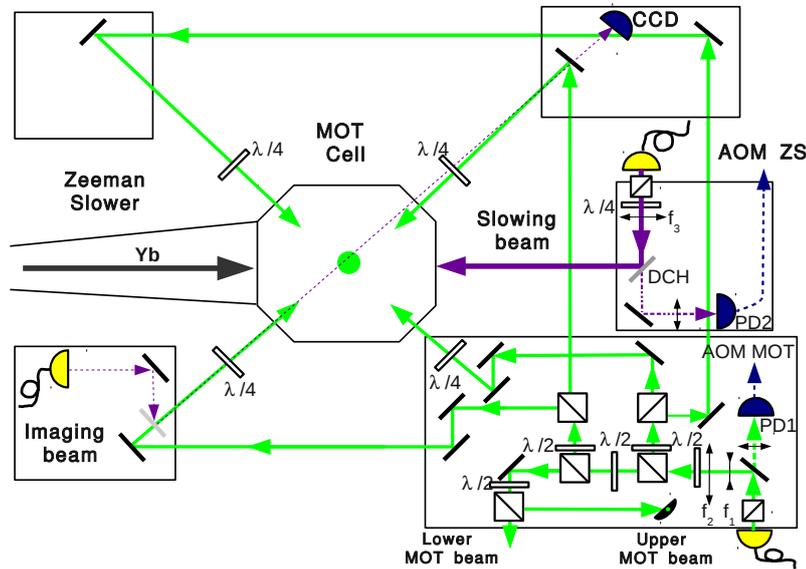


Figura 2.14: Schema ottico per i fasci di MOT.

la MOT fermionica risultava molto più sensibile rispetto al caso bosonico, alla configurazione di Zeeman Slower. S'è deciso dunque di alimentare la bobina di compensazione in modo completamente indipendente tramite un generatore di corrente Agilent E3614A. Con questo accorgimento la MOT fermionica è divenuta decisamente più stabile.

Il fascio a 399 nm è spostato verso il rosso di 980 MHz in modo tale da essere risonante con atomi a velocità di circa 400 m/s di modo che tutti gli atomi con velocità inferiore siano rallentati fino a circa 15 m/s [33]. Si vedrà in Sezione 2.3 che la configurazione ottimale per lo Zeeman Slower è differente a seconda dell'isotopo che si vuole intrappolare.

## 2.2.4 La MOT

### Schema ottico

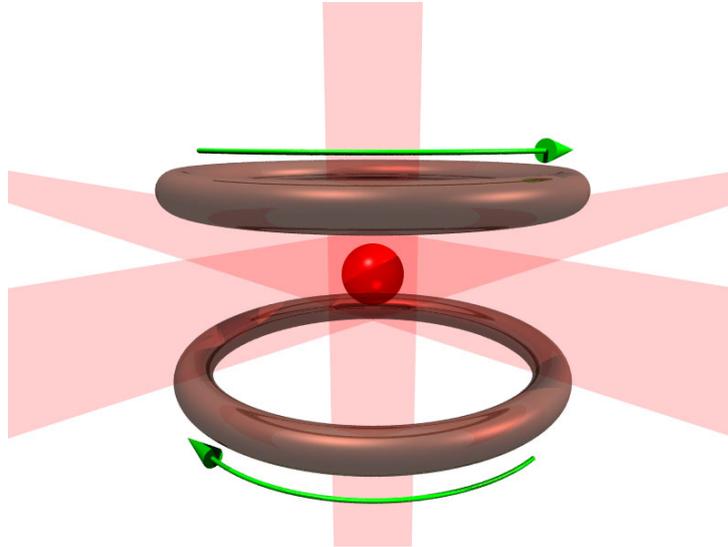
Lo schema ottico utilizzato per realizzare una trappola magneto-ottica è rappresentato in Figura 2.14. Tutte le ottiche sono montate su tavole sopraelevate rispetto al tavolo ottico in modo tale che i fasci laser siano alla stessa altezza del centro della cella di MOT, a 25 cm dal tavolo ottico. Subito dopo entrambe le fibre ottiche che trasportano i fasci di rallentamento e intrappolamento viene posto un cubo polarizzatore (PBS) in modo tale che la radiazione abbia sempre una polarizzazione ben definita. Questo perché la

polarizzazione all'uscita delle fibre utilizzate fluttua su scale temporali dell'ordine delle decine di secondi. Posizionando un PBS subito dopo la fibra si trasformano fluttuazioni in polarizzazione in fluttuazioni in potenza ( $\simeq 10\%$ ) che si vanno a sommare a quelle già presenti nei laser a monte e che possono essere facilmente corrette tramite il circuito di aggancio che effettua un feedback attivo sugli AOM del fascio di Zeeman Slower e del fascio di MOT. Per effettuare la stabilizzazione in potenza si preleva parte dell'intensità di entrambi i fasci e la si manda a due fotodiodi (PD1, PD2 in figura). La fotocorrente è trasdotta da uno degli ingressi di un controllore PID mentre l'altro ingresso viene utilizzato come canale di controllo che individua il valore di potenza desiderato. Il PID confronta i due segnali e genera un segnale di uscita che viene mandato al VCA (Voltage Control Attenuator) contenuto nell'AOM driver, consentendo di aumentare o diminuire l'ampiezza della radiofrequenza (e quindi della potenza del fascio laser diffratto) con cui vengono alimentati gli AOM di modo che la differenza tra i due segnali sia nulla. In questo modo si stabilizza la potenza dei fasci laser ai valori desiderati.

La fibra dello ZS è priva di collimatore facendo sì che il fascio a 399 nm diverga e poi venga focalizzato da una lente con focale  $f = 100$  mm in modo tale da sovrapporsi il più possibile al fascio atomico. All'uscita della fibra che trasporta la radiazione a 556 nm viene posto un telescopio (una lente da 1" di focale  $f = -50$  mm e una lente da 2" di focale  $f = 75$  mm) che permette di generare un fascio collimato avente un waist di circa  $r = 1.3$  cm. Come si vede in Figura 2.14 la radiazione all'uscita della fibra viene suddiviso nelle 3 coppie di fasci di MOT per mezzo della combinazione di lamine  $\lambda/2$  e cubi polarizzatori. Inoltre ciascun fascio viene polarizzato circolarmente in accordo con il segno del gradiente del campo magnetico di MOT, per mezzo di lamine  $\lambda/4$ .

### **Bobine per i campi magnetici di MOT**

Per realizzare una trappola magneto-ottica è necessario un campo magnetico che si annulli nel punto di intersezione dei sei fasci laser e che cresca linearmente con la distanza lungo le tre direzioni ortogonali  $x, y, z$ . Una tale configurazione si ottiene con due bobine in disposizione anti-Helmoltz, descritte in [29]. Le bobine sono costituite da un numero di spire  $N = 180$  (di cui 6 longitudinali e 30 radiali), con un raggio interno  $R_{in} = 4$  cm ed esterno  $R_{ext} = 7.6$  cm, sono spesse 2.1 cm e sono poste a una distanza reciproca  $d = 10$  cm. Con questi parametri, anche se le bobine non sono poste alla distanza giusta per essere in configurazione anti-Helmoltz (illustrata in Figura 2.15), il campo ha un andamento sufficientemente lineare nella regione centrale. Nell'intorno dell'intersezione dei fasci presa come origine, il campo



**Figura 2.15:** In una coppia di bobine anti-Helmoltz la corrente circola in senso opposto.

magnetico possiede un andamento del tipo:

$$\mathbf{B} = (B_\rho, B_\phi, B_z) = \left(-\frac{b}{2}\rho, 0, bz\right) \quad (2.3)$$

in cui si è assunta simmetria cilindrica per il problema. In (2.3),  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  è la coordinata radiale e  $b = 3.17I$  Gauss/cm è il gradiente di campo magnetico in cui  $I$  è la corrente che circola nelle bobine espressa in Ampere.

## 2.3 Realizzazione di una MOT di Yb

In questa sezione verrà descritta e caratterizzata la procedura sperimentale per realizzare una MOT di atomi di Itterbio. Durante il lavoro di tesi sono stati intrappolati separatamente due isotopi, l'isotopo bosonico  $^{174}\text{Yb}$  e l'isotopo fermionico  $^{173}\text{Yb}$ . Le condizioni ottimali per l'intrappolamento si sono rivelate differenti nei due casi.

### 2.3.1 Caso bosonico: MOT di $^{174}\text{Yb}$

Per realizzare una MOT a singola frequenza di  $^{174}\text{Yb}$  con un numero d'atomi  $N \simeq 2 \cdot 10^9$  alla temperatura  $T \simeq 100 \mu\text{K}$  il tempo di caricamento è di 10 secondi. Con tempo di caricamento si intende l'intervallo di tempo in cui lo shutter ad aria compressa che regola il flusso atomico rimane aperto. Durante questo intervallo di tempo i parametri ottimali sono i seguenti:

- configurazione Zeeman Slower:  $\sigma^-$
- potenza del fascio di Zeeman Slower: 30 mW
- corrente nelle bobine di Zeeman Slower: 1.85 A
- potenza totale dei fasci MOT: 110 mW (  $I \simeq 1.4 I_s$  per fascio e per banda laterale di modulazione )
- detuning della frequenza portante dei fasci di MOT: -6 MHz ( $\sim 33 \Gamma$  )
- modulazione in frequenza dei fasci di MOT: accesa
- corrente nelle bobine di MOT: 2.48 A (  $b \simeq 7.8 \text{ Gauss/cm}$  )

Nella fase di caricamento la modulazione in frequenza del fascio di MOT è accesa per catturare una classe di atomi più ampia. Dopo questi 10 secondi lo shutter ad aria compressa si chiude, e si manipola la nuvola atomica per prepararla al trasferimento nelle trappole ottiche dipolari che saranno descritte nel Capitolo 3. Questa fase prevede lo spegnimento delle bobine di Zeeman Slower contemporaneamente allo spegnimento del fascio di rallentamento attraverso una rampa lineare di 200 ms. Dopodiché si aspettano 10 ms e si passa alla configurazione di MOT a singola frequenza [29]. In 50 ms, il detuning rispetto alla risonanza della frequenza portante del fascio di MOT, passa da  $\delta_L = -2\pi \cdot 6 \text{ MHz}$  a  $\delta_L = -2\pi \cdot 1.6 \text{ MHz}$ . Contemporaneamente viene spenta la modulazione e abbassata la potenza dei fasci di MOT fino ad un valore di 5 mW ( $I \simeq 1.1 I_s$  per fascio). Questo per evitare un eccessivo riscaldamento della nuvola in seguito all'avvicinamento alla risonanza. Il

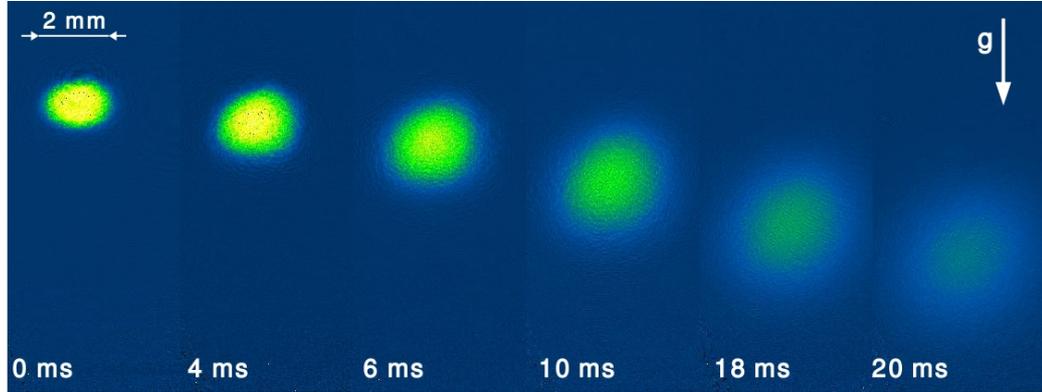
passaggio alla configurazione di MOT a singola frequenza permette di raffreddare la nuvola in modo più efficiente rispetto al caso di modulazione accesa in quanto, come si vede nella formula (1.50), le temperature corrispondenti alle sidebands detunate verso il rosso sarebbero più alte.

Infine si esegue una piccola compressione della nuvola aumentando il gradiente di campo magnetico delle bobine di MOT fino a  $\simeq 8$  Gauss/cm. Come si vedrà nel Capitolo 3, questo viene fatto per massimizzare la frazione di atomi che vengono trasferiti nella trappola dipolare generata nel risonatore lineare montato all'interno della cella di MOT.

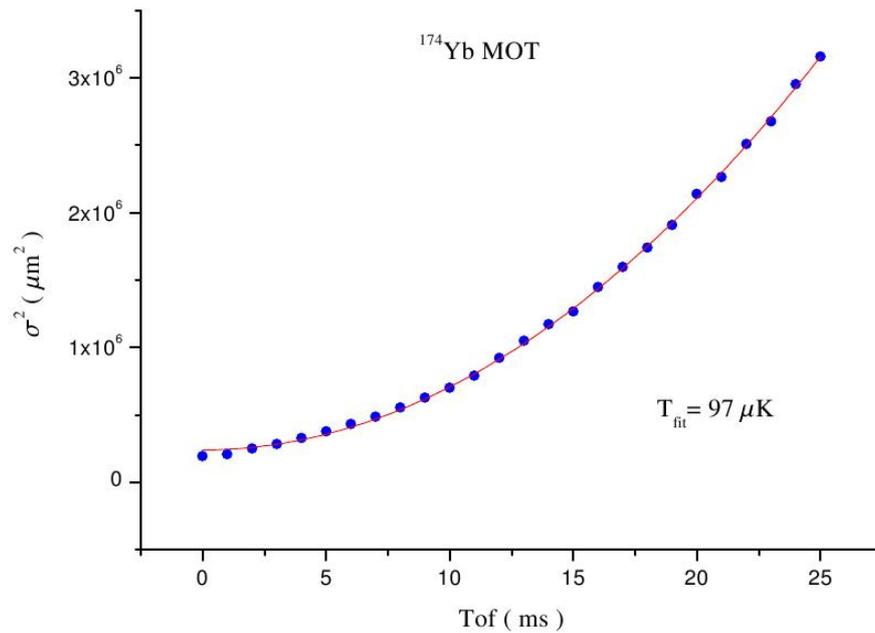
Attraverso la procedura di imaging in assorbimento in tempo di volo descritta in Appendice A si determinano numero d'atomi, temperatura e dimensioni della nuvola. In Figura 2.16 si mostrano il fit parabolico dell'espansione balistica degli atomi, eseguito per determinare la temperatura della MOT, e alcune immagini in assorbimento scattate durante il tempo di volo. Valori tipici dei parametri d'interesse sono:

- $N_{atoms} \approx 2 \cdot 10^9$
- $T_{fit} = (97 \pm 1)\mu\text{K}$
- $\sigma_x \simeq 500 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_y \simeq 360 \mu\text{m}$

in cui le dimensioni si riferiscono alla nuvola in trappola. Con questi valori si ricavano una densità  $n \simeq 3 \cdot 10^{12}$  atomi/cm<sup>3</sup> e una lunghezza d'onda termica di de Broglie  $\lambda_T \simeq 13$  nm. La densità nello spazio delle fasi è quindi  $\text{PSD} = n\lambda_T^3 \simeq 7 \cdot 10^{-6}$ . Si è dunque molto lontani dal regime di degenerazione quantistica in cui  $\text{PSD} \simeq 1$  (vedi Sezione 5.1).



(a) Immagini in assorbimento in funzione del tempo di volo a seguito dello spegnimento della trappola.

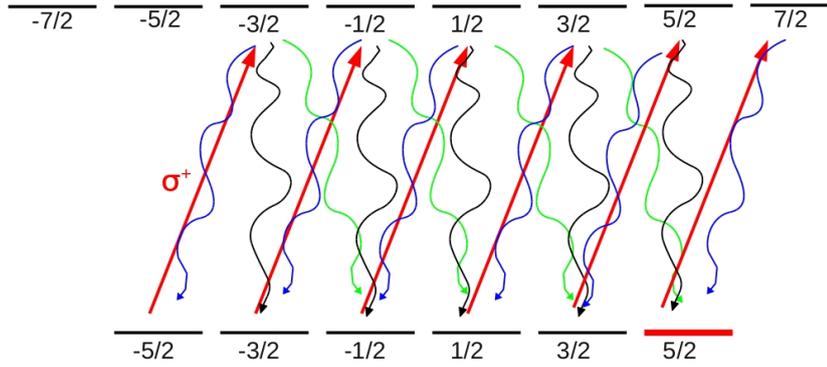


(b) Fit parabolico dell'espansione balistica degli atomi durante la caduta. La funzione di fit è  $\sigma^2(t) = \sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2$  in cui  $\sigma^2 = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)/2$  (vedi Appendice A). Il fit restituisce i parametri  $\sigma_0$  e  $\sigma_v = \sqrt{k_B T/M}$ .

**Figura 2.16:** Espansione balistica della nuvola atomica in seguito allo spegnimento della trappola.

### 2.3.2 Caso fermionico: MOT di $^{173}\text{Yb}$

Nel caso fermionico, la presenza di una struttura iperfine complica le cose. Lo stato fondamentale  $^1S_0$  possiede  $F = 5/2$  mentre lo stato eccitato  $^1P_1$  (e anche il  $^3P_1$ ) sfruttato nel rallentamento ammette, come valori di momento angolare totale,  $F' = 3/2, 5/2, 7/2$ . Delle tre transizioni possibili a 399 nm  $F = 5/2 \rightarrow F' = 3/2$ ,  $F = 5/2 \rightarrow F' = 5/2$ ,  $F = 5/2 \rightarrow F' = 7/2$  solo l'ultima è chiusa ed è quindi quella che viene sfruttata nel processo di rallentamento e raffreddamento laser. Infatti, a causa del pompaggio ottico e della polarizzazione circolare della radiazione [13], gli atomi tenderanno a popolare gli stati *stretched*<sup>1</sup> della struttura iperfine del livello fondamentale e per poter avere un numero elevato di cicli di fluorescenza (e quindi un raffreddamento efficiente) è necessario che il livello eccitato possieda  $F' > F$ . La Figura 2.17 aiuta a chiarire il concetto.



**Figura 2.17:** Transizione  $F = 5/2 \rightarrow F' = 7/2$ , pompaggio ottico. Dopo vari cicli di fluorescenza e utilizzando radiazione  $\sigma^+$ , gli atomi tenderanno a popolare lo stato Zeeman della struttura iperfine con  $M_F = F = 5/2$ .

Se lo stato eccitato non possedesse numero quantico  $F' > F$ , il processo di emissione e assorbimento si interromperebbe poiché l'atomo che viene pompato nello stato  $M_F = 5/2$  (radiazione  $\sigma^+$ ) non potrebbe più assorbire alcun fotone. In conclusione è necessario sfruttare una transizione chiusa nei processi di rallentamento e raffreddamento laser e dunque Zeeman Slower e MOT lavorano sulla transizione  $F = 5/2 \rightarrow F' = 7/2$  dallo stato fondamentale  $^1S_0$  agli stati eccitati  $^1P_1$  e  $^3P_1$  rispettivamente.

Nel caso della MOT fermionica la configurazione di Zeeman Slower identica al bosone ( $\sigma^-$ ) non ha funzionato. Non è stato possibile in alcun modo

<sup>1</sup>Gli stati *stretched* corrispondono agli stati con componente  $z$  massima del momento angolare totale  $F$ ,  $|M_F| = F$ . Se si utilizza radiazione  $\sigma^+$  ( $\sigma^-$ )  $M_F = F$  ( $M_F = -F$ ).

caricare la trappola magneto-ottica e si pensa che il motivo sia dovuto al fenomeno del pompaggio ottico che trasferisce gli atomi in un sottolivello dello stato fondamentale rispetto al quale la MOT non è efficiente<sup>2</sup>. Il problema è stato risolto invertendo la corrente circolante nelle bobine di Zeeman Slower. In questo modo anche il campo magnetico generato ha cambiato di segno e dunque s'è reso necessario l'utilizzo di radiazione  $\sigma^+$  per rallentare il fascio atomico. Ci si è inoltre resi conto che l'ultima bobina di Zeeman Slower e la bobina di compensazione, nelle quali la corrente circola in senso opposto, producono un gradiente residuo di campo magnetico. Con la nuova configurazione di Zeeman Slower s'è dovuto abbassare notevolmente il gradiente di MOT poiché questo si somma, nel centro della cella, al gradiente di campo magnetico generato dallo Zeeman Slower e dalla bobina di compensazione. Per questo motivo la MOT fermionica risulta essere molto lasca e più sensibile a variazioni di corrente o posizione della bobina di compensazione poiché il confinamento dovuto esclusivamente al campo di MOT è nettamente inferiore rispetto al caso bosonico.

Inoltre vi è un altro elemento di disturbo dovuto esclusivamente al detuning del fascio di rallentamento a 399 nm. Con riferimento alla Figura 2.2 si osserva che la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ ,  $F = 5/2 \rightarrow F' = 5/2$  è spostata verso il rosso di 820 MHz rispetto alla  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ ,  $F = 5/2 \rightarrow F' = 7/2$ . Il detuning del fascio di rallentamento è di 980 MHz rispetto al segnale di spettroscopia e dunque risulta essere detunato verso il rosso rispetto alla transizione  $F = 5/2 \rightarrow F' = 5/2$  di 160 MHz  $\simeq 5.5\Gamma/2\pi$ . Questo valore relativamente basso di detuning fa sì che gli atomi nella MOT sperimentino una forza dovuta al fascio di rallentamento non trascurabile rispetto alla forza di richiamo della MOT. Questo effetto produce una deformazione della MOT (con conseguente riduzione dell'efficienza), che è stata minimizzata disallineando leggermente i fasci di MOT rispetto alla condizione di allineamento geometrico per rendere la forma della nuvola più "compatta" e per ottimizzare il numero di atomi caricati.

La procedura sperimentale per realizzare una MOT di  $^{173}\text{Yb}$  è dunque diversa dal caso bosonico e prevede:

- tempo di caricamento: 20 s
- configurazione di Zeeman Slower:  $\sigma^+$
- potenza del fascio di Zeeman Slower: 28 mW

---

<sup>2</sup>Un'analisi teorica di questo processo non è stata affrontata in quanto il problema è reso assai complicato dalla configurazione complessa della polarizzazione del campo elettromagnetico in una MOT 3D e dalla non coincidenza dell'asse dello Zeeman Slower con alcun asse principale della MOT.

- corrente nelle bobine di Zeeman Slower: 1.825 A
- potenza totale dei fasci di MOT: 125 mW (  $I \simeq 1.7 I_s$  per fascio e per banda laterale di modulazione)
- detuning della frequenza portante dei fasci di MOT: -0.45 MHz ( $\sim 2.5 \Gamma$ )
- modulazione in frequenza dei fasci di MOT: accesa
- corrente nelle bobine di MOT: 0.48 A (  $b \simeq 1.5$  Gauss/cm)
- disallineamento dei fasci rispetto alla configurazione di fasci perfettamente contropropaganti.

Il tempo di caricamento è più lungo del caso bosonico a causa dell'inferiore abbondanza relativa dell'isotopo  $^{173}\text{Yb}$  (vedi Tabella 2.1). Dopo il caricamento si chiude lo shutter ad aria compressa che regola il flusso atomico e comincia la procedura per passare a MOT a singola frequenza. Questa prevede prima lo spegnimento del fascio di Zeeman Slower in 200 ms e poi lo spegnimento della modulazione con contemporaneo spostamento della portante dei fasci di MOT al valore di detuning di -0.25 MHz ( $\sim 1.4 \Gamma$ ). Questa operazione avviene in 100 ms ed è contemporanea alla compressione<sup>3</sup> della MOT in cui si alza il gradiente di campo magnetico al valore di 4.4 Gauss/cm (1.4 A). Nel frattempo per evitare un surriscaldamento della nuvola viene abbassata la potenza del laser a 556 nm al valore di  $\simeq 5$  mW. Le bobine di Zeeman Slower e la bobina di compensazione vengono spente solo alla fine, prima di eseguire imaging in assorbimento.

Valori tipici dei parametri d'interesse sono:

- $N_{atoms} \approx 4 \cdot 10^8$
- $T_{fit} = (30 \pm 1) \mu\text{K}$
- $\sigma_x \simeq 670 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_y \simeq 390 \mu\text{m}$

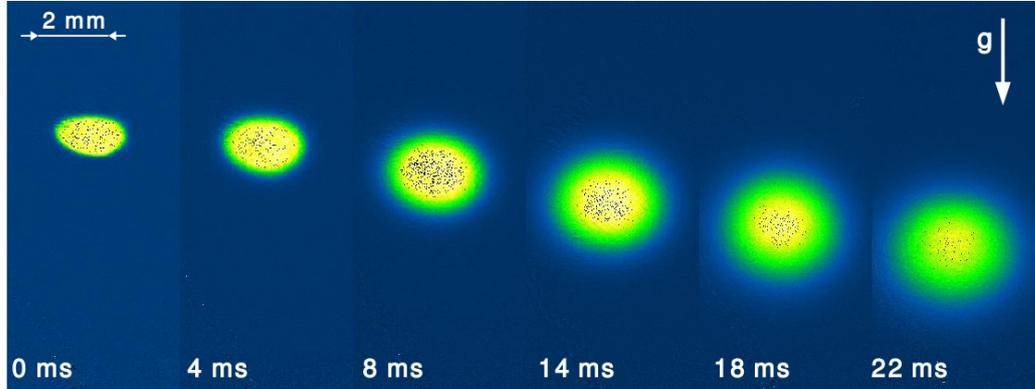
in cui le dimensioni si riferiscono alla nuvola in trappola. Con questi valori si ricavano una densità  $n \simeq 3 \cdot 10^{12}$  atomi/cm<sup>3</sup> e una lunghezza d'onda termica di de Broglie  $\lambda_T \simeq 24$  nm. La densità nello spazio delle fasi è quindi  $\text{PSD} = n\lambda_T^3 \simeq 4 \cdot 10^{-5}$ . Anche in nel caso fermionico si è dunque molto lontani dal regime di degenerazione quantistica in cui  $\text{PSD} \simeq 1$ .

---

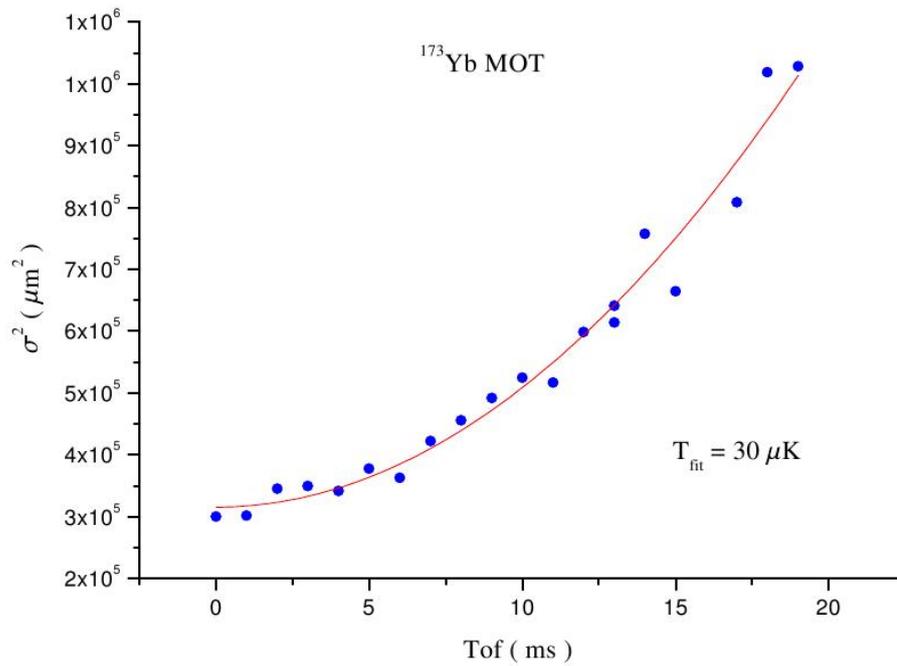
<sup>3</sup>Il motivo della compressione è lo stesso del caso bosonico: il trasferimento alla trappola ottica generata nel risonatore lineare.

Si osserva che, nel caso della MOT fermionica, la temperatura che si ottiene è inferiore di circa un fattore 3 rispetto alla temperatura della MOT bosonica. Questo è dovuto al fatto che lo stato fondamentale dell'isotopo fermionico ha una struttura interna che rende possibile il funzionamento di meccanismi di raffreddamento sub-Doppler [13]. Tali meccanismi, che nascono dall'effetto combinato del pompaggio ottico e dello spostamento dei livelli dovuto all'AC Stark Shift, consentono di ottenere un raffreddamento più efficace rispetto a quello previsto dalla teoria Doppler. Uno studio più approfondito di questi meccanismi esula dall'argomento di tesi e per più informazioni si rimanda a [34].

## 2. INTRAPPOLAMENTO E RAFFREDDAMENTO DI ATOMI DI YB



(a) Immagini in assorbimento della nuvola atomica in tempo di volo in seguito allo spegnimento della trappola.



(b) Fit parabolico dell'espansione balistica degli atomi durante la caduta. La funzione di fit è  $\sigma^2(t) = \sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2$ .

**Figura 2.18:** Espansione balistica della MOT  $^{173}\text{Yb}$ .

## Capitolo 3

# Trappole ottiche molto fuori risonanza

Come si è visto nel capitolo precedente, i processi di rallentamento e raffreddamento basati sull'utilizzo di forze dissipative non consentono di raggiungere densità atomiche e temperature tali per cui la densità nello spazio delle fasi sia confrontabile con l'unità. Si vedrà nel Capitolo 5 che questa è la condizione da soddisfare per entrare nel regime di degenerazione quantistica. Bisogna dunque sfruttare un altro tipo di processo di raffreddamento per realizzare un gas degenere quantistico a partire da una nuvola intrappolata in una MOT. Il processo si chiama *raffreddamento evaporativo* e verrà brevemente illustrato nel Capitolo 5.

Dal momento che l'Itterbio non possiede momento angolare elettronico nello stato fondamentale<sup>1</sup> non è possibile realizzare trappole magnetiche. Risulta dunque necessario utilizzare dei processi puramente ottici, interamente basati sulla forza di dipolo.

In questo capitolo vengono descritte la realizzazione e il funzionamento di due trappole ottiche molto fuori risonanza. La prima trappola consiste nell'onda stazionaria formata in un risonatore lineare montato nel vuoto all'interno della cella di MOT. La seconda trappola si ottiene intersecando nel centro della MOT due fasci laser disposti a 45° l'uno dall'altro. La radiazione utilizzata per entrambe le trappole possiede una lunghezza d'onda di 1064 nm molto distante dalle lunghezze d'onda delle transizioni  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  a 399 nm e  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  a 556 nm.

Nella Sezione 3.1.1 viene ripresa e ampliata la teoria dell'intrappolamento ottico, soprattutto per includere gli effetti dovuti all'utilizzo di una radiazione

---

<sup>1</sup>L'isotopo fermionico possiede momento di spin nucleare, ma l'accoppiamento con un campo magnetico esterno è troppo debole per sfruttarlo al fine di manipolare i suoi gradi di libertà.

molto fuori risonanza. Infatti in questa condizione non è possibile utilizzare l'approssimazione di onda rotante (RWA) e bisogna includere nella teoria anche i contributi derivanti dai termini fuori risonanza. Nella Sezione 3.2 viene descritta e caratterizzata la trappola ottica basata su un risonatore lineare. Viene poi descritto lo schema ottico per generare il fascio a 1064 nm con cui si inietta il risonatore e in particolare si illustra il metodo di aggancio del laser alla cavità. Infine in Sezione 3.3 si descrive e caratterizza la trappola ottica incrociata, fondamentale nella realizzazione di un gas quantistico degenere di atomi di Itterbio.

## 3.1 Trappole ottiche per atomi neutri

In questa sezione viene ripresa la teoria dell'intrappolamento ottico, introdotta precedentemente in (1.1.4). Si accenna brevemente alle modifiche da apportare nel caso in cui la RWA non sia valida e nel caso in cui siano presenti più di due livelli energetici atomici. Si descrivono poi due esempi importanti: l'interazione tra un atomo e un fascio laser gaussiano e l'interazione tra un atomo e un'onda stazionaria.

### 3.1.1 Inclusione del termine anti-risonante

In (1.1.4) è stata ricavata l'espressione per il potenziale di dipolo in approssimazione RWA:

$$U(\mathbf{R}) = \frac{\hbar\delta_L}{2} \log \left[ 1 + \frac{\Omega^2(\mathbf{R})/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \right] \quad (3.1)$$

che per grandi valori di detuning diviene:

$$U(\mathbf{R}) \simeq \frac{\hbar\delta_L}{2} \frac{\Omega^2(\mathbf{R})/2}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4} \simeq \frac{3\pi c^2 \Gamma I(\mathbf{R})}{\omega_0^3 \delta_L} \quad (3.2)$$

da cui si osserva che la profondità della buca di potenziale ( $\delta_L < 0$ ) scala come  $I/\delta_L$ . Si consideri invece il rate di scattering di fotoni in regime stazionario

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{R}) = \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} = \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2(\mathbf{R})}{\delta_L^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2(\mathbf{R})/2} \quad (3.3)$$

che per grandi valori di detuning si può scrivere:

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{R}) \simeq \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma}{\delta_L} \right)^2 I(\mathbf{R}) \quad (3.4)$$

da cui si osserva che il rate di scattering scala come  $I/\delta_L^2$ . Dunque si ha:

$$U(\mathbf{R}) \propto \frac{I(\mathbf{R})}{\delta_L} \quad (3.5)$$

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{R}) \propto \frac{I(\mathbf{R})}{\delta_L^2} \quad (3.6)$$

Il rate di scattering è strettamente connesso al riscaldamento atomico in seguito ai processi di fluorescenza e di conseguenza è preferibile mantenere piccola questa quantità. È per questo motivo che si ricorre a trappole ottiche fortemente detunate rispetto alla risonanza della transizione atomica.

Sotto queste condizioni il parametro di saturazione  $s \ll 1$  e l'atomo passa la maggior parte del suo tempo nello stato fondamentale. In questo regime l'atomo deve comportarsi classicamente, esattamente come un oscillatore di Lorentz [35]. Anziché risolvere l'equazioni ottiche di Bloch, è dunque possibile sfruttare il modello classico di interazione atomo-radiazione. Seguendo l'approccio in [36], si ottengono:

$$U(\mathbf{R}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega_L} + \frac{\Gamma}{\omega_L + \omega_0} \right) I(\mathbf{R}) \quad (3.7)$$

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{R}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left( \frac{\omega_L}{\omega_0} \right)^3 \left( \frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega_L} + \frac{\Gamma}{\omega_L + \omega_0} \right)^2 I(\mathbf{R}) \quad (3.8)$$

che, utilizzando la RWA ( $\delta_L \ll \omega_0$ ), si riducono rispettivamente all'equazioni (3.2) e (3.3). Le equazioni appena introdotte sono utili poiché permettono di confrontare i valori di potenziale e di rate di scattering che si ottengono facendo uso o meno dell'approssimazione di onda rotante. Nel caso di trappole ottiche molto fuori risonanza infatti, i termini  $\omega_L - \omega_0$  e  $\omega_L + \omega_0$  hanno lo stesso ordine di grandezza e dunque bisogna tenerli entrambi per calcolare in modo corretto le quantità di interesse. Ad esempio per un detuning del 10% si commette un errore del 5% sul potenziale e del 20% sul rate di scattering.

### 3.1.2 Atomo a molti livelli

L'estensione dei risultati precedenti a un sistema atomico con più di due livelli energetici richiede fortunatamente solo piccole modifiche. Innanzitutto si definisca l'elemento di matrice del momento di dipolo tra il livello fondamentale  $|g\rangle$  e un livello energetico qualsiasi :  $d_n = \langle n|\hat{d}|g\rangle$ . Il rate di decadimento

dal livello  $|n\rangle$  al livello fondamentale è dato da:

$$\Gamma_n = \frac{\omega_n^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} |\langle n|\hat{d}|g\rangle|^2 \quad (3.9)$$

dove  $\omega_n = (E_n - E_g)/\hbar$ . Il potenziale di dipolo e lo scattering rate per un atomo nello stato fondamentale si ottengono semplicemente sommando i termini relativi a ciascuna transizione:

$$U(\mathbf{R}) = \sum_n -\frac{3\pi c^2}{2\omega_n^3} \left( \frac{\Gamma_n}{\omega_n - \omega_L} + \frac{\Gamma_n}{\omega_L + \omega_n} \right) I(\mathbf{R}) \quad (3.10)$$

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{R}) = \sum_n \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_n^3} \left( \frac{\omega_L}{\omega_n} \right)^3 \left( \frac{\Gamma_n}{\omega_n - \omega_L} + \frac{\Gamma_n}{\omega_L + \omega_n} \right)^2 I(\mathbf{R}) \quad (3.11)$$

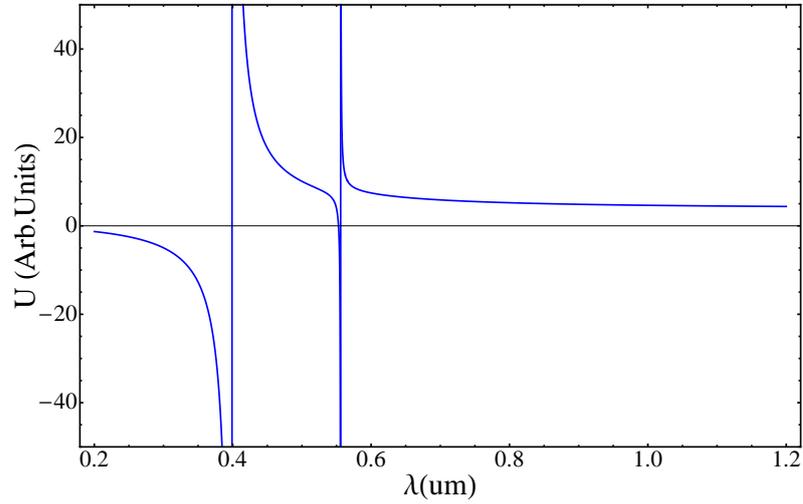
L'unica ipotesi legata alle equazioni appena scritte è che la radiazione laser sia fortemente detunata rispetto a tutte le transizioni che si considerano. La luce laser a 1064 nm che si utilizza nell'esperimento rispetta questa assunzione. A tale proposito si riportano in Figura 3.1 i grafici della profondità di trappola e del rate di scattering in funzione della lunghezza d'onda per l'isotopo  $^{174}\text{Yb}$ . Nel grafico della profondità di trappola è possibile osservare che per  $\lambda = 1064$  nm conta solo la transizione a 399 nm poiché quella a 556 nm ha una larghezza di riga decisamente inferiore.

### 3.1.3 Interazione con un fascio Gaussiano

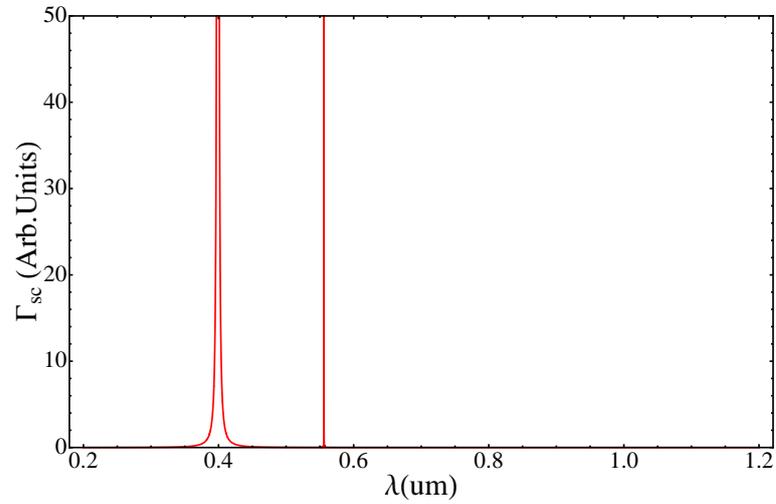
Il potenziale appena ricavato può essere utilizzato per intrappolare atomi freddi. Un laser che produce una radiazione fortemente detunata verso il rosso della risonanza crea un potenziale attrattivo per gli atomi. Dunque è possibile generare una zona di forte confinamento nel fuoco di un fascio Gaussiano. Il profilo di intensità di un fascio Gaussiano è dato da [37]:

$$I(r, z) = \frac{2P}{\pi w(z)^2} e^{-2\frac{r^2}{w(z)^2}} \quad (3.12)$$

in cui  $P$  è la potenza totale della radiazione laser e  $w(z) = w_0\sqrt{1 + (z/z_R)^2}$  rappresenta la distanza dall'asse di propagazione  $z$  a cui l'intensità decresce di un fattore  $1/e^2$ . La dimensione trasversa minima del fascio Gaussiano è  $w_0$  (beam waist) e  $z_R = \pi w_0^2/\lambda$  è il range di Rayleigh. L'intensità massima è data dalla formula  $I_0 = 2P/\pi w_0^2$ . Con questi parametri, un fascio Gaussiano genera una trappola dipolare avente una simmetria cilindrica come rappresentato in Figura 3.2. Nel centro della trappola è possibile approssimare il

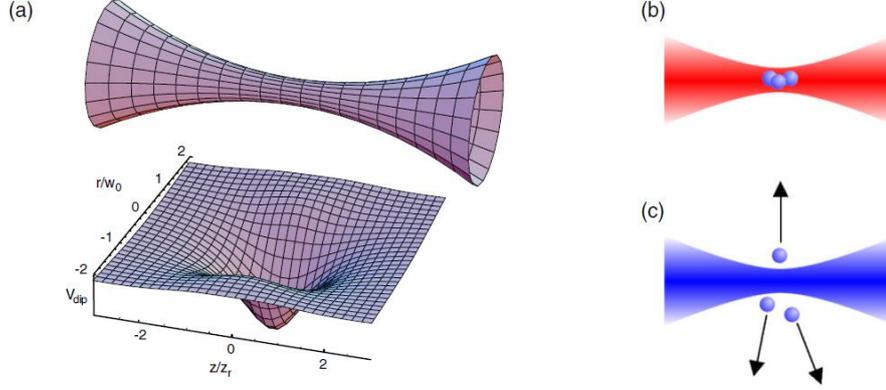


(a) Profondità di trappola in funzione di  $\lambda$  per  $^{174}\text{Yb}$ . A 1064 nm conta solo il contributo dato dalla transizione a 399 nm.



(b) Rate di scattering in funzione di  $\lambda$  per  $^{174}\text{Yb}$ .

**Figura 3.1:** Dipendenza dalla lunghezza d'onda delle equazioni (3.10) e (3.11) per  $^{174}\text{Yb}$ .



**Figura 3.2:** a) Plot 3-dimensionale della funzione  $w(z)$  insieme alla sezione trasversale della trappola dipolare per un fascio gaussiano detunato verso il rosso. La trappola crea un forte confinamento radiale e un debole confinamento assiale. b) In una trappola detunata verso il rosso gli atomi vengono attratti verso la regione di intensità massima. c) Repulsione dalla regione di intensità massima per una trappola detunata verso il blu della risonanza [38].

potenziale con:

$$U(r, z) \simeq -U_0 \left[ 1 - 2 \left( \frac{r}{w_0} \right)^2 - \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right] \quad (3.13)$$

in cui l'ampiezza  $U_0$  è definita come (nel caso semplice di un atomo a due livelli):

$$U_0 = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^2} \left( \frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right) I_0 \quad (3.14)$$

Il potenziale ottenuto si scrive come la somma di due potenziali armonici le cui frequenze di trappola sono:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4U_0}{Mw_0^2}} \quad (3.15)$$

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2U_0}{Mz_R^2}} \quad (3.16)$$

Ad esempio, considerando l'isotopo  $^{174}\text{Yb}$  e l'effetto della sola transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  si ottengono i seguenti parametri di trappola per un fascio

gaussiano a 1064 nm con waist di 30  $\mu\text{m}$  e potenza di 2 W:  $U_0 = 37 \mu\text{K}$ ,  $\omega_r = 2\pi \cdot 446 \text{ Hz}$ ,  $\omega_z = 2\pi \cdot 3.5 \text{ Hz}$ . Come si vede, il confinamento lungo l'asse della trappola è molto più debole di quello in direzione trasversa poiché  $z_R \gg w_0$ : per avere una trappola meno anisotropa si possono incrociare due fasci Gaussiani focalizzati, come realizzato in Sezione 3.3.

### 3.1.4 Interazione con un reticolo ottico 1D

Un reticolo ottico si ottiene sovrapponendo fasci laser contropropaganti aventi la stessa frequenza. I fasci laser interferiscono tra loro e il pattern di interferenza dà origine a un potenziale di tipo periodico nello spazio. Il reticolo ottico più semplice è quello unidimensionale che si può ottenere retroriflettendo un fascio laser tramite uno specchio. Il potenziale di dipolo che si ottiene è:

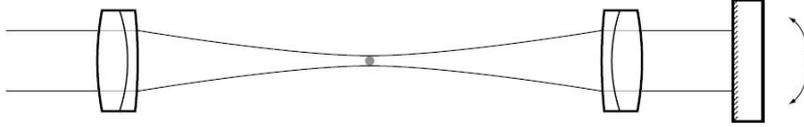
$$U(r, z) = -U_{ret} e^{-2r^2/w_0^2} \cos^2(kz) \simeq -U_{ret} \left(1 - 2\frac{r^2}{w_0^2}\right) \cos^2(kz) \quad (3.17)$$

dove  $w_0$  è il beam waist,  $k = 2\pi/\lambda$  è il modulo del vettore d'onda della radiazione e  $U_{ret}$  è la profondità del potenziale reticolare. A causa dell'interferenza costruttiva  $U_{ret}$  è quattro volte più grande del caso di singolo fascio,  $U_{ret} = 4U_0$ . Inoltre si osservi che la periodicità del reticolo è  $\lambda/2$ . Le frequenze di trappola nella singola buca di potenziale del reticolo risultano essere:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4U_{ret}}{Mw_0^2}} \quad (3.18)$$

$$\omega_z = \frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{2U_{ret}}{M}}. \quad (3.19)$$

Ad esempio considerando l'isotopo  $^{174}\text{Yb}$  e l'effetto della sola transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  si ottengono i seguenti parametri di trappola per un'onda stazionaria generata a partire da un fascio gaussiano a 1064 nm retroriflesso con waist di 300  $\mu\text{m}$  e potenza di 2 kW:  $U_0 = 717 \mu\text{K}$ ,  $\omega_r = 2\pi \cdot 209 \text{ Hz}$ ,  $\omega_z = 2\pi \cdot 263 \text{ kHz}$ . Come si vede in questo caso, la frequenza di confinamento nella direzione del reticolo risulta molto più elevata della frequenza trasversa in quanto le buche di potenziale hanno una spaziatura  $\lambda/2$  molto minore del waist del fascio.



**Figura 3.3:** Un reticolo ottico unidimensionale si ottiene retroriflettendo un fascio laser gaussiano [38].

### 3.2 Realizzazione di una cavità ottica di trasferimento

In principio, gli atomi potrebbero essere direttamente trasferiti dalla MOT a una trappola ottica incrociata come si fa ad esempio in [39]. Questo approccio prevede però l'utilizzo di potenze laser molto alte ( $\sim 10$  W) che sono generalmente accompagnate da svariati problemi, come ad esempio l'effetto di lente termica che si ha quando una radiazione ad alta intensità attraversa una finestra della cella da vuoto. È stato dunque deciso di utilizzare un risonatore Fabry-Perot come fase intermedia di confinamento, che consente di avere un buon trasferimento dalla MOT allo stadio finale di intrappolamento nella trappola ottica incrociata. All'interno di una cavità ottica l'incremento della potenza luminosa dovuto all'accoppiamento risonante della radiazione alla cavità, permette di raggiungere una profondità di trappola che eccede l'energia cinetica media delle particelle intrappolate nella MOT, anche per potenze di iniezione moderatamente basse ( $< 3$  W). Inoltre è possibile scegliere la geometria della cavità in modo tale da massimizzare il volume di trappola fissato lo spazio disponibile per l'esperimento, facendo in modo che la trappola si sovrapponga il più possibile al volume confinante della MOT.

Anche se il risonatore viene iniettato con potenze basse, è comunque necessario disporre di potenze elevate fra i due specchi che formano la cavità. Nel nostro esperimento il risonatore è stato montato direttamente nel vuoto all'interno della cella di MOT, come realizzato recentemente in [40], ma esistono esperimenti nei quali gli specchi sono stati montati all'esterno della cella [41]. La configurazione scelta possiede vari vantaggi come:

- essendo nel vuoto, non ci sono problemi legati allo sporco che si deposita sugli specchi,
- dopo il montaggio la necessità di manutenzione è minima,
- non vi sono perdite in potenza dovute all'attraversamento delle finestre della cella,

ma anche degli svantaggi quali:

- allineamento e montaggio iniziale più complesso,
- possibili deformazioni dei supporti per gli specchi in seguito al *baking* del sistema da vuoto.

Passato un anno dal montaggio del risonatore e dopo aver eseguito due baking del sistema da vuoto non è stato riscontrato alcun problema.

In questa sezione viene descritta la cavità ottica lineare montata all'interno della cella di MOT. Vengono poi discussi lo schema ottico realizzato per generare la radiazione a 1064 nm utilizzata per iniettare la cavità e il metodo di aggancio Pound-Drever-Hall del laser al risonatore. Inoltre viene caratterizzata la procedura sperimentale per trasferire gli atomi dalla MOT a singola frequenza al risonatore.

### 3.2.1 Proprietà della cavità ottica

#### Obiettivi di progettazione

Per la progettazione della cavità Fabry-Perot ci si è basati sulle caratteristiche della nuvola atomica intrappolata nella MOT. Infatti volume e temperatura della nuvola forniscono le indicazioni su come realizzare il risonatore al fine di ottenere il massimo trasferimento. La temperatura degli atomi pone un vincolo sulla profondità di trappola che bisogna raggiungere in cavità, mentre il volume della nuvola stabilisce come scegliere la geometria del risonatore. La prima è una condizione sulla potenza che deve esserci in cavità e quindi indica quale deve essere la riflettività degli specchi e la potenza del fascio in ingresso. La seconda condizione invece, riguarda la geometria del risonatore, dunque il raggio di curvatura degli specchi e la distanza tra loro compresa. Partendo dalle caratteristiche della MOT esposte in Sezione 2.3 gli obiettivi di progettazione sono stati:

- $U_{ret}/k_B \sim 10 T_{MOT} \sim 1 \text{ mK}$
- $V_{trap} \sim V_{MOT}$ .

Chiaramente sulla scelta del volume di trappola si è limitati dallo spazio effettivamente disponibile, mentre riguardo alla profondità di trappola, bisogna tener conto della limitatezza della potenza radiativa da iniettare in cavità.

**Proprietà della cavità realizzata**

La cavità Fabry-Perot è costituita da due supporti metallici, avvitati sulla flangia CF100 che costituisce la parte inferiore della cella di MOT (Figura 3.5), nei quali sono stati inseriti degli specchi dotati di coating antiriflesso sulla superficie rivolta verso l'esterno e di coating ad alta riflettività ( $R = 99.8\%$ ) sulla superficie rivolta all'interno della cavità. Il raggio di curvatura degli specchi è  $r_c = 2$  m, il loro diametro è  $d = 6.35$  mm e lo spessore è 2.3 mm. La lunghezza  $L$  del risonatore è di 9 cm e non può essere variata. Dati questi parametri, considerando che il risonatore viene iniettato con un fascio laser gaussiano di lunghezza d'onda pari a 1064 nm, il waist al centro della cavità è di  $300 \mu\text{m}$ , circa metà delle dimensioni lineari della MOT.

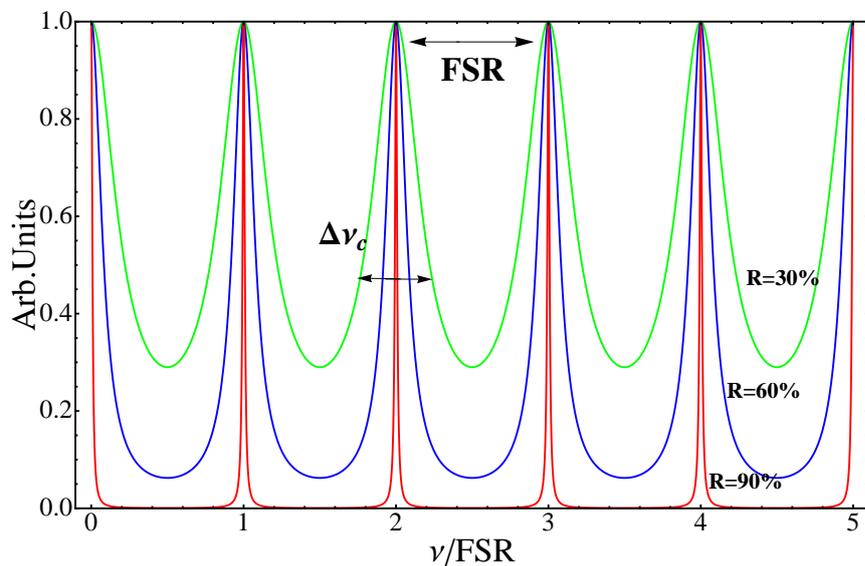
È possibile determinare i parametri che caratterizzano il sistema, quali *finesse*, *free spectral range* e fattore di incremento di potenza (*power enhancement*). Chiamando  $I_0$  l'intensità luminosa all'ingresso della cavità è noto che l'intensità trasmessa e l'intensità riflessa assumono rispettivamente la forma (nel caso di perdite trascurabili) [42]:

$$I_T = I_0 \frac{1}{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\delta)} \quad (3.20)$$

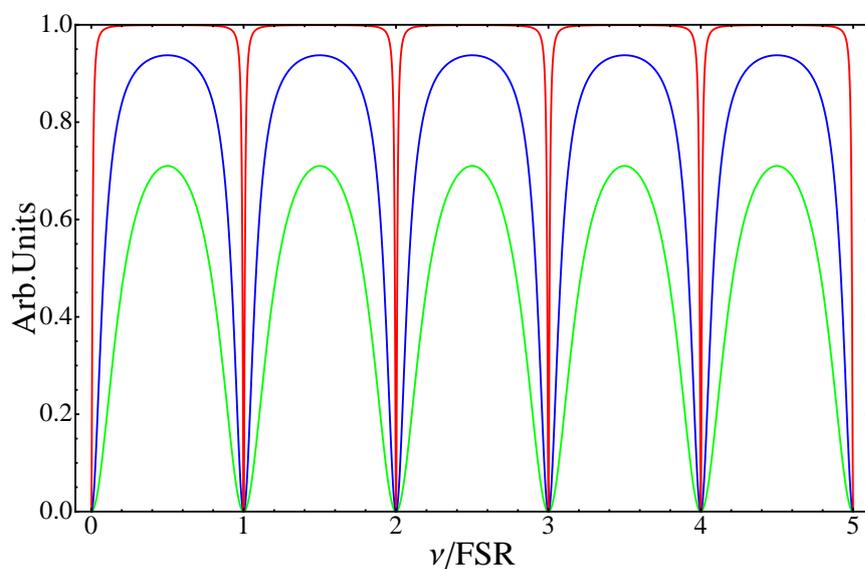
$$I_R = I_0 \frac{(2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\delta)}{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\delta)} \quad (3.21)$$

dove sono state definite la finesse  $\mathcal{F} = \pi\sqrt{R}/(1 - R)$  e la variabile  $\delta = (2\pi L/c) \cdot \nu$  in cui  $\nu$  è la frequenza della radiazione incidente. Le formule (3.20) e (3.21) sono chiamate formule di Airy e sono rappresentate in Figura 3.4 per diversi valori della riflettività degli specchi. L'intensità trasmessa (riflessa) presenta dei massimi (minimi) in corrispondenza dei punti  $\delta = n\pi$  con  $n$  intero, ovvero quando la lunghezza della cavità  $L$  è pari ad un numero intero di mezze lunghezze d'onda della radiazione incidente,  $L = n \cdot \lambda/2$ . Le frequenze corrispondenti a queste lunghezze d'onda sono chiamate *modi longitudinali* della cavità. La separazione in frequenza tra due modi normali (free spectral range) è  $\text{FSR} = \nu_{n+1} - \nu_n = c/2L$ . Un altro parametro importante è la larghezza a metà altezza del singolo modo della cavità, direttamente collegato alla finesse:  $\text{FWHM} = \Delta\nu_c = \text{FSR}/\mathcal{F}$ . Il risonatore costruito per l'esperimento possiede un  $\text{FSR} = 1.67$  GHz, una finesse teorica  $\mathcal{F} \simeq 1570$  e una larghezza di riga  $\Delta\nu_c \simeq 1$  MHz. I valori misurati sono  $\Delta\nu_c \simeq 0.9$  MHz e  $\mathcal{F} \simeq 1850$ .

Le equazioni (3.20),(3.21) descrivono ciò che accade fuori dal risonatore Fabry-Perot. Ora si vuole discutere ciò che succede dentro alla cavità, per vedere quale profondità di trappola si riesce a raggiungere. La radiazione

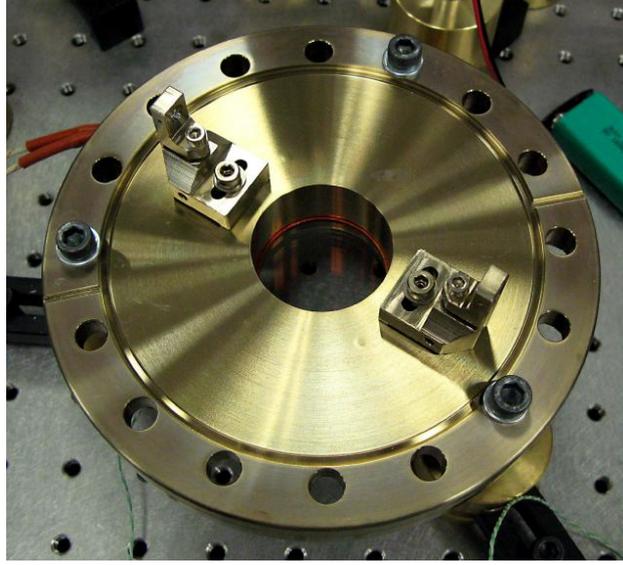


(a) Intensità trasmessa.



(b) Intensità riflessa

**Figura 3.4:** Funzioni di Airy. Intensità trasmessa e riflessa da una cavità Fabry-Perot al variare della riflettività degli specchi (rosso 90%, blu 60%, verde 30%).



**Figura 3.5:** Foto dei due supporti che fissati alla flangia CF100 costituiscono il montaggio della cavità ad alta finesse. Gli specchi nei supporti sono posizionati sull'asse di due finestre CF16 della cella di MOT.

iniettata rimbalza avanti e indietro tra gli specchi dando origine ad un'onda stazionaria a causa dell'interferenza. L'intensità mostra dei massimi separati di  $\lambda/2$  e i valori di picco sono molto più elevati dell'intensità incidente. Questa caratteristica sarà sfruttata per intrappolare gli atomi attraverso la forza di dipolo. Per calcolare l'incremento in intensità si parte dal valore massimo trasmesso  $I_T^{max} = I_0$  che si ha quando la frequenza della radiazione è perfettamente risonante con un modo longitudinale della cavità.

Allora l'intensità massima raggiunta all'interno del risonatore può essere stimata con:

$$I_{max} \simeq \frac{4I_0}{T}, \quad T = 1 - R \quad (3.22)$$

in cui  $T$  è il coefficiente di trasmissione del secondo specchio. Il fattore 4 tiene conto dell'interferenza costruttiva nei massimi dell'onda stazionaria: un fattore 2 per l'ampiezza del campo elettrico che diventa un fattore 4 per l'intensità. In assenza di perdite, il fattore di incremento in potenza ( $A$ ) è definito come:

$$A = \frac{I_{max}}{I_0} = \frac{4}{1 - R} \simeq \frac{4\mathcal{F}}{\pi} \quad (3.23)$$

che nel caso del valore misurato di Finesse  $\mathcal{F} \simeq 1850$  corrisponde a  $A \simeq 2360$ . Con una potenza in ingresso  $P_0 \simeq 1$  W, si raggiungono più di 2 kW di potenza

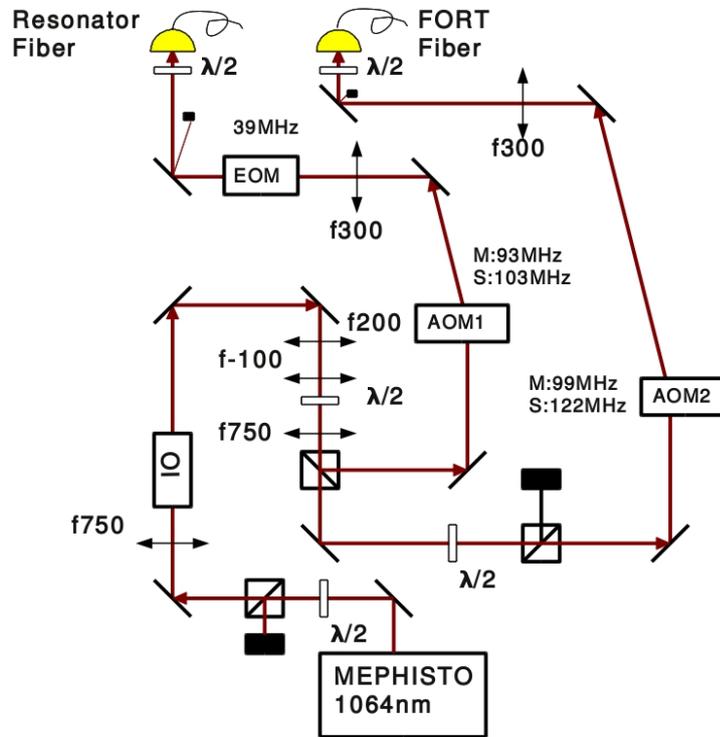
tra gli specchi del risonatore Fabry-Perot. Con questa potenza e con un waist di  $300 \mu\text{m}$  si raggiunge una profondità di trappola  $U_{\text{ret}}/k_B \simeq 8T_{\text{MOT}}$ . Gli obiettivi di progettazione sono stati quindi raggiunti.

Nella prossima sezione verrà descritto lo schema ottico realizzato per generare la radiazione con cui viene iniettata la cavità.

### 3.2.2 Generazione della radiazione laser a 1064 nm

La radiazione a 1064 nm viene prodotta da un sistema laser Mephisto MOPA 25 NE della Innolight. La potenza massima raggiungibile è di 26 W. La frequenza della radiazione emessa può essere regolata variando la temperatura del cristallo monolitico di Nd:Yag usato come mezzo attivo, oppure agendo su un elemento piezoelettrico (PZT) applicato al cristallo. Attraverso il controllo della temperatura è possibile eseguire correzioni lente della frequenza (banda di 1 Hz) su un intervallo di 30 GHz. Tramite il PZT si fanno le correzioni veloci (banda di 100 kHz) attorno al valore dettato dal controllo in temperatura in un range di  $\pm 100$  MHz. L'emissione avviene su un singolo modo avente una larghezza di riga di 1 kHz/100 ms. In Figura 3.6 si presenta lo schema ottico realizzato per generare il fascio di iniezione della cavità Fabry-Perot e il fascio che servirà a costituire la trappola ottica incrociata.

Subito dopo il Mephisto si pongono una lamina  $\lambda/2$  e un cubo polarizzatore per selezionare la potenza della radiazione. La lamina è posta in modo tale che all'uscita dell'isolatore ottico (IO in Figura 3.6) ci siano 12 W di potenza. Di questi 12 W, 5 W vengono mandati all'AOM posto sul ramo del risonatore (AOM1) e 5 W vanno all'AOM posto sul ramo del fascio per la trappola incrociata (AOM2). I modulatori acusto ottici vengono utilizzati per regolare la potenza della radiazione necessaria all'esperimento. Entrambi gli AOM sono guidati tramite un AOM driver a doppia frequenza. Questo tipo di driver viene utilizzato in presenza di potenze laser molto elevate. A queste potenze infatti, un disallineamento del fascio all'ingresso della fibra ottica rischia seriamente di danneggiarla. Quando il cristallo contenuto nell'AOM viene alimentato con la radiofrequenza, si scalda fino a raggiungere una temperatura di equilibrio. Nella fase di transiente, la direzione di propagazione del prim'ordine di diffrazione è leggermente diversa dalla direzione finale poiché il cristallo non ha ancora raggiunto la temperatura di equilibrio. In presenza di potenze laser elevate questa differenza nel puntamento rischia di provocare danni irreparabili alle fibre ottiche. Per ovviare a questo problema è necessario mantenere sempre caldo il cristallo dell'AOM, in modo tale che il puntamento non cambi. Per fare ciò si utilizza un driver a doppia frequenza [43] capace di emettere due radiofrequenze, la Master (M) e la Slave (S). Il circuito all'interno dell'AOM driver lavora in modo tale che la somma



**Figura 3.6:** Schema ottico per la generazione dei fasci a 1064 nm. La combinazione lamina  $\lambda/2$  più cubo polarizzatore permette di selezionare la potenza desiderata. Gli AOM lavorano su due radiofrequenze, Master (M) e Slave (S) per evitare di danneggiare le fibre ottiche. Prima delle fibre ottiche si posizionano dei beam block per bloccare la porzione di radiazione a frequenza Slave indesiderata.

delle potenze delle due radiofrequenze sia costante:

$$P_M + P_S = P_{tot} = \text{Costante} \quad (3.24)$$

Se si seleziona come primo ordine di diffrazione quello relativo alla frequenza Master, quando se ne vuole cambiare la potenza, si agisce sull'ampiezza della radiofrequenza Slave. Ad esempio se si vuole più potenza sul prim'ordine relativo alla frequenza Master, l'AOM driver agisce in maniera tale da diminuire l'ampiezza della RF Slave. In questo modo i problemi di puntamento causati dal riscaldamento del cristallo vengono minimizzati. L'AOM posto sul ramo del risonatore è guidato con le frequenze  $M = 93 \text{ MHz}$  e  $S = 103 \text{ MHz}$ . L'AOM posto sul ramo della trappola incrociata è guidato con le frequenze  $M = 99 \text{ MHz}$  e  $S = 122 \text{ MHz}$ . Queste radiofrequenze sono state scelte in un intervallo in cui la risposta del cristallo è ottimale. Dopo l'AOM2, si

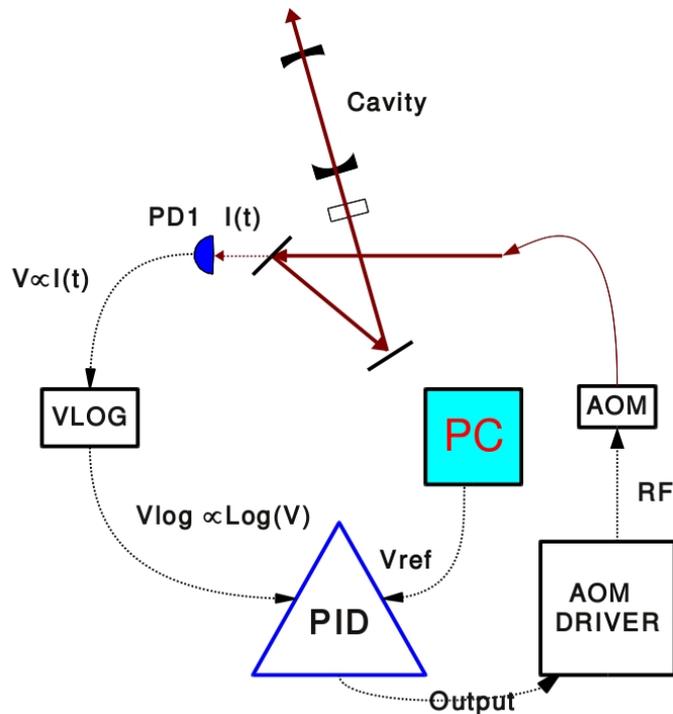


montata su un tavolo sopraelevato all'altezza della cella di MOT. Dopo la fibra viene posta una lente con focale da 1 metro che assicura la condizione di *mode-matching* [42] con la cavità. La percentuale di accoppiamento alla cavità è del 92 %. Il fascio passa attraverso un cubo polarizzatore e fuoriesce con polarizzazione lineare. Dopodiché incide su uno specchio dietro al quale viene posto un fotodiodo (PD1) che legge la frazione della luce trasmessa. Il voltaggio fornito da PD1 viene inviato a un convertitore logaritmico AD8305 da cui fuoriesce un segnale  $V_{\text{Log}} \propto \log V_{\text{PD1}}$ . Questo servirà per effettuare l'aggancio in potenza che verrà descritto nella sezione successiva. Prima dello specchio d'ingresso della cavità, viene posta una lamina  $\lambda/4$  che trasforma la polarizzazione del fascio in ingresso da lineare a circolare. In questo modo il fascio che viene riflesso dall'input coupler, che dopo la riflessione risulta essere polarizzato circolarmente nel senso opposto, rientra nella lamina e fuoriesce polarizzato linearmente nella direzione ortogonale alla polarizzazione del fascio d'andata. A questo punto è riflesso dal cubo (anzichè trasmesso) e viene attenuato tramite un filtro con densità ottica 1 per poi entrare in un AOM da cui si preleva il prim'ordine di diffrazione. Questo viene letto da un fotodiodo (PDH), il cui segnale servirà ad effettuare l'aggancio in frequenza con il metodo Pound-Drever-Hall del quale si forniscono le basi in Appendice B. Il fotodiodo PD2 invece, legge l'intensità trasmessa dalla cavità e il segnale generato viene mandato ad un oscilloscopio.

Nella sezione successiva verranno descritti i processi di feedback necessari ad agganciare il laser alla cavità Fabry-Perot e a stabilizzare la potenza all'ingresso del risonatore.

#### 3.2.3 Circuiti di Feedback: aggancio in frequenza e aggancio in potenza

Quando la nuvola atomica viene caricata nella cavità di trasferimento Fabry-Perot è fondamentale che essa veda un potenziale di trappola stabile, non affetto da rumore causato dalle fluttuazioni in frequenza o in potenza del laser Mephisto con cui si inietta il risonatore. Per mantenere il laser sempre in risonanza con un modo longitudinale del risonatore è stato realizzato un circuito di feedback elettronico. Una volta agganciato il laser alla cavità, esso seguirà le fluttuazioni in frequenza dovute alle derive termiche e meccaniche che influenzano gli specchi montati nella cella di MOT. Un'altra cosa importante è la stabilizzazione della potenza della radiazione a 1064 nm. Nel risonatore infatti, verrà eseguito un primo raffreddamento evaporativo della nuvola atomica in cui l'ampiezza del potenziale di trappola (e quindi dell'intensità del laser) viene gradualmente abbassata per fare in modo che gli

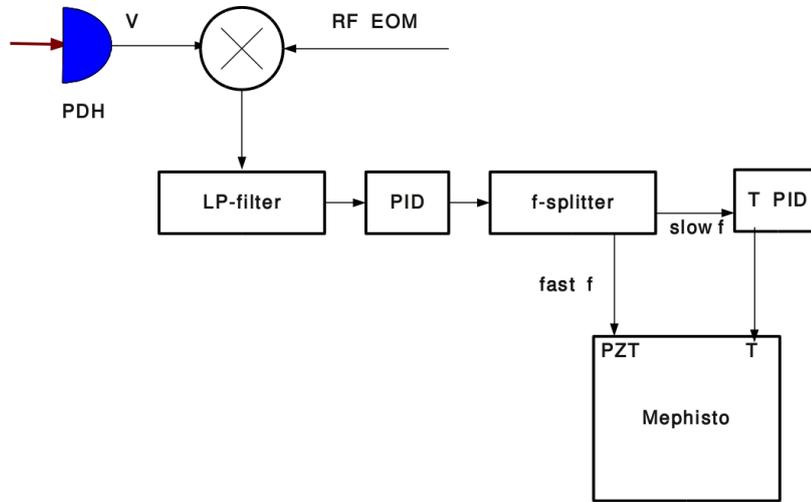


**Figura 3.8:** Schema per l'aggancio in potenza del risonatore. Il convertitore logaritmico (VLOG) restituisce un voltaggio proporzionale al logaritmo della tensione fornita da PD1. Il PID confronta questo segnale con quello di riferimento dato dal PC. Il segnale generato dal PID agisce sull'AOM driver per regolare l'ampiezza della radiofrequenza che guida il cristallo dell'AOM e quindi la potenza diffratta sul prim'ordine con cui si inietta la cavità.

atomi più caldi escano dalla trappola, lasciando solo quelli più freddi. Durante questo processo è fondamentale avere un controllo preciso della potenza all'interno della cavità.

### Aggancio in potenza

L'aggancio in potenza ad un valore di riferimento viene effettuato tramite un circuito di feedback che agisce sull'AOM posto sul ramo del risonatore (AOM1). L'intervallo di potenza di interesse per l'esperimento è  $[200 \mu\text{W}, 2 \text{W}]$ , ben quattro ordini di grandezza. Per avere un guadagno ottimale su tutto l'intervallo è necessario utilizzare un convertitore logaritmico (AD8305 Analog Devices). Questo è un dispositivo attivo che restituisce in uscita un valore di voltaggio proporzionale al logaritmo della tensione in ingresso. Una frazione della radiazione a 1064 nm incide su un fotodiode

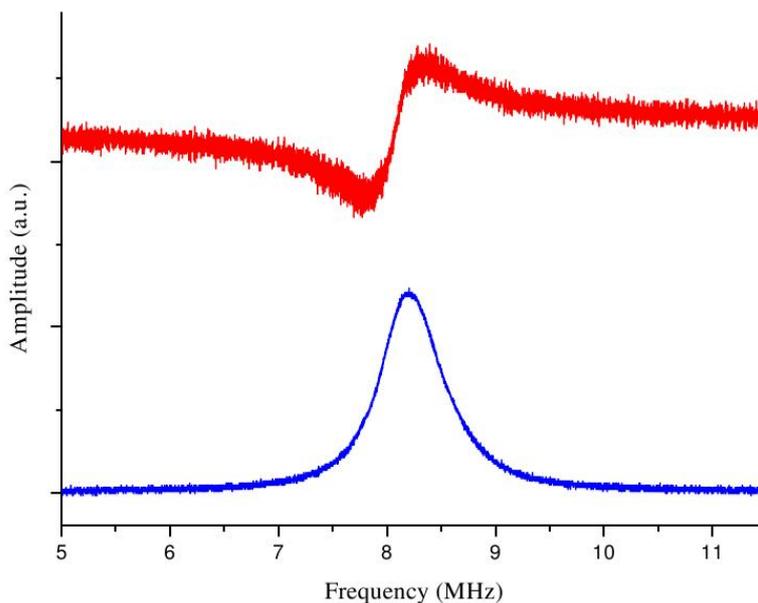


**Figura 3.9:** Schema per il metodo d’aggancio PDH [27]. Il segnale letto dal fotodiodo PDH viene moltiplicato tramite un mixer con il voltaggio applicato al cristallo dell’EOM. Dopo il mixer un filtro passa basso seleziona la componente avente la stessa frequenza applicata all’EOM e proporzionale alla derivata prima del segnale riflesso dalla cavità. Come si mostra in Appendice B, questa costituisce il segnale dispersivo necessario all’aggancio.

(PD1 in Figura 3.7) che fornisce una differenza di potenziale proporzionale all’intensità che costituisce l’ingresso del convertitore logaritmico. L’output di questo dispositivo viene inviato ad un PID il quale lo confronta con un valore di riferimento (fornito dal PC che controlla l’esperimento), e genera un segnale da mandare al driver che guida l’AOM1 posto sul ramo del risonatore. A loop chiuso l’ampiezza della radiofrequenza con cui si alimenta il cristallo dell’AOM sarà tale da far sì che la differenza tra valore in ingresso del PID e valore di riferimento, sia nulla. In questo modo si aggancia la potenza della radiazione a 1064 nm al valore desiderato.

### Aggancio in frequenza

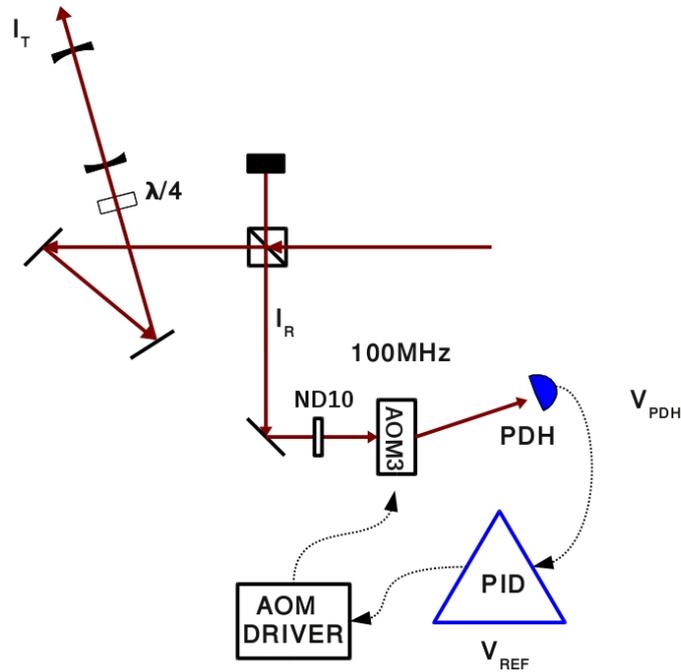
Per l’aggancio in frequenza del laser alla cavità viene sfruttato il metodo Pound-Drever-Hall (PDH) [27]. Come si mostra in Appendice B, questa tecnica si basa sulla modulazione in frequenza della radiazione in ingresso nel risonatore e sulla generazione di un segnale d’errore dispersivo a partire dall’intensità riflessa dall’input coupler della cavità. La modulazione è effettuata tramite un EOM che genera delle bande laterali distanti 39 MHz dalla frequenza portante. Questo dispositivo, a differenza dell’AOM permette di modulare la frequenza del laser senza modificarne il puntamento. Il fascio



**Figura 3.10:** Segnale trasmesso dalla cavità Fabry-Perot montata nella cella di MOT e relativo segnale d'errore dispersivo generato per mezzo del metodo PDH.

modulato incide sull'input coupler della cavità e viene trasmesso solo quando la frequenza è risonante con un modo longitudinale. L'intensità riflessa dallo specchio costituisce il segnale che deve essere processato dal circuito di feedback per effettuare l'aggancio. Grazie alla tecnica PDH, viene generato un segnale di errore dispersivo (vedi Figura 3.10) che si manda ad un PID (vedi Figura 3.9). Il PID processa il segnale d'errore e genera un voltaggio d'uscita. Tramite un separatore di frequenze si separano le componenti veloci ( $> 3$  Hz) dalle componenti lente ( $< 3$  Hz). La parte veloce del segnale va al piezoelettrico montato sul cristallo monolitico contenuto nel Mephisto mentre la parte lenta viene processata da un altro PID il cui output agisce sul controllo della temperatura del cristallo. Agendo sulla temperatura e sullo stress meccanico del cristallo, si modifica la frequenza del Mephisto in maniera tale da farla coincidere con una frequenza longitudinale della cavità.

Visto che il range di potenza con cui si lavora è  $[200 \mu\text{W}, 2 \text{W}]$  è fondamentale mantenere stabile la frequenza in tutto questo intervallo. Il fotodiodo PDH utilizzato per leggere il segnale riflesso rischia di bruciarsi se vi incide una potenza troppo elevata, dunque è necessario mettere un filtro con densità ottica 1 (ND10) che attenua la potenza di un fattore 10. Inoltre è utile che il fotodiodo legga sempre lo stesso valore di intensità di modo che il guadagno



**Figura 3.11:** Schema per l’aggancio in potenza del segnale letto dal fotodiode PDH. L’aggancio funziona in modo tale che il fotodiode legga sempre lo stesso valore di intensità nell’intero range di potenze utilizzato

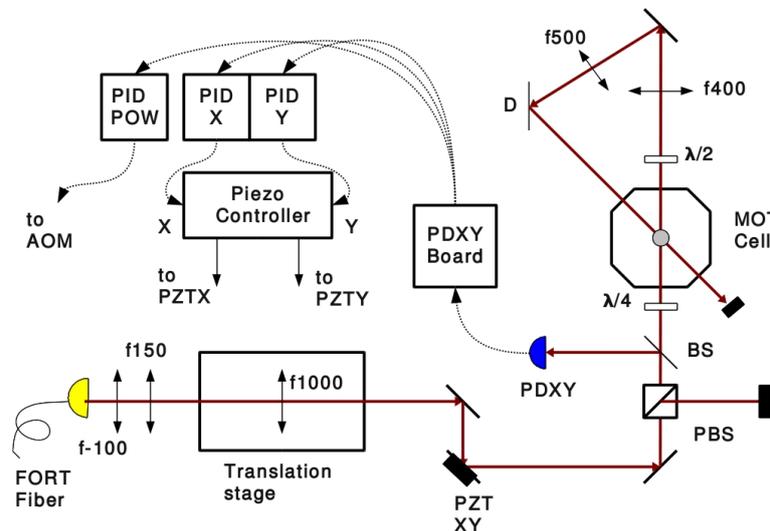
del circuito di feedback e quindi l’ampiezza del segnale d’errore per l’aggancio in frequenza, sia circa la stessa su tutto il range di potenze utilizzato, per evitare oscillazioni o instabilità del loop di aggancio. Per fare ciò si utilizza un AOM posizionato prima del fotodiode (AOM3), che viene utilizzato come attenuatore variabile. Dall’AOM si raccoglie il primo ordine di diffrazione la cui intensità viene regolata in maniera tale che il fotodiode PDH restituisca sempre lo stesso valore di tensione (200 mV). Dunque il circuito dell’aggancio in frequenza contiene in realtà anche un circuito per l’aggancio in potenza del segnale letto dal fotodiode PDH. In Figura 3.11 si mostra lo schema di questo aggancio in potenza.

### 3.3 La trappola ottica incrociata

In questa sezione si descrivono le caratteristiche della trappola ottica incrociata realizzata per eseguire l'ultima fase di raffreddamento evaporativo della nuvola atomica che porta alla degenerazione quantistica. La trappola è ottenuta intersecando due fasci laser a 1064 nm a  $45^\circ$  nel piano orizzontale della cella di MOT e sovrapponendo il punto di intersezione al centro del risonatore.

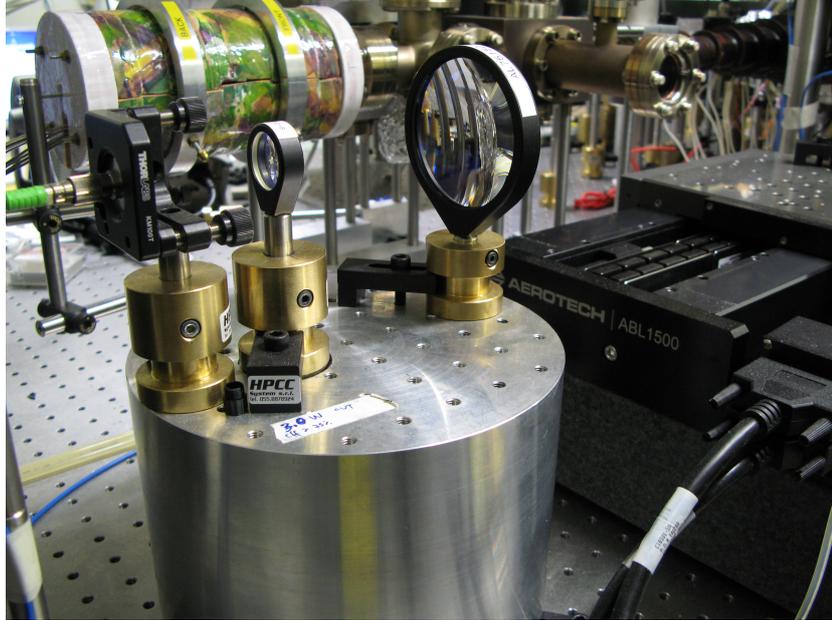
#### 3.3.1 Schema Ottico

Lo schema ottico realizzato è rappresentato in Figura 3.12



**Figura 3.12:** Schema ottico per la trappola incrociata (FORT).

Il connettore d'uscita della fibra è montato a 25 cm d'altezza (altezza della cella di MOT) su una base d'alluminio di forma cilindrica di diametro di 20 cm, come si osserva in Figura 3.13. La base d'alluminio aiuta a minimizzare le vibrazioni meccaniche che causano fluttuazioni nel puntamento laser. Dopo la fibra, sulla base cilindrica, vengono posizionate due lenti: una divergente da un pollice avente focale 100 mm (f-100) e una convergente da due pollici con focale 150 mm (f150). Questo doppietto collima il fascio all'uscita della fibra ottica. La lente convergente da due pollici e con focale 1000 mm (f1000) è posta su un traslatore a cuscino d'aria Aerotech ABL1500 che permette di muovere longitudinalmente la lente (e quindi il punto dove cade il suo fuoco) con una corsa di 50 cm e con una precisione di  $1 \mu\text{m}$ . Il movimento del traslatore può essere programmato da PC. Tramite il programma di interfaccia



**Figura 3.13:** Base cilindrica d'alluminio su cui è montato il connettore d'uscita della fibra ottica e lenti per la collimazione del fascio che realizza la trappola incrociata.

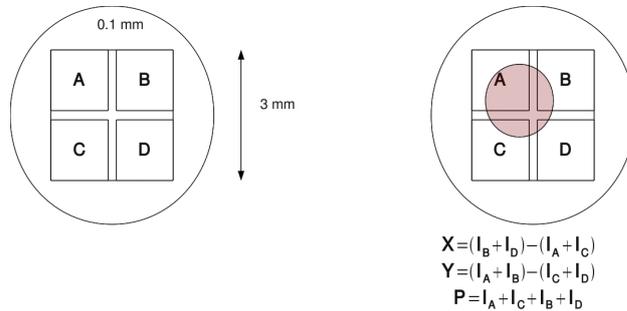
si seleziona la posizione del carrello per cui il fuoco della lente cade nel centro della cella di MOT. Dopo la lente, il fascio viene riflesso da uno specchio su cui agiscono due piezoelettrici. Attraverso i PZT è possibile regolare le orientazioni verticale e orizzontale dello specchio e dunque la posizione dello spot del fascio nel piano ortogonale alla direzione di propagazione. I due dispositivi sono guidati da un piezo-controller Thorlabs MDT693A che consente di applicare una tensione da 0 a 120 V. Attraverso una CCD BlueFox 120AG posizionata nel piano focale della lente f1000, sono state scattate delle fotografie allo spot del laser al variare della tensione applicata agli elementi PZT. Conoscendo la dimensione di un pixel della CCD ( $7.4 \mu\text{m} \times 7.4 \mu\text{m}$ ) è stato tarato il piezo-controller che consente spostamenti di  $\Delta\mathbf{x} \simeq (1.24, 0.8) \mu\text{m}/\text{V}$  nel piano focale della lente. Questo sistema di puntamento costituito dal traslatore e dallo specchio con PZT sarà importante in futuro (vedi Sezione 5.4).

Inizialmente il cubo polarizzatore (PBS) posto prima della cella di MOT non era presente nello schema ottico e il waist misurato dopo la lente f1000 era di  $25 \mu\text{m}$ . Dopo aver messo il cubo, necessario per avere una buona definizione della polarizzazione del fascio di trappola, il waist misurato è divenuto  $42 \mu\text{m}$  ed è stato necessario spostare indietro di 3 mm la posizione

del carrello del traslatore. Questo perché il cubo introduce un'aberrazione sferica e ha un effetto defocalizzante sul fascio in ingresso (e quindi sposta in avanti la posizione longitudinale effettiva del fuoco della lente). Dopo il cubo è presente un beam-sampler (BS) che preleva una frazione della radiazione (9%) al fine di effettuare l'aggancio in potenza e in puntamento attraverso un fotodiodo a 4 quadranti (PDXY) che verrà descritto nella sezione successiva. Dopo il cubo la polarizzazione è lineare ( $\pi$ ), ma il beam-sampler mischia le polarizzazioni  $\pi$  e  $s$ , se non viene posizionato esattamente a  $45^\circ$  rispetto al fascio incidente. La polarizzazione dei fasci di trappola ottica deve essere ben definita, in quanto è importante che nella regione di intersezione del fascio d'andata e del fascio di ritorno non vi sia interferenza. Qui infatti, vengono catturati gli atomi freddi e un eventuale reticolo residuo rende più difficoltosa l'analisi dei risultati sperimentali (vedi Sezione 4.1). Per rendere la polarizzazione del fascio di ritorno ortogonale alla polarizzazione del fascio di andata, si utilizzano due lamine, una  $\lambda/4$  posta prima della cella di MOT e una  $\lambda/2$  posta all'uscita della cella. La lamina  $\lambda/4$  consente di correggere eventuali ellitticità causate dal beam-sampler, mentre la  $\lambda/2$  permette di ruotare la polarizzazione, ora lineare, di  $\pi/2$ . A 40 cm oltre il centro della cella di MOT è posizionata una lente f400 che collima il fascio in ingresso. Questa, insieme alla lente f500, ingrandisce il waist del fascio di un fattore  $5/4$ . La lente f500 è posizionata su un traslatore in modo tale da regolare finemente nell'intorno del centro della cella di MOT il punto in cui cade il suo fuoco. Due specchi, di cui uno diecrico (D) che riflette la radiazione con  $\lambda > 1000$  nm, consentono di incrociare a  $45^\circ$  il fascio di ritorno con il fascio d'andata. Si utilizza un diecrico perché il fascio di ritorno rientra nella cella di MOT attraverso la stessa finestra CF40 dove passa anche un fascio di MOT 556 nm, che viene invece trasmesso dallo specchio diecrico.

### 3.3.2 Fotodiodo a 4 quadranti

Il beam-sampler posto prima della cella di MOT preleva circa il 10% della radiazione e la invia ad un fotodiodo a 4 quadranti. Esso è un dispositivo capace di individuare la posizione dello spot del laser nel piano ortogonale alla direzione di propagazione. Il fotodiodo a 4 quadranti è un Hamamatsu S4349 e possiede una superficie quadrata di silicio di lato 3 mm. L'area è suddivisa in 4 quadrati più piccoli di lato 1.45 mm e tra un quadrato e l'altro è presente uno spazio di  $100 \mu\text{m}$ . Ciascun quadrante produce una fotocorrente proporzionale all'intensità della radiazione incidente. Gli spostamenti XY di un fascio laser possono essere calcolati confrontando le fotocorrenti prodotte da ciascun quadrante. La posizione del fascio è determinata a partire da opportune combinazioni lineari delle 4 componenti. Per esempio in



**Figura 3.14:** Schema di funzionamento di un fotodiode a 4 quadranti.

Figura 3.14, dove si mostra lo schema del fotodiode, la posizione  $Y$  del fascio è proporzionale a  $(A+B)-(C+D)$ , la posizione orizzontale è proporzionale a  $(B+D)-(A+C)$  mentre la potenza complessiva è proporzionale a  $A+B+C+D$ . Queste operazioni vengono eseguite dal frontend del fotodiode al quale giungono i quattro segnali separati. Per determinare correttamente la posizione del fascio, è importante che lo spot cada interamente nel quadrante principale del fotodiode, ma che allo stesso tempo sia più grande dell'interstizio compreso tra un sottoquadrante e l'altro. Il dispositivo è stato dunque posizionato in un punto in cui lo spot del laser avesse un diametro compreso tra 0.1 mm e 3 mm. I tre segnali vengono poi mandati a 3 PID: due per l'aggancio in puntamento, uno per l'aggancio in potenza. Durante il lavoro di tesi è stato sfruttato solo il PID per l'aggancio in potenza, in quanto non è stato necessario stabilizzare elettronicamente la posizione  $XY$  del fascio laser. Per l'aggancio in potenza, il segnale somma  $(A+B+C+D)$  viene confrontato con un voltaggio di riferimento fornito dal PC e corrispondente alla potenza desiderata. Il PID fornisce una tensione d'uscita che viene mandata all'AOM driver che guida la radiofrequenza con cui si alimenta l'AOM2 per la trappola incrociata (vedi Figura 3.6).

### 3.3.3 Caratterizzazione della trappola ottica incrociata

In questa sezione vengono forniti i parametri che caratterizzano la trappola ottica incrociata quali profondità e frequenze di trappola. La trappola è ottenuta sovrapponendo a  $45^\circ$  due fasci laser, il primo avente un waist di  $43 \mu\text{m}$  e il secondo con un waist di  $54 \mu\text{m}$ . Le misure di caratterizzazione sono state effettuate con una potenza nel fascio di andata di 1.3 W e una potenza nel fascio di ritorno di 1.1 W. Come si spiegherà nel capitolo successivo, questi sono i valori di potenza di fine evaporazione a cui viene raggiunto il

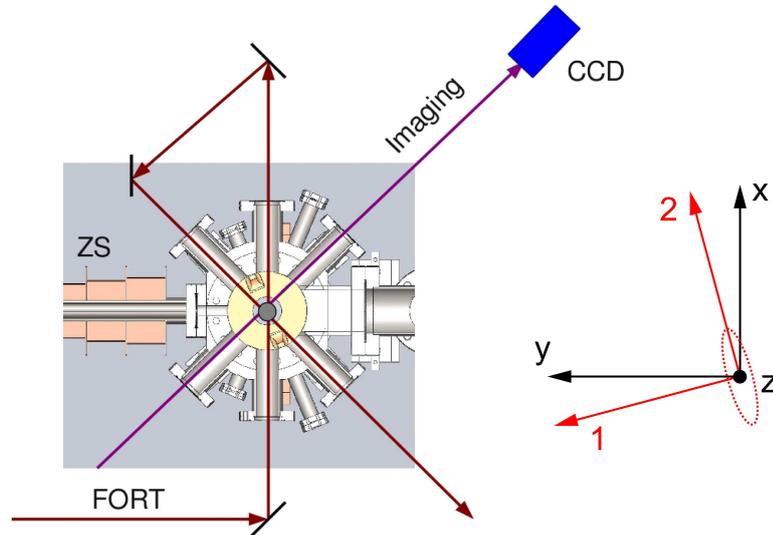
regime di degenerazione quantistica. La profondità di trappola viene stimata a partire da simulazioni numeriche nelle quali viene calcolato il potenziale di dipolo visto dagli atomi in presenza anche della gravità. Per determinare le frequenze normali della trappola, viene utilizzata come sonda direttamente la nuvola atomica di  $^{174}\text{Yb}$ . Si caricano gli atomi nel potenziale di dipolo alla potenza laser desiderata, si perturba il sistema dall'esterno e si studia la dinamica atomica in seguito a questa perturbazione. Questo modo di procedere è del tutto equivalente a studiare il moto armonico semplice di un pendolo.

Con riferimento alla Figura 3.15 si consideri la terna cartesiana  $(x, y, z)$  in cui  $x$  è la direzione di propagazione del fascio d'andata,  $y$  è la direzione lungo lo Zeeman Slower e  $z$  è la direzione verticale (uscente dal foglio in Figura 3.15). Visto che il fascio laser di ritorno della trappola ottica non è perpendicolare al fascio d'andata, la terna cartesiana appena introdotta non rappresenta la base naturale su cui scomporre il moto armonico della nuvola atomica nei pressi del minimo del potenziale di dipolo (vedi Capitolo 3). Dal punto di vista matematico, per trovare i modi normali di vibrazione è necessario calcolare gli autovalori della matrice Hessiana del potenziale di dipolo. Gli autovettori relativi rappresentano le direzioni indipendenti lungo le quali è possibile scomporre il moto della nuvola atomica. Un autovettore sarà diretto come l'asse  $z$ , mentre gli altri due giaceranno nel piano  $(x, y)$ . Si indichino le frequenze corrispondenti con:  $(\nu_1, \nu_2, \nu_z)$ . Per determinare sperimentalmente queste frequenze sono state utilizzate tre tecniche diverse.

### Frequenza verticale: $\nu_z$

Per determinare la frequenza di trappola verticale si procede nel modo seguente. Si carica la trappola ottica incrociata alla potenza di 1.3 W e si aspettano 50 ms per la termalizzazione<sup>3</sup>. A questo punto si perturba la nuvola atomica. La potenza del laser viene abbassata improvvisamente a 1 W, mantenuta tale per 1 ms e poi rialzata al valore di partenza. Data la presenza della gravità, non trascurabile a questo valore di potenza, è come se si lasciasse cadere la nuvola per 1 ms e poi la si riprendesse. Dopo aver rialzato la potenza si aspetta un intervallo di tempo  $\Delta t$  e si misura la posizione verticale del centro di massa atomico al variare di questo intervallo. La misura viene effettuata spegnendo la trappola, rilasciando la nuvola e scattando una fotografia in assorbimento dopo un tempo di volo di 25 ms. Come si vede

<sup>3</sup>In tutta la trattazione ci si riferisce sempre alla potenza del fascio d'andata, misurata con una testa di misura termica dopo la seconda finestra attraversata della cella di MOT.



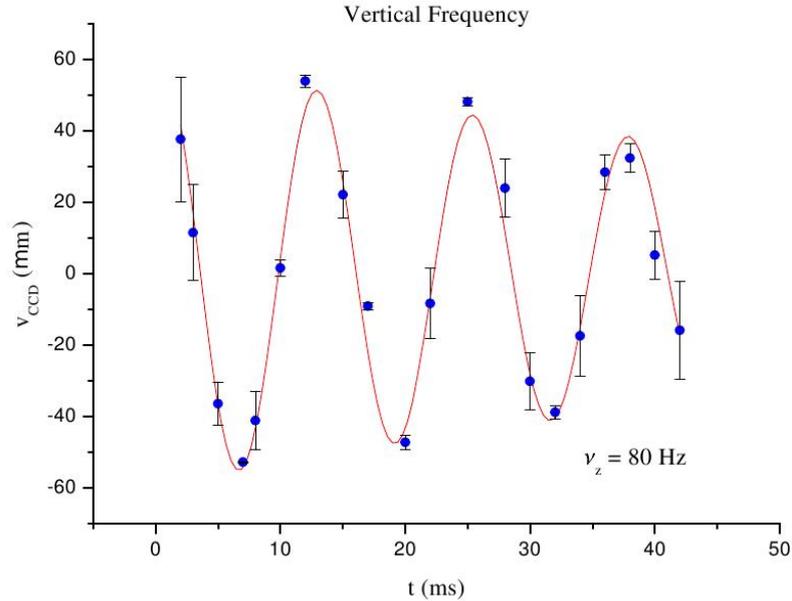
**Figura 3.15:** Schema della trappola ottica incrociata (FORT). Il fascio di ritorno è inclinato di  $45^\circ$  nel piano  $(x, y)$  rispetto al fascio d'andata. La direzione di imaging è perpendicolare al fascio di ritorno. Le direzioni  $\hat{1}$  e  $\hat{2}$ , ruotate leggermente rispetto a  $(x, y)$ , sono quelle individuate dagli autovettori del sistema.

in Figura 3.16, ciò che si osserva è un moto armonico smorzato<sup>4</sup>. Ciascun punto deriva da una media su due misure e l'errore è lo scarto massimo dalla media. La traiettoria è stata fittata con una sinusoide smorzata e i valori di frequenza e tempo di smorzamento ricavati sono:  $\nu_z = (80 \pm 0.5)$  Hz e  $\tau = (86 \pm 4)$  ms. Si noti che nella misura effettuata potrebbe sembrare che l'ampiezza massima superi le dimensioni del waist del fascio d'andata. In realtà questa è una misura eseguita dopo un tempo di volo  $t_{\text{tof}} = 25$  ms e l'ampiezza dell'oscillazione in volo è legata all'ampiezza dell'oscillazione in trappola dalla relazione  $A_{\text{tof}} = A\sqrt{1 + (\omega_z t_{\text{tof}})^2}$  in cui  $\omega_z = 2\pi\nu_z$ . Prendendo  $A_{\text{tof}} \simeq 50 \mu\text{m}$  si ottiene un'ampiezza d'oscillazione in trappola  $A \simeq 4 \mu\text{m}$ , dieci volte più piccola della dimensione del waist del fascio d'andata.

### Frequenza lungo la direzione ( $\hat{1}$ ): $\nu_1$

Data la geometria della trappola non è semplice eccitare direttamente le frequenze corrispondenti al moto nel piano  $(x, y)$ . Il fascio di ritorno possiede

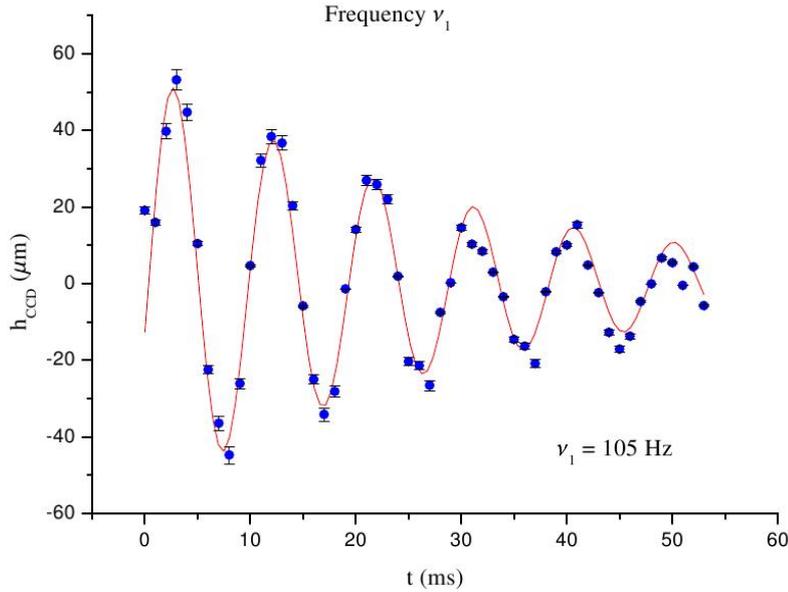
<sup>4</sup>Lo smorzamento dell'oscillazione può essere dovuto a un effetto di anarmonicità del potenziale di trappola, che è caratterizzato da oscillazioni isocrone soltanto per ampiezze di oscillazione piccole (come in un pendolo).



**Figura 3.16:** Moto armonico smorzato lungo la direzione verticale. I punti rappresentano i valori misurati mentre la linea rossa è il fit ottenuto con una sinusoide smorzata. Dal fit si ricavano:  $\nu_z = (80 \pm 0.5) \text{ Hz}$  e un tempo di smorzamento  $\tau = (86 \pm 4) \text{ ms}$

però un waist più grande di un fattore  $5/4$  del fascio d'andata ed è inclinato a  $45^\circ$  nel piano  $(x, y)$  (vedi Figura 3.15). È dunque possibile ipotizzare che la direzione individuata dal modo normale  $\nu_1$  sia simile alla direzione  $y$ . Questa ipotesi è stata confermata anche dalle simulazioni numeriche attraverso le quali si è calcolato un angolo compreso tra le direzioni 1 e  $y$  di circa  $10^\circ$ . Si è quindi deciso di eccitare il sistema lungo  $y$  e studiarne la dinamica. Per effettuare la misura si carica la nuvola nella trappola alla potenza di  $1.3 \text{ W}$  e si aspettano  $50 \text{ ms}$ . Si eccita il sistema disallineando leggermente il puntamento laser iniziale e si esegue una misura al variare del tempo della posizione del centro di massa della nuvola, osservato nel sistema di riferimento della CCD. Per disallineare orizzontalmente il fascio d'andata è stato utilizzato il piezoelettrico montato sullo specchio posto prima della cella di MOT, Figura 3.12. Dando un impulso di  $0.2 \text{ V}$  (corrispondente a  $15 \text{ V}$  sul piezo-controller) per  $5 \text{ ms}$ , si sposta il fascio d'andata di  $18 \mu\text{m}$ . Ciò che si osserva sulla CCD è un moto armonico smorzato lungo la direzione orizzontale. Qui la parola “orizzontale” si riferisce al piano della telecamera la cui normale è perpendicolare al fascio di ritorno, Figura 3.15. L'angolo di osservazione influisce sulla misura dell'ampiezza reale dell'oscillazione, ma non sulla misura di frequen-

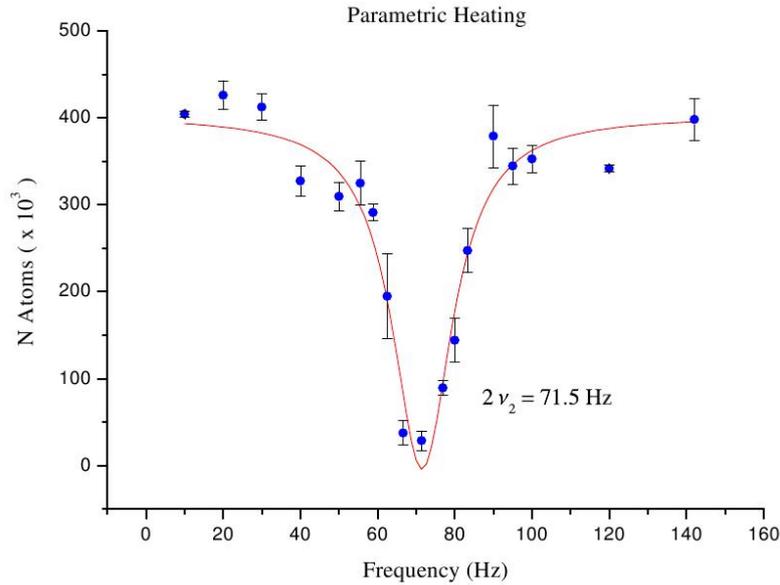
za. In Figura 3.17 si riporta il grafico della misura eseguita. Come funzione di fit è stata scelta una sinusoide smorzata e i valori di frequenza e tempo di smorzamento sono rispettivamente  $\nu_1 = (105 \pm 0.5)$  Hz e  $\tau = (31 \pm 3.5)$  ms.



**Figura 3.17:** Moto armonico smorzato lungo la direzione orizzontale della CCD. I punti rappresentano i valori misurati mentre la linea rossa è il fit ottenuto con una sinusoide smorzata. Dal fit si ricavano:  $\nu_1 = (105 \pm 0.5)$  Hz e un tempo di smorzamento  $\tau = (31 \pm 3.5)$  ms.

### Frequenza lungo la direzione $\hat{2}$ : $\nu_2$

Per misurare l'ultima frequenza normale del sistema è stata utilizzata la tecnica del riscaldamento parametrico [45], [46]. Questa tecnica consiste nel variare in modo periodico i parametri che caratterizzano il sistema oscillante, in particolare la frequenza. Considerando un modello classico e unidimensionale di oscillatore armonico si dimostra [47] che modulando in modo periodico la frequenza naturale del sistema, appare una risonanza alla frequenza di modulazione  $f = 2\nu_0$  dove  $\nu_0$  è la frequenza naturale. Nel caso di interesse, la frequenza naturale del sistema viene cambiata periodicamente attraverso una modulazione dell'intensità del fascio laser che genera la trappola incrociata. La risonanza si manifesta sottoforma di riscaldamento e ciò che si osserva è una diminuzione nel numero d'atomi intrappolati. Visto che un moto armonico in tre dimensioni può essere scomposto in 3 moti armonici lungo le

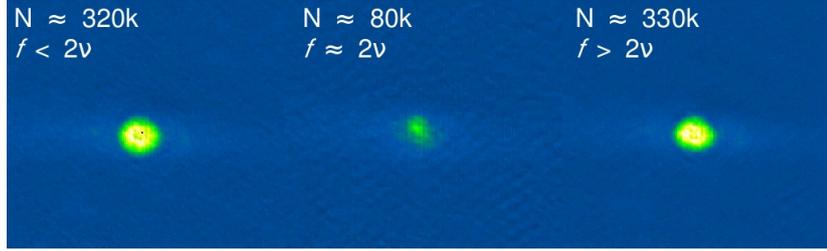


**Figura 3.18:** Riscaldamento parametrico della nuvola atomica. Modulando a frequenza  $f$  l'intensità del fascio laser d'intrappolamento si osserva una diminuzione nel numero d'atomi intrappolati centrata alla frequenza  $f = 2\nu_2 = (71.5 \pm 0.6) \text{ Hz}$ . I punti sono i valori di  $N$  misurati mentre la linea rossa corrisponde ad un fit Lorentziano.

direzioni normali del sistema, attraverso questa tecnica è possibile determinare tutte le frequenze in gioco. Questo è infatti il modo tipico di procedere per determinare le frequenze di trappola [48]. Nel nostro caso però, è stata osservata una sola risonanza, identificata con la frequenza  $\nu_2$ .

In Figura 3.18 si mostra il grafico dell'andamento del numero d'atomi intrappolati in funzione della frequenza di modulazione. La misura è stata eseguita nel modo seguente: si carica la trappola incrociata alla potenza di 1.3 W, si aspettano 50 ms e si modula l'intensità<sup>5</sup> del fascio laser per 1 secondo. In questo intervallo di tempo l'andamento della potenza della radiazione è  $P(t) = P_0 + \epsilon \sin(2\pi ft)$ . L'ampiezza di modulazione  $\epsilon$  è l'1% della potenza  $P_0 = 1.3 \text{ W}$  e la misura viene eseguita al variare della frequenza  $f$ . Dopodiché si aspettano 50 ms per la termalizzazione e si fa imaging in assorbimento

<sup>5</sup>Il comando è dato da computer e inviato al PID che gestisce l'aggancio in potenza del fascio a 1064 nm. Esso costituisce il segnale di riferimento a cui la potenza si aggancia. Dunque quando si vuole modulare l'intensità bisogna stare attenti che la frequenza di modulazione sia contenuta nella banda del PID (alcuni kHz nel nostro caso). In caso contrario il circuito d'aggancio non riesce a seguire le variazioni del segnale di riferimento e bisogna utilizzare un PID più veloce.



**Figura 3.19:** Riscaldamento parametrico. Immagini in assorbimento della nuvola atomica dopo un tempo di volo di 27 ms. L'ampiezza di modulazione è di  $0.5\%P_0$ . Il numero d'atomi diminuisce quando la frequenza di modulazione è  $f \simeq 2\nu_2$ .

dopo un tempo di volo di 27 ms (vedi Figura 3.19). Ciò che si osserva è una diminuzione del numero d'atomi confinati nella trappola incrociata quando la frequenza di modulazione è prossima a  $f = 2\nu_2 = 71.5 \pm 0.6$  Hz, ottenuta da un fit Lorentziano dei dati sperimentali mostrati in Figura 3.18. Ne consegue che la frequenza di trappola è  $\nu_2 = 35.7 \pm 0.3$  Hz.

### Profondità di trappola

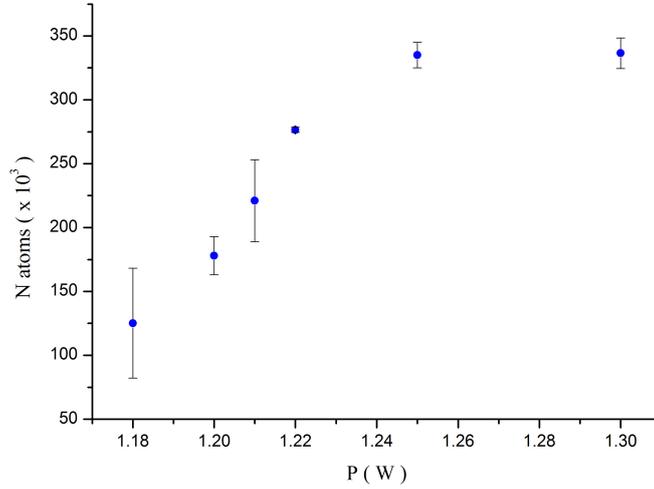
La profondità della trappola è difficile da determinare sperimentalmente, ma è comunque possibile darne una stima a partire dalle simulazioni numeriche. Considerando i seguenti parametri per la simulazione

- potenza fascio d'andata:  $P_{and} = 1.3$  W
- potenza fascio di ritorno:  $P_{rit} = 1.2$  W
- waist fascio d'andata:  $w_0 = 43 \mu\text{m}$
- waist fascio di ritorno:  $w_0 = 54 \mu\text{m}$
- angolo d'intersezione:  $\theta = 45^\circ$

si ottiene una profondità di trappola di  $9 \mu\text{K}$ .

È interessante anche vedere fino a che punto è possibile abbassare la potenza della radiazione prima di perdere atomi a causa della gravità. In Figura 3.20 si riporta il grafico del numero d'atomi intrappolati in funzione della potenza del fascio d'andata della trappola.

Dal grafico si osserva che gli atomi rimangono confinati nella trappola fino a quando la potenza nel fascio laser d'andata raggiunge il valore di 1.18 W.



**Figura 3.20:** Numero d'atomi intrappolati in funzione della potenza del fascio laser d'andata.

A questo valore, il gradiente di potenziale dovuto alla forza di gravità, diventa maggiore della derivata massima del potenziale ottico di dipolo e non si ha più la formazione di un minimo di potenziale in direzione  $z$  (si veda il primo grafico di Figura 3.21).

In conclusione, i parametri che caratterizzano la trappola sono:

- potenza fascio d'andata:  $P_0 = (1.3 \pm 0.01)$  W,
- $\nu_1 = (105 \pm 0.5)$  Hz,
- $\nu_2 = (35.7 \pm 0.3)$  Hz,
- $\nu_z = (80 \pm 0.5)$  Hz,
- profondità di trappola =  $9 \mu\text{K}$ .

### Confronto con le simulazioni numeriche

È interessante confrontare i valori misurati delle frequenze di trappola con quelli predetti dalle simulazioni numeriche. Includendo la gravità e considerando i seguenti parametri per la trappola ottica:

- potenza fascio d'andata:  $P_{and} = 1.3$  W,

### 3. TRAPPOLE OTTICHE MOLTO FUORI RISONANZA

---

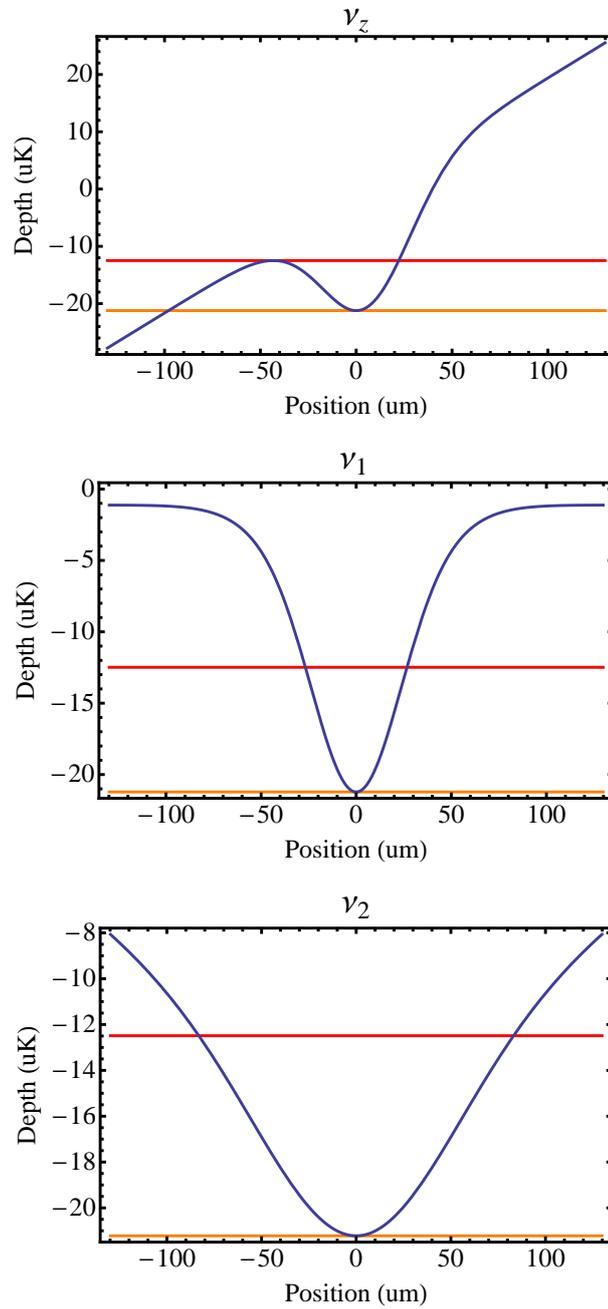
- potenza fascio di ritorno:  $P_{rit} = 1.2 \text{ W}$ ,
- waist fascio d'andata:  $w_0 = 43 \mu\text{m}$ ,
- waist fascio di ritorno:  $w_0 = 54 \mu\text{m}$ ,
- angolo d'intersezione:  $\theta = 45^\circ$ ,

si ottengono delle frequenze di trappola completamente in disaccordo con i valori misurati sperimentalmente. Infatti si calcolano:

- $\nu_1 = 200 \text{ Hz}$ ,
- $\nu_2 = 71 \text{ Hz}$ ,
- $\nu_z = 206 \text{ Hz}$ .

In Figura 3.21 si riportano i grafici del potenziale di trappola sezionato lungo le direzioni individuate dagli autovettori del sistema.

Il motivo della discrepanza è da ricercarsi nella non gaussianità del fascio laser d'andata. Vi sono infatti almeno due elementi ottici sul percorso del fascio laser d'andata che introducono aberrazioni e rendono non Gaussiano il fascio. Il primo di questi è la seconda lente posta dopo la fibra ottica (vedi Figura 3.12). Essa introduce un'aberrazione sferica poiché le dimensioni del fascio all'ingresso sono confrontabili con il diametro della lente. Il secondo elemento è il cubo polarizzatore posto prima della cella di MOT. Il fascio vi entra focalizzato (grazie alla lente posta sul traslatore) e a causa dello spessore del cubo e del fenomeno della rifrazione, raggi che incidono sulla faccia d'ingresso con angoli molto diversi, vengono focalizzati su piani diversi lungo la direzione di propagazione causando aberrazione sferica.



**Figura 3.21:** Simulazione numerica del potenziale di trappola. Ciascun grafico si riferisce alla sezione lungo la direzione individuata da un autovettore del sistema. Si noti la presenza del potenziale gravitazionale lungo la direzione  $z$ .

# Capitolo 4

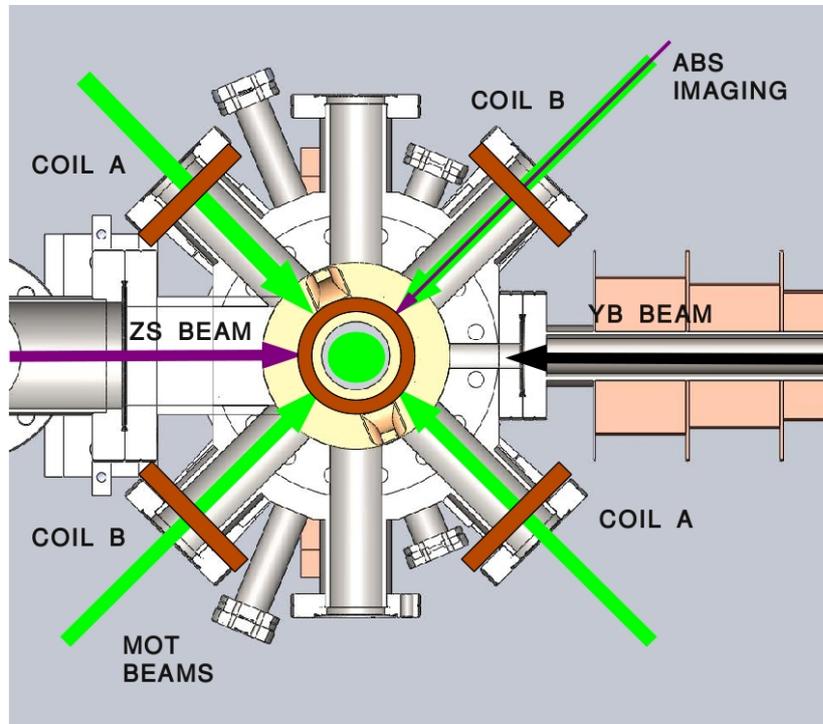
## Caricamento della nuvola atomica nelle trappole ottiche

In questo capitolo viene descritta la procedura sperimentale attuata per trasferire gli atomi di  $^{174}\text{Yb}$  dalla MOT alle trappole dipolari. In Sezione 4.1 si descrive il caricamento della trappola ottica generata nella cavità Fabry-Perot montata all'interno della cella di MOT. Nella Sezione 4.2 si passa alla prima fase di raffreddamento evaporativo effettuato nel risonatore. Oltre a descriverne la procedura sperimentale vengono date alcune basi teoriche del processo di evaporazione. Infine, in Sezione 4.3 si descrivono l'allineamento della trappola ottica incrociata e il caricamento della stessa a partire dalla cavità Fabry-Perot.

### 4.1 Trasferimento della nuvola atomica dalla MOT al risonatore

Il primo passo verso la realizzazione di un condensato consiste nel trasferire in modo efficiente gli atomi caricati nella MOT alla cavità Fabry-Perot. Innanzitutto bisogna far coincidere la posizione del centro di massa della nuvola con la posizione del waist del risonatore, in cui l'intensità della radiazione e quindi la profondità del potenziale di dipolo è massima. Per fare ciò si utilizzano tre coppie di bobine,  $ABC$  in Figura 4.1, avvolte attorno alle finestre della cella di MOT attraversate dalle tre coppie di fasci laser a 556 nm. Ciascuna coppia di bobine genera un campo magnetico approssimativamente uniforme, diretto lungo il proprio asse e visto che si dispone di tre direzioni perpendicolari (quelle dei fasci di MOT) è possibile generare al centro della cella un campo magnetico costante avente una direzione qualsiasi. Quest'*offset* di campo magnetico si somma al campo prodotto dalle bobine di

MOT, spostandone lo zero. Dalla formula (1.58) del Capitolo 1 si sa che gli atomi in una MOT eseguono un moto armonico smorzato attorno allo zero di campo magnetico e dunque, aggiungendo un offset, si modifica il punto attorno al quale gli atomi compiono oscillazioni smorzate. Con le bobine di compensazione è dunque possibile spostare la nuvola atomica lungo le tre direzioni dei fasci di MOT. La corrente circolante nelle bobine *ABC* viene scelta in modo tale da massimizzare il trasferimento alla trappola realizzata nella cavità Fabry-Perot.



**Figura 4.1:** Bobine ABC. L'asse della coppia di bobine C è parallelo alla direzione verticale e in figura è rappresentata solo la bobina che si vede dall'alto, l'altra è posizionata sotto la cella di MOT.

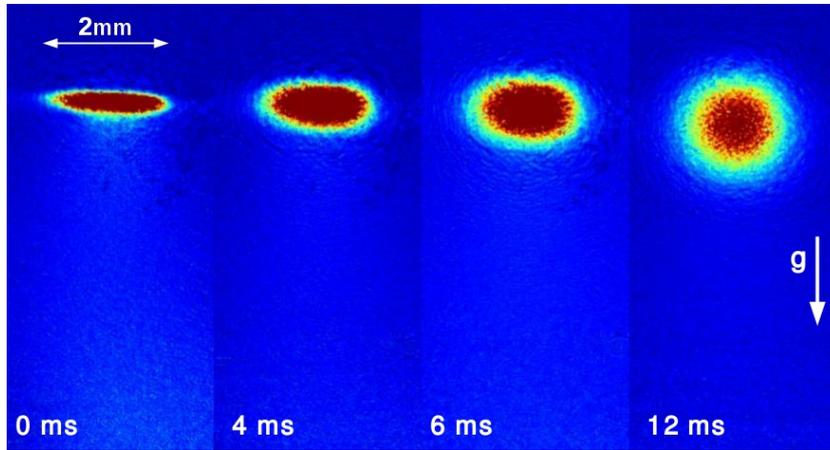
Il risonatore viene caricato a partire dalla MOT a singola frequenza (vedi Sezione 2.3) dopo che, aumentando il gradiente di MOT da 7.8 Gauss/cm a 8 Gauss/cm, è stata eseguita una debole compressione per diminuire il volume della nuvola, poco più grande del volume di cattura della cavità. La compressione avviene in 20 ms e contemporaneamente si accendono le bobine *ABC* con i seguenti valori di corrente:  $(0.35A, 0.1A, -0.35A)$ . Dopodiché

si alza la potenza<sup>1</sup> del risonatore al valore 1.4 W (corrispondente ad una profondità di trappola di 1.25 mK) con una rampa esponenziale di durata  $T = 300$  ms e una costante di tempo  $\tau = 150$  ms la cui espressione è:

$$P(t) = P_0 - \frac{P_f - P_0}{e^{-T/\tau} - 1} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (4.1)$$

in cui  $P_0 = 200 \mu\text{W}$  e  $P_f = 1.4$  W sono rispettivamente i valori di potenza<sup>2</sup> di inizio e fine rampa che vengono impostati da PC così come  $\tau$  e  $T$ .

Terminata la rampa di accensione vengono spenti: bobine di MOT, fasci laser a 556 nm e bobine  $ABC$ . Facendo imaging in assorbimento dopo aver rilasciato la nuvola dalla cavità si stima un numero d'atomi caricati  $N \approx 6.5 \cdot 10^8$  corrispondente ad un'efficienza di trasferimento di circa il 33%. La temperatura misurata con la tecnica del tempo di volo è di  $T = (83 \pm 0.8) \mu\text{K}$ , come si mostra in Figura 4.3. In Figura 4.2 si mostra la sequenza di immagini in assorbimento prese a tempi di volo differenti (0-12 ms). Per eseguire il fit della temperatura si considera solo la dimensione della nuvola lungo la direzione verticale del risonatore. Questa infatti, coincide con la direzione verticale nel sistema di riferimento della CCD e non è influenzata dall'angolo di osservazione.

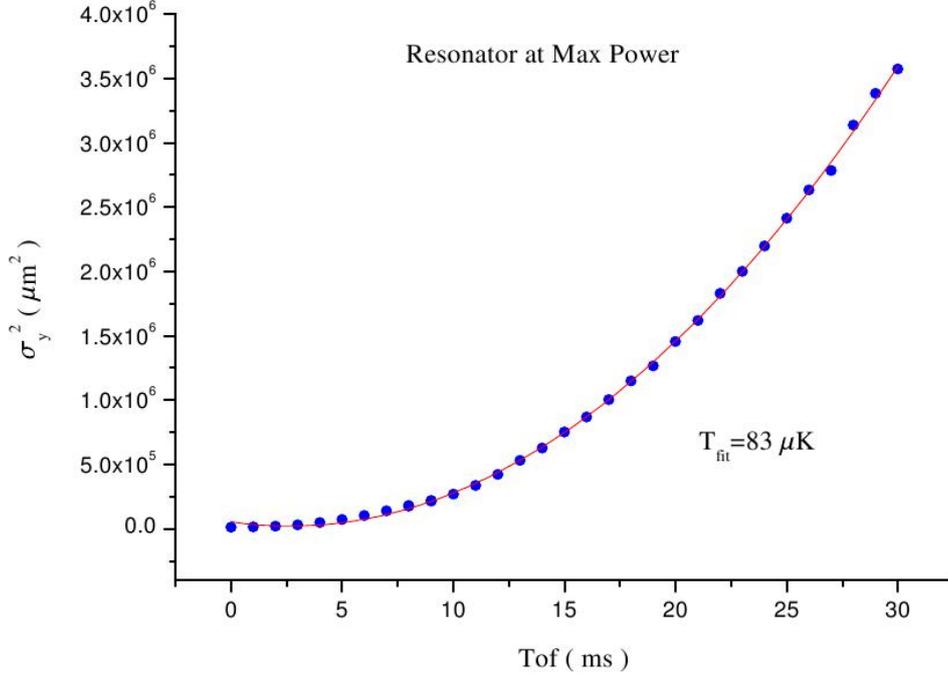


**Figura 4.2:** Immagini in assorbimento della nuvola rilasciata dalla cavità.

Per stimare la densità della nuvola caricata nel risonatore bisogna tenere conto dell'angolo di osservazione. Come si vede in Figura 4.4, il fascio di ima-

<sup>1</sup>Misurata in trasmissione dalla cavità con una testa di misura termica.

<sup>2</sup>In realtà, da computer si imposta un valore di voltaggio che, a causa della presenza del convertitore logaritmico, è proporzionale al logaritmo della potenza del fascio laser.



**Figura 4.3:** Fit parabolico dell’espansione balistica degli atomi durante la caduta. La funzione di fit è  $\sigma_y^2(t) = \sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2$  in cui  $\sigma_y$  è la dimensione verticale della nuvola.

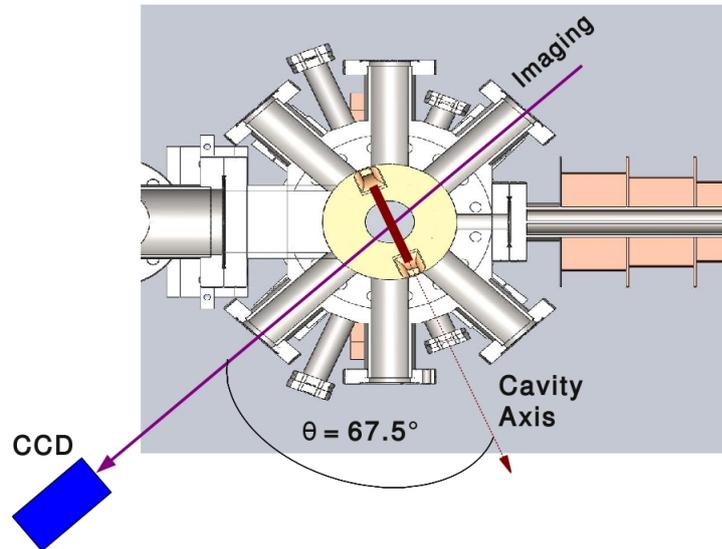
ging è inclinato di  $67.5^\circ$  rispetto all’asse del risonatore. Questo significa che la dimensione orizzontale della nuvola, vista nel sistema di riferimento della CCD, è più piccola di un fattore  $\cos(22.5^\circ)$ . La dimensione orizzontale della nuvola in trappola vista dalla CCD è  $\sigma_x^{CCD} \simeq 565 \mu\text{m}$ , dunque la dimensione reale lungo l’asse del risonatore è

$$\sigma_{axis} = \frac{565}{\cos(22.5^\circ)} \mu\text{m} \simeq 612 \mu\text{m}. \quad (4.2)$$

La dimensione verticale non necessita di correzioni e vale  $\sigma_y \simeq 112 \mu\text{m}$ . Supponendo, per simmetria, che questa coincida anche con la direzione trasversale rispetto all’asse del risonatore si stima come valore di densità in trappola

$$n \simeq \frac{N}{8\sigma_y^2\sigma_{axis}} \simeq 7 \cdot 10^{12} \text{ atomi/cm}^3 \quad (4.3)$$

In realtà la densità locale è modulata a causa della presenza del reticolo che



**Figura 4.4:** Schema di imaging della nuvola intrappolata nel risonatore. L'asse del risonatore è inclinata di  $67^\circ$  rispetto alla direzione del fascio di imaging.

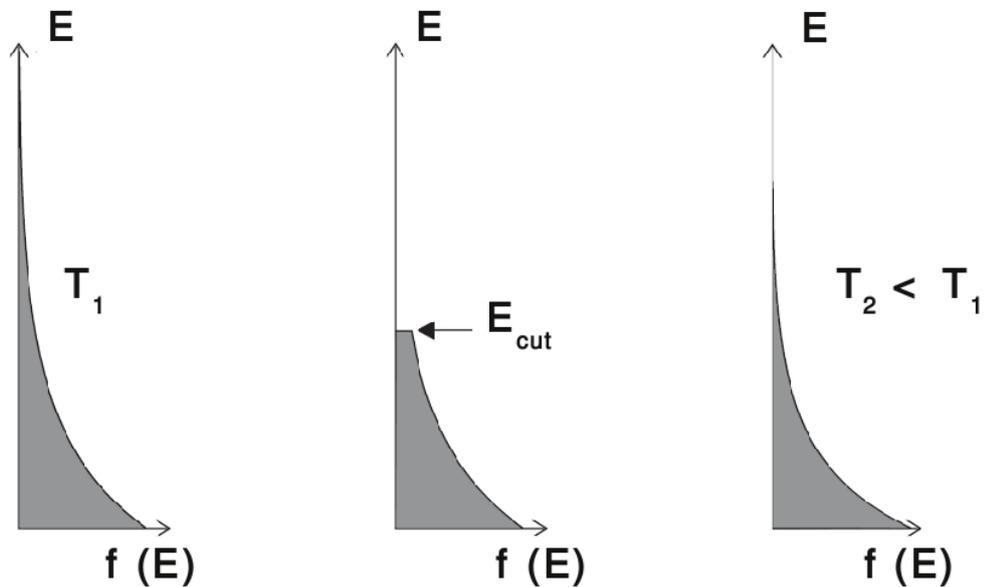
fa sì che gli atomi si sparpaglino nelle varie buche di potenziale. Dato che il passo del reticolo è  $\lambda/2 = 532 \text{ nm}$  in cui  $\lambda$  è la lunghezza d'onda della radiazione iniettata, la nuvola atomica occupa circa 1200 siti reticolari.

Dopo il caricamento nel risonatore avviene il primo processo di raffreddamento evaporativo le cui basi vengono date nella sezione successiva.

### Raffreddamento evaporativo

Nello stesso modo in cui una tazza di tè perde calore a causa del vapore che porta via con sé energia termica, una nuvola atomica confinata in una trappola si raffredda, se gli atomi più caldi vengono lasciati scappare. Il raffreddamento evaporativo si esegue rimuovendo in modo continuo dalla trappola la coda ad alta energia della distribuzione termica [51]. Ciascun atomo che lascia la trappola porta via con sé una quantità di energia superiore all'energia media per atomo della distribuzione iniziale, il che significa che la temperatura degli atomi rimanenti decresce. La coda ad alta energia deve costantemente essere ripopolata tramite le collisioni in modo tale da mantenere l'equilibrio termico e sostenere il processo di raffreddamento. Un semplice modello utile per cogliere l'essenza del fenomeno considera l'evaporazione come una successione di passi discreti. Come mostrato in Figura

4.5, all'inizio gli atomi possiedono una distribuzione energetica di Boltzmann  $N(E) = N_0 \exp(-E/k_B T_1)$  caratteristica della temperatura  $T_1$ . A questo punto si lasciano scappare tutti gli atomi caratterizzati da un'energia maggiore di un certo valore di soglia  $E > E_{cut}$ , dove  $E_{cut} = \eta k_B T$  con  $\eta > 1$  parametro di taglio. Questa distribuzione troncata ha un'energia per particella inferiore al valore che aveva prima del taglio, dunque, dopo che le collisioni hanno ristabilito l'equilibrio termico, la nuova distribuzione esponenziale è caratterizzata da una temperatura  $T_2 < T_1$ , [53]. Il passo successivo rimuove



**Figura 4.5:** Evoluzione della distribuzione d'energia durante il raffreddamento evaporativo. La figura di sinistra mostra la distribuzione prima del taglio. Quella centrale mostra la distribuzione appena dopo il taglio, quando gli atomi più caldi hanno lasciato la trappola. La figura di destra illustra la situazione a tempi successivi quando si è ristabilito l'equilibrio termodinamico ad una temperatura più bassa-

gli atomi aventi energia maggiore di  $\eta k_B T_2$  (un taglio ad un valore inferiore del precedente) per consentire ulteriore raffreddamento e così via. Se i passi sono molto piccoli, questo semplice modello fornisce un'approssimazione ragionevole di ciò che accade in un esperimento reale, dove l'evaporazione avviene in modo continuo, senza fermarsi per aspettare la ritermalizzazione. Durante l'evaporazione in una trappola armonica la densità cresce perché gli atomi, raffreddandosi, tendono a dirigersi verso il minimo del potenziale.

Forzando questo processo è possibile diminuire la temperatura ed aumentare la densità atomica in modo tale che la densità nello spazio delle fasi cresca, fino al punto in cui la statistica quantistica diviene importante. Nel caso del nostro esperimento la situazione è più sottile perché per eseguire l'evaporazione viene abbassata la potenza dei fasci laser che generano la trappola ottica. Essa, oltre a determinare l'altezza delle pareti del potenziale, determina anche le frequenze normali del sistema (come visto in Sezione 3.1) che dunque decrescono durante il processo di evaporazione, limitando l'aumento della densità. Tuttavia questo è un effetto relativamente piccolo e l'aumento della densità nello spazio delle fasi descritto dal modello appena introdotto continua a valere anche nel caso di una trappola ottica.

## 4.2 Raffreddamento evaporativo nella cavità Fabry-Perot

Per preparare il caricamento della trappola ottica incrociata si esegue prima una fase di evaporazione all'interno del risonatore. Dopo aver caricato la nuvola nel risonatore al valore di potenza di 1.4 W si attendono 50 ms per la termalizzazione e si esegue una prima rampa di evaporazione. La potenza viene abbassata al valore di 365 mW (profondità di trappola 260  $\mu\text{K}$ ) con una rampa esponenziale di durata  $T = 1.5\text{ s}$  e costante di tempo  $\tau = 0.6\text{ s}$ . Terminata questa rampa se ne esegue subito un'altra fino al valore di potenza di 128 mW (profondità di trappola 50  $\mu\text{K}$ ) avente una durata di  $T = 4\text{ s}$  e una costante di tempo  $\tau = 3\text{ s}$ .

Alla fine dell'evaporazione si rimane con  $N_{atoms} \approx 1.1 \cdot 10^8$  alla temperatura di  $T_{\text{fit}} = (307 \pm 7)\text{ nK}$ . Le dimensioni della nuvola in trappola viste nel sistema di riferimento della CCD sono:  $\sigma_y \simeq 30\ \mu\text{m}$  e  $\sigma_x^{CCD} \simeq 460\ \mu\text{m}$ . Quest'ultima corrisponde ad una dimensione reale lungo l'asse del risonatore di  $\sigma_{axis} \simeq 500\ \mu\text{m}$ . A partire da questi dati si stima una densità media pari a  $n \simeq 3.8 \cdot 10^{13}\text{ atomi/cm}^3$ . La densità nello spazio delle fasi in seguito a questa prima evaporazione risulta essere  $\text{PSD}_{evap} \simeq 0.5$ . Si osserva dunque che la PSD è cresciuta, in seguito all'evaporazione, di un fattore  $\alpha$

$$\alpha = \frac{\text{PSD}_{evap}}{\text{PSD}_{\text{MOT}}} \simeq 7.5 \cdot 10^4. \quad (4.4)$$

Il processo di evaporazione risulta essere estremamente efficiente nell'aumentare la densità nello spazio delle fasi. A causa della presenza del reticolo però, gli atomi non stanno tutti nella stessa buca di potenziale e non è possibile raggiungere densità tali da realizzare la condizione di degenerazione

quantistica direttamente nel risonatore. Per questo motivo diviene necessario il trasferimento della nuvola atomica alla seconda trappola dipolare, la trappola ottica incrociata.

### 4.3 Trasferimento della nuvola atomica dalla cavità alla trappola ottica incrociata

Il trasferimento della nuvola atomica dal risonatore alla trappola ottica incrociata prevede che i fasci d'andata e di ritorno si sovrappongano proprio nel centro della cavità, dove viene confinato il maggior numero di atomi.

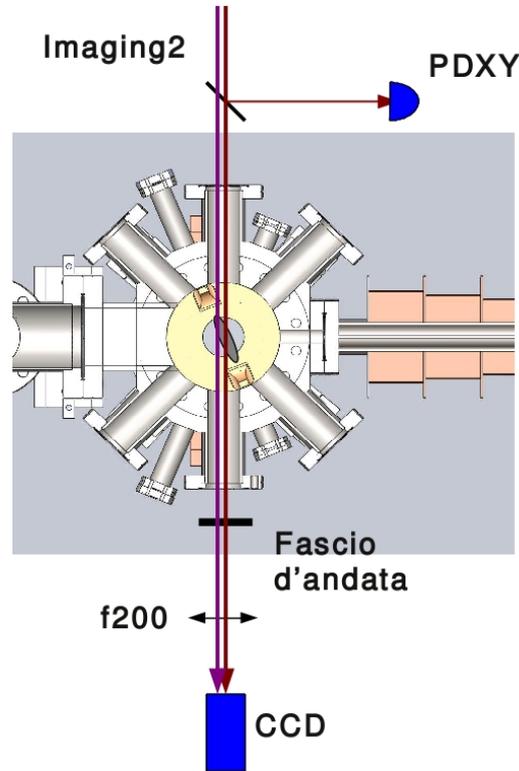
L'allineamento dei fasci laser che formano la trappola avviene in due passi. Prima si blocca il fascio di ritorno e si allinea solo il fascio d'andata, facendo in modo che focalizzi proprio nel centro della nuvola intrappolata nel risonatore. Per fare ciò si sfrutta un sistema di imaging ausiliario basato su un fascio laser a 399 nm che si propaga proprio lungo la direzione del fascio d'andata della trappola. In un secondo momento viene allineato il fascio di ritorno, in modo tale da sovrapporsi al fascio d'andata nel punto in cui sono confinati gli atomi. Una volta posizionati i fasci laser in modo corretto si procede a trasferire la nuvola dal risonatore alla FORT.

#### Allineamento della trappola ottica incrociata: fascio di andata

Per sovrapporre il fascio laser d'andata alla nuvola intrappolata nel risonatore viene sfruttato un sistema di imaging ausiliario basato su un fascio laser a 399 nm che si propaga lungo la stessa direzione del fascio laser a 1064 nm, vedi Figura 4.6. La CCD viene posizionata all'altezza della cella di MOT e una lente con focale da 200 mm proietta l'ombra della nuvola atomica sul piano della telecamera con un ingrandimento<sup>3</sup> pari a  $M \simeq 1.585$ . A questo punto si esegue un ciclo sperimentale in cui viene scattata un'immagine della nuvola atomica intrappolata nel risonatore con il nuovo sistema di imaging. Dall'immagine in assorbimento si ricavano le coordinate del centro di massa della nuvola sul piano della telecamera.

Ora l'obiettivo consiste nel far coincidere la posizione dello spot del fascio laser d'andata sulla telecamera, con la posizione del centro di massa della nuvola appena misurata. Mettendo la CCD in modalità di acquisizione *live* è possibile seguire in tempo reale gli spostamenti dello spot del laser. Utilizzando lo specchio dotato di piezoelettrico (vedi Figura 3.12) si perfeziona il puntamento del fascio laser.

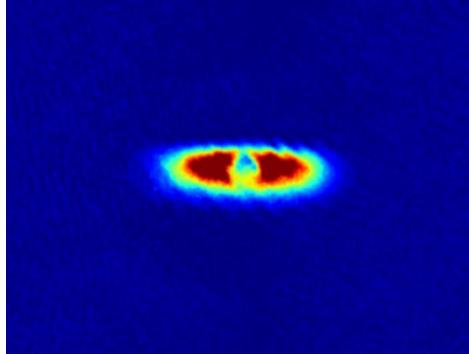
<sup>3</sup>L'ingrandimento è stato misurato lasciando cadere gli atomi in tempo di volo e facendo un fit della loro posizione verticale  $z(t)$  con la legge di caduta dei gravi  $z(t) = 1/2 g t^2$ .



**Figura 4.6:** Schema del sistema di imaging ausiliario. Un fascio laser a 399 nm viene fatto propagare lungo la stessa direzione del fascio d'andata della trappola ottica. La lente con focale da 200 mm è focalizza l'ombra della nuvola atomica sul piano della telecamera con ingrandimento pari a circa  $M \simeq 1.6$ .

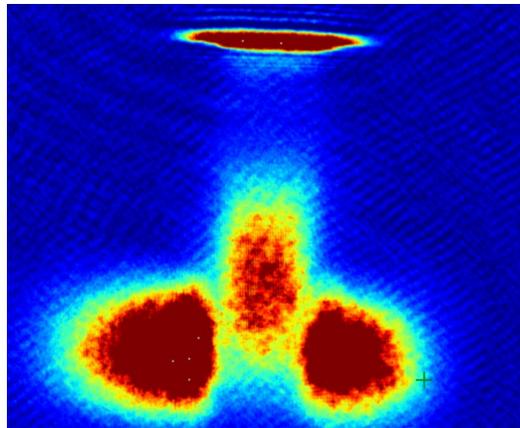
Per verificare la bontà dell'allineamento si scatta un'immagine in assorbimento della nuvola atomica con il fascio laser d'andata acceso a bassa potenza in modo tale da non danneggiare la CCD. Il risultato che si ottiene è mostrato in Figura 4.7. Visto che ciò che si osserva sulla CCD è l'ombra proiettata dalla nuvola atomica causata dall'assorbimento della radiazione a 399 nm, lo spot del laser a 1064 nm, che incide sulla telecamera e non viene assorbito, appare come un buco nella nuvola.

A questo punto si ritorna al sistema di imaging principale e si muove la lente posizionata sul traslatore a cuscinio d'aria per massimizzare il numero d'atomi catturati nel solo fascio d'andata. Tipicamente si intrappola un numero d'atomi  $N_{atoms} \simeq 6.5 \cdot 10^6$ . In Figura 4.8 si mostra un'immagine degli atomi catturati nel solo fascio d'andata mantenuto al valore costante di potenza di 1.9 W. Dopo aver acceso il fascio, il risonatore viene spento e se si attendono  $\sim 10$  ms è possibile osservare gli atomi non catturati cadere sotto

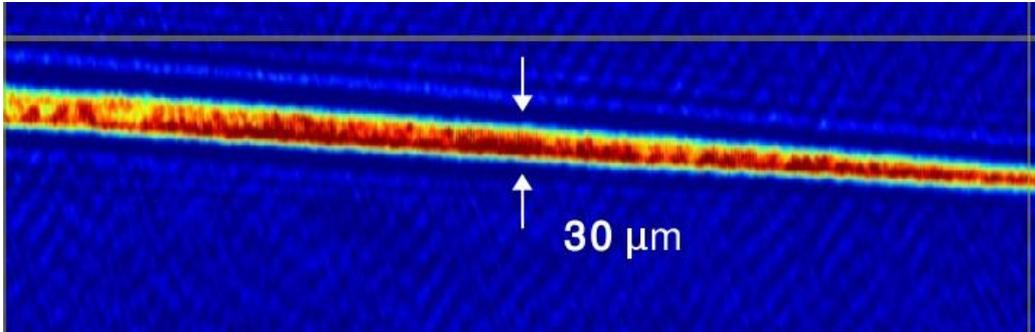


**Figura 4.7:** Allineamento del fascio laser d'andata della trappola ottica incrociata. Immagine in assorbimento della nuvola atomica confinata nel risonatore, presa con il sistema di imaging ausiliario. Lo spot del fascio laser a 1064 nm appare come un buco nella nuvola.

effetto della gravità. Aspettando un tempo più lungo ( $\sim 50$  ms) la nuvola si distende nel solo fascio d'andata lungo la direzione di minor confinamento assumendo la tipica forma a sigaro, Figura 4.9.



**Figura 4.8:** Frazione di atomi catturati nel solo fascio d'andata a partire dalla nuvola confinata nel risonatore. La potenza del fascio laser è mantenuta al valore costante di 1.9 W. Gli atomi nel risonatore non catturati, cadono per effetto della gravità.



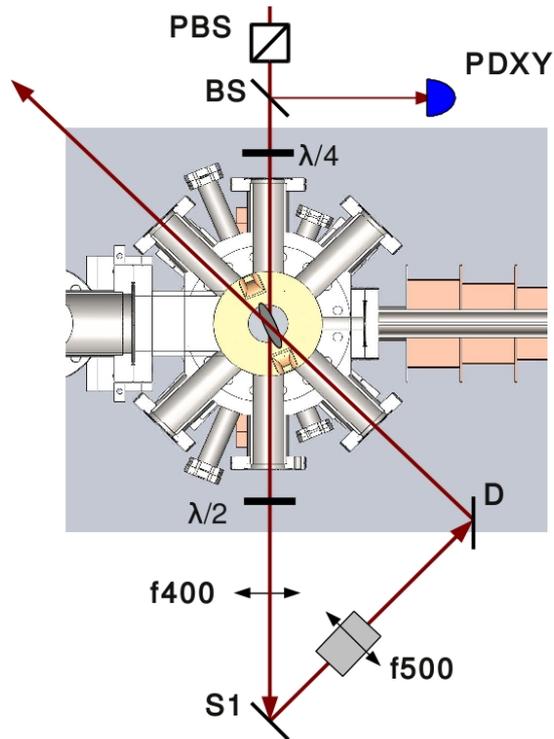
**Figura 4.9:** Immagine in assorbimento della nuvola intrappolata nel solo fascio d'andata mantenuto alla potenza costante di 1.9 W. Dopo circa 50 ms gli atomi si distendono lungo la direzione di minor confinamento assumendo la forma a sigaro.

#### Allineamento della trappola ottica incrociata: fascio di ritorno

Una volta allineato il fascio di andata sulla nuvola confinata nel risonatore, si procede con l'allineamento del fascio di ritorno. Come si osserva in Figura 4.10 il fascio di ritorno è inclinato a  $45^\circ$  rispetto al fascio d'andata ed attraversa due finestre CF40 della cella di MOT. Questa procedura viene eseguita in assenza della lente f500, che viene posizionata solo dopo, in modo tale che il fascio passi per il suo centro e non subisca una modifica della direzione di propagazione. A questo punto si posiziona e si muove la lente f500 montata su un traslatore per far sì che anche il fascio di ritorno focalizzi nel centro della cella di MOT.

In un secondo momento si procede all'allineamento di fine utilizzando il solo specchio dicroico D e come riferimento si utilizza la nuvola atomica intrappolata nella cavità. La trappola ottica incrociata viene accesa in 300 ms alla potenza di 1.9 W dopo che è terminata l'ultima rampa di evaporazione nel risonatore. Si porta la potenza del fascio iniettato nel risonatore al valore più basso consentito dall'aggancio PDH, come descritto nella Sezione 3.2.3, e dopo circa 10 ms, dopo che ormai gli atomi nel risonatore non catturati nella trappola incrociata sono caduti per effetto della gravità, viene scattata un'immagine in assorbimento della nuvola in trappola, a tempo di volo nullo. Se il fascio di ritorno è correttamente allineato, la nuvola non assume più la forma a sigaro di Figura 4.9, ma rimane compatta anche lungo la direzione del fascio d'andata. Ciò che si osserva sulla CCD è mostrato in Figura 4.11. La forma squadrata assunta dalla nuvola catturata nella trappola incrociata è causata dall'interferenza tra i fasci di andata e di ritorno nella regione di

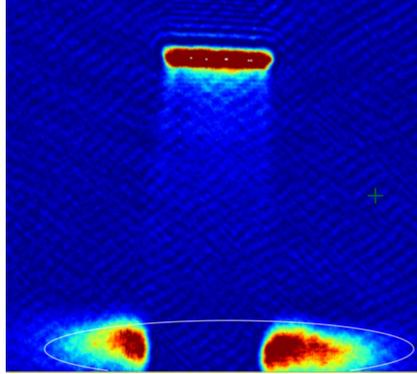
intersezione. Anche se nella procedura per realizzare un condensato l'interferenza tra i fasci è un fenomeno da eliminare (e per questo si usano cubo polarizzatore e lamine  $\lambda/2$  e  $\lambda/4$ , vedi Figura 4.10), essa aiuta a trovare la condizione di sovrapposizione del fascio di ritorno sul fascio d'andata.



**Figura 4.10:** Schema ottico della trappola incrociata. Il cubo polarizzatore (PBS) definisce la polarizzazione del fascio d'andata. Attraverso le lamina  $\lambda/4$  si corregge il debole mescolamento delle polarizzazioni  $\pi$  ed  $s$  introdotto dal beam-sampler (BS). Con la lamina  $\lambda/2$  si rende la polarizzazione del fascio di ritorno ortogonale a quella del fascio d'andata. La lente  $f500$  è montata su un traslatore, per spostare finemente il fuoco del fascio di ritorno.

### Trasferimento alla trappola ottica incrociata

Una volta trovato l'allineamento corretto si procede al vero e proprio trasferimento della nuvola atomica dal risonatore alla trappola ottica incrociata. Innanzitutto si sistema la polarizzazione del fascio di ritorno in modo tale da renderla ortogonale alla polarizzazione del fascio d'andata. Grazie al cubo polarizzatore posizionato prima della cella di MOT la polarizzazione



**Figura 4.11:** Atomi trasferiti dal risonatore alla trappola ottica incrociata. Il risonatore viene spento  $\simeq 10$  ms prima di scattare l'immagine in assorbimento in modo tale che si possa vedere la frazione non catturata cadere per effetto della gravità. La forma squadrata della nuvola confinata nella trappola incrociata è causata dall'interferenza tra i fasci di andata e di ritorno.

del fascio d'andata è ben definita<sup>4</sup> e dunque basta agire con la lamina  $\lambda/2$  posizionata dopo la cella di MOT per ruotare la polarizzazione del fascio di ritorno di  $\pi/2$ , condizione che viene verificata misurando la potenza riflessa da un altro cubo polarizzatore che viene posizionato sul fascio di ritorno.

Dopo aver sistemato le polarizzazioni si avvia il ciclo sperimentale che prevede il caricamento della nuvola atomica nella trappola ottica incrociata. La trappola viene accesa al valore di 1.9 W di potenza, alla fine dell'evaporazione nel risonatore, con una rampa esponenziale della durata di  $T = 300$  ms e con costante di tempo  $\tau = 300$  ms. Dopodiché si abbassa la potenza della radiazione iniettata nel risonatore fino al valore minimo di  $200 \mu\text{W}$  con una rampa esponenziale della durata di 500 ms e con costante di tempo di 500 ms. Si attendono 50 ms e si esegue imaging in assorbimento. Al termine della procedura il numero medio d'atomi catturati nella trappola ottica incrociata è  $N_{atoms} \approx 8 \cdot 10^6$  corrispondente ad un'efficienza di trasferimento dalla cavità Fabry-Perot di circa il 7%.

Una volta caricati gli atomi nella trappola ottica incrociata si procede con il raffreddamento evaporativo che porta alla realizzazione di un condensato di Bose-Einstein.

---

<sup>4</sup>A meno di un debole mescolamento delle polarizzazioni di tipo  $\pi$  ed  $s$  introdotto dal beam sampler (BS in Figura 4.10) che viene corretto tramite la lamina  $\lambda/4$ .

# Capitolo 5

## Degenerazione quantistica di atomi di Yb

In questo capitolo viene descritta la procedura sperimentale che consente di arrivare al regime di degenerazione quantistica. Tale regime è stato raggiunto con l'isotopo bosonico  $^{174}\text{Yb}$  (condensazione di Bose-Einstein) e si sta attualmente lavorando per raggiungerlo anche con l'isotopo fermionico  $^{173}\text{Yb}$  (degenerazione di Fermi). In Sezione 5.1 viene richiamata la teoria che descrive un condensato di Bose-Einstein (BEC). Nella Sezione successiva 5.2 si enunciano i passi sperimentali che portano alla formazione di un BEC. Nella Sezione 5.3 vengono forniti i parametri che caratterizzano il condensato come numero d'atomi, temperatura di transizione e tempo di vita in trappola.

### 5.1 Condensazione di Bose-Einstein in nuvole atomiche

#### 5.1.1 Introduzione

I bosoni sono particelle dotate di spin intero. La funzione d'onda di un sistema di bosoni identici è simmetrica sotto lo scambio di due particelle qualsiasi. A differenza dei fermioni, che possiedono spin semi-intero e una funzione d'onda antisimmetrica, i bosoni possono occupare lo stesso stato di particella singola. Una stima per l'ordine di grandezza della temperatura di transizione allo stato condensato può essere fornita confrontando la lunghezza d'onda termica di de Broglie  $\lambda_T$  con la separazione interatomica che è dell'ordine di  $n^{-1/3}$  in cui  $n$  è il numero di particelle per unità di volume. La

lunghezza d'onda termica di de Broglie è definita come

$$\lambda_T = \frac{h}{\sqrt{2\pi M k_B T}} \quad (5.1)$$

Alle alte temperature è una quantità piccola e il gas si comporta in modo classico. La condensazione di Bose-Einstein in un gas ideale entra in gioco quando la temperatura è così bassa che  $\lambda_T$  è paragonabile a  $n^{-1/3}$  [49]. Dunque un criterio per ricavare la temperatura critica  $T_c$  di transizione è:

$$\lambda_T \sim n^{-1/3} \quad \text{per } T = T_c \quad (5.2)$$

Per i metalli alcalini, le densità raggiunte vanno da  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$  nei primi esperimenti, a  $10^{14} - 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  in quelli più recenti, con temperature di transizione nell'intervallo da 100 nK a qualche  $\mu\text{K}$ .

Negli esperimenti, i gas non sono uniformi visto che sono contenuti in una trappola che fornisce tipicamente un potenziale di tipo armonico come è stato già discusso nel Capitolo 3. Se il numero delle particelle è  $N$ , la densità della nuvola atomica è dell'ordine di  $N/R^3$ , dove la dimensione  $R$  della nuvola termica è dell'ordine di  $(k_B T / M \omega_0^2)^{1/2}$ , con  $\omega_0$  frequenza angolare del moto di singola particella nel potenziale armonico. Sostituendo alla densità il valore  $n \sim N/R^3$  per  $T = T_c$  nella (5.2), si trova che la temperatura di transizione è data da

$$k_B T_c = C_1 \hbar \omega_0 N^{1/3} \quad (5.3)$$

dove  $C_1$  è un fattore numerico che, come verrà mostrato successivamente, vale circa 0.94. Le frequenze di trappola sono generalmente dell'ordine di  $10^2 \text{ Hz}$  dunque per un numero di particelle compreso tra  $10^4$  e  $10^8$ , le temperature di transizione giacciono nell'intervallo citato precedentemente. Dunque la stima per la temperatura di transizione fornita per un gas di Bose uniforme è consistente con quella fornita per un gas in trappola.

### 5.1.2 Gas di Bose non interagente

Per un gas di Bose non interagente all'equilibrio termodinamico il numero medio di occupazione dello stato di particella singola  $i$  è dato dalla distribuzione di Bose,

$$f(\epsilon_i) = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/k_B T} - 1} \quad (5.4)$$

in cui  $\epsilon_i$  denota l'energia dello stato di particella singola sotto l'azione del particolare potenziale di trappola considerato. Il potenziale chimico  $\mu$  appare nella funzione di distribuzione perché il numero di particelle è una quantità

che si conserva. Il potenziale chimico viene determinato in funzione di  $N$  e  $T$ , dalla condizione che il numero totale di particelle corrisponda alla somma dei numeri di occupazione degli stati di particella singola. Spesso conviene lavorare con la quantità  $z = \exp(\mu/k_B T)$ , chiamata *fugacità*. Se si prende l'energia del livello fondamentale come zero, la fugacità è minore di uno sopra la temperatura di transizione e uguale a uno (entro termini dell'ordine  $1/N$  che vengono trascurati) nello stato condensato [49].

Ad alte temperature gli effetti quantistici dovuti alla statistica sono trascurabili e la funzione di distribuzione (5.4) tende alla distribuzione di Boltzmann

$$f(\epsilon_i) \simeq e^{-(\epsilon_i - \mu)/k_B T}. \quad (5.5)$$

Per particelle in una scatola di volume  $V$ , l'indice  $i$  individua i vettori d'onda permessi  $\mathbf{q}$  per gli stati d'onda piana  $V^{-1/2} \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$  e l'energia della particella è  $\epsilon = \hbar^2 q^2 / 2M$ . La distribuzione (5.5) è dunque una Maxwelliana per la velocità  $v = \hbar q / M$ .

Alle alte temperature il potenziale chimico giace ben al di sotto di  $\epsilon_{min}$ , l'energia dello stato di particella singola più basso, visto che in questo limite il numero medio di occupazione di qualsiasi stato è molto più piccolo dell'unità e quindi in particolare,  $\exp[(\mu - \epsilon_{min})/k_B T] \ll 1$ . Abbassando la temperatura, il potenziale chimico cresce e così anche i numeri medi di occupazione. In ogni caso  $\mu$  non può superare  $\epsilon_{min}$ , altrimenti la distribuzione di Bose valutata nello stato più basso di particella singola assumerebbe valori negativi, non fisici. Conseguentemente il numero medio di occupazione di qualsiasi stato  $i$  non può eccedere il valore  $1/\exp[(\epsilon_i - \epsilon_{min}) - 1]$ . Se il numero totale di particelle negli stati eccitati è minore di  $N$ , il resto deve occupare lo stato fondamentale che quindi può avere un numero d'occupazione arbitrariamente grande: il sistema ammette uno stato condensato. La massima temperatura alla quale un condensato di Bose-Einstein può esistere è chiamata temperatura di transizione allo stato BEC e si indica con  $T_c$ . Nello stato condensato, a temperature inferiori di  $T_c$ , il potenziale chimico rimane uguale a  $\epsilon_{min}$  a meno di termini di ordine  $k_B T / N$  e l'occupazione dello stato fondamentale di particella singola diviene macroscopico nel senso che per  $N \rightarrow \infty$  una frazione non nulla del numero totale di particelle occupa questo stato [49].

### Densità degli stati

Quando si calcolano le proprietà termodinamiche di un gas è tipico sostituire le somme sugli stati con degli integrali, e di utilizzare una densità degli stati in cui i dettagli della struttura dei livelli vengono tralasciati. Questo modo di agire fallisce in un sistema condensato, visto che non si tiene conto del

contributo dato dal livello fondamentale. In ogni caso, fornisce una buona approssimazione ai contributi dovuti agli stati eccitati e quindi si calcolerà la densità degli stati per diverse situazioni.

In tre dimensioni, per una particella libera in un particolare stato interno, vi è in media uno stato quantistico per volume  $(2\pi\hbar)^3$  dello spazio delle fasi. La regione dello spazio dei momenti per cui il modulo dell'impulso è minore di  $p$  possiede un volume  $4\pi p^3/3$  e dunque il numero totale degli stati  $G(\epsilon)$  con energia minore di  $\epsilon$  è dato da

$$G(\epsilon) = V \frac{4\pi}{3} \frac{(2M\epsilon)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3} \propto \epsilon^{3/2} \quad (5.6)$$

dove  $V$  è il volume del sistema. Il numero degli stati con energia compresa tra  $\epsilon$  e  $\epsilon + d\epsilon$  è dato da  $g(\epsilon)d\epsilon$ , dove  $g(\epsilon)$  è la densità degli stati. Per cui

$$g(\epsilon) = \frac{dG(\epsilon)}{d\epsilon} = \frac{VM^{3/2}}{2^{1/2}\pi^2\hbar^3} \epsilon^{1/2} \propto \epsilon^{1/2} \quad (5.7)$$

Si consideri ora una particella in un potenziale armonico anisotropo

$$V(\mathbf{r}) = \frac{M}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2). \quad (5.8)$$

I livelli energetici  $\epsilon(n_x, n_y, n_z)$  sono quindi

$$\epsilon(n_x, n_y, n_z) = (n_x + \frac{1}{2})\hbar\omega_x + (n_y + \frac{1}{2})\hbar\omega_y + (n_z + \frac{1}{2})\hbar\omega_z \quad (5.9)$$

dove  $n_i$  sono numeri interi maggiori o uguali a zero. Si consideri ora il numero degli stati  $G(\epsilon)$  con energia minore di un dato valore  $\epsilon$ . Per energie grandi rispetto a  $\hbar\omega_i$ ,  $n_i$  possono essere trattati come variabili continue e si può trascurare l'energia di punto zero. Si ha dunque

$$G(\epsilon) = \frac{1}{\hbar^3\omega_x\omega_y\omega_z} \int_{\epsilon_x+\epsilon_y+\epsilon_z \leq \epsilon} d\epsilon_x d\epsilon_y d\epsilon_z = \frac{\epsilon^3}{6\hbar^3\omega_x\omega_y\omega_z}. \quad (5.10)$$

Visto che  $g(\epsilon) = dG/d\epsilon$ , si ottiene una densità degli stati pari a

$$g(\epsilon) = \frac{\epsilon^2}{2\hbar^3\omega_x\omega_y\omega_z} \propto \epsilon^2. \quad (5.11)$$

### Temperatura di transizione e frazione condensata

La temperatura di transizione  $T_c$  è definita come la più alta temperatura a cui si può avere un'occupazione macroscopica dello stato fondamentale. Quando il numero di particelle  $N$  è sufficientemente grande, si può trascurare l'energia di punto zero e porre uguale a zero l'energia  $\epsilon_{min}$  dello stato fondamentale. Il numero di particelle che occupano gli stati eccitati è dato da

$$N_{ex} = \int_0^{\infty} g(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon. \quad (5.12)$$

Questa quantità possiede un limite superiore per  $\mu = 0$  e la temperatura critica  $T_c$  viene determinata dalla condizione

$$N = N_{ex}(T_c, \mu = 0) = \int_0^{\infty} g(\epsilon) \frac{1}{e^{\epsilon/k_B T_c} - 1} d\epsilon. \quad (5.13)$$

che, scritta in termini di  $x = \epsilon/k_B T_c$ , diviene

$$N = C_{\alpha} (k_B T_c)^{\alpha} \int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{e^x - 1} dx = C_{\alpha} \Gamma(\alpha) \zeta(\alpha) (k_B T_c)^{\alpha} \quad (5.14)$$

dove  $\Gamma(\alpha)$  è la Gamma di Eulero e  $\zeta(\alpha)$  è la funzione Zeta di Riemann. Da (5.14) si ottiene

$$k_B T_c = \frac{N^{1/\alpha}}{[C_{\alpha} \Gamma(\alpha) \zeta(\alpha)]^{1/\alpha}}. \quad (5.15)$$

Per un potenziale armonico tridimensionale,  $\alpha = 3$  e  $C_3 = 1/(2\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z)$ . Dunque si ottiene [49],

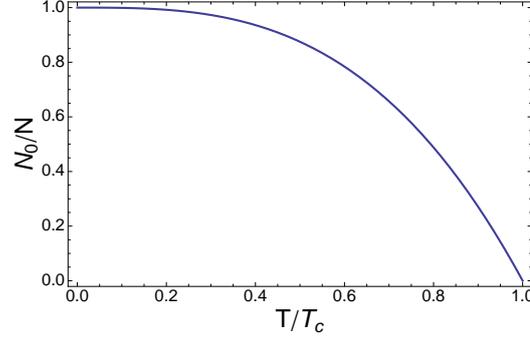
$$k_B T_c = \frac{\hbar \bar{\omega} N^{1/3}}{[\zeta(3)]^{1/3}} \approx 0.94 \hbar \bar{\omega} N^{1/3} \quad (5.16)$$

dove  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  è la media geometrica delle tre frequenze d'oscillatore armonico. Il risultato (5.16) si può scrivere nella forma utile

$$T_c \approx 4.5 \left( \frac{\bar{f}}{100 \text{ Hz}} \right) N^{1/3} \text{ nK} \quad (5.17)$$

in cui  $\bar{f} = \bar{\omega}/2\pi$ . Considerando  $N \simeq 3 \cdot 10^5$  e  $\bar{f} \simeq 100$  Hz, si ottiene una temperatura critica  $T_c \approx 300$  nK.

È utile introdurre la densità nello spazio delle fasi (*phase-space density*) indicata con PSD. Questa quantità è definita come il numero di particelle



**Figura 5.1:** Andamento della frazione condensata in funzione di  $T/T_c$ , formula (5.22).

contenute in un volume pari al cubo della lunghezza d'onda termica di de Broglie,

$$\text{PSD} = n\lambda_T^3 = n \left( \frac{2\pi\hbar^2}{Mk_B T} \right)^{3/2}. \quad (5.18)$$

La transizione di fase allo stato condensato avviene quando la  $\text{PSD} \sim 1$ . Ciò significa che è necessario raggiungere temperature molto basse e/o densità elevate per avere la condensazione.

L'esistenza di una transizione di fase ben definita per particelle confinate in un potenziale armonico è la conseguenza diretta del fatto che s'è assunto che la separazione tra i livelli energetici sia molto più piccola di  $k_B T$ . Per un oscillatore isotropo, con  $\omega_x = \omega_y = \omega_z = \omega_0$ , questo implica che  $\hbar\omega_0 \ll k_B T_c$ . Visto che  $T_c$  è dato dalla (5.16), questa condizione equivale a  $N^{1/3} \gg 1$ . Se si considera la finitezza del numero di particelle la transizione diventa più continua.

### Frazione condensata

Al di sotto della temperatura di transizione il numero delle particelle nello stato eccitato  $N_{ex}$  è dato da

$$N_{ex}(T) = C_\alpha \int_0^\infty \frac{\epsilon^{\alpha-1}}{e^{\epsilon/k_B T} - 1} d\epsilon = C_\alpha \Gamma(\alpha) \zeta(\alpha) (k_B T)^\alpha \quad (5.19)$$

che può essere riscritto nella forma

$$N_{ex} = N \left( \frac{T}{T_c} \right)^\alpha. \quad (5.20)$$

Il numero di particelle nello stato condensato è dunque

$$N_0 = N \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^\alpha \right]. \quad (5.21)$$

Nel caso di un potenziale armonico tridimensionale  $\alpha = 3$  e

$$N_0 = N \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^3 \right]. \quad (5.22)$$

In Figura 5.1 si illustra il grafico della frazione condensata  $N_0/N$  in funzione di  $T/T_c$ .

### Profilo di densità e distribuzione delle velocità

Nello stato fondamentale del sistema tutti gli atomi occupano lo stato di particella singola più basso e la distribuzione della densità  $n(\mathbf{r})$  rispecchia la forma della funzione d'onda del ground state  $\phi_0(\mathbf{r})$  per una particella in trappola visto che, per particelle non interagenti, la densità è data da

$$n(\mathbf{r}) = N |\phi_0(\mathbf{r})|^2 \quad (5.23)$$

in cui  $N$  è il numero delle particelle. Per un oscillatore armonico anisotropo la funzione d'onda dello stato fondamentale è

$$\phi_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{\pi^{3/4} (a_x a_y a_z)^{1/2}} e^{-x^2/2a_x^2} e^{-y^2/2a_y^2} e^{-z^2/2a_z^2} \quad (5.24)$$

dove le larghezze  $a_i$  della funzione d'onda nelle tre direzioni ( $i = x, y, z$ ) sono date da

$$a_i^2 = \frac{\hbar}{M\omega_i}. \quad (5.25)$$

Le larghezze  $a_i$  possono essere riscritte in una forma analoga alla (5.17)

$$a_i \approx 10.1 \left( \frac{100 \text{ Hz}}{f_i} \frac{1}{A} \right)^{1/2} \mu\text{m} \quad (5.26)$$

in cui  $A$  è il numero di massa della specie atomica considerata. Per esempio per  $^{174}\text{Yb}$  e per  $f_i \simeq 100 \text{ Hz}$ , si ottiene  $a_i \approx 800 \text{ nm}$ .

Quando si esegue imaging in assorbimento su un campione atomico lasciato espandere liberamente, la distribuzione delle particelle dipende non solo dalla distribuzione di densità iniziale, ma anche dalla distribuzione iniziale delle velocità. Nello spazio dei momenti la funzione d'onda corrispondente a

(5.24) è ottenuta prendendone la trasformata di Fourier e vale

$$\phi_0(\mathbf{p}) = \frac{1}{\pi^{3/4}(c_x c_y c_z)^{1/2}} e^{-p_x^2/2c_x^2} e^{-p_y^2/2c_y^2} e^{-p_z^2/2c_z^2}, \quad (5.27)$$

dove

$$c_i = \frac{\hbar}{a_i} = \sqrt{M\hbar\omega_i}. \quad (5.28)$$

Dunque la densità nello spazio degli impulsi è data da

$$n(\mathbf{p}) = N|\phi_0(\mathbf{p})|^2 = \frac{N}{\pi^{3/2}c_x c_y c_z} e^{-p_x^2/c_x^2} e^{-p_y^2/c_y^2} e^{-p_z^2/c_z^2}. \quad (5.29)$$

Visto che  $c_i^2/M = \hbar\omega_i$ , la distribuzione (5.29) ha la forma di una Maxwelliana con temperature  $T_i = \hbar\omega_i/2k_B$  diverse nelle tre direzioni.

Visto che la distribuzione spaziale è anisotropa, anche la distribuzione dei momenti dipende dalla direzione. Dal principio di indeterminazione di Heisenberg, una distribuzione spaziale stretta implica una distribuzione sparpagliata nello spazio degli impulsi come si vede dal fatto che i coefficienti  $c_i \propto \sqrt{\omega_i}$ .

Si possono confrontare queste espressioni con quelle di un gas classico corrispondenti a temperature ben al di sopra della temperatura critica di condensazione. La distribuzione della densità è proporzionale a  $\exp[-V(\mathbf{r})/k_B T]$  e dunque è data da

$$n(\mathbf{r}) = \frac{N}{\pi^{3/2}R_x R_y R_z} e^{-x^2/R_x^2} e^{-y^2/R_y^2} e^{-z^2/R_z^2}. \quad (5.30)$$

Qui le larghezze  $R_i$  sono date da

$$R_i^2 = \frac{2k_B T}{m\omega_i^2}, \quad (5.31)$$

e dipendono quindi dalla temperatura. È da notare che il rapporto  $R_i/a_i$  eguaglia  $(2k_B T/\hbar\omega_i)^{1/2}$ , che alle tipiche condizioni sperimentali è molto più grande di uno. Dunque si conclude che la nuvola termica è molto più larga del condensato che, sotto  $T_c$ , emerge come un picco stretto nella distribuzione spaziale.

Sopra  $T_c$  la densità  $n(\mathbf{p})$  nello spazio dei momenti è isotropa all'equilibrio, visto che è determinata solo dalla temperatura e dalla massa delle particelle. Essa è data da

$$n(\mathbf{p}) = C e^{-p^2/2Mk_B T} \quad (5.32)$$

dove  $C$  è una costante indipendente dall'impulso. La larghezza della distribuzione è dunque  $\sim (Mk_B T)^{1/2}$ , che è  $(k_B T/\hbar\omega_i)^{1/2}$  volte la larghezza a temperatura zero  $(M\hbar\omega_i)^{1/2}$ . Il fattore  $(k_B T/\hbar\omega_i)^{1/2}$  è dell'ordine  $N^{1/6}$  a temperature comparabili con la temperatura di transizione. Le distribuzioni di densità e di velocità di una nuvola termica sono quindi decisamente più grandi di quelle di un condensato di Bose-Einstein. Se si lascia espandere liberamente una nuvola termica fino a dimensioni molto più grandi di quelle iniziali, la nuvola risultante avrà una forma sferica a causa dell'isotropia della distribuzione delle velocità. Questo è molto diverso rispetto all'espansione anisotropa tipica di un condensato. Si vedrà nella sezione successiva che le interazioni tra gli atomi alterano le dimensioni della nuvola. Un'interazione repulsiva ad esempio, incrementa la dimensione del condensato a temperatura zero di un fattore numerico (tipicamente compreso tra 2 e 10) dipendente dal numero di particelle e dal potenziale interatomico.

### 5.1.3 Gas di Bose debolmente interagente

In questa sezione viene introdotta brevemente la teoria dello stato condensato in presenza di deboli interazioni. La discussione è basata sull'equazione di Gross-Pitaevskii [52], che descrive le proprietà di un gas di Bose non uniforme quando la lunghezza di scattering  $a_s$  è molto più piccola della distanza interatomica. L'equazione di Gross-Pitaevskii verrà ricavata trattando le interazioni in approssimazione di campo medio.

#### Equazione di Gross-Pitaevskii

In [49] si dimostra che l'interazione effettiva tra due particelle a bassa energia è una costante e vale  $U_{int} = 4\pi\hbar^2 a_s/M$  in cui  $a_s$  è la lunghezza di scattering<sup>1</sup>. Nello spazio delle coordinate questa corrisponde a un'interazione di contatto  $U_{int}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ , in cui  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{r}'$  sono le posizioni delle due particelle. Per investigare le proprietà energetiche dello stato a molti corpi si adotta l'approssimazione di campo medio e si assume che la funzione d'onda sia il prodotto simmetrizzato di funzioni d'onda di particella singola. Nello stato completamente condensato, tutte le particelle occupano lo stesso stato di particella singola,  $\phi(\mathbf{r})$ , e dunque si può scrivere la funzione d'onda per il sistema a  $N$  corpi come

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N) = \prod_i^N \phi(\mathbf{r}_i) \quad (5.33)$$

<sup>1</sup>L'ampiezza di scattering per l'isotopo  $^{174}\text{Yb}$  vale  $a_s \simeq 100 a_0$ , in cui  $a_0$  è il raggio di Bohr [50].

in cui la funzione d'onda di particella singola è normalizzata nel solito modo. La (5.33) non contiene le correlazioni prodotte dalle interazioni tra due atomi vicini. Questi effetti vengono inclusi utilizzando il potenziale effettivo di interazione  $U_{int}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ . In approssimazione di campo medio si può scrivere l'hamiltoniana del sistema come

$$H = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{p_i^2}{2M} + V(\mathbf{r}_i) \right] + U_{int} \sum_{i<j} \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (5.34)$$

in cui  $V(\mathbf{r})$  è il potenziale esterno. L'energia del sistema è dunque

$$E = N \int \left[ \frac{\hbar^2}{2M} |\nabla\phi(\mathbf{r})|^2 + V(\mathbf{r})|\phi(\mathbf{r})|^2 + \frac{(N-1)}{2} U_{int} |\phi(\mathbf{r})|^4 \right] d\mathbf{r}. \quad (5.35)$$

Si introduca ora il concetto di funzione d'onda  $\psi(\mathbf{r})$  dello stato condensato definita come

$$\psi(\mathbf{r}) = N^{1/2}\phi(\mathbf{r}). \quad (5.36)$$

La densità delle particelle è data da  $n(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|^2$  e, trascurando termini d'ordine  $1/N$ , l'energia del sistema si può scrivere come

$$E[\psi] = \int \left[ \frac{\hbar^2}{2M} |\nabla\psi(\mathbf{r})|^2 + V(\mathbf{r})|\psi(\mathbf{r})|^2 + \frac{U_{int}}{2} |\psi(\mathbf{r})|^4 \right] d\mathbf{r}. \quad (5.37)$$

Per cercare la forma ottimale per  $\psi$  si minimizza l'energia (5.37) rispetto a variazioni indipendenti di  $\psi$  e  $\psi^*$  con il vincolo che il numero totale di particelle

$$N = \int |\psi(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r} \quad (5.38)$$

sia costante. Il vincolo viene trattato con il metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Uno scrive  $\delta E - \mu\delta N = 0$ , in cui il potenziale chimico  $\mu$  è il moltiplicatore di Lagrange che assicura la costanza del numero di particelle e le variazioni di  $\psi$  e  $\psi^*$  possono essere prese in modo arbitrario. Questa procedura è equivalente a minimizzare la quantità  $E - \mu N$  a  $\mu$  fissato. Dunque si ottiene

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) + U_{int} |\psi(\mathbf{r})|^2 \psi(\mathbf{r}) = \mu\psi(\mathbf{r}). \quad (5.39)$$

Questa equazione è l'equazione di Gross-Pitaevskii indipendente dal tempo. Ha la forma di un'equazione di Schrodinger in cui il potenziale che agisce sulle particelle è dato dalla somma del potenziale esterno  $V$  e di un termine

non lineare  $U_{int}|\psi(\mathbf{r})|^2$  che tiene conto del campo medio prodotto da tutti gli altri bosoni. Si noti che l'autovalore è il potenziale chimico e non l'energia per particella come invece accade per la tipica equazione di Schrodinger (lineare). Per un sistema di particelle non interagenti tutte nello stesso stato, il potenziale chimico coincide con l'energia per particella, ma in presenza di interazioni no.

### Approssimazione di Thomas-Fermi

Per nuvole atomiche sufficientemente grandi, un'espressione accurata per lo stato fondamentale dell'energia può essere ottenuta trascurando il termine cinetico nell'equazione (5.39). Infatti quando il numero delle particelle è grande, la temperatura è bassa e le interazioni sono repulsive, il termine cinetico è piccolo rispetto alle altre energie in gioco. Facendo questa approssimazione si ha

$$[V(\mathbf{r}) + U_{int}|\psi(\mathbf{r})|^2] \psi(\mathbf{r}) = \mu\psi(\mathbf{r}) \quad (5.40)$$

dove  $\mu$  è il potenziale chimico. La soluzione di questa equazione è

$$n(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|^2 = [\mu - V(\mathbf{r})]/U_{int} \quad (5.41)$$

nella regione in cui il membro di destra è positivo e  $\psi = 0$  altrimenti. La frontiera della nuvola è dunque data da  $V(\mathbf{r}) = \mu$ . Questa è chiamata approssimazione di Thomas-Fermi. Il significato fisico di questa approssimazione è che l'energia necessaria ad aggiungere una particella in un punto qualsiasi della nuvola è la stessa ovunque. Quest'energia è data dalla somma del potenziale esterno  $V(\mathbf{r})$  e dell'energia di interazione  $n(\mathbf{r})U_{int}$ .

In approssimazione Thomas-Fermi l'estensione della nuvola nelle tre direzioni è data dai semiassi  $R_i$

$$R_i^2 = \frac{2\mu}{M\omega_i^2}, \quad i = x, y, z. \quad (5.42)$$

La condizione di normalizzazione per  $\psi$  permette di trovare una relazione tra il potenziale chimico e il numero totale delle particelle. Per un potenziale armonico si ha

$$N = \frac{8\pi}{15} \left( \frac{2\mu}{M\bar{\omega}^2} \right)^{3/2} \frac{\mu}{U_{int}} \quad (5.43)$$

e il profilo della densità ha la forma di una parabola invertita

$$n(\mathbf{r}) = \frac{15}{8\pi} \frac{N}{\prod_i R_i} \left( 1 - \sum_i \frac{x_i^2}{R_i^2} \right). \quad (5.44)$$

Integrando questa equazione lungo la direzione del fascio di imaging supposto diretto come ( $z$ ) si ottiene la quantità che viene generalmente misurata<sup>2</sup> [51]

$$n(x, y) = n_0 \left( 1 - \frac{x^2}{R_x^2} - \frac{y^2}{R_y^2} \right)^{3/2} \quad (5.45)$$

in cui

$$n_0 = \frac{5}{2\pi} \frac{N}{R_x R_y}. \quad (5.46)$$

La funzione (5.45) è chiamata *column density* e viene utilizzata per eseguire il fit della distribuzione spaziale del condensato nel processo di imaging in assorbimento.

## 5.2 Realizzazione sperimentale di un BEC di $^{174}\text{Yb}$

In questa sezione vengono illustrati i passi sperimentali eseguiti per realizzare un condensato di Bose-Einstein di  $^{174}\text{Yb}$  a partire dalla nuvola atomica intrappolata nella trappola ottica incrociata.

Essenzialmente il processo che porta alla condensazione è il raffreddamento evaporativo che viene effettuato nella trappola ottica incrociata. A partire dal valore iniziale di potenza dei fasci laser, vengono eseguite due rampe di evaporazione, durante le quali l'intensità della radiazione viene abbassata di circa il 30 % su scale temporali dell'ordine del secondo. Entrando nel particolare, il ciclo sperimentale che si esegue è il seguente:

- al termine dell'evaporazione nel risonatore si carica la trappola ottica incrociata con una rampa esponenziale di durata 300 ms e costante di tempo  $\tau = 100$  ms. La potenza del fascio laser d'andata è di 1.9 W;
- si porta la potenza iniettata nella cavità Fabry-Perot al valore minimo consentito dall'aggancio PDH, 200  $\mu\text{W}$ . Questo viene fatto con una rampa esponenziale di 500 ms e costante di tempo  $\tau = 500$  ms;
- si attendono 50 ms e si comincia la procedura di evaporazione nella trappola ottica incrociata. Si esegue una prima rampa di evaporazione, abbassando la potenza del fascio laser d'andata fino al valore di 1.5 W con una rampa esponenziale della durata di 1.7 s e costante di tempo  $\tau = 2$  s;

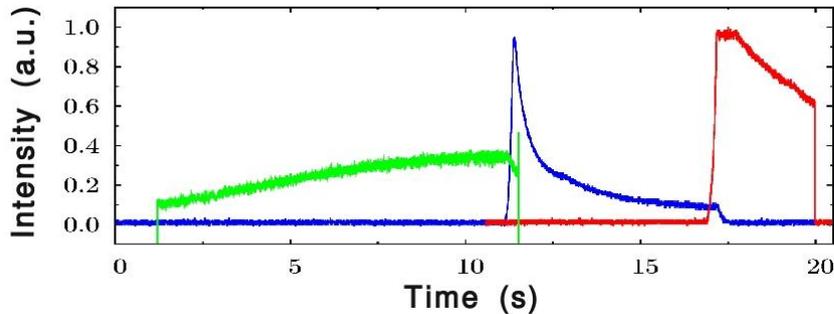
---

<sup>2</sup>Nel nostro caso la direzione del fascio di imaging non coincide con l'asse  $z$  della formula e bisognerebbe tenere conto dell'angolo d'osservazione per il calcolo della *column density*.

- si esegue una seconda fase di evaporazione abbassando ulteriormente la potenza del fascio laser d'andata fino al valore di 1.3 W con una rampa esponenziale di 1 s e costante di tempo  $\tau = 1$  s;
- si attendono 50 ms, si spegne la trappola ottica incrociata e si esegue imaging in assorbimento.

La scelta della traiettoria di evaporazione viene effettuata sperimentalmente, variando la durata delle rampe, la loro costante di tempo e la potenza di arrivo, in modo tale da avere il numero maggiore di atomi alla temperatura più bassa possibile, ottimizzando così la densità nello spazio delle fasi. Si è verificato che esiste un tempo ottimale di rampa: tempi troppo brevi non permettono un raffreddamento evaporativo efficace in quanto gli atomi non hanno tempo di collidere e di ritermalizzare<sup>3</sup>; tempi troppo lunghi aumentano inutilmente la durata totale del ciclo sperimentale e possono portare ad una perdita di atomi dovuta al tempo di vita finito della nuvola in trappola (alcune decine di secondi).

In conclusione, il ciclo sperimentale, dalla fase di caricamento della trappola magneto-ottica, alla realizzazione del condensato via raffreddamento evaporativo nella trappola ottica incrociata, dura 22.5 s ed è rappresentato in Figura 5.2 dove si mostrano i segnali di fluorescenza della MOT (verde) e i segnali di potenza in trasmissione dalla cavità (blu) e del fascio d'andata della trappola ottica incrociata (rosso).



**Figura 5.2:** Ciclo sperimentale per la realizzazione di un BEC. Andamento dei segnali di fluorescenza della MOT (verde), della potenza del fascio laser iniettato in cavità (blu) e della potenza del fascio laser d'andata della trappola ottica incrociata (rosso), visti sull'oscilloscopio.

Alla fine del ciclo sperimentale si esegue imaging in assorbimento in tempo di volo con un impulso a 399 nm di 100  $\mu\text{s}$  (non rappresentato in Figura 5.2).

<sup>3</sup>Il rate di collisione è proporzionale alla lunghezza di scattering  $a_s$  introdotta in Sezione 5.1

Prendendo le immagini della nuvola rilasciata dalla trappola a potenze diverse del fascio d'andata, quindi a punti di arrivo diversi della procedura di raffreddamento evaporativo, è possibile assistere alla transizione di fase dallo stato termico allo stato condensato. Come si osserva in Figura 5.3, la transizione è evidente ed appare come un incremento eccezionale della densità atomica.

## 5.3 Parametri del condensato

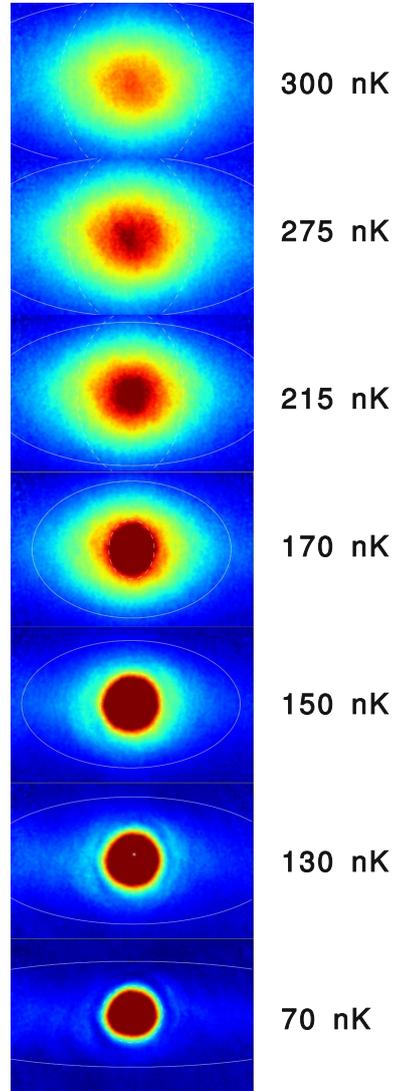
### 5.3.1 Numero d'atomi nello stato condensato

In questa sezione vengono forniti alcuni dei parametri che caratterizzano un condensato, come numero d'atomi, temperatura di transizione, tempo di vita in trappola e aspect ratio. Questi parametri sono stati ricavati a partire da un fit della *column density* (vedi Appendice A) con una funzione bimodale, ovvero una somma di una funzione di Thomas-Fermi, (parabola invertita come descritto in Sezione 5.1) che descrive la frazione d'atomi nello stato condensato, e di una Gaussiana, che descrive la frazione termica della nuvola atomica. Il fit è eseguito sulle immagini in assorbimento scattate al tempo di volo di 30 ms in seguito allo spegnimento dalla trappola ottica incrociata.

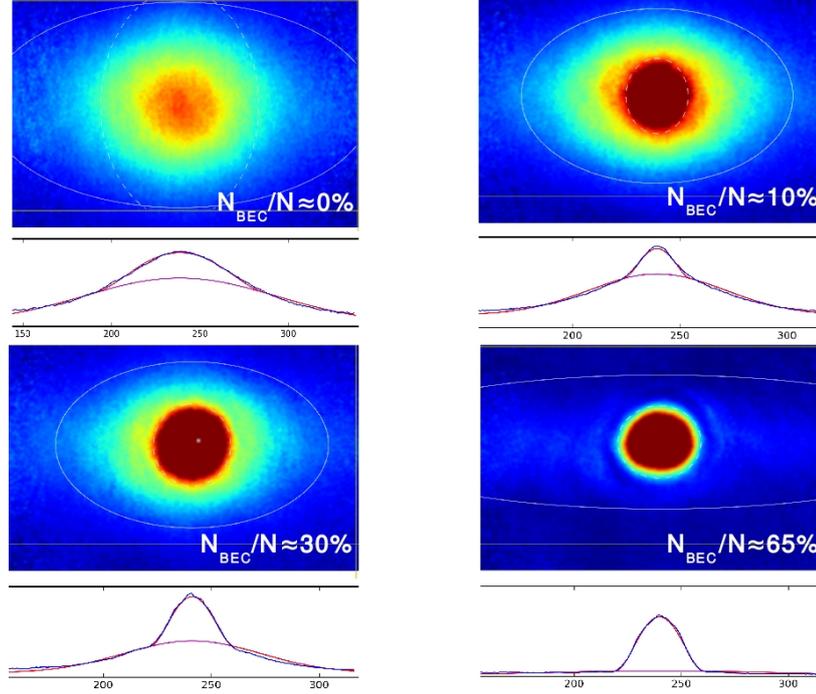
Il picco del numero d'atomi nello stato condensato si osserva al valore di potenza finale (1.3 W) di evaporazione nella trappola ottica incrociata e viene stimato tramite fit con  $N_{\text{BEC}} \approx 4.1 \cdot 10^5$ , corrispondente ad una frazione sul totale del numero d'atomi di circa il 60%.

### 5.3.2 Temperatura di transizione allo stato condensato

Non è semplice determinare la temperatura di transizione poiché, come si osserva nella formula (5.16), essa dipende dalle frequenze normali della trappola ottica e dal numero d'atomi. Visto che per raggiungere lo stato condensato si sfrutta il processo di raffreddamento evaporativo, ogni punto sulla traiettoria di evaporazione determina una temperatura critica diversa (poiché per ogni punto sulla traiettoria le frequenze di trappola e il numero d'atomi sono diversi). La temperatura di transizione è stata dunque stimata tramite la seguente procedura: si fa imaging in assorbimento della nuvola lasciata espandere per 30 ms al variare della potenza del fascio laser d'andata. Dal fit bimodale eseguito sulle immagini prese al tempo di volo di 30 ms, si estraggono i valori di  $(N_{\text{BEC}}/N, \sigma_y)$ , in cui  $\sigma_y$  è la dimensione verticale della frazione termica al tempo di volo  $t_{\text{tof}}$  la cui distribuzione è Gaussiana. Tramite la  $\sigma_y$



**Figura 5.3:** Transizione di fase allo stato condensato: immagini in assorbimento prese al tempo di volo di 30 ms in seguito allo spegnimento della trappola ottica. Le immagini sono state prese lungo la traiettoria di evaporazione in trappola, dal valore di potenza di 1.9 W (prima in alto) al valore di potenza di 1.3 W (ultima in basso). La frazione condensata appare come un picco di densità nella regione centrale della nuvola.



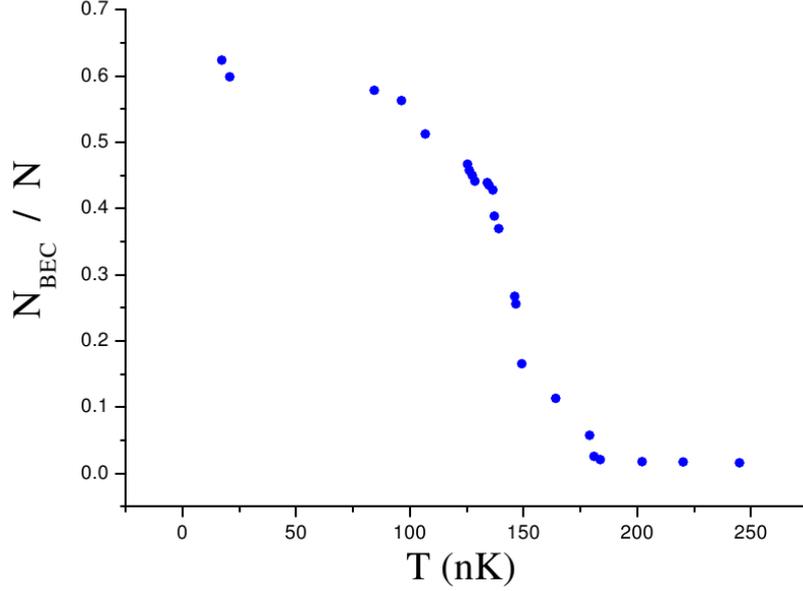
**Figura 5.4:** Transizione di fase allo stato condensato. La frazione condensata aumenta al diminuire dell'intensità laser nella trappola ottica incrociata. Il fit è eseguito con una funzione bimodale (vedi Appendice A) e si osserva come, nell'ultima immagine, la *column density* sia ben descritta da una funzione di Thomas-Fermi.

viene stimata la temperatura della nuvola termica attraverso la formula

$$T = \frac{(\sigma_y^2 - \sigma_{y0}^2) M}{t_{\text{tof}}^2 k_B} \simeq \frac{\sigma_y^2 M}{t_{\text{tof}}^2 k_B} \quad (5.47)$$

in cui  $\sigma_{y0}$  è la dimensione verticale della nuvola in trappola e  $t_{\text{tof}} = 30 \text{ ms}$ <sup>4</sup>. L'approssimazione fatta in 5.47 è valida per tempi di volo lunghi (come nel caso in esame), per cui si possono trascurare le dimensioni della nuvola in trappola rispetto a quelle al tempo di volo  $t_{\text{tof}}$ . Facendo un grafico di  $N_{\text{BEC}}/N$  in funzione di  $T$  calcolata tramite la (5.47) si ottiene la Figura 5.5:

<sup>4</sup>Si sceglie  $\sigma_y$  perché inizialmente la direzione verticale è più confinata, quindi  $\sigma_{y0}$  ha un contributo minore nella larghezza misurata dopo il tempo di volo.



**Figura 5.5:** Andamento sperimentale della frazione condensata in funzione della temperatura della nuvola per punti di arrivo diversi lungo la traiettoria di evaporazione.

da cui si osserva che la frazione condensata comincia ad essere diversa da zero intorno alla temperatura di  $T_c \approx 175$  nK. Questo è dunque il valore stimato per la temperatura critica di transizione allo stato BEC<sup>5</sup>.

Calcolando la temperatura critica tramite la

$$k_B T_c = \frac{\hbar \bar{\omega} N^{1/3}}{[\zeta(3)]^{1/3}} \approx 0.94 \hbar \bar{\omega} N^{1/3} \quad (5.48)$$

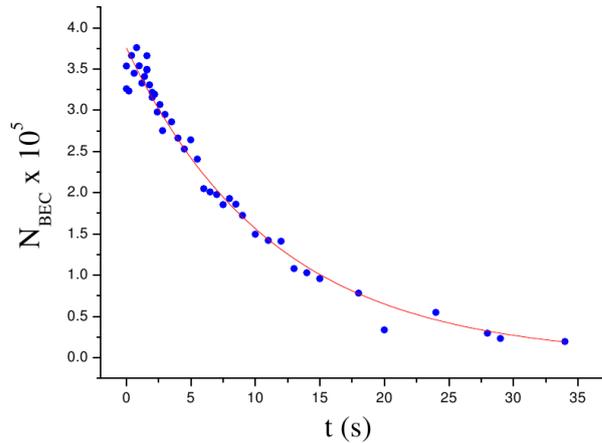
in cui  $\bar{\omega} = 2\pi \cdot \bar{\nu} \simeq 2\pi \cdot 73$  Hz è la frequenza geometrica di trappola calcolata per il valore di potenza di 1.6 W, potenza alla quale si osserva un incremento rispetto a zero della frazione condensata e  $N \approx 1.1 \cdot 10^6$  è il numero d'atomi intrappolati, si ottiene  $T_c \simeq 340$  nK. Confrontando i due valori trovati si osserva che la temperatura critica misurata è inferiore di circa il 50 % rispetto al valore calcolato tramite la (5.48). Ancora non si è stati in grado

<sup>5</sup>Il ragionamento che sta alla base di questa procedura poggia sul fatto che la nuvola atomica si trova all'equilibrio termodinamico. Ne consegue che nei pressi della transizione di fase, atomi nello stato termico e atomi nello stato condensato, possiedono la stessa temperatura. Dunque misurando la temperatura della frazione termica al valore di profondità di trappola a cui una parte della nuvola passa allo stato BEC, si determina la temperatura critica.

di giustificare questa discrepanza, ma bisogna comunque tenere conto che l'espressione (5.48) definisce la temperatura critica di transizione come una funzione continua di  $N$ ,  $T_c(N)$  che assume valori diversi per ciascun punto sulla traiettoria di evaporazione. Per questo motivo, il confronto tra i due valori trovati non è così immediato.

### 5.3.3 Tempo di vita in trappola

Un'altra misura effettuata riguarda il tempo di vita del condensato nella trappola ottica incrociata. Dopo l'evaporazione, la potenza del fascio laser d'andata viene mantenuta costante al valore di 1.3 W e si esegue una misura del numero d'atomi nello stato condensato in funzione del tempo. La misura è effettuata facendo imaging in assorbimento spegnendo la trappola e lasciando espandere il condensato per un tempo di volo di 27 ms. Fittando i dati con un'esponenziale si ricava come valore per il tempo di vita,  $\tau = (11.4 \pm 0.5)$  s. Il grafico di  $N_{\text{BEC}}$  in funzione del tempo è mostrato in Figura 5.6.



**Figura 5.6:** Tempo di vita del BEC nella trappola ottica incrociata mantenuta al valore costante di potenza di 1.3 W. Il fit esponenziale fornisce come tempo di vita il valore  $\tau = (11.4 \pm 0.5)$  s.

### 5.3.4 Espansione anisotropa del condensato

L'ultima misura eseguita riguarda l'espansione anisotropa del condensato rilasciato dalla trappola ottica. Come descritto in Appendice A, l'espansione di un condensato in seguito allo spegnimento di una trappola armonica può essere descritta per mezzo dell'evoluzione dinamica di tre parametri

di scala  $\lambda_j(t)$ ,  $j = 1, 2, 3$ , che descrivono la dilatazione della nuvola lungo le tre direzioni normali del sistema individuate da  $R_j(t) = \lambda_j(t)R_j(0) = \lambda_j(t)\sqrt{2\mu/M\omega_j^2}$ . Si definisca l'*aspect ratio* iniziale  $AR_{ij}(t = 0)$  tra due direzioni  $(i, j)$  normali del sistema, come

$$AR_{ij}(0) = \frac{R_i(0)}{R_j(0)} = \frac{\omega_j}{\omega_i}. \quad (5.49)$$

Per evitare confusione si supponga che le direzioni  $(i, j)$  siano scelte tali che  $R_i \leq R_j$  così da avere sempre, al tempo iniziale,  $AR_{ij}(0) \leq 1$ .

Allora a tempi successivi si avrà

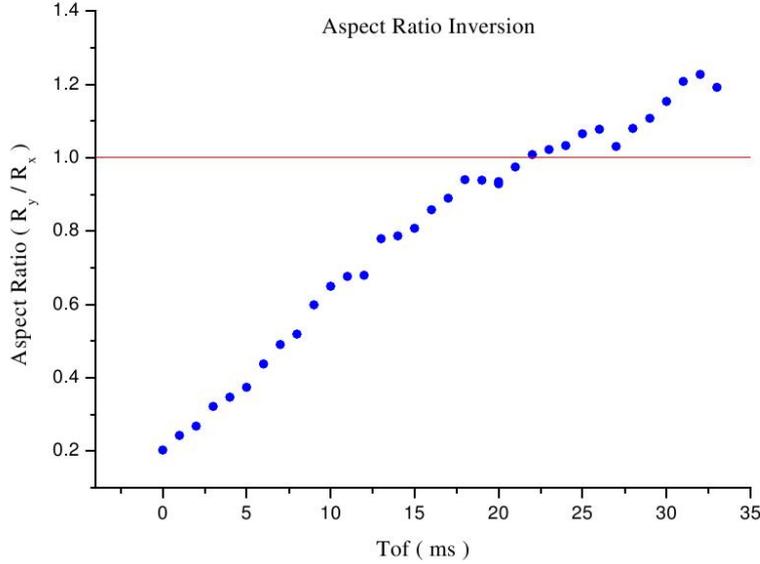
$$AR_{ij}(t) = \frac{R_i(t)}{R_j(t)} = \frac{\lambda_i(t)\omega_j}{\lambda_j(t)\omega_i}. \quad (5.50)$$

Questa equazione mostra che, nell'espansione balistica di un condensato, esiste la possibilità che l'*aspect ratio* della nuvola tra due direzioni  $(i, j)$  si inverta, a seconda dell'evoluzione dinamica dei coefficienti di scala  $\lambda_i(t)$ ,  $\lambda_j(t)$ . Tale proprietà è una caratteristica peculiare di un gas quantistico degenerare bosonico.

Per misurare l'inversione dell'*aspect ratio* si procede con l'imaging in assorbimento, meglio se eseguito con un fascio di probe che si propaghi lungo una direzione normale del sistema. Questo però non è stato possibile nel nostro esperimento, e dunque bisogna tenere conto dell'effettivo angolo di osservazione per quantificare in modo preciso il valore di  $AR_{ij}(t)$ . Data la difficoltà della procedura per ricondursi, a partire dalle dimensioni del BEC in espansione viste nel sistema di riferimento della CCD, alle dimensioni reali del condensato, ci si è limitati a constatare la manifestazione dell'inversione di *aspect ratio* lungo le due direzioni ortogonali del piano della telecamera. Questo è sufficiente per dimostrare che una tale inversione esiste, poiché se l'espansione fosse isotropa, il valore di *aspect ratio* tenderebbe a uno indipendentemente dalla direzione di osservazione.

In Figura 5.7 si mostra il grafico della misura effettuata, eseguendo imaging in assorbimento sul condensato rilasciato dalla trappola ottica incrociata in funzione del tempo di volo. Il valore di potenza del fascio laser d'andata è 1.3 W, valore finale della rampa di evaporazione (vedi Sezione 5.2).

Il grafico rappresenta il rapporto  $R_y(t)/R_x(t)$  misurato in funzione del tempo di volo in cui  $R_y(t)$  e  $R_x(t)$  sono le dimensioni del condensato nel sistema di riferimento della CCD estratte dal fit della column density con una Thomas-Fermi (vedi Appendice A). L'inversione di *aspect ratio* tra le direzioni  $(x, y)$  sul piano della telecamera si manifesta dopo un tempo  $t = 23$



**Figura 5.7:** Misura dell’inversione dell’aspect ratio tra le direzioni  $(x, y)$  sul piano della CCD. L’inversione si manifesta dopo un tempo  $t = 23$  ms.

ms e raggiunge un massimo di circa 1.2 all’istante  $t \simeq 33$  ms.

## 5.4 Sviluppi futuri

L’obiettivo sul breve periodo coincide con la realizzazione di un gas degenere di Fermi con l’isotopo  $^{173}\text{Yb}$ .

Allo stato attuale si è riusciti a trasferire dalla MOT alla trappola ottica incrociata circa  $3 \cdot 10^6$  atomi alla temperatura  $T \simeq 2 \mu\text{K}$ , circa un ordine di grandezza più rispetto alla temperatura dell’isotopo bosonico. Sono inoltre in corso le prove di evaporazione<sup>6</sup> in trappola ottica incrociata e in particolare le misure delle frequenze di trappola per diversi valori di potenza del fascio laser d’andata. A differenza del bosone infatti, in cui non è necessario conoscere le frequenze di trappola per identificare l’evidente transizione di fase allo stato condensato, nel caso fermionico la densità della nuvola atomica in espansione è descritta da una distribuzione Fermi-Dirac, molto simile ad una Maxwelliana (a meno che  $T/T_F \ll 1$ ) e quindi difficilmente distinguibile dal

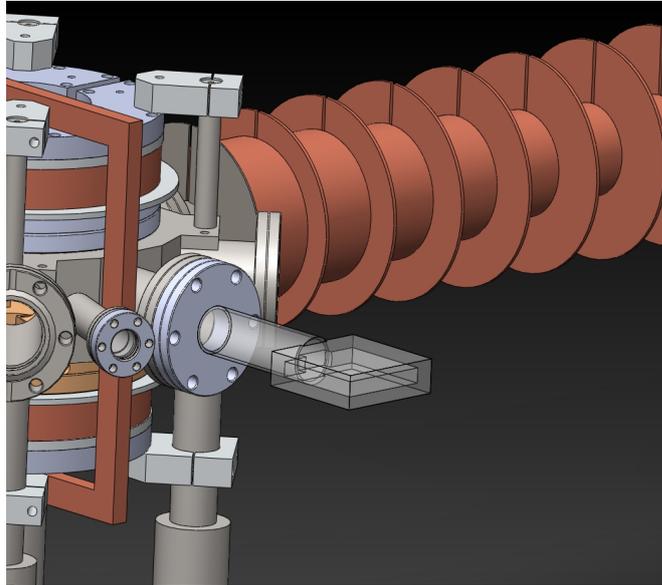
<sup>6</sup>Il raffreddamento evaporativo funziona perchè gli atomi si trovano in una miscela di stati di spin e quindi le collisioni, fondamentali al raffreddamento evaporativo, non sono soppresse dal principio di esclusione di Pauli, come invece avviene per un gas di Fermi polarizzato.

caso classico. Un modo per rendersi conto della degenerazione consiste nel misurare la temperatura di Fermi e verificare che la temperatura della nuvola sia, di fatto, inferiore. La temperatura di Fermi è definita come

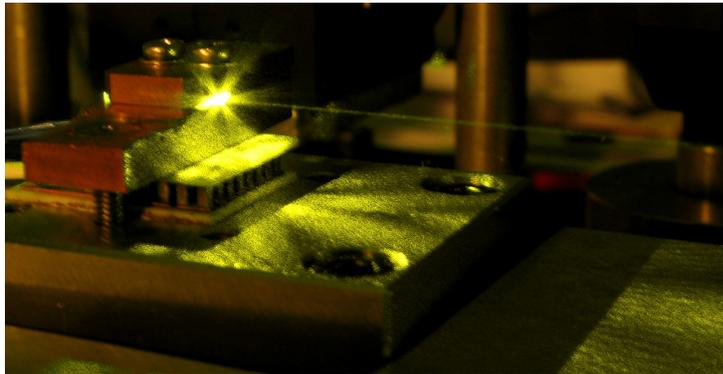
$$k_B T_F = \hbar \bar{\omega} (6N_{\text{tot}})^{1/3} = \hbar \bar{\omega} (N)^{1/3}, \quad (5.51)$$

in cui nel secondo passaggio si è tenuto conto che gli atomi si distribuiscono verosimilmente con probabilità  $1/6$  sugli stati  $M_F$ ,  $F = 5/2$  e dunque  $N = N_{\text{tot}}/6$ . Per misurare questa quantità è dunque necessario conoscere perfettamente la geometria della trappola che risulta essere fondamentale per la determinazione dell'avvenuta transizione di fase allo stato degenerato di Fermi.

L'obiettivo di lungo periodo dell'esperimento coincide con la realizzazione di un apparato per l'imaging ad alta risoluzione di atomi di Itterbio intrappolati in un reticolo ottico bidimensionale e utilizzare la transizione proibita  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  verso lo stato metastabile (Figura 2.1) per sviluppare protocolli di computazione quantistica [11] e simulare potenziali di gauge per atomi neutri [10]. In vista di questo obiettivo, gli atomi verranno trasferiti dal centro della cella di MOT ad una cella di vetro (vedi Figura 5.8) ad alto accesso ottico sfruttando un *optical tweezer* che altro non è che il fascio d'andata della trappola ottica incrociata. Muovendo la lente posizionata sul traslatore a cuscino d'aria, si sposta longitudinalmente il piano su cui il fascio laser focalizza e con esso, anche la nuvola intrappolata [44]. Il cammino da percorrere è di circa 30 cm e dunque bisognerà ottimizzare al meglio la traiettoria del carrello del traslatore al fine di massimizzare il numero d'atomi trasportati. Nella cella di vetro verrà poi realizzato il reticolo bidimensionale attraverso radiazione laser a 759 nm. La scelta di questa lunghezza d'onda, detta "magica" è dovuta al fatto che i light shifts degli stati fondamentale  $^1S_0$  e metastabile  $^3P_0$ , coincidono. Ciò permette di trattare questo sistema a due livelli come un *qubit* affetto solo in minima parte da processi di decoerenza. Per eccitare la transizione d'orologio, è in corso di realizzazione il sistema laser a 578 nm (vedi Figura 5.8) che dovrà possedere requisiti di stabilità e larghezza di riga tipici delle implementazioni metrologiche, [7]. Per risolvere il singolo sito del reticolo ottico bidimensionale sarà necessario utilizzare un obiettivo ad alta apertura numerica (NA=0.7) che permetterà di ottenere una risoluzione ottica inferiore al  $\mu\text{m}$ .



(a) Schema della cella di vetro in cui verrà trasportata la nuvola atomica attraverso un optical tweezer. A destra si vede lo Zeeman Slower.



(b) Dettaglio della cavità di duplicazione per la generazione della luce a 578 nm a partire dalla radiazione a 1116 nm prodotta da un diodo laser.

**Figura 5.8**

# Conclusione

Durante questo lavoro di tesi è stato realizzato per la prima volta ai laboratori *LENS* di Sesto Fiorentino, un condensato di Bose-Einstein con l'isotopo di Itterbio  $^{174}\text{Yb}$ .

La procedura che è stata sviluppata e portata a termine con successo prevede l'intrappolamento in una MOT di una nuvola atomica di Itterbio e il successivo trasferimento, il cui protocollo è stato ottimizzato durante il lavoro di tesi, a due trappole completamente ottiche, realizzate a partire da radiazione laser infrarossa. La prima trappola è basata su una cavità Fabry-Perot montata all'interno della cella di MOT capace di immagazzinare tra gli specchi una potenza radiativa pari a circa 2300 volte la potenza laser iniettata. Qui la nuvola viene trasferita a partire dalla MOT con un'efficienza di circa il 33 % ottenendo un numero d'atomi  $N \approx 6.5 \cdot 10^8$  alla temperatura di circa  $83 \mu\text{K}$ . In cavità avviene una prima fase di raffreddamento evaporativo che consente di aumentare la densità nello spazio delle fasi di quasi cinque ordini di grandezza ottenendo, a fine evaporazione, un numero d'atomi  $N \approx 1.1 \cdot 10^8$  alla temperatura di circa 300 nK. La nuvola viene poi trasferita in una seconda trappola ottica, la trappola ottica incrociata, progettata e realizzata durante il lavoro di tesi. Essa è costituita da due fasci laser a 1064 nm che si intersecano nel centro della cella di MOT a  $45^\circ$ . Il trasferimento della nuvola dal risonatore alla trappola ottica incrociata avviene con un'efficienza di circa il 7% corrispondente ad un numero d'atomi  $N \approx 8 \cdot 10^6$ . Eseguendo un'altra fase di evaporazione in questa trappola si è riusciti a realizzare un condensato di Bose-Einstein caratterizzato da un numero d'atomi  $N_{\text{BEC}} \approx 4 \cdot 10^5$ , da una temperatura critica  $T_c \simeq 175 \text{ nK}$  e da un tempo di vita in trappola di circa 11 s. Il condensato realizzato possiede un numero d'atomi decisamente superiore a quello precedentemente prodotto [9].

Si è inoltre lavorato con l'isotopo fermionico  $^{173}\text{Yb}$  con il quale è stata realizzata per la prima volta in questo laboratorio, una MOT contenente un numero d'atomi  $N \approx 4 \cdot 10^8$  alla temperatura di  $T \simeq 30 \mu\text{K}$ . È inoltre in fase di realizzazione anche un gas degenerato di Fermi di  $^{173}\text{Yb}$ , attraverso tecniche di raffreddamento evaporativo analoghe a quelle sfruttate per la condensazione

dell'isotopo bosonico. I risultati trovati costituiscono un ottimo punto di partenza per la realizzazione di esperimenti di simulazione e informazione quantistica con atomi di Itterbio.

# Appendice A

## Imaging in assorbimento

Le nuvole di atomi freddi studiate alle temperature di qualche microkelvin contengono tipicamente  $10^4 - 10^8$  atomi. Non è possibile applicare a questi sistemi le tecniche termometriche della fisica alle basse temperature. Per prima cosa il numero d'atomi è troppo piccolo, secondo, questi sistemi sono in uno stato metastabile e dunque non si può permettere che raggiungano l'equilibrio termico con un altro corpo, terzo, questi sistemi hanno una vita media che va dai secondi ai minuti.

Tra le quantità che possono essere misurate c'è il profilo della densità. Un modo di farlo è tramite la tecnica dell'imaging in assorbimento. Facendo passare attraverso la nuvola della luce risonante con una transizione atomica, parte di questa radiazione verrà assorbita. Dunque misurando il profilo d'assorbimento è possibile ottenere informazioni riguardo alla distribuzione della densità.

### Numero d'atomi

Nell'esperimento si illumina il campione di atomi intrappolati con un fascio laser di probe a 399 nm risonante con la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  in modo che gli atomi assorbano parte della radiazione, lasciando un'ombra nel profilo del fascio. L'intensità trasmessa viene poi misurata da una CCD BlueFox 120AG. Dunque, data la sezione d'urto di assorbimento [22]:

$$\sigma(\delta, s) = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \left( \frac{1}{1 + (2\delta/\Gamma)^2} \right) \left( \frac{1}{1 + s} \right) \quad (\text{A.1})$$

dove  $s$  è il parametro di saturazione e  $\delta$  il detuning del fascio di imaging, l'intensità trasmessa sarà:

$$I_t(x, y) = I_0(x, y)e^{-\tilde{n}(x, y)} \quad (\text{A.2})$$

in cui  $\tilde{n}(x, y) = \int n(x, y, z) dz$  è la *column density*,  $(x, y)$  sono le coordinate dei pixel sulla CCD e  $I_0(x, y)$  l'intensità del fascio di probe che ha un profilo gaussiano. Quindi, la column density è:

$$\tilde{n}(x, y) = -\frac{1}{\sigma} \log \left( \frac{I_t(x, y)}{I_0(x, y)} \right). \quad (\text{A.3})$$

In realtà, per ricavare la reale densità integrata del sistema bisogna tenere conto che la dimensione effettiva dei pixel dipende dall'ingrandimento introdotto dal sistema ottico utilizzato per raccogliere le immagini. Inoltre bisogna sottrarre il contributo della luce ambiente su ogni singolo pixel prendendo un'immagine con i laser spenti. Fatte queste considerazioni, il numero di atomi rivelato sul pixel  $(i, j)$  diventa:

$$\tilde{n}_{ij} = -\frac{S}{\sigma} \log \left( \frac{P_{ij} - B_{ij}}{F_{ij} - B_{ij}} \right) \quad (\text{A.4})$$

dove  $S = px^2$  è l'area efficace del singolo pixel con l'ingrandimento incluso, con dimensione lineare  $px = 26 \mu\text{m}$  per l'imaging della MOT e  $px = 3.9 \mu\text{m}$  per l'imaging del BEC. In (A.4)  $P_{ij}, F_{ij}, B_{ij}$  sono le intensità dei segnali rispettivamente dell'immagine con gli atomi, senza atomi e del background sul pixel  $(i, j)$ .

Nel caso della nuvola termica, dopo aver preso le tre immagini, viene fatto un fit gaussiano bidimensionale con la funzione:

$$\tilde{n}_{ij} = A \exp \left[ -\frac{(x_i - x_0)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y_j - y_0)^2}{2\sigma_y^2} \right] \quad (\text{A.5})$$

da cui si estraggono i parametri  $\sigma_x, \sigma_y, x_0, y_0$  e  $A$ . Qui le coordinate  $(x, y)$  si riferiscono rispettivamente alla coordinata orizzontale e alla coordinata verticale sul piano della telecamera.

Nel caso del condensato puro invece, viene eseguito un fit Thomas-Fermi (vedi Sezione 5.1) con la funzione:

$$\tilde{n}_{ij} = n_0 \left( 1 - \frac{(x_i - x_0)^2}{R_x^2} - \frac{(y_j - y_0)^2}{R_y^2} \right)^{3/2} \quad (\text{A.6})$$

da cui si estraggono i parametri  $R_x, R_y, x_0, y_0$  e  $n_0$ . I valori restituiti dal fit  $R_x, R_y$  non coincidono con le dimensioni reali del condensato in trappola, poiché nel nostro esperimento le direzioni  $(x, y)$  sul piano della CCD non corrispondono alle direzioni normali della nuvola in trappola (Vedi Sezione 3.3.3). Non è dunque semplice misurare le dimensioni effettive del conden-

---

sato, visto che la direzione del fascio di imaging non coincide con nessuna particolare direzione normale del sistema.

Nelle situazioni in cui parte della nuvola atomica ha eseguito la transizione di fase e parte è ancora allo stato termico, il fit viene eseguito con una funzione bimodale che è semplicemente la somma delle (A.5) e (A.6).

Per misurare il numero di atomi si sommano i contributi di tutti i pixel secondo l'equazione (A.4) ottenendo così:

$$N_{atoms} = -\frac{S}{\sigma(\delta)} \sum_{i,j} \log \left( \frac{P_{ij} - B_{ij}}{F_{ij} - B_{ij}} \right). \quad (\text{A.7})$$

o, alternativamente, si integrano le equazioni (A.5), (A.6). Per eseguire le misure, il fascio di imaging viene tenuto in risonanza con la transizione ( $\delta = 0$ ) a meno che la densità della nuvola atomica sia troppo elevata. In questo caso il detuning vale  $\delta = -1.45\Gamma$  per evitare che il numero di atomi sia sottostimato a causa del range dinamico di 8 bit della CCD. Inoltre si utilizza un'intensità piuttosto bassa ( $< 100 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ ) in modo che sia rispettata la condizione  $s \ll 1$  e la densità ottica misurata sia indipendente dall'intensità. La durata dell'impulso di imaging è di circa  $100 \mu\text{s}$ , sufficientemente grande da avere un buon numero di conteggi nell'immagine senza saturare la CCD, ma sufficientemente piccola da poter trascurare il moto degli atomi durante la fase di imaging.

### Temperatura e metodo del tempo di volo: gas classico

Per misurare precisamente la temperatura della nuvola atomica si fa ricorso al metodo del tempo di volo (time of flight o TOF). Questo metodo consiste nello spegnere la trappola improvvisamente osservando così l'espansione balistica della nuvola atomica ad un certo istante di tempo tramite l'imaging in assorbimento.

Quando gli atomi non sono ancora nel regime quantistico, si comportano come particelle classiche ben descritte da una distribuzione Maxwelliana. Allora al tempo  $t$  la distribuzione degli atomi sarà:

$$n(\mathbf{r}, t) = \frac{N}{(2\pi)^{3/2}(\sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2)^{3/2}} \exp \left[ -\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2}{2(\sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2)} \right], \quad \sigma_v = \sqrt{\frac{k_B T}{M}}. \quad (\text{A.8})$$

Dunque scattando delle immagini a tempi diversi è possibile misurare  $\sigma_v$  e di conseguenza la temperatura della nuvola atomica. La temperatura è ottenuta effettuando un fit parabolico dell'espansione balistica con una funzione  $\sigma^2(t) = \sigma_0^2 + \sigma_v^2 t^2$ . A partire dal parametro  $\sigma_v^2$  restituito dal fit, si ottiene la

temperatura secondo la relazione:

$$T = \frac{M}{k_B} \sigma_v^2 \quad (\text{A.9})$$

in cui  $\sigma_v$  tiene già conto della dimensione effettiva del pixel.

Nel caso in cui la nuvola venga rilasciata dal risonatore o dalla trappola ottica incrociata, il fit parabolico viene eseguito a partire dalla misura della sola dimensione verticale della nuvola. La direzione verticale del fascio di imaging infatti è l'unica che coincide con una direzione normale del sistema. La temperatura estrapolata dal fit dovrebbe dunque essere indicata con  $T_y$ , temperatura lungo la sola direzione verticale.

### Temperatura e metodo del tempo di volo: BEC

Per le analisi delle immagini in assorbimento del condensato prese in tempo di volo, si fa riferimento a [54] in cui viene studiata l'espansione balistica di un condensato di Bose-Einstein in seguito allo spegnimento di una trappola armonica. Generalizzando l'equazione di Gross-Pitaevski (5.39) al caso dipendente dal tempo si ottiene

$$i\hbar \partial_t \psi(\mathbf{r}, t) = \left[ -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V(\mathbf{r}, t) + U_{int} |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right] \psi(\mathbf{r}, t). \quad (\text{A.10})$$

in cui è stata inclusa nel potenziale esterno una dipendenze esplicita dal tempo, per tenere conto dello spegnimento della trappola. Per risolvere la (A.10) non è possibile utilizzare l'approssimazione di Thomas-Fermi poiché la variazione temporale del potenziale intrappolante convertirebbe energia potenziale in energia cinetica che dunque non potrebbe più essere trascurata. Si parta da un modello classico di un gas, in cui ciascuna particella è sottoposta ad una forza

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = -\nabla[V(\mathbf{r}, t) + U_{int} n_{cl}(\mathbf{r}, t)] \quad (\text{A.11})$$

dipendente dalla densità spaziale  $n_{cl}(\mathbf{r}, t)$  e in cui  $U_{int} = 4\pi \hbar^2 a_s / M$ . All'istante iniziale  $t = 0$  la condizione di equilibrio  $\mathbf{F} = 0$  fornisce  $n_{cl}(\mathbf{r}, 0) = |\psi(\mathbf{r}, 0)|^2 = [\mu - V(\mathbf{r}, 0)] / U_{int}$ , ovvero la soluzione stazionaria al problema classico coincide con quella quantistica nel limite di Thomas-Fermi. In [54] per  $t > 0$ , si ottiene che la densità spaziale evolve secondo

$$n_{cl}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\lambda_1(t)\lambda_2(t)\lambda_3(t)} n_{cl} \{ [x_j / \lambda_j(t)]_{j=1,2,3}, 0 \} \quad (\text{A.12})$$

---

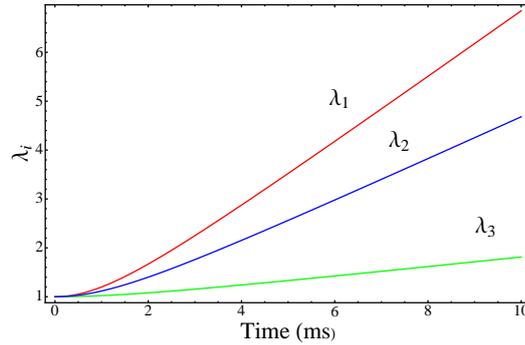
in cui i coefficienti dipendenti dal tempo  $\lambda_j(t)$  descrivono la dilatazione della nuvola in espansione lungo la traiettoria

$$R_j(t) = \lambda_j(t)R_j(0) \quad j = 1, 2, 3. \quad (\text{A.13})$$

dove  $R_j(0)^2 = 2\mu/M\omega_j^2$ ,  $j = 1, 2, 3$  sono le dimensioni della nuvola all'istante iniziale lungo le direzioni normali del sistema. Si dimostra che la legge di Newton applicata alle traiettorie (A.13) porta ad un sistema di equazioni differenziali accoppiate per i coefficienti  $\lambda_j(t)$

$$\ddot{\lambda}_j = \frac{\omega_j^2(t)}{\lambda_j\lambda_1\lambda_2\lambda_3} - \omega_j^2(t)\lambda_j \quad j = 1, 2, 3 \quad (\text{A.14})$$

le cui condizioni iniziali sono  $\lambda_j(0) = 1$  e  $\dot{\lambda}_j(0) = 0$ . In Figura A.1 si mostra il grafico delle soluzioni del sistema di equazioni (A.14) per le frequenze di trappola misurate nell'esperimento  $\nu = (105, 80, 35)$  Hz. Si dimostra che



**Figura A.1:** Evoluzione temporale dei coefficienti di scala  $\lambda_j$  per le frequenze di trappola misurate nel nostro esperimento.

in regime di Thomas-Fermi, la forma della funzione d'onda che descrive il condensato rimane praticamente costante  $\psi(r_j/\lambda_j, t) \simeq \psi(r_j, 0)$  e quindi la dinamica del sistema è contenuta nell'evoluzione temporale dei tre parametri di scala  $\lambda_j(t)$ . In particolare la densità del condensato è un paraboloido invertito dipendente dal tempo

$$n(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu - \sum_{j=1}^3 \frac{1}{2} M\omega_j^2(0) x_j^2/\lambda_j^2(t)}{U_{int} \lambda_1(t)\lambda_2(t)\lambda_3(t)}. \quad (\text{A.15})$$

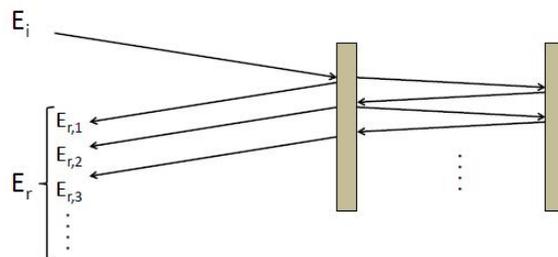
## Appendice B

# Metodo d'aggancio Pound-Drever-Hall

In Sezione 3.2 è stata descritta la cavità Fabry-Perot montata all'interno della cella di MOT e se ne è illustrata l'applicazione nell'ambito dell'intrappolamento ottico di atomi di Itterbio. La cavità viene iniettata con radiazione laser a 1064 nm generata da un sistema Mephisto MOPA e per tutto il tempo necessario al ciclo sperimentale è fondamentale che la lunghezza d'onda del laser sia perfettamente risonante con un modo longitudinale della cavità.

Per correggere le fluttuazioni di frequenza del laser, dovute a derive termiche o meccaniche, che comportano la perdita della condizione di risonanza con la cavità, si ricorre al potente metodo d'aggancio Pound-Drever-Hall (PDH) di cui si danno le basi in questa appendice [27].

### Origine del segnale d'errore d'aggancio del laser alla cavità



**Figura B.1:** Segnale riflesso da una cavità Fabry-Perot. Il campo è dato dalla sovrapposizione dell'onda riflessa direttamente dallo specchio d'ingresso e dalle porzioni che fuoriescono dalla cavità dopo aver compiuto numerosi round-trips

---

La chiave per il metodo d'aggancio PDH è la generazione del segnale d'errore per agganciare il laser alla cavità. Il segnale d'errore è prodotto modulando la frequenza del fascio laser d'ingresso, e rivelando la potenza riflessa dalla cavità. Questo segnale d'errore è generato dall'interferenza tra le sidebands del laser e le componenti multiple che costituiscono l'onda riflessa dalla cavità. La Figura B.1 mostra che l'onda riflessa totale,  $E_r$ , da un semplice risonatore ottico, è la sovrapposizione della riflessione dall'input coupler del fascio incidente  $E_i$  e le onde che fuoriescono dalla cavità dopo numerosi round-trips. Si può scrivere il campo totale riflesso come

$$E_r = \frac{(1 - e^{-i\delta})\sqrt{R}}{1 - Re^{-i\delta}} E_i = F(\omega)E_i \quad (\text{B.1})$$

in cui  $\delta = 2\omega L/c$  con  $L$  lunghezza della cavità e  $R$  è la riflettività degli specchi. A questo punto si definiscano il campo incidente come  $E_i = E_0 e^{i\omega t}$  e il campo riflesso come  $E_r = E_1 e^{i\omega t}$ . Modulando il fascio laser d'ingresso alla frequenza  $\Omega$  e all'ampiezza  $\beta$ , si ottiene

$$E_i = E_0 e^{i[\omega t + \beta \sin(\Omega t)]} \quad (\text{B.2})$$

che, utilizzando l'espansione di Jacobi-Anger

$$e^{iz \sin(\theta)} = J_0(z) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n J_n(z) \cos(n\theta) \quad (\text{B.3})$$

può essere riscritta in termini delle funzioni di Bessel, come

$$E_i \simeq E_0 e^{i\omega t} [J_0(\beta) + 2iJ_1(\beta) \sin(\Omega t)]. \quad (\text{B.4})$$

Prendendo la (B.4) come espressione del fascio incidente, l'espressione per la potenza riflessa dalla cavità risulta essere

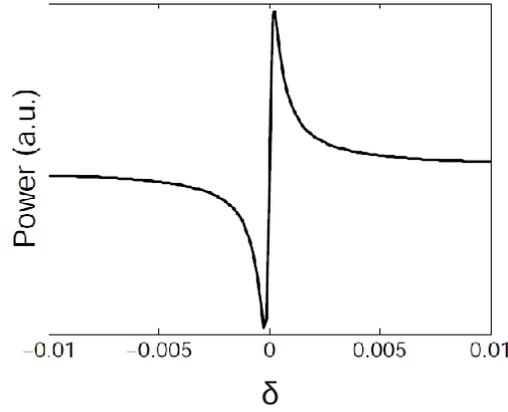
$$\begin{aligned} P_r &= |E_r|^2 \\ &\simeq |E_0|^2 J_0^2(\beta) |F(\omega)|^2 + |E_0|^2 J_1^2(\beta) [|F(\omega + \Omega)|^2 + |F(\omega - \Omega)|^2] \\ &\quad - 2|E_0|^2 J_0^2(\beta) J_1^2(\beta) [\Re(F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)) \cos(\Omega t) \\ &\quad + \Im(F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)) \sin(\Omega t)] \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

dove sono stati trascurati i termini  $o(2\omega)$  originanti dall'interferenza tra le sidebands. L'equazione (B.5) mostra che la potenza riflessa è costituita da una componente non dipendente dal tempo e da un segnale oscillante alla frequenza di modulazione  $\Omega$ ; il segnale d'errore scaturisce da questa compo-

nente oscillante. Nel caso della cavità di laboratorio (vedi Sezione 3.2), la finesse è sufficientemente alta da fare in modo che la larghezza di riga della cavità sia molto più stretta della frequenza di modulazione. Questo significa che la portante a frequenza  $\omega$  e le sidebands non possono risuonare contemporaneamente con la cavità. Allora, quando la frequenza portante è quasi risonante con la cavità,  $F(\omega \pm \Omega) \approx -1$  e

$$P_r \approx 2P_s - 4\sqrt{P_c P_s} \Im[F(\omega)] \sin(\Omega t) \quad (\text{B.6})$$

in cui  $P_c = |E_0|^2 J_0^2(\beta)$  e  $P_s = |E_0|^2 J_1^2(\beta)$  sono rispettivamente le potenze della portante e delle sidebands. Il segnale d'errore è l'ampiezza della componente della potenza riflessa, oscillante alla frequenza di modulazione  $\Omega$ . La Figura B.2 mostra l'ampiezza di questo termine in funzione di  $\delta = 2\omega L/c$ .



**Figura B.2:** Segnale d'errore vicino alla risonanza della cavità caratterizzata da una larghezza di riga molto più stretta della frequenza di modulazione.

In Figura B.2 si osserva che, vicino alla risonanza, il segnale d'errore varia linearmente rispetto alle deviazioni in frequenza dalla risonanza ( $\delta\nu$ ). Questa linearità è molto importante poiché permette di utilizzare tecniche standard di feedback e controllo per controllare il sistema. L'approssimazione lineare è valida se  $\delta\nu \ll \delta\nu_c$  in cui  $\delta\nu_c$  è la larghezza di riga della cavità. Nel regime lineare il segnale d'errore è dato da

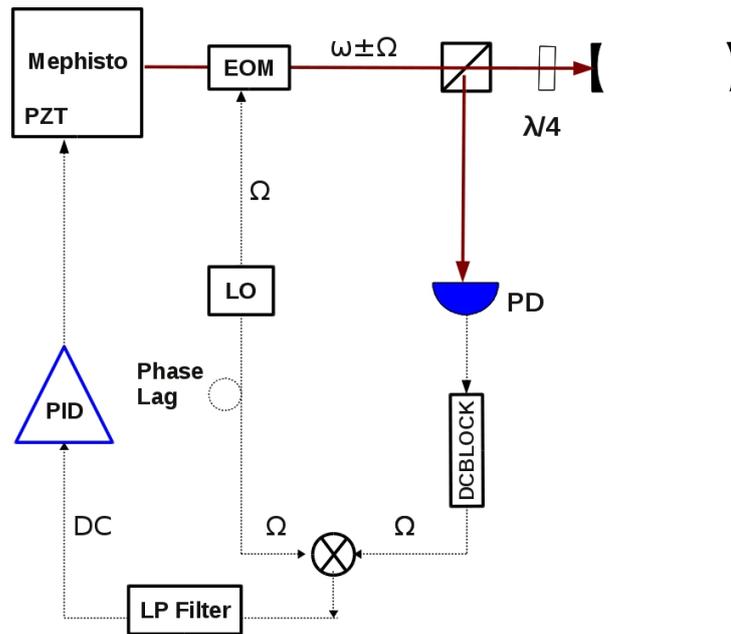
$$\epsilon = -\frac{8\sqrt{P_c P_s}}{\delta\nu_c} \delta f \quad (\text{B.7})$$

in cui  $\delta f$  è la deviazione della frequenza vera del laser rispetto alla frequenza risonante con la cavità.

---

## Generazione del segnale d'errore

Lo schema base per il sistema d'aggancio è rappresentato in Figura B.3. La parte importante del diagramma è l'elettronica a radio-frequenza utilizzata per manipolare il segnale d'errore e generare un segnale di feedback.



**Figura B.3:** Schema base per l'aggancio PDH del laser alla cavità. Per semplicità è stato omesso il controllo sulla temperatura del Mephisto.

Come discusso precedentemente, il segnale d'errore è originato dall'ampiezza della componente riflessa dalla cavità, oscillante alla frequenza di modulazione  $\Omega$ . Il primo passo per agganciarsi alla cavità consiste dunque nell'impartire questa modulazione alla frequenza portante del laser. Per fare ciò si utilizza un modulatore elettro-ottico (EOM) guidato da un oscillatore locale (LO) la cui frequenza di modulazione (39 MHz nel nostro caso come discusso in Sezione 3.2) non è particolarmente importante, fintanto che sia più rapida del tempo di risposta della cavità e contenuta nella banda dei dispositivi elettronici utilizzati. Dopo che sono state aggiunte le sidebands, il fascio laser viene iniettato in cavità e il segnale riflesso viene prelevato per mezzo di un cubo polarizzatore e di una lamina  $\lambda/4$ . Per poter estrarre dal segnale d'errore la componente oscillante a frequenza di modulazione  $\Omega$ , bisogna utilizzare dell'elettronica a radio-frequenza per mixare il segnale riflesso con un oscillatore locale e produrre un segnale DC. Il primo passo consiste

nell'utilizzare un DC block posizionato dopo il fotodiodo (PD) per filtrare le componenti DC non volute. Dopo questo filtro, sopravvive solo la componente a frequenza  $\Omega$ . Il segnale viene dunque moltiplicato in un mixer con il segnale RF che guida l'EOM, opportunamente aggiustato in fase (Phase lag in Figura B.3). L'output del mixer possiede a questo punto componenti in DC e componenti a frequenza  $2\Omega$ . Un filtro passa basso blocca le componenti ad altra frequenza e ciò che rimane è il segnale d'aggancio. Questo viene mandato ad un controllore PID e poi spedito al piezoelettrico del Mephisto, permettendo l'aggancio del laser alla cavità.

# Bibliografia

- [1] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell, *Observation of a Bose-Einstein Condensate in a dilute atomic vapour*, Science, 269(5221):198-201, 1995.
- [2] B. DeMarco. *Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas* Science, 285(5434): 1703-1706, 1999.
- [3] F.S. Cataliotti, S.Burger, C.Fort, P.Maddaloni, F.Minardi, A.Trombettoni, A.Smerzi, M.Inguscio *Josephson junction arrays with Bose-Einstein condensates*, Science, 293:5531, 2001.
- [4] M.Greiner, O.Mandel, T.Esslinger, T.W.Hansch, and I.Bloch, *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*, Nature, 415(6867):39-44, 2002.
- [5] G.Roati, C.D'Errico, L.Fallani, M.Fattori, C.Fort, M.Zaccanti, G.Modugno, M.Modugno, and M.Inguscio, *Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate*, Nature, 453(7197), 2008.
- [6] L.Tarruell, D.Greif, T.Uehlinger, Gr.Jotzu, T.Esslinger *Creating, moving and merging Dirac points with a Fermi gas in a tunable honeycomb lattice*, Nature, 483, 302-305, 2012.
- [7] Z.Barber, *Ytterbium Optical Lattice Clock*, PhD thesis, University of Colorado, 2007.
- [8] M.Takamoto, F.Hong, R.Higashi, H.Katori *An optical lattice clock*, Nature, 435, 321-324, 2005.
- [9] Y.Takasu and Y.Takahashi, *Quantum Degenerate Gases of Ytterbium Atoms*, J. Phys. Soc. Jpn., 78, 2009.
- [10] F.Gerbier and J.Dalibard, *Gauge fields for ultracold atoms in optical superlattices*, New J. Phys. 12:033007, 2010.

- [11] A.Daley, *Quantum Computing and Quantum Simulation with Group-II Atoms*, Quantum Information Processing, 10:865-884, 2011.
- [12] A.H. Hansen, A.Khramov, W.Dowd, A.Jamison, V.Ivanov, and S.Gupta, *Quantum Degenerate Mixture of Ytterbium and Lithium Atoms*, Phys. Rev. A. 84, 011606R, 2011.
- [13] C.Cohen-Tannoudji and D.Guèry-Odelin, *Advances in Atomic Physics: An Overview*, World Scientific, Hackensack, NJ, 2011.
- [14] C.Cohen-Tannoudji and D.Grynberg, *Atom-photon interactions:basic processes and applications*, volume 1, Wiley, 1998
- [15] M.Scully, M.Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press, 1997
- [16] J.P. Gordon and A. Ashkin, *Motion of atoms in a radiation trap*, Phys. Rev. A 21(5),1606, (1980).
- [17] T.W. Hansch, A.L. Schawlow, *Cooling of Gases by Laser Radiation*, Opt. Comm. 13, 68 (1975).
- [18] P.D. Lett, W.D. Phillips, S.L. Rolston, C.E. Tanner, R.N. Watts, and C.I. Westbrook, *Optical Molasses*. J.Opt.Soc.Am.B, 6(11), 2084, November 1989
- [19] L.Peliti, *Appunti di meccanica statistica*, Bollati-Boringhieri, 2002.
- [20] J.P. Gordon and A. Ashkin, *Stability of radiation.pressure particle traps: an optical Earnshaw theorem*, Optics letters, 64(4): 408-412, 1990.
- [21] J.Dalibard, S.Reynaud, and C.Cohen-Tannoudji, *Potentialities of a new  $\sigma^+ - \sigma^-$  laser configuration for radiative cooling and trapping*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 4577, 1984.
- [22] A.Yamaguchi, *Metastable state of ultracold and quantum degenerate Ytterbium atoms*. PhD thesis, Kyoto University, 2008.
- [23] H.Moritz, T.Esslinger, *Viewpoint: a new phase for Ytterbium atoms*, Physics 2, 31 (2009).
- [24] K.Deilamian, J.D. Gialspy and D.E. Kelleher, *Isotope Shifts and hyperfine splittings of the 398.8-nm Yb I line* J.Opt.Soc.Am.B, 10(5), 789, 1993.

- 
- [25] W.A. van Wijngaarden and J.Li. *Measurement of isotope shifts and hyperfine splittings of ytterbium by means of acousto-optic modulation* J.Opt.Soc.Am.B, 11(11), 2163, 1994.
- [26] T.W. Hansch and B. Couillaud. *Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity*, Optics communications, 35(3): 441-444, 1980.
- [27] E.D. Black, *An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization*, American Journal of Physics, 69(1): 79, 2001.
- [28] R.W. Boyd, *Nonlinear optics*, AP, 2003
- [29] G.Pagano, *Raffreddamento e intrappolamento di atomi di Itterbio*, Tesi di Laurea Magistrale, Università la Sapienza, 2011.
- [30] W. Hansch, I. S. Shahin and A.L. Schawlow, *Optical resolution of the Lamb shift in atomic hydrogen by laser saturation spectroscopy*, Nature Physical Science, 235(56):63-65, January 1972.
- [31] W.D. Phillips and H.Metcalf, *Laser deceleration of an atomic beam*, Physical Review Letters, 48(9):596-599, 1982.
- [32] T.E. Barrett, S.W. Dapore-Schwartz and M.D. Ray, *Slowing atoms with  $\sigma^-$  polarized light*, Physical Review Letters, 67: 3483-3486, 1991.
- [33] G.Insero, *Realizzazione di un apparato sperimentale per il rallentamento di un fascio atomico di Itterbio*, Tesina Triennale, Università di Firenze, 2010.
- [34] R. Maruyama, R. H. Wynar, M. V. Romalis, A. Andalkar, M. D. Swallows, C. E. Pearson, and E.N.Fortson, *Investigation of sub-Doppler cooling in an ytterbium magneto-optical trap*, Physical Review A, 68:011403(R), 2003.
- [35] L.Allen and J.H.Eberly, *Optical resonance and two-level atoms*, Dover, 1987.
- [36] R.Grimm, M.Weidemuller and Y.Ovchinnikov, *Optical dipole traps for neutral atoms*, Advances in atomic, molecular, and optical physics, 42:95-170, 2000.
- [37] O.Svelto, *Principles of Lasers*, Springer, 1998.

- [38] M.Greiner, *Ultracold quantum gases in three-dimensional optical lattice potentials*, Phd Thesis, Ludwig-Maximilians-Universitat Munchen, 2003.
- [39] Y.Takasu, K.Maki, K.Komori, T.Takano, K.Honda, M.Kumakura, T.Yabuzaki, and Y.Takahashi *Spin-Singlet Bose-Einstein Condensation of Two-Electron Atoms*, Physical Review Letters, 91(4), 2003.
- [40] B.Zimmerman, T.Muller, J.Meineke1, T.Esslinger and H.Moritz, *High-resolution imaging of ultracold fermions in microscopically tailored optical potentials*, New Journal of Physics, 13:043007, 2011.
- [41] A.Mosk, S.Jochim, H.Moritz, T.Elsasser, M.Weidemuller, and R.Grimm *Resonator-enhanced optical dipole trap for fermionic lithium atoms*, Optics Letters, 26(23):1837, 2001.
- [42] A.Trenkwalder, *Design of a Resonator Enhanced Optical Dipole Trap for Fermionic Mixtures*, Diploma Thesis, University of Innsbruck, 2007.
- [43] B.Frohlich, T.Lahaye, B.Kaltenhauser, H.Kubler, S.Muller, T.Koch, M.Fattori, and T.Pfau, *Two-frequency acousto-optic modulator driver to improve the beam pointing stability during intensity ramps*, Rev. Sci. Instrum. 78, 043101 (2007).
- [44] A.P.Chikkatur, Y.Shin, A.E.Leanhardt, D.Kielinski, E.Tsikata, T.Gustavson, D.Pritchard, W.Ketterle, *A Continuous Source of Bose-Einstein Condensed Atoms*, Science, 296(5576), 2002.
- [45] T.A.Savard, K.M.O'Hara, J.E.Thomas, *Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps*, Phys. Rev.A, 56(2), 1997.
- [46] R.Jauregui, *Nonperturbative and perturbative treatments of parametric heating in atom traps*, Phys. Rev.A, 64, 2001.
- [47] L.Landau, E.M.Lifshits, *Meccanica*, Editori Riuniti, 2003.
- [48] R.Jauregui, N. Poli, G. Roati, and G. Modugno, *Anharmonic parametric excitation in optical lattices*, Phys. Rev.A, 64(3), 2001.
- [49] C.J.Pethick, H.Smith, *Bose-Einstein condensation in dilute gases*, Cambridge University Press, 2008.
- [50] M. Kitagawa, K. Enomoto, K. Kasa, Y. Takahashi, R. Ciuryo, P. Naidon, and P. Julienne. *Two-color photoassociation spectroscopy of ytterbium atoms and the precise determinations of s-wave scattering lengths*, Physical Review A, 77(1):1-8, January 2008.

- [51] W. Ketterle, D.S. Durfee, and D.M. Stamper-Kurn, *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates*, Proceedings of the Enrico Fermi summer school, Varenna, 1998.
- [52] F.Dalfovo, S.Giorgini, L.Pitaevski, S.Stringari *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*, Rev. Mod. Phys. 71, 463–512 (1999).
- [53] C.J. Foot, *Atomic Physics*, Oxford University Press, 2011.
- [54] Y. Castin and R. Dum, *Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps*, Phys.Rev.Lett. 77(27), 1996.

# Ringraziamenti

Innanzitutto ringrazio G. Roati per essere venuto a Milano a tenere alcune lezioni sui condensati di Bose-Einstein e avermi fatto scoprire così, la fisica dei gas ultrafreddi. Ringrazio D. Galli per averlo invitato e per essere stato il relatore interno più paziente della storia dei relatori interni. Grazie a L. Fallani, per essere stato sempre disponibile e chiaro, in particolare nell'ultima settimana in cui ha dimostrato di possedere un rate di correzione pagine di tesi incredibile.

Un ringraziamento speciale ai pilastri del laboratorio, a Florian per aver cercato di insegnarmi il buon metodo sperimentale, per avermi trasmesso una piccola percentuale (ma proprio piccola percentuale) della sua tedeschiezza e per i biscotti al burro che hanno aiutato a mantenere la stabilità nell'allineamento delle fibre. A Jacopo che con il suo pessimismo cosmologico mi ha costretto sempre a pensare prima di fare qualsiasi cosa (a meno di quaderni gialli). Lo ringrazio per le sue battute fulminanti e lo non-ringrazio per avermi contagiato nel parlare come padre Marooooonno. Un grazie a Guido per aver condiviso con me centinaia di ore di soddisfazioni e sbattimenti in laboratorio e per non avermi fatto sentire come l'unico cretino che parla come padre Marooooonno. Almeno siamo in due, anzi tre, con Giacomo, con il quale ho condiviso le paturnie del tesista.

Ringrazio gli altri ragazzi del Lens come Marco T. (ma più il suo pecorino di Enna), Chiara, Tommaso, Schioppo (pallonetto infame), Luca, Jorge, il GGG. Ringrazio i miei coinquilini di Firenze, Adriano, Michele, Andrea, per avermi supportato e soprattutto sopportato in questo anno di tesi.

Un grazie speciale agli amici di Milano, la Feduzza, Giuli, Claudia, la Cice, Luca, Teo, Gabri, Viki, PatVick & Nico (andiamo in sicilia st'estate?), Max, Tia. Grandissimi il Daddy e le innumerevoli ore passate al Pam più buono se c'è Pam, il Gigi e le discussioni pseudo intellettuali fino alle 5 del mattino. Con loro e con la fantastica cucina McCloskey, dotata di orizzonte degli eventi, ho passato 5 anni fantastici e indimenticabili.

Infine ringrazio la mia famiglia, mia sorella, mamma e papà, senza di loro tutto questo non sarebbe mai stato possibile.