



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA



Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche Naturali

Dipartimento di Fisica

**Transizione di Mott
in una miscela Bose-Bose
a interazioni controllabili**

Candidato:
Stefano Conclave

Matricola: 1174270

Relatore: Prof. Massimo Inguscio Relatore Interno: Prof. Giorgio Parisi

Anno Accademico 2010/2011

*“Così ragionano tutti i pesci,
ciò di cui essi non toccano il fondo è senza fondo.”*

Non Nietzsche, ma anonimo sul muro di una pescheria di Sesto Fiorentino.

Indice

Introduzione	1
1 Condensazione di Bose-Einstein	4
1.1 Gas intrappolato non interagente	6
1.2 Gas intrappolato interagente	8
1.3 Risonanze di Feshbach	10
2 Tecniche sperimentali fondamentali	13
2.1 Raffreddamento e intrappolamento laser	13
2.1.1 Interazione tra atomo e radiazione laser	13
2.1.2 Raffreddamento Doppler: le melasse ottiche	16
2.1.3 Trappole di dipolo	18
2.1.4 Reticoli ottici	20
2.2 Raffreddamento evaporativo e simpatetico	21
2.2.1 Raffreddamento simpatetico	22
3 Apparato sperimentale	24
3.1 Sorgenti Laser	25
3.1.1 Rubidio: sorgenti laser e schema di aggancio	26
3.1.2 Potassio: sorgenti laser e schema di aggancio	27
3.1.3 Circuito ottico ed iniezione in fibra ottica	27
3.2 Schema dell'apparato da vuoto	28
3.3 Trappole magneto-ottiche	29
3.3.1 2D-MOT	30
3.3.2 3D-MOT	32
3.4 CMOT, melasse e pompaggio ottico	32
3.5 Intrappolamento magnetico: la millitrappola	33
3.5.1 Trasferimento ed evaporazione in millitrappola	36
3.6 Intrappolamento laser: fasci laser di dipolo	37
3.6.1 La trappola di dipolo	37
3.6.2 Il reticolo ottico	38
3.7 Effetti del campo gravitazionale	39
3.8 Trasferimento di stato interno	41
3.8.1 Rubidio: transizione adiabatica Landau-Zener	42

3.8.2	Potassio: transizione Raman a due fotoni	44
3.9	Sistema di rivelazione	47
4	Transizione di Mott con bosoni ultrafreddi	51
4.1	Bosoni su reticolo: il modello di Bose-Hubbard	52
4.2	Realizzazione sperimentale	56
4.3	Miscele atomiche: effetto delle impurezze sulla transizione	64
4.3.1	Impurezze fermioniche	66
4.3.2	Impurezze bosoniche	72
5	Risultati sperimentali	75
5.1	Procedura sperimentale e controllo dell'interazione	77
5.2	Risultati e analisi dati	82
5.2.1	Risultati con la Procedura Tipica	83
5.2.2	Confronto delle Procedure	88
	Conclusioni	92
	Bibliografia	93
	Ringraziamenti	98

Introduzione

Le vicende legate alla Condensazione di Bose-Einstein (BEC) sono un bell'esempio della fisica dell'ultimo secolo, e dimostrano come un'idea fondamentale possa svilupparsi in prospettiva come base di ricerche in ambiti molto diversi.

Punto di partenza di un'ipotetica cronistoria è la previsione teorica di tale fenomeno, prima nel 1924 da parte di Bose per un sistema di fotoni [1], poi per mano di Einstein un anno dopo [2], con l'estensione della trattazione al caso più generale di particelle bosoniche: il risultato più interessante della teoria statistica per questi gas quantistici fu prevedere l'esistenza di una occupazione macroscopica dello stato fondamentale da parte delle particelle al di sotto di una certa temperatura critica, in base a un meccanismo di condensazione nello spazio degli impulsi.

Per la sua diretta osservazione, in un gas atomico diluito, si è dovuto aspettare fino al 1995 [3], ma le prove che quanto previsto da Bose e Einstein non fosse affatto una mera speculazione teorica erano già solide. Nei settanta anni trascorsi tra queste due date, infatti, sono stati molti i "passaggi intermedi" che hanno permesso di gettare ulteriore luce sulla BEC, come lo studio della superfluidità dell' ^4He [10], o di pensarne effettivamente possibile una realizzazione sperimentale, fra i quali ricordiamo soprattutto lo sviluppo del raffreddamento laser [11].

L'assegnazione del premio Nobel per la prima osservazione della BEC e il suo studio a Cornell, Wieman e Ketterle nel 2001 [4] è il risultato di più di mezzo secolo di lavoro, la cui traccia rimane nell'insieme delle tecniche con cui si realizza la BEC oggi, quotidianamente e in molti laboratori in tutto il mondo. Talvolta esse stesse sono state premiate dal Nobel (S. Chu, C. Cohen-Tannoudji e W.D. Phillips nel 1997), a testimonianza di come la via per la condensazione sia lastricata di buone invenzioni.

Anche dopo il 2001, l'interesse nei confronti della ricerca in questo campo è tutt'altro che diminuito. La possibilità di realizzare un gas quantistico degenerare ha aperto le porte di una nuova fisica, che possiamo accostare alla "simulazione quantistica" immaginata da Richard Feynman già nel 1981 [5].

Gli atomi ultrafreddi possono essere considerati senza forzature una concretizzazione di tale visione, essendo un sistema fisico abbastanza elementare che garantisce i requisiti di un buon simulatore: i parametri fondamentali (interazione tra le particelle, densità, etc) possono essere sia controllati finemente sia variati con relativa facilità, anche entro intervalli piuttosto estesi, in un modo che non trova analogie dirette in nessun altro sistema noto.

Dove questa ricerca ha già dato importanti successi è nello studio di modelli di sistemi quantistici fortemente correlati sviluppati nell'ambito della fisica dello stato solido, in particolare quelli su reticolo: tra essi, ad esempio, l'hamiltoniana di Hubbard [40] suscita un grande interesse per il ruolo che potrebbe svolgere nella comprensione della superconduttività ad alta temperatura o delle fasi magnetiche della materia.

L'elevata complessità di tali modelli li rende molto difficili da simulare per via numerica e ostacola di fatto l'estrazione di molti dei risultati interessanti che da essi si attendono. Come possono gli atomi ultrafreddi contribuire in tal senso? Negli esperimenti, sovrapponendo al gas degenere intrappolato un reticolo ottico dato dal profilo di interferenza tra fasci laser ad una opportuna frequenza, si crea un sistema il cui comportamento è analogo a quello degli elettroni in un solido cristallino. Questa è la corrispondenza che da più di un decennio viene sfruttata per simulare quantisticamente il comportamento della materia condensata, portando a risultati importanti come l'osservazione della transizione di fase quantistica da superfluido a isolante incompressibile, ovvero la transizione di Mott in un sistema bosonico [46], e di quella da conduttore a isolante indotta dal disordine per effetto della localizzazione di Anderson [57, 58].

Alcune delle prospettive future più interessanti nella simulazione riguardano le miscele di due distinte componenti atomiche (diverse per specie o semplicemente per stato interno): lavori teorici prevedono l'esistenza di numerose fasi quantistiche distinte nel diagramma di fase a temperatura nulla per questo tipo di sistema [64, 60]. Prima di poter procedere alla loro osservazione sperimentale, però, ci sono ancora delle domande aperte a cui trovare risposta; ad esempio quella sulle reali temperature raggiungibili all'interno dei reticoli ottici, non direttamente misurabili vista l'assenza di tecniche di termometria opportune.

L'altra questione aperta riguarda invece i metodi opportuni per realizzare i nuovi stati della materia previsti. Più in dettaglio, i diagrammi di fase si riferiscono sempre a sistemi all'equilibrio, ma ad oggi manca la comprensione di quali siano le scale di tempo necessarie al suo instaurarsi, o anche solo del se e del come questi stati di equilibrio possano essere raggiunti negli esperimenti. L'osservazione di nuove fasi della materia con miscele atomiche, nei fatti, richiede una certa comprensione delle dinamiche fuori equilibrio rilevanti nella realizzazione del sistema.

Un contributo importante all'analisi di questo problema è venuto negli ultimi anni studiando come la transizione di Mott bosonica, fenomeno ben noto e ampiamente discusso in letteratura, venga modificata dall'aggiunta di "impurezze" rappresentate da una seconda componente atomica.

Negli esperimenti si osserva una perdita di superfluidità accentuata dalla presenza della seconda componente, molto diversa dagli effetti previsti in campo medio tenendo solamente conto della schermatura sul potenziale reticolare indotta dalle impurezze. Se inizialmente questa decoerenza veniva interpretata come un reale spostamento della transizione a isolante, in alcuni recenti lavori teorici [72, 73] è stata avanzata una spiegazione diversa, che chiama in causa effetti di temperatura

finita nel sistema: essi indicano come responsabile dei comportamenti osservati un processo di riscaldamento adiabatico della miscela al passaggio in reticolo ottico. Questa sembra essere l'interpretazione maggiormente condivisa fra quelle formulate fino ad oggi, visto anche l'ottimo accordo tra le simulazioni e i risultati osservati in tutto il lavoro sperimentale, sebbene esso si riferisca per la maggior parte al comportamento nel caso di impurezze date da atomi fermionici (miscela Bose-Fermi). Oltre all'interesse proprio del problema della transizione di fase quantistica, quindi, l'eventualità del riscaldamento adiabatico porta all'attenzione il problema di come le dinamiche di creazione del sistema atomico nel reticolo possano essere rilevanti nel determinare la natura dello stato di equilibrio finale raggiunto. In effetti manca uno studio del problema in questo senso, essendo tutto il lavoro sperimentale disponibile precedente a [72] e [73] e sviluppato a verifica di spiegazioni teoriche diverse.

Questo lavoro di tesi è dedicato a uno studio della transizione di Mott in presenza di impurezze bosoniche, per le quali era del tutto assente una caratterizzazione al variare dell'interazione tra componente atomica principale e minoritaria, nell'ottica di verificare la possibilità di un riscaldamento adiabatico del sistema.

I risultati ottenuti rappresentano di fatto il primo esempio di realizzazione di una miscela Bose-Bose a interazioni controllabili, per mezzo di risonanze di Feshbach interspecie tra ^{87}Rb e ^{41}K , all'interno di un reticolo ottico. Le tecniche e le operazioni necessarie al controllo dell'interazione verranno discusse estensivamente, costituendo una parte rilevante del lavoro realizzato in preparazione alle misure.

Per permetterne la comprensione, insieme a quella dei principali aspetti teorici e sperimentali coinvolti nell'esperimento, la tesi è articolata secondo la seguente struttura.

Il primo capitolo espone i concetti teorici fondamentali riguardanti la BEC e presenta il formalismo comunemente utilizzato per descrivere un gas di atomi bosonici intrappolato dal punto di vista statico. Nel secondo capitolo vengono poste le basi per la comprensione delle tecniche fondamentali impiegate nella realizzazione sperimentale di un condensato. Il terzo capitolo è invece dedicato alla descrizione dell'apparato sperimentale utilizzato nel lavoro di tesi, con brevi cenni teorici su alcuni degli strumenti in specifico (trappole magnetiche e magneto-ottiche, rivelazione, etc). Nel quarto capitolo un sul modello di Bose-Hubbard e la transizione superfluido-isolante, argomento dell'esperimento realizzato, seguita da una revisione dello stato dell'arte di teoria ed esperimenti nell'ambito della stessa transizione in presenza di impurezze. Nel quinto e ultimo capitolo viene presentato il lavoro originale della tesi, dalle procedure sperimentali sviluppate fino ai risultati ottenuti; un'altra significativa parte di lavoro originale, ulteriore a quella del Capitolo 5, è contenuta nella sezione del Capitolo 3 dedicata ai trasferimenti di stato interno.

Capitolo 1

Condensazione di Bose-Einstein

In questo primo capitolo vengono presentati gli elementi fondamentali per la comprensione del fenomeno chiamato Condensazione di Bose-Einstein (BEC), discutendo alcuni concetti generali e più in specifico trattando i due casi di gas intrappolato non interagente e con interazioni repulsive. Fa eccezione l'ultima sezione, nella quale viene affrontato l'argomento delle risonanze di Feshbach, processi che permettono di controllare le interazioni in un gas atomico diluito.

Nella descrizione del comportamento di un sistema di particelle identiche, elementari o composte che siano, per la meccanica quantistica bisogna tenere conto della loro indistinguibilità. Ogni sistema di particelle identiche deve infatti soddisfare un principio di simmetrizzazione [8], che ne distingue il comportamento suddividendole in due grandi classi: se la funzione d'onda del sistema deve essere totalmente simmetrica per scambio di particelle queste ultime sono dette *bosoni*; se la funzione d'onda deve essere totalmente antisimmetrica sono dette *fermioni*. L'appartenenza di ciascuna particella all'una o all'altra classe è determinata dal suo spin: sono bosoni le particelle a spin intero, fermioni quelle a spin semi-intero. La conseguenza più importante delle richieste sulla simmetrizzazione è che per più fermioni identici è impossibile occupare lo stesso stato quantistico (*principio di esclusione di Pauli*), mentre se si tratta di bosoni si può avere un'occupazione multipla da parte di un numero arbitrariamente grande di particelle. Questo comportamento dei bosoni viene formalizzato matematicamente dalla statistica di Bose-Einstein, introdotta originariamente da Bose per i fotoni nel 1924 [1] ed estesa l'anno successivo da Einstein a tutte le particelle a spin intero [2]: il numero di bosoni che si trovano nello stato di energia ε_i (con degenerazione g_i) è dato dalla distribuzione

$$n(\varepsilon_i) = \frac{g_i}{e^{(\varepsilon_i - \mu)/k_B T} - 1} \quad (1.1)$$

dove μ è il potenziale chimico, T la temperatura e k_B la costante di Boltzmann. Studiando il problema di un gas uniforme di N bosoni non interagenti in una

scatola di volume V , si verifica l'esistenza di una temperatura critica al di sotto della quale [9]:

- il potenziale chimico si mantiene fissato al valore massimo possibile, pari all'energia minima di singola particella;
- il numero di particelle nello stato fondamentale N_0 diventa confrontabile con N , quindi macroscopico. Il passaggio nel limite semiclassico a uno spettro di energie continuo porta nei risultati ad un difetto di particelle non trascurabile, dovuto alla perdita nel conto proprio di quelle nello stato a energia minima.

Per particelle di massa M , questa temperatura critica risulta essere pari a

$$T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{Mk_B} \left(\frac{N}{2.612V} \right)^{2/3}. \quad (1.2)$$

Indicando con N_0 il numero di particelle nello stato fondamentale, la teoria prevede una frazione di bosoni nello stato fondamentale per $T < T_c$ pari a

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \quad (1.3)$$

Scendendo al di sotto della temperatura critica si ha una occupazione macroscopica dello stato fondamentale che corrisponde ad una condensazione nello spazio degli impulsi, detta appunto di Bose-Einstein.

Per comprendere l'origine di questo fenomeno ricordiamo che ogni particella è caratterizzata da una propria lunghezza d'onda termica, detta *lunghezza d'onda di De Broglie*

$$\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{Mk_B T}}. \quad (1.4)$$

Essa rappresenta l'estensione spaziale del pacchetto d'onda associato alla particella e caratterizza la scala di lunghezza al di sotto della quale la sua natura quantistica non è più trascurabile. Abbassando la temperatura del gas, quando λ_{dB} diventa confrontabile con la separazione interatomica le funzioni d'onda iniziano a sovrapporsi e diventano rilevanti gli effetti della statistica quantistica: la transizione di fase quantistica avviene in corrispondenza di questa sovrapposizione. La grandezza adimensionale che ne tiene conto è la *densità nello spazio delle fasi*, definita come il prodotto tra λ_{dB}^3 e la densità del gas n . Si può dimostrare [9] che il valore critico al quale avviene la transizione in un gas uniforme di bosoni è

$$n\lambda_{dB}^3 \simeq 2.612. \quad (1.5)$$

Questo valore rappresenta un riferimento ragionevole anche per i casi di interesse sperimentale, in cui la densità non è uniforme e le interazioni giocano un ruolo

non del tutto trascurabile. In condizioni normali di pressione e temperatura un gas ha una densità nello spazio delle fasi di almeno un fattore 10^{12} inferiore rispetto al valore di un condensato, questo spiega la difficoltà riscontrata nell'osservazione di questo stato della materia. La (1.5) mostra inoltre che per realizzare la BEC non solo è necessario raffreddare il gas a temperature bassissime, ma si richiede contemporaneamente di mantenerne alta la densità fino alla transizione.

1.1 Gas intrappolato non interagente

Sperimentalmente non è possibile realizzare la condensazione in un gas non intrappolato, ma è sempre necessario un confinamento esterno ottenuto con trappole magnetiche od ottiche. Una idea qualitativamente corretta del comportamento in questo caso può essere ottenuta considerando un sistema di bosoni non interagenti intrappolati, modello che ha il vantaggio di essere risolubile in maniera esatta. L'unica differenza dal caso uniforme è la presenza nella hamiltoniana di singola particella del potenziale di confinamento: negli esperimenti questo può essere efficacemente rappresentato da un potenziale armonico tridimensionale (in generale anisotropo)

$$H = \frac{p^2}{2m} + V_{ext}(\vec{r}), \quad \text{con} \quad V_{ext}(\vec{r}) = \frac{M}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2). \quad (1.6)$$

L'energia e la funzione d'onda dello stato fondamentale (entrambe di singola particella) in questo caso sono risultati noti dalla meccanica quantistica, come

$$\varepsilon_{n_x, n_y, n_z} = \left(n_x + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_z, \quad n_x, n_y, n_z \in \mathbb{N} \quad (1.7)$$

$$\varphi_0(\vec{r}) = \left(\frac{M\omega_{osc}}{\pi\hbar}\right)^{\frac{3}{4}} \exp\left[-\frac{M}{2\hbar}(\omega_x x^2 + \omega_y y^2 + \omega_z z^2)\right] \quad (1.8)$$

nelle quali abbiamo definito ω_{osc} la media geometrica delle pulsazioni di oscillatore

$$\omega_{osc} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{\frac{1}{3}}. \quad (1.9)$$

Dalla funzione d'onda complessiva $\phi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = \prod_{i=1}^N \varphi_0(\vec{r}_i)$ otteniamo la densità del condensato $n_0(\vec{r}) = N |\varphi_0(\vec{r})|^2$ per stato fondamentale del gas di N particelle. Gli atomi condensati seguono una distribuzione di forma spazialmente ben definita per la presenza del potenziale esterno; la stessa cosa avviene nello spazio degli impulsi, come si verifica immediatamente dalla trasformata di Fourier della $n_0(\vec{r})$. Questo è un risultato importante: la condensazione per un gas intrappolato non si manifesta

solo negli impulsi, come avveniva nel caso uniforme, ma anche nello spazio fisico. Questo ha permesso una più facile rivelazione della transizione negli esperimenti. Vediamo di spiegare come, confrontando il profilo di densità $n_0(\vec{r})$ ottenuto con quello della parte non condensata del gas, presente a temperatura finita. Per $k_B T \gg \hbar \omega_0$ (soddisfatta nelle condizioni sperimentali tipiche) possiamo descrivere la componente termica del gas con una distribuzione di Boltzmann $n_T \propto e^{-V_{ext}/k_B T}$. Una stima delle dimensioni della nube di condensato può essere fornita a partire dalla larghezza della distribuzione di densità nello stato fondamentale

$$a_{osc} = \left(\frac{\hbar}{M\omega_{osc}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.10)$$

che rappresenta l'ampiezza di oscillazione e costituisce una seconda grandezza caratteristica del sistema. A differenza della densità, risulta fissata dalle proprietà della sola trappola tramite ω_{osc} e nelle condizioni sperimentali tipiche a_{osc} è di $\sim 1 \mu\text{m}$. D'altra parte la dimensione caratteristica della frazione termica è la larghezza della relativa distribuzione gaussiana

$$a_T = a_{osc} \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega_{osc}} \right)^{\frac{1}{2}} \gg a_{osc}.$$

La nube termica è distribuita secondo un profilo molto più esteso di quello del condensato, la BEC è segnalata dalla comparsa di un picco marcato nella distribuzione spaziale del gas.

Da un punto di vista termodinamico, quando $N \rightarrow \infty$ e $k_B T \gg \hbar \omega_{osc}$ possiamo ricorrere ad una approssimazione semiclassica, ricordando di trattare separatamente gli atomi nello stato fondamentale. Nell'ensemble gran canonico, a fissata temperatura T , nel quale per il gas avremo potenziale chimico μ , il numero di particelle è dato da

$$N = \sum_{n_x, n_y, n_z} \frac{1}{\exp[(\varepsilon_{n_x, n_y, n_z} - \mu)/k_B T] - 1} \quad (1.11)$$

Per trattare il gas al di sotto della temperatura critica imponiamo $\mu \simeq 0$ e isoliamo nella (1.11) il termine della somma N_0 relativo allo stato fondamentale, portandolo al primo membro. Possiamo ora ricorrere all'approssimazione semiclassica passando dalla somma sui livelli all'integrale in (1.11) ottenendo il risultato

$$N - N_0 = \zeta(3) \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega_{ho}} \right)^3 \quad (1.12)$$

con $\zeta(n)$ funzione zeta di Riemann.

Tramite quest'ultimo possiamo ottenere la temperatura critica T_c^0 per il gas intrappolato di bosoni non interagenti, ricordandone la definizione (temperatura al di sotto

della quale N_0 diventa di ordine confrontabile con N). Imponiamo cioè $N_0 \rightarrow 0$ per $T \rightarrow T_c^0$, da cui

$$k_B T_c^0 = \hbar \omega_{ho} \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} = 0.94 \hbar \omega_{ho} N^{1/3}. \quad (1.13)$$

Riportando il risultato nella (1.12) abbiamo l'andamento della frazione di condensato per temperature inferiori a T_c^0

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c^0} \right)^3. \quad (1.14)$$

Rispetto al caso di particelle libere, in cui avevamo esponente $3/2$ per (T/T_c^0) , il condensato intrappolato cresce più lentamente con la diminuzione della temperatura (per valori delle T_c^0 in generale diversi nei due casi).

Nell'espressione (1.13) compaiono entrambe le scale di energia rilevanti del gas ideale: quella termica con $k_B T_c^0$ e la spaziatura tra i livelli $\hbar \omega_{osc}$. Essa ci permette di fornire una definizione precisa del limite termodinamico nel caso di oscillatore armonico: andrà introdotto come il limite per $N \rightarrow \infty$ e $\omega_{osc} \rightarrow 0$ di modo che il prodotto $\omega_{osc} N^{1/3}$ si mantenga limitato.

Sperimentalmente si hanno numeri di particelle molto inferiori a quelli richiesti per la validità di tale limite. Da stime degli effetti si taglia finita si dimostra[6] che essa determina un abbassamento della temperatura critica rispetto a quella ottenuta dalla (1.13).

1.2 Gas intrappolato interagente

Il punto di partenza per lo studio di un sistema di N bosoni interagenti deriva dalla teoria di Bogoliubov[10], sviluppata nel contesto della superfluidità. L'intuizione di Bogoliubov fu quella di approssicare il problema trattando separatamente dal resto del sistema la frazione macroscopica di particelle che a bassa temperatura occupano lo stato fondamentale. Il caso degli atomi ultrafreddi intrappolati può essere visto come una generalizzazione della teoria originale al caso di un gas non uniforme e dipendente dal tempo.

L'assunto iniziale, lavorando nel formalismo di seconda quantizzazione, è scrivere l'operatore di campo bosonico nella forma

$$\hat{\Psi}(\vec{r}, t) = \Phi(\vec{r}, t) + \hat{\Psi}'(\vec{r}, t) \quad (1.15)$$

dove la $\Phi(\vec{r}, t)$ viene definita come il valor atteso dell'operatore campo $\Phi(\vec{r}, t) \equiv \langle \hat{\Psi}(\vec{r}, t) \rangle$: è una funzione d'onda complessa, a fase ben definita, di modulo tale che $n_0(\vec{r}, t) = |\Phi(\vec{r}, t)|^2$ rappresenti la densità del condensato. Il secondo termine $\hat{\Psi}'(\vec{r}, t)$ costituisce una perturbazione sul primo e tiene conto dell'occupazione degli stati diversi dal fondamentale. Ponendoci nel limite di temperatura nulla

questo contributo può essere trascurato, riducendo il problema allo studio della sola $\Phi(\vec{r}, t)$.

Negli esperimenti sulla BEC i gas atomici sono diluiti, hanno cioè una distanza media tra gli atomi molto maggiore delle lunghezze alle quali i dettagli dei potenziali di interazione diventano rilevanti. L'interazione si manifesta con probabilità significative solo nel caso di collisioni binarie, caratterizzate da un singolo parametro: la lunghezza di diffusione in onda-s, indicata con a . Il ^{87}Rb e il ^{41}K del nostro esperimento hanno rispettivamente $a_{\text{Rb}} \simeq 6$ nm e $a_{\text{K}} \simeq 4.5$ nm: alle densità medie tipiche ($\bar{n} \sim 10^{13} - 10^{15} \text{ cm}^{-3}$) la condizione di diluizione $n a^3 \ll 1$ risulta verificata per entrambi.

Un aspetto rilevante della lunghezza di diffusione è il fatto che possa avere segno positivo o negativo, determinando la natura repulsiva o attrattiva delle interazioni. Infatti per un gas diluito è conveniente descrivere l'interazione nella hamiltoniana con il potenziale di contatto

$$V_{\text{int}}(\vec{r} - \vec{r}') = g \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (1.16)$$

dove $g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{M}$ è la costante di accoppiamento dell'interazione, dipendente solo dalla massa atomica e dalla lunghezza di diffusione, che ne determina il segno appunto.

L'equazione di Heisenberg per l'evoluzione dell'operatore di campo, espressa in termini del solo valor medio sullo stato fondamentale Φ ci dà

$$i\hbar \frac{\delta\Phi(\vec{r}, t)}{\delta t} = \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{\text{ext}}(\vec{r}) + g |\Phi(\vec{r}, t)|^2 \right] \Phi(\vec{r}, t) \quad (1.17)$$

che prende il nome di *equazione di Gross-Pitaevskii* (GPE). La GPE può essere risolta numericamente, ma è utile ricavarne una soluzione analitica nel caso repulsivo ($a > 0$) di nostro interesse, introducendo delle opportune semplificazioni.

Per ottenere la funzione d'onda di stato fondamentale cerchiamo una soluzione della forma di campo medio $\Phi(\vec{r}, t) = \phi(\vec{r}) e^{-i\mu t/\hbar}$, dove μ è il potenziale chimico e ϕ una funzione reale normalizzata al numero totale di atomi. Sostituendo nella (1.17) ne otteniamo la versione indipendente dal tempo $[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{\text{ext}}(\vec{r}) + \frac{g}{2} \phi(\vec{r})^2] \phi(\vec{r}) = \mu \phi(\vec{r})$. Stimiamo il peso delle interazioni nel gas dal rapporto tra l'energia di interazione $E_{\text{int}} \simeq gN\bar{n}$, dove $\bar{n} \sim N/a_{\text{osc}}^2$ è la densità media, e l'energia cinetica $E_{\text{cin}} \sim \hbar\omega_{\text{osc}}$ ottenendo

$$\frac{E_{\text{int}}}{E_{\text{cin}}} \propto \frac{N|a|}{a_{\text{osc}}}. \quad (1.18)$$

Sperimentalmente i valori dei parametri sono tali che $Na/a_{\text{osc}} \gg 1$, perciò le interazioni sono tutt'altro che irrilevanti e dominano sul contributo cinetico. Per questo motivo si può trascurare nella GPE il termine cinetico (*approssimazione di Thomas-Fermi*), ottenendo come soluzione analitica per la densità

$$n_{\text{TF}}(\vec{r}) = \phi(\vec{r})^2 = \begin{cases} \frac{1}{g} [\mu - V_{\text{ext}}(\vec{r})] & \text{per } \mu > V_{\text{ext}}(\vec{r}) \\ 0 & \text{per } \mu < V_{\text{ext}}(\vec{r}). \end{cases} \quad (1.19)$$

Il profilo di densità per un gas con interazione repulsiva corrisponde a quello del potenziale di intrappolamento invertito. Questa peculiarità lo rende molto diverso da quello trovato nella sezione precedente: ha una estensione maggiore della gaussiana non interagente e va a zero su una distanza finita; inoltre dipende dal numero di atomi. Tali differenze sono conseguenze della repulsione interatomica. Se includiamo anche il termine perturbativo $\hat{\Phi}'$, l'approccio tipo Bogoliubov restituisce anche un ulteriore effetto delle interazioni repulsive, consistente in uno svuotamento dello stato fondamentale (ovvero del condensato) anche a $T = 0$. Questo effetto è di ordine $\sqrt{na^3}$, quindi nei gas diluiti degli esperimenti è pari a circa l'1% e trascurabile.

1.3 Risonanze di Feshbach

Le risonanze di Feshbach sono un fenomeno previsto e osservato per la prima volta nell'ambito della fisica nucleare [27], solo successivamente applicato anche ai gas di atomi freddi. In questo contesto hanno assunto un ruolo rilevante perché esse permettono di controllare le interazioni tra gli atomi nel gas, variando il campo magnetico applicato.

Consideriamo il problema di due atomi alcalini, di hamiltoniane H_1 e H_2 , che interagiscono per mezzo del potenziale $V(r)$ dipendente solo dalla distanza r tra i due. Il potenziale tra i due atomi diverge per separazioni r piccole, mentre per $r \rightarrow \infty$ segue un andamento di tipo Van der Waals $V(r) \sim -1/r^6$ per l'accoppiamento tra i momenti di dipolo indotti. Tenendo conto della molteplicità iperfine e Zeeman dei livelli esistono più configurazioni possibili dello stato dei due atomi, che determinano di conseguenza diversi potenziali di interazione: il potenziale è univocamente assegnato identificando il set di numeri quantici che descrive il sistema per separazione asintotica $\alpha = \{F_1, m_{F_1}, F_2, m_{F_2}\}$, definito *canale collisionale*. Come nelle transizioni radiative, anche nei processi collisionali esistono delle regole di selezione che determinano se un canale sia o meno accessibile partendo da un dato altro. Oltre ad esse occorre tenere conto della conservazione dell'energia nel processo: un canale β è detto aperto se la sua energia E_β è inferiore a quella totale del sistema E , ovvero è accessibile per la conservazione dell'energia; è detto chiuso altrimenti. In particolare per atomi ultrafreddi l'energia cinetica è talmente ridotta che è il solo stato interno a determinare le dinamiche collisionali e a grandi distanze l'energia corrisponde all'energia di soglia E_α del canale.

Una risonanza di Feshbach si osserva quando uno stato legato di un canale chiuso possiede una energia vicina a quella del canale in cui si trovano gli atomi, come mostrato in figura 1.1: in questo caso è possibile che gli atomi entrino nel canale chiuso, occupando tale stato legato, per un tempo inversamente proporzionale alla separazione in energia ΔE . La differenza nella durata dell'interazione si traduce in un diverso sfasamento delle funzioni d'onda, quindi in una diversa lunghezza di diffusione in onda- s a per il processo a risonanza.

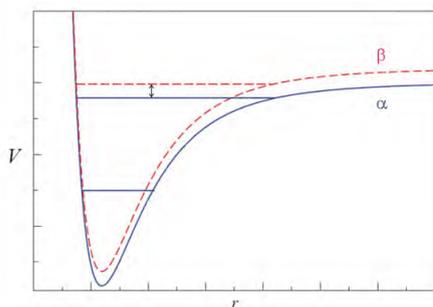


Figura 1.1: Grafico dei potenziali di interazione per un esempio di risonanza a due canali α (aperto) e β (chiuso).

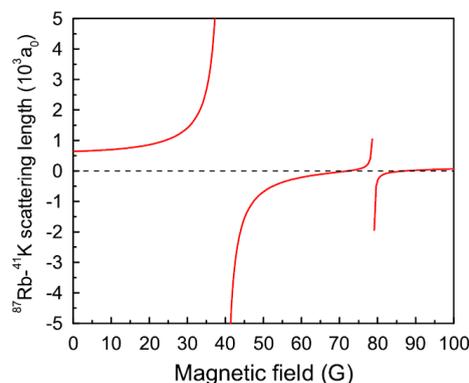


Figura 1.2: Andamento semi-teorico previsto della lunghezza di diffusione interspecie $^{87}\text{Rb}-^{41}\text{K}$ in $|F = 1, m_F = 1\rangle$ alle risonanze di Feshbach, derivato a partire dalle osservazioni sperimentali. Figura tratta da [36].

Se i due canali si riferiscono a livelli Zeeman con momento magnetico differente è possibile controllarne la separazione in energia variando il campo magnetico. Si può dimostrare [7, 28] che la lunghezza di diffusione al variare del campo magnetico B segue l'andamento

$$a(B) = a_\infty \left(1 - \frac{\Delta_B}{B - B_0} \right) \quad (1.20)$$

dove B_0 è il campo alla risonanza, Δ_B la sua larghezza e a_∞ la lunghezza di diffusione lontano dalla risonanza. Per la (1.20) a possiede una singolarità in B_0 e in una regione larga Δ_B è possibile passare da valori positivi a negativi. Nelle sezioni precedenti abbiamo visto che in un gas diluito a determina le interazioni, in base alla (1.16): una risonanza di Feshbach permette di controllare non solo il modulo della costante di accoppiamento, ma anche la natura attrattiva o repulsiva.

Le specie del nostro esperimento hanno risonanze di Feshbach intraspecie solo a campi molto alti (~ 400 G per il ^{41}K ; ~ 1000 G per il ^{87}Rb), con larghezze abbastanza ridotte affinché le lunghezze di diffusione si mantengano costanti al variare del campo magnetico: pari a $a_{\text{Rb-Rb}} = 99a_0$ per il ^{87}Rb e $a_{\text{K-K}} = 85a_0$ per il ^{41}K , dove a_0 è il raggio di Bohr [29, 30]. Nella miscela $^{87}\text{Rb}-^{41}\text{K}$ è tuttavia possibile controllare le interazioni tra le due specie, trasferendole entrambe nei rispettivi stati interni $|F = 1, m_F = 1\rangle$ (fondamentale), dove F indica il momento angolare totale dell'atomo e m_F la sua proiezione lungo l'asse di quantizzazione. In questi stati infatti esistono due diverse risonanze di Feshbach, osservate per la prima volta con il nostro apparato sperimentale [36], che interessano attivamente il lavoro di tesi. Una si trova a campo magnetico basso, centrata in $B_0^{\text{low}} = (35.2 \pm 1.6)$ G, l'altra a campo alto, in $B_0^{\text{high}} = (78.61 \pm 0.12)$ G. Come mostrato in figura 1.2 la prima

è molto più larga della seconda, garantendo un maggiore controllo sul valore di $a_{\text{Rb-K}}$ rispetto a piccole fluttuazioni del campo magnetico esterno.

In conclusione, notiamo che anche se risonanze di Feshbach interspecie possono essere osservate in altre combinazioni di stati atomici di rubidio e potassio, questi hanno il difetto di essere instabili a differenza di quanto vale per lo stato fondamentale $|F = 1, m_F = 1\rangle$. Perciò, dal punto di vista sperimentale, il controllo dell'interazione nella miscela $^{87}\text{Rb} - ^{41}\text{K}$ richiede necessariamente che gli atomi si trovino in questa data combinazione di stati iperfini.

Capitolo 2

Tecniche sperimentali fondamentali

Lo scopo di questo capitolo è passare in rassegna le tecniche più importanti negli esperimenti di atomi freddi, cominciando da quelle laser utilizzate per raffreddare e intrappolare gli atomi, passando poi alla descrizione dei meccanismi di evaporazione forzata e raffreddamento simpatetico impiegati rispettivamente sul rubidio e sul potassio nel nostro esperimento.

2.1 Raffreddamento e intrappolamento laser

Come sottolineato nell'introduzione, lo sviluppo delle tecniche di raffreddamento e intrappolamento laser ha rappresentato una tra le maggiori innovazioni nel campo della fisica atomica. Il loro impiego infatti ha non soltanto permesso un progresso dei campi di ricerca esistenti, come quello della spettroscopia o delle misure di precisione, ma ne ha aperti altri interamente nuovi, come quello dei gas quantistici degeneri sviluppatosi dalla metà degli anni '90 del secolo scorso. Il continuo interesse nel tempo ha portato allo sviluppo di metodologie di raffreddamento e intrappolamento laser sempre nuove e oggi queste definizioni si riferiscono ad un insieme di tecniche differenti tra loro. Tutte sono però accomunate dal fatto di basarsi sulla forza che, in condizioni diverse, una radiazione monocromatica coerente è in grado di esercitare sugli atomi.

Nella prima parte di questa sezione forniremo appunto una breve spiegazione dei meccanismi di interazione atomo/radiazione, per poi proseguire con la discussione di come essa possa essere utilizzata per i fini sopracitati.

2.1.1 Interazione tra atomo e radiazione laser

Consideriamo un atomo localizzato in una regione in cui è presente un campo elettrico monocromatico, come quello di un fascio laser appunto, con frequenza ω_L vicina a quella di una transizione atomica tra livelli interni, che sia anche ben separata in energia dalle altre. In queste condizioni possiamo schematizzare l'atomo con un modello a 2 livelli non degeneri, il fondamentale $|1\rangle$ e quello eccitato

$|2\rangle$ [11]. In particolare assumiamo che il pacchetto d'onda associato all'atomo sia localizzato sia spazialmente sia in velocità rispetto alla radiazione. Questo si traduce nel fatto che debbano valere due condizioni:

- L'incertezza sulla posizione dell'atomo sia trascurabile rispetto alla lunghezza d'onda λ_L del campo $\Delta r \ll \lambda_L$;
- Lo spostamento Doppler dei livelli dovuto alla larghezza del pacchetto sia trascurabile rispetto alla larghezza di riga naturale Γ della transizione, ovvero $k_L \frac{\Delta p}{M} \ll \Gamma$, dove M è la massa dell'atomo.

Affinchè siano soddisfatte entrambe, in osservanza al principio di indeterminazione per cui $\Delta r \Delta p \geq \hbar$, dovremo avere che

$$E_R/\hbar \ll \Gamma \quad (2.1)$$

dove $E_R = \hbar^2 k_L^2 / 2M$ rappresenta l'energia di rinculo dell'atomo quando assorbe/emette un fotone di vettore d'onda k_L . Dall'energia di rinculo otteniamo una stima dei tempi caratteristici con cui avviene la variazione di velocità dell'atomo per scambio di impulso con i fotoni della radiazione, come $\tau_R = \hbar / E_R$. Ricordando che il tempo caratteristico dei processi radiativi con cui l'atomo cambia stato è pari a $\tau = 1/\Gamma$, la (2.1) quindi va a significare che esiste una netta distinzione tra le due scale di tempi che regolano rispettivamente la variazione di stato interno dell'atomo e quella del suo stato di moto. Nelle condizioni assunte la prima è molto più rapida della seconda (a cui siamo interessati) e questo ci permette di semplificare la soluzione del problema, trattando l'effetto della radiazione sul moto dell'atomo in maniera semiclassica.

Ricorriamo all'approssimazione di dipolo in cui l'energia di interazione tra atomo e campo $\vec{E}_L = E_0 \hat{\varepsilon}(\vec{r}) \cos(\omega_L t + \phi(\vec{r}))$ è espressa dal potenziale $V_{AL} = -\vec{d} \cdot \vec{E}_L(\vec{r}, t)$ con \vec{d} momento di dipolo indotto nell'atomo, rappresentato quantisticamente dall'operatore $\vec{d} = d \hat{\varepsilon}_z [|2\rangle\langle 1| + \text{h.c.}]$. Vogliamo calcolare la forza agente sull'atomo. Essendo la scala di tempi associata grande rispetto a quella dei processi radiativi di assorbimento ed emissione spontanea, è possibile farlo mediando su diversi cicli di assorbimento/emissione, questa forza "media" può essere ottenuta come la variazione dell'impulso medio stesso, data da $d \langle \vec{p} \rangle / dt = - \langle \vec{\nabla} H \rangle$. In questa variazione possiamo trascurare l'effetto dei processi di emissione spontanea, poiché avvengono in direzione casuale e considerati su molti cicli danno un contributo medio nullo. Imponiamo per il calcolo l'approssimazione di onda rotante, per la quale trascuriamo i termini antirisonanti in $(\omega_L + \omega_{12})$ dell'accoppiamento. Definendo la frequenza di Rabi

$$\Omega_R(\vec{r}) = - \frac{d E_0(\vec{r}) \hat{\varepsilon}_z \cdot \hat{\varepsilon}(\vec{r})}{\hbar} \quad (2.2)$$

e il parametro di saturazione

$$s = \frac{\Omega_R^2/2}{\delta^2 + (\Gamma^2/4)} \quad (2.3)$$

dove $\delta = \omega_L - \omega_{12}$ è il detuning della frequenza del campo rispetto alla risonanza, il risultato che si ottiene per la forza è [13]

$$\vec{F}(\vec{r}, t) = - \left[\vec{\nabla}(\phi) \frac{\hbar\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} + \vec{\nabla}(\Omega_R) \frac{\hbar\delta}{\Omega_R} \frac{s}{1+s} \right] \quad (2.4)$$

Essa si compone di due termini distinti, che andiamo a discutere esplicitando i termini dipendenti dal parametro di saturazione.

Il primo dei due è detto *forza dissipativa* (o di scattering) e nel caso semplice di un'onda piana, per cui $\phi = -\vec{k}_L \cdot \vec{r}$, assume l'espressione

$$F_{scatt}(\vec{r}, t) = \hbar k_L \left[\frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega_R^2/2}{\delta^2 + (\Gamma^2/4) + (\Omega_R^2/2)} \right] \quad (2.5)$$

La natura della F_{scatt} è chiarita dal suo andamento in funzione del detuning δ , che mostra un profilo lorentziano centrato in $\delta = 0$ tipico dei processi dissipativi. In particolare si può dimostrare che il termine fra parentesi quadre nella (2.5) corrisponde al rate di assorbimento di fotoni da parte dell'atomo sull'intervallo di tempo mediato, grandezza che indichiamo con $\langle dN/dt \rangle_{ass}$: essendo $\hbar k_L$ l'impulso di un singolo fotone, la $F_{scatt} = \hbar k_L \langle dN/dt \rangle$ rappresenta la variazione di impulso dell'atomo dovuta all'interazione con una radiazione quasi risonante. Per discutere anche il comportamento della forza al variare dell'intensità I_L della radiazione laser, esplicitiamo nella (2.5) che $I_L \propto \Omega_R^2$: per basse intensità ($s \ll 1$) la dipendenza è lineare, mentre per alte intensità ($s \gg 1$) la forza satura ad un valore massimo $F_{scatt}^{max} = \hbar k_L \Gamma/2$.

Il secondo termine della (2.4) è detto *forza di dipolo*

$$F_{dip}(\vec{r}, t) = - \frac{\hbar\delta}{2} \frac{\vec{\nabla}(\Omega_R^2)}{\delta^2 + (\Gamma^2/4) + (\Omega_R^2/2)} \quad (2.6)$$

La sua azione è radicalmente diversa da quella della precedente, in quanto forza conservativa esprimibile in termini di un potenziale U_{dip} come $\vec{F}_{dip} = -\vec{\nabla}U_{dip}$. Il segno della forza dipende dal detuning δ , rispetto al quale segue un andamento dispersivo. L'importanza di questo aspetto è chiara osservando che la F_{dip} è direttamente proporzionale al gradiente dell'intensità del laser tramite $\nabla\Omega_R^2$: a seconda che quest'ultimo abbia frequenza minore ($\delta < 0$) o maggiore ($\delta > 0$) rispetto a quella atomica ω_{12} , la forza tenderà a confinare gli atomi nelle regioni rispettivamente di massima o minima intensità. Sempre al variare dell'intensità la forza di dipolo non è limitata superiormente, al contrario della F_{scatt} .

In conclusione abbiamo ottenuto due diversi effetti della radiazione laser su un atomo, espressi come due forze, distinte per il loro effetto e dalle condizioni di detuning alle quali diventano rilevanti. Possiamo adesso passare a discutere come vengano impiegate nelle tecniche di raffreddamento e intrappolamento.

2.1.2 Raffreddamento Doppler: le melasse ottiche

Lo schema di raffreddamento laser più semplice è costituito, nel caso unidimensionale, da due fasci laser contropropaganti [11]. In particolare è necessario che essi abbiano stessa frequenza ω_L minore di quella atomica (condizione definita di “detuning verso il rosso”).

Un atomo fermo vede i fasci alla stessa frequenza e l'effetto complessivo delle relative forze di scattering sarà nullo. Ciò in quanto l'assorbimento dei fotoni a parità di detuning avviene indifferentemente tra i due. Se invece l'atomo possiede una velocità \vec{v} nella direzione di propagazione dei laser, nel proprio riferimento vedrà per effetto Doppler quello diretto in verso concorde (opposto) ad una frequenza $\omega_L - k_L v$ ($\omega_L + k_L v$), dove k_L è il vettore d'onda della radiazione. Sostituendo le frequenze spostate nella (2.5) otteniamo una forza totale

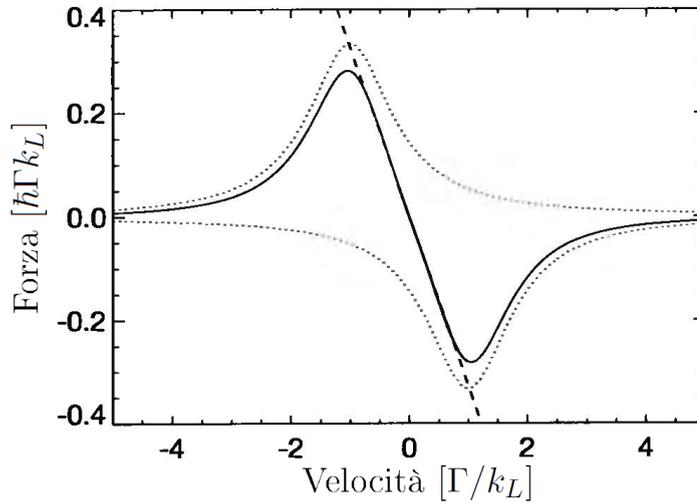


Figura 2.1: Andamento delle forze radiative in funzione della velocità dell'atomo per una melassa unidimensionale. Le linee punteggiate rappresentano gli andamenti della forza di scattering per i due fasci presi singolarmente, mentre la linea continua quello della F_{raffr} . L'approssimazione di piccole velocità (2.7), mostrata dalla linea tratteggiata, risulta corretta per velocità $|v| < \Gamma/k_L$.

$F_{raffr} = F_{scatt}(\delta - k_L v) - F_{scatt}(\delta + k_L v)$ il cui andamento in funzione della velocità è riportato in figura 2.1. Il grafico mostra come la F_{raffr} , sviluppata per piccole velocità $k_L v \ll \delta, \Gamma$, assuma la forma semplice

$$F_{raffr} \approx -\alpha v, \quad \text{con} \quad \alpha = -\hbar k_L^2 \delta \frac{\Gamma \Omega_R^2}{[\delta^2 + \Gamma^2/4 + \Omega_R^2/2]^2} \quad (2.7)$$

Quando $\delta < 0$ come richiesto, allora, il coefficiente α è positivo e la forza totale dovuta alla radiazione è di tipo viscoso, cioè tale da smorzare la velocità dell'atomo fino a fermarlo. Vista l'analogia tra la forza ottenuta e quella cui è soggetto un corpo immerso in un fluido viscoso, qui idealmente rappresentato dai fasci laser, lo schema di raffreddamento appena discusso è stato definito *melassa ottica* dai suoi

sviluppatori [12].

La spiegazione fisica del risultato è immediata: l'atomo assorbe preferenzialmente fotoni dal fascio più vicino alla risonanza, ovvero con detuning minore in modulo, che risulta essere appunto quello contropropagante al moto. Quindi, l'impulso medio dovuto ai fotoni assorbiti ha direzione opposta a quello dell'atomo, che subisce un rallentamento netto.

Abbiamo spiegato come avvenga il raffreddamento lungo una singola direzione spaziale, ma negli esperimenti viene solitamente impiegata la variante tridimensionale dello schema appena discusso, ottenibile utilizzando tre coppie ortogonali di fasci contropropaganti che permettono così di raffreddare gli atomi in tutte le direzioni. Quella presentata è una pittura esauriente dei meccanismi di raffreddamento per atomo a due livelli non degeneri: le tecniche laser da essa descritte sono dette di '*raffreddamento Doppler*', visto il ruolo determinante in esse svolto dallo spostamento Doppler delle frequenze. Tutte queste tecniche hanno un limite alle temperature minime con esse raggiungibili dettato dai processi di emissione spontanea che avvengono durante il rallentamento degli atomi. L'emissione spontanea è un processo necessario perché avvengano i cicli di fluorescenza che determinano il raffreddamento ma, pur non contribuendo alla variazione di impulso medio, induce tuttavia un effetto tramite le fluttuazioni indotte sul valore dell'impulso. Quando la velocità dell'atomo diventa sufficientemente bassa esse ostacolano, facendo sì che l'atomo non venga mai completamente fermato e mantenga un contributo di energia cinetica non nullo dovuto alle fluttuazioni.

Nella regione di linearità della F_{raffr} è corretto trattare la diffusione come avente carattere browniano, tale che $\langle p^2 \rangle = 2Dt$ con D coefficiente di diffusione; si può dimostrare [13, 14] che nelle condizioni considerate esso è pari a $D = \hbar^2 k_L^2 \Gamma s$. Dalla variazione dello scarto quadratico medio dell'impulso ne segue che

$$\left(\frac{\delta p^2}{\delta t} \right)_{diff} = 2D. \quad (2.8)$$

Al limite dell'efficienza del raffreddamento, in condizioni stazionarie, i processi diffusivi bilanciano quelli dovuti alla forza viscosa: uguagliando la (2.8) al $\delta p^2 / \delta t$ ottenuto dalla (2.7) abbiamo l'impulso corrispondente. Dall'energia cinetica a questo punto segue la temperatura $k_B T$, minima per un detuning $\delta = \Gamma/2$, che definisce il limite Doppler

$$T_D = \frac{\hbar \Gamma}{2k_B} \quad (2.9)$$

L'ordine di grandezza della T_D è di centinaia di microKelvin, ad esempio per il ^{87}Rb si ha $T_D \approx 120 \mu\text{K}$.

Raffreddamento sub-Doppler e limiti di rinculo

Nella realizzazione delle melasse si osservarono da subito temperature anche inferiori al limite Doppler previsto [18], sebbene in diverse condizioni di detuning,

e la spiegazione di questo risultato fu chiarita pochi anni dopo [19]. L'ingrediente fondamentale è il tenere conto della degenerazione dei livelli energetici atomici, in particolare del fondamentale. In presenza di diversi sottolivelli Zeeman ad esempio, lo spostamento degli stessi per *effetto Stark dinamico* dovuto alla radiazione oscillante complica di molto i processi radiativi quando si è in presenza di un gradiente di polarizzazione del campo dovuto ai due fasci contropropaganti. Questo può portare all'instaurarsi di meccanismi di pompaggio ottico più complicati di quelli discussi, il cui controllo ha permesso di ridurre ulteriormente le temperature raggiungibili sperimentalmente. Per questo motivo i relativi schemi di raffreddamento vengono detti *sub-Doppler*, una trattazione esauriente dell'argomento si può trovare in [19, 13]. Le tecniche laser hanno comunque un limite intrinseco di temperatura, legato agli inevitabili effetti di riscaldamento indotti dalla radiazione laser. Questi sono stimabili a partire dall'energia di rinculo E_R , definendo il limite di rinculo $T_R = (E_R/k_B)$. Prendendo ancora il caso del ^{87}Rb , la T_R è di circa 362 nK; per il ^{41}K invece $T_R \approx 414$ nK.

Sebbene ad oggi siano stati sviluppati particolari accorgimenti per spingersi al di sotto di questo limite [15, 16], la T_R rimane l'ordine di grandezza di riferimento oltre il quale le tecniche laser cessano di essere efficaci e diventa necessario ricorrere ad altri tipi di raffreddamento; nella strada per la BEC il raffreddamento laser rappresenta un passaggio fondamentale, ma non quello conclusivo. Con temperature minime raggiungibili dell'ordine del microKelvin, sarebbero necessarie densità molto superiori rispetto a quelle raggiungibili sperimentalmente per raggiungere la condizione di degenerazione (1.5). In realtà, anche aumentare la densità non porterebbe che a un peggioramento, per due motivi principali: a densità maggiori aumentano le collisioni tra atomi nello stato fondamentale con quelli eccitati; secondo, ad alte densità la luce diffusa da un atomo ha grande probabilità di essere assorbita da un altro causando un effetto di repulsione fra i due.

2.1.3 Trappole di dipolo

Il termine conservativo della forza (2.4) può essere utilizzato per confinare spazialmente gli atomi e le trappole laser che si basano su di esso sono dette *trappole di dipolo* [21].

Consideriamo la forza di dipolo dovuta ad una radiazione laser abbastanza fuori risonanza perché si abbia detuning $\delta \gg \Gamma, \Omega_R$, ma ancora non confrontabile con la frequenza della transizione atomica. Dallo sviluppo della (2.6), sostituendo per $\Omega_R^2 = \frac{\Gamma^2 I_L}{2I_s} = \frac{6\pi\Gamma I_L}{\hbar c k_L^3}$ abbiamo

$$F_{dip} \simeq -\frac{3\pi}{2ck_L^3} \frac{\Gamma}{\delta} \nabla(I) \quad (2.10)$$

Nella descrizione a stati vestiti dell'atomo [14, 17], la forza ottenuta è un effetto dello spostamento dei livelli energetici dovuto alla radiazione non risonante. L'ener-

gia dello stato fondamentale in presenza di una radiazione (non risonante) subisce uno spostamento proporzionale all'intensità, in base all'effetto Stark dinamico. Quando quest'ultima non è spazialmente uniforme, la variazione di energia con la posizione sentita dall'atomo è equivalente al potenziale che indichiamo con U_{dip} . Gli atomi restano preferenzialmente nelle regioni di minimo o massimo dell'intensità a seconda del segno del detuning, come osservato nella sezione precedente.

Oltre alla forza di dipolo però è presente anche quella relativa ai processi di scattering spontaneo, che determinano il riscaldamento del campione, espressa dalla (2.5) e proporzionale al rate $\langle dN/dt \rangle_{scatt}$. Per $\delta \gg \Gamma, \Omega_R$ vediamo che quest'ultimo va come $\langle dN/dt \rangle_{scatt} \sim \frac{\Gamma^2 I_L}{\delta^2}$. Il potenziale di dipolo ottenuto dalla forza (2.10) invece ha un andamento $V_{dip} \sim (\Gamma I_L / \delta)$. Perciò:

- Muovendosi sempre più fuori risonanza il potenziale di dipolo diventa sempre più dominante sui processi di riscaldamento;
- La stessa cosa si ottiene variando l'intensità I_L in modo da mantenere costante il rapporto I_L / δ .

Un intrappolamento laser efficiente si ottiene scegliendo laser a frequenze sufficientemente lontane rispetto alla transizione, per questo motivo tali trappole sono anche note come *Far Off Resonant Traps* (FORT). L'esempio più semplice di FORT è costituito da un singolo fascio gaussiano [22]. Per propagazione lungo l'asse z esso avrà un profilo di intensità è

$$I_L(r, z) = I(0, 0) \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-2r^2/w^2(z)}$$

dove $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$ è il diametro del fascio in z (w_0 è quello in $z = 0$, detto *waist*) e $z_R = \pi w_0^2 / \lambda_L$ la lunghezza di Rayleigh, tale che $w(z_R) = w_0 \sqrt{2}$.

Per detuning verso il rosso la regione di confinamento della trappola corrisponde a quella del fuoco del fascio, in cui avremo un potenziale di dipolo nelle direzioni trasverse $V_{dip} \sim \frac{e^{-2r^2/w^2}}{w_0}$. L'intrappolamento è efficace grazie alla rapida variazione radiale dell'intensità. Al contrario, dall'espressione di $I_L(z, r)$ si ottiene longitudinalmente una variazione molto più lenta e di conseguenza un confinamento ridotto: ragionando in termini di frequenze armoniche, il rapporto tra longitudinale e trasversa è dato da $(w_0/z_R)^2$ (dell'ordine di 10^{-6} nelle nostre condizioni sperimentali). Per compensare questa asimmetria migliorando il confinamento la soluzione comunemente utilizzata è quella di ricorrere ad uno schema a due fasci gaussiani ortogonali, con stesso waist e polarizzazioni ortogonali (*trappola di dipolo a fasci incrociati*). Quando l'energia termica gli atomi $k_B T$ è molto inferiore alla profondità di trappola $V_0 = V_{dip}(x = 0, y = 0, z = 0)$ (l'origine del riferimento è nel centro di sovrapposizione dei fasci) possiamo approssimare il potenziale di dipolo della trappola incrociata come armonico, con frequenze di trappola: $\omega_{orizz} = \sqrt{2V_0}/w_0^2$ nelle direzioni longitudinali dei due fasci e $\omega_{vert} = \sqrt{4V_0}/w_0^2$ nella direzione perpendicolare a entrambi.

2.1.4 Reticoli ottici

Abbiamo visto come un singolo fascio fuori risonanza possa fornire un intrappolamento, con un potenziale proporzionale all'intensità. Sfruttando i fenomeni di interferenza del campo elettromagnetico la stessa tecnica permette di generare potenziali spazialmente periodici, che vengono detti *reticoli ottici*. Questa definizione segue dalla forte analogia esistente tra il comportamento degli atomi al loro interno e quello degli elettroni nel potenziale periodico di un reticolo cristallino, argomento discusso estensivamente nei capitoli seguenti.

Consideriamo due onde piane contropropaganti lungo l'asse z , con stessa frequenza ω_L ,

$$\begin{aligned}\vec{E}_+(z, t) &= \hat{\varepsilon} E_+ \cos(k_L z + \omega_L t + \phi) \\ \vec{E}_-(z, t) &= \hat{\varepsilon} E_- \cos(k_L z - \omega_L t - \phi)\end{aligned}$$

dove ε è il vettore di polarizzazione, $k_L = \omega_L/c$ il vettore d'onda e 2ϕ la fase relativa assunta costante nel tempo. L'intensità totale è data da

$$I(z) = \frac{c\epsilon_0}{2} |E_+ + E_-|^2 = \frac{c\epsilon_0}{2} [E_+^2 + E_-^2 + 2E_+E_-(1 - \cos^2(k_L z))] \quad (2.11)$$

Quando l'ampiezza del campo elettrico è la stessa per i due, definendo $I_0 = c\epsilon_0 E_+^2/2 = c\epsilon_0 E_-^2/2$, si avrà

$$I(z) = I_0 \cos^2(k_L z) \quad (2.12)$$

L'intensità oscilla spazialmente lungo z con periodicità $d = \lambda_L/2$ e per la (2.10) lo stesso farà il potenziale di dipolo che essa determina. Cambiando l'intensità dei fasci si può controllare la profondità delle buche di potenziale, mentre con la lunghezza d'onda si agisce sulla periodicità: il risultato è una struttura periodica controllabile e sostanzialmente perfetta. Il parametro cui si ricorre convenzionalmente per indicare la profondità del reticolo è l'ampiezza del potenziale di dipolo V_0 misurata in unità di energia di rinculo dei fotoni del reticolo $E_R = \frac{\hbar^2 k_L^2}{2M}$, definendo

$$s = \frac{V_0}{E_R} \quad (2.13)$$

tale quantità.

Passando dalle onde piane ai fasci gaussiani, alla pura struttura periodica si aggiunge il confinamento dovuto al profilo di intensità non uniforme. Tuttavia negli esperimenti si utilizzano tipicamente fasci con waist superiori al raggio di Thomas-Fermi dei condensati realizzati, che vedono quindi la radiazione laser come un'onda piana a tutti gli effetti.

Tipicamente la realizzazione pratica di un reticolo ottico monodimensionale avviene utilizzando un singolo fascio laser retroriflesso; aumentando il numero di fasci retroriflessi a due o tre, disposti in direzioni diverse e aventi polarizzazioni ortogonali, è possibile generare potenziali periodici bidimensionali e tridimensionali

rispettivamente.

In alternativa allo schema retroriflesso, si possono ottenere strutture periodiche con diversa spaziatura reticolare (a parità di lunghezza d'onda) sfruttando l'interferenza fra fasci intersecati ad angoli non nulli, sfruttando in tal caso la dipendenza di d dall'angolo tra i vettore d'onda dei laser.

2.2 Raffreddamento evaporativo e simpatetico

L'ultimo passaggio utilizzato per ridurre la densità nello spazio delle fasi fino ai valori di condensazione è sottoporre il gas a una evaporazione forzata. Il principio alla base è lo stesso che sfruttiamo quando soffiamo per raffreddare una tazza di té caldo; per chiarirne i meccanismi e le criticità ci limitiamo a darne una descrizione qualitativa.

Consideriamo il caso di un gas termico, la cui distribuzione delle velocità all'equili-

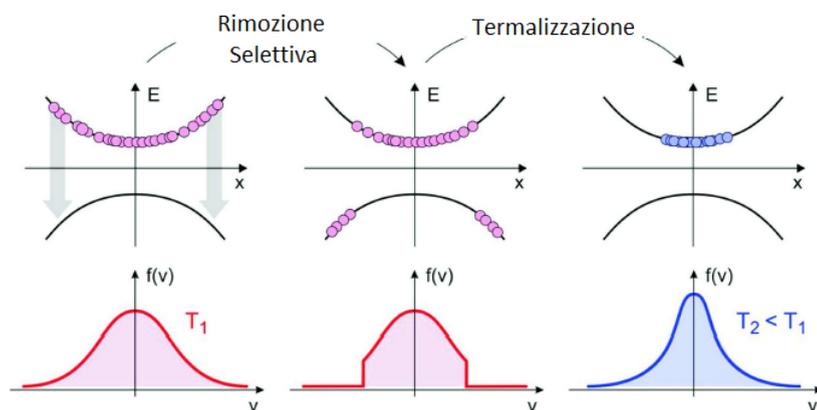


Figura 2.2: Rappresentazione schematica dell'effetto della rimozione e della ritermalizzazione sulla distribuzione di velocità degli atomi, durante il raffreddamento evaporativo.

brio sia una maxwelliana. Gli atomi al suo interno sono tutti in moto per agitazione termica, ma fra di essi solo quelli più veloci hanno una energia sufficiente a risalire il potenziale di confinamento e raggiungere le regioni più esterne della trappola. Una rimozione selettiva di questi ultimi quindi equivale a tagliare le code laterali della distribuzione delle velocità: se operata abbastanza rapidamente, la rimozione porta così il sistema in uno stato non all'equilibrio descritto da una maxwelliana troncata. A questo punto, lasciando che il gas si ritermalizzi per effetto delle collisioni elastiche al suo interno, la distribuzione di non equilibrio rilascerà all'equilibrio in una nuova maxwelliana con temperatura minore di quella iniziale. Con un grande numero di atomi in partenza, applicando questi due passaggi più volte in sequenza secondo una tempistica opportuna, è possibile ridurre la temperatura del

gas fino a valori bassissimi seppure a scapito del numero di atomi.

I modi in cui avviene la rimozione degli atomi veloci sono diversi a seconda del tipo di trappola. Il caso più semplice è quello delle trappole di dipolo, in cui viene diminuita la profondità del potenziale riducendo l'intensità dei fasci gradualmente e con continuità, permettendo ad atomi con velocità via via più basse di uscire dalla trappola. L'evaporazione in trappole magnetiche verrà discussa nella sezione 3.5.1 del capitolo seguente.

Se ci limitiamo a considerare le sole collisioni elastiche, l'efficienza del processo di evaporazione è determinata dal rapporto tra le velocità con cui agiscono queste ultime e la rimozione degli atomi. In particolare, per garantire la ritermalizzazione del gas, la rimozione deve avvenire su tempi lunghi rispetto a quello caratteristico τ_{el} tra due collisioni elastiche. Nel caso ideale quindi il risultato migliore si ha con il raffreddamento più lento possibile.

Nella realtà lo scenario è molto diverso per effetto delle collisioni anelastiche, che causano un riscaldamento del gas e perdite di atomi aggiuntive riducendo di fatto l'efficienza del raffreddamento. Per avere una buona evaporazione in ogni momento è necessario avere una probabilità di collisioni elastiche maggiore rispetto a quella delle anelastiche. Il tasso di collisioni elastiche può essere stimato, sotto opportune ipotesi [14], come

$$\gamma_{el} \sim n\sigma v \quad (2.14)$$

dove n è la densità del campione, $\sigma = 8\pi a^2$ la sezione d'urto elastica per bosoni identici e $v \simeq \sqrt{k_B T/M}$ la velocità media degli atomi. Con l'abbassamento della temperatura γ_{el} decresce, un'evaporazione ottimale è quella con una probabilità di collisioni costante o crescente nel corso del raffreddamento. La velocità dell'evaporazione viene quindi ottimizzata in base alle condizioni, tipicamente diminuendo la soglia di intrappolamento esponenzialmente nel tempo durante la fase iniziale e linearmente in quella finale. Partendo dalle condizioni di densità nello spazio delle fasi garantite da un raffreddamento laser sub-Doppler e in presenza di un grande numero di atomi, tramite il raffreddamento evaporativo è possibile raggiungere densità nello spazio delle fasi fino a 8-9 ordini di grandezza superiori rispetto a quelle iniziali, sebbene il valore tipico sia di 6-7 ordini di grandezza.

2.2.1 Raffreddamento simpatetico

Per alcune specie atomiche il raffreddamento evaporativo non garantisce risultati efficienti, a causa dell'impossibilità di raggiungere le condizioni iniziali alle quali l'evaporazione forzata diventa conveniente o ancora per le ridotte lunghezze di diffusione in onda-s. In questi casi una soluzione per portare il gas in regime di degenerazione quantistica può essere il *raffreddamento simpatetico*, consistente nell'utilizzo un secondo gas atomico (per cui l'evaporazione risulta efficiente) come refrigerante per il primo. Proprio a Firenze l'innovativo impiego di questa tecnica su una miscela di specie atomiche diverse ha permesso la realizzazione del

primo condensato di potassio bosonico [24], altrimenti difficilmente ottenibile. La procedura utilizzata sul ^{41}K nel nostro esperimento è in effetti la stessa.

Il problema del ^{41}K è quello di possedere una struttura dei livelli energetici che non permette processi sub-Doppler (per motivi discussi nel capitolo seguente): le temperature minime raggiungibili otticamente sono quindi dell'ordine del limite Doppler $T_D \sim 150\mu\text{K}$ e sperimentalmente le densità alla T_D sono tipicamente dell'ordine dei $10^8 \div 10^9$ atomi/cm³. In queste condizioni le collisioni elastiche tra gli atomi di potassio sono poco frequenti e non garantiscono una termalizzazione rapida del gas durante l'evaporazione.

Il successo dell'idea di un raffreddamento simpatetico del potassio-41 per mezzo del rubidio-87 discende dalle due buone proprietà che questa miscela soddisfa. Per prima cosa è sempre possibile ricorrere al raffreddamento evaporativo sul rubidio, perché entrambi i suoi isotopi (^{85}Rb e ^{87}Rb) possono essere portati a temperature dell'ordine del microKelvin con mezzi puramente ottici e conseguentemente a densità maggiori di quelle del potassio. La seconda, fondamentale, è che le collisioni elastiche interspecie sono abbastanza frequenti da garantire che in ogni momento dell'evaporazione le due specie siano alla stessa temperatura. Nella miscela $^{87}\text{Rb}-^{41}\text{K}$ questo è assicurato dal fatto che la lunghezza di diffusione interspecie $a_{^{87}\text{Rb}-^{41}\text{K}} = 164a_0$ (nello stato atomico in cui avviene l'evaporazione) è positiva e maggiore di quelle intraspecie $a_{^{87}\text{Rb}-^{87}\text{Rb}} = 99a_0$ e $a_{^{41}\text{K}-^{41}\text{K}} = 85a_0$. Ciò rappresenta un requisito generale per l'applicabilità del raffreddamento simpatetico in una miscela di gas atomici: maggiore è la sezione d'urto interspecie $\sigma = 4\pi a_{inter}^2$ rispetto a quelle intraspecie, migliore sarà il raffreddamento.

Un'altra condizione richiesta perché tutto funzioni è avere in partenza un numero di atomi della specie da evaporare (rubidio) molto maggiore di quello della specie da raffreddare simpateticamente (potassio), di modo che la capacità termica del gas della prima sia maggiore di quella della seconda e si mantenga tale anche quando il numero di atomi diminuisce per l'evaporazione. Scegliendo opportunamente il bilanciamento tra le due specie in partenza e la tempistica dell'evaporazione, è possibile arrivare ad una condizione finale in cui entrambi i gas sono condensati e con un numero di atomi confrontabile.

Capitolo 3

Apparato sperimentale

Questo capitolo è dedicato a fornire una descrizione essenziale dell'apparato e di alcune tecniche utilizzate nel lavoro di tesi. Come in tutti i moderni esperimenti su atomi freddi un ruolo fondamentale è svolto dalle tecniche di raffreddamento e intrappolamento descritte nel capitolo precedente.

Cominciamo da una panoramica generale dell'apparato e della procedura sperimentale, segnalando fra () le sezioni del capitolo in cui i vari elementi verranno approfonditi.

L'apparato è complessivamente suddiviso in due diversi tavoli ottici per garantire una maggiore stabilità del sistema: il primo dedicato esclusivamente alle sorgenti laser e ai circuiti ottici che generano i fasci utilizzati per il raffreddamento, trasferimento e rivelazione dei campioni atomici; su un secondo tavolo sono poste le camere da vuoto, le sorgenti atomiche e i laser relativi alla trappola ottica e al reticolo ottico. I fasci laser sul primo banco (Sez.1), opportunamente suddivisi, vengono inviati al secondo tramite fibre ottiche in modo che le operazioni di allineamento avvengano velocemente e senza disturbi alla parte più delicata dell'apparato. L'effettiva manipolazione degli atomi avviene tutta sul secondo tavolo, dove all'interno delle camere da vuoto (Sez.2) le due specie vengono raffreddate per mezzo di trappole magneto-ottiche (MOT) (Sez.3), dapprima separatamente e solo successivamente inviate insieme nella camera principale, in una MOT tridimensionale dove esse raggiungono temperature dell'ordine delle centinaia di μK ; a seguire un ulteriore raffreddamento e un pompaggio ottico degli atomi (Sez.4) permettono il passaggio in una trappola magnetica (Sez.5), dove tramite raffreddamento evaporativo gli atomi vengono portati alla degenerazione quantistica. A questo punto è anche possibile spostare gli atomi in una trappola di dipolo o confinarli in reticolo ottico (Sez.6) a seconda della procedura sperimentale. La procedura si conclude con la rivelazione del campione (Sez.7).

3.1 Sorgenti Laser

Nello schema tipico del raffreddamento laser per ogni specie atomica si utilizzano due distinte sorgenti laser. Una prima sorgente è quella destinata al raffreddamento vero e proprio, così come descritto nel capitolo 2, e per questo detta *principale* o semplicemente *di raffreddamento*. Essa opera intorno alla frequenza di una transizione abbastanza isolata, tenendo conto delle regole di selezione, da risultare quasi chiusa. La seconda sorgente, detta *di ripompaggio*, è necessaria per reimmettere nel ciclo di assorbimento/emissione del raffreddamento gli atomi pompati in stati diversi da quelli della transizione voluta e altrimenti persi.

NOTA: La nomenclatura così introdotta assume un carattere più generale e verrà utilizzata in seguito per indicare le sorgenti a cui fanno capo i fasci anche quando questi non verranno effettivamente impiegati per il raffreddamento/ripompaggio.

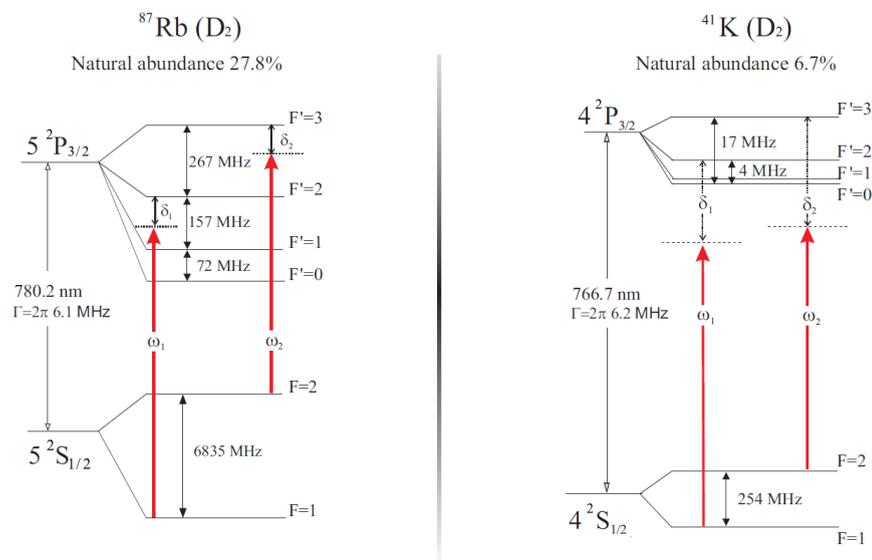


Figura 3.1: Struttura iperfine dei livelli della riga D_2 del rubidio-87 (a destra) e del potassio-41 (a sinistra).

Il rubidio e il potassio utilizzati nell'esperimento appartengono al gruppo degli elementi alcalini, caratterizzati da uno stato fondamentale elettronico con shell interne piene ed un singolo elettrone di valenza nella shell più esterna, in modo che il solo contributo al momento angolare totale sia quello dovuto allo spin. Per atomi alcalini le due sorgenti laser operano sulla frequenza della stessa transizione elettronica D_2 tra lo stato fondamentale $^2S_{1/2}$ e il primo eccitato $^2P_{3/2}$, ma tra diversi sottolivelli iperfini. Nel caso particolare delle due specie ^{87}Rb e ^{41}K si ha la medesima struttura iperfine (Figura 3.1), avendo entrambe spin nucleare $I = 3/2$, quindi le stesse transizioni permesse (per le regole di selezione) su cui agiscono i laser. Indicando con $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ il momento angolare totale dell'atomo:

La transizione di raffreddamento è la $|^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$ mentre quella di ripompaggio è la $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |^2P_{3/2}, F' = 2\rangle$. Il ripompaggio va a compensare l'effetto di pompaggio ottico nello stato $|^2S_{1/2}, F = 1\rangle$ dovuto alla transizione fuori risonanza $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ indotta dal fascio di raffreddamento stesso, chiudendo di fatto la transizione $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ in modo tale che l'efficienza del raffreddamento si mantenga anche su molti cicli di assorbimento ed emissione. Quindi la rilevanza delle transizioni fuori risonanza è quella che determina il bilanciamento tra le potenze delle due sorgenti.

Usualmente per specie alcaline, come nel caso del rubidio, il fascio di raffreddamento è di qualche ordine di grandezza più potente del ripompaggio, perché la separazione in frequenza tra i diversi livelli iperfini è abbastanza grande da garantire che siano poco rilevanti i contributi fuori risonanza. Un piccolo contributo di ripompaggio è sufficiente a garantire che i livelli $|F = 2\rangle$ e $|F' = 3\rangle$ del raffreddamento si comportino come isolati.

La situazione è invece molto differente per il ^{41}K , in cui la spaziatura iperfine dei livelli eccitati è confrontabile con la larghezza di riga. In questo caso non è valida la distinzione netta nei ruoli di raffreddamento/ripompaggio e lo scenario viene complicato dalla presenza di più transizioni fuori risonanza permesse: come risultato le potenze devono essere confrontabili tra le due sorgenti, che richiedono un bilanciamento più accurato. La definizione delle sorgenti viene comunque mantenuta per il ^{41}K e avviene in base alla frequenza, maggiore per il raffreddamento rispetto al secondo.

La ridotta spaziatura iperfine e la conseguente complessità delle dinamiche di pompaggio tra gli stati sono gli aspetti per cui fino a poco tempo fa si riteneva impossibile sviluppare per il potassio schemi di raffreddamento sub-Doppler, basati sull'utilizzo di gradienti di polarizzazione. Questo ha reso difficoltosa la condensazione del ^{41}K , ottenuta appunto grazie al raffreddamento simpatico con un'altra specie. Solo di recente un lavoro svolto ai laboratori del LENS di Firenze [38], ha dimostrato l'introduzione di meccanismi sub-Doppler anche per il potassio con opportuni accorgimenti.

3.1.1 Rubidio: sorgenti laser e schema di aggancio

Le sorgenti utilizzate per il rubidio sono due diodi laser distinti, vista la differenza in frequenza di 6.8 GHz tra le due transizioni di riferimento.

Per il raffreddamento utilizziamo un diodo laser Sharp GH0781JA2C, con potenza di emissione massima di 120 mW, montato in cavità estesa in configurazione di Littrow. La potenza totale così ottenibile non è tuttavia sufficiente, per questo viene iniettata in un amplificatore ottico Toptica DL-100, la cui potenza di uscita è ~ 600 mW.

Per il ripompaggio l'amplificazione non è necessaria, per i motivi precedentemente discussi, e i 50 mW richiesti vengono forniti direttamente da un diodo laser Sanyo DL7140-201, anch'esso in cavità estesa in configurazione di Littrow.

L'aggancio in frequenza per i due avviene in maniera analoga ma indipendente: una parte dell'emissione di ciascun diodo viene prelevata e dopo un'opportuna separazione e modulazione di frequenza, ottenuta tramite modulatore acusto-ottico (AOM), inviata su una cella contenente vapori atomici di rubidio in uno schema di spettroscopia di saturazione in assorbimento. Le sorgenti vengono quindi agganciate su due diverse righe di riferimento dello spettro, rilevato da un fotodiodo in uscita alla cella.

3.1.2 Potassio: sorgenti laser e schema di aggancio

Per le sorgenti del potassio, come anticipato, è richiesta una potenza superiore e maggiormente controllata. Per questo viene utilizzato come sorgente unica un laser commerciale Topica DLX-110, alla lunghezza d'onda di 767 nm, con potenza massima di 500 mW. Questa emissione viene iniettata in un amplificatore ottico (chip EagleYard EYP-TPA-0765 da 3 A), capace di erogare 1 W di potenza con 10 mW in iniezione, la cui potenza in uscita va in gran parte (90%) a costituire i fasci di ripompaggio. La rimanente parte di potenza viene separata e inviata ad un AOM in doppio passaggio che fornisce lo spostamento di frequenza necessario a rendere la radiazione risonante alla transizione di raffreddamento. Il fascio ottenuto va iniettare un amplificatore ottico identico al precedente, la cui emissione costituisce il fascio principale.

Lo schema di aggancio richiesto è uno solo, essendo unico il laser impiegato, ed è identico a quello già discusso per il rubidio. La differenza è nel riferimento in frequenza: l'impossibilità di distinguere nettamente le transizioni iperfini ha portato alla scelta, per l'aggancio, di riferirsi ad una transizione del ^{39}K , essendo l'isotopo più abbondante in natura.

3.1.3 Circuito ottico ed iniezione in fibra ottica

Dopo aver prelevato la parte di emissione destinata allo schema di spettroscopia per l'aggancio, l'uscita di ogni sorgente viene suddivisa in quattro diversi fasci impiegati rispettivamente nelle 2D-MOT, nella 3D-MOT, nel pompaggio ottico e per la rivelazione, discusse nei paragrafi seguenti. Tale suddivisione è ottenuta con una sequenza di lamine $\lambda/2$ e cubi polarizzatori alternati che permettono di distribuire secondo necessità la potenza totale tra i diversi fasci. Ognuno di essi viene quindi controllato in frequenza e ampiezza con un rispettivo AOM posizionato lungo il percorso in configurazione di doppio passaggio, per permettere che tali operazioni avvengano in modo indipendente e sufficientemente rapido. Va notato come il ripompaggio del rubidio costituisca un'eccezione allo schema generale, impiegando solamente un AOM: ciò è possibile perché, a differenza di quanto avviene per il potassio, si ottiene un raffreddamento efficiente anche con stesso detuning nelle MOT 2D e 3D.

Il passaggio al banco ottico delle camere da vuoto avviene in 7 fibre ottiche. Di esse

4 trasportano sia il fascio di raffreddamento che quello di ripompaggio di rubidio e potassio e richiedono all'iniezione delle speciali lamine dicroiche.

3.2 Schema dell'apparato da vuoto

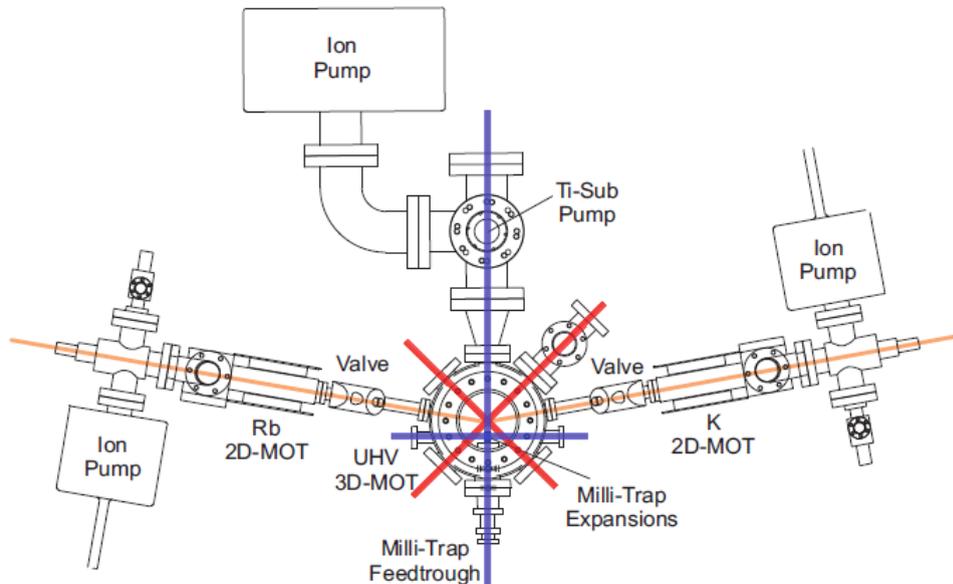


Figura 3.2: Schema dell'apparato da vuoto, costituito dalle due camere esterne (ai lati) e da quella principale (al centro). Le direzioni evidenziate rappresentano quelle dei fasci laser principali descritti nel resto del capitolo, rispettivamente: arancione, fasci di spinta delle 2D-MOT; rosso, 3D-MOT; blu, rivelazione, trappola e reticolo ottico.

In un esperimento di atomi freddi tutte le operazioni successive sul campione da condensare devono avvenire all'interno di camere mantenute in condizioni di vuoto spinto, per evitare collisioni con altri atomi che causerebbero riscaldamento e perdite nel campione stesso.

L'apparato da vuoto del nostro esperimento è mostrato in figura 3.2. Agli estremi laterali si trovano i dispenser degli atomi (a dx per il ^{41}K , a sx per il ^{87}Rb) e due pompe ioniche (Varian Diode Cell 20 l/s) che mantengono la pressione all'interno delle camere laterali (cui sono connesse direttamente) al valore di 10^{-9} mbar. Le celle delle due camere laterali, in cui vengono caricati e pre-raffreddati separatamente gli atomi delle due specie, sono identiche: hanno una struttura cava a forma di parallelepipedo ($80 \times 35 \times 35$ mm), ricavata da un singolo blocco di titanio, sulle cui facce laterali si aprono quattro finestre ottiche di vetro BK7 trattate con coating antiriflesso. Sono connesse alla camera centrale tramite tubi di grafite dal diametro interno di circa 1 mm montati all'interno di soffiotti flessibili, per evitare stress meccanico sulla camera principale. L'utilizzo di canali capillare è necessario per

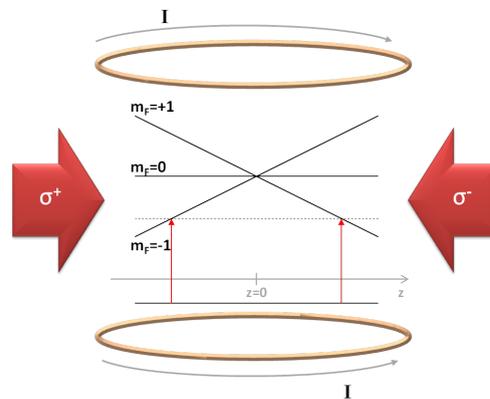


Figura 3.3: Schema di una MOT unidimensionale. Lo spostamento Zeeman dei livelli con la posizione è proporzionale alle linee nere in figura.

mantenere diverse condizioni di vuoto tra le camere laterali e quella centrale. Al centro dell'apparato si trova la camera principale, dove ha effettivamente luogo l'esperimento. Realizzata in acciaio, ha un'altezza di 9 cm e un diametro esterno di 18 cm. Ad essa sono connesse una pompa ionica (Varian Vac Ion Plus 55 l/s), che mantiene una pressione di 10^{-11} mbar all'interno, e una pompa a sublimazione di titanio, che permette di contrastare i prodotti del graduale degassamento dell'acciaio della camera. La struttura è dotata di 8 finestre laterali in vetro antiriflesso, mentre l'accesso ottico superiore e inferiore è esteso alla quasi totalità della superficie (finestre di diametro 130 mm). Questo serve a garantire di poter raggiungere le due differenti posizioni in cui si trovano gli atomi a seconda della fase della procedura sperimentale. Al centro della camera avviene infatti solo la prima parte del raffreddamento, la cui fase finale è svolta all'interno di una trappola magnetica (millitrappola) montata all'interno del vuoto, a distanza di 3 cm dal centro (nella parte inferiore della camera in figura).

A partire dall'orientamento della trappola magnetica, per indicare le direzioni del piano orizzontale dell'apparato vengono utilizzati i nomi convenzionali: *assiale* per la direzione che unisce il centro della camera principale al centro della trappola magnetica (e lungo la quale avviene il movimento della slitta di traslazione); *radiale* per quella ad essa ortogonale.

3.3 Trappole magneto-ottiche

In una trappola magneto-ottica (MOT) gli atomi vengono confinati spazialmente e raffreddati grazie ad una opportuna combinazione di fasci laser e campi magnetici, il meccanismo alla base è la diversa separazione dei livelli iperfini in campo magnetico.

Lo schema di una MOT, mostrato in figura 3.3, è costituito da due fasci laser contropropaganti con polarizzazioni circolari opposte e due bobine percorse

da corrente, in configurazione Anti-Helmoltz, che generano un campo magnetico crescente allontanandosi dal centro della trappola. Il principio di funzionamento può essere spiegato semplicemente nel caso di una transizione tra livelli iperfini $F = 0$ ed $F' = 1$ per un atomo a due livelli, ricordando che lo spostamento Zeeman dell'energia in campo magnetico B è dato da

$$\Delta E_{Zeeman}(z) = \mu_B g_F m_F B \quad (3.1)$$

dove μ_B è il magnetone di Bohr, g_F il fattore di Landè del livello e m_F il momento angolare lungo l'asse del campo. Vicino al centro della trappola il campo magnetico di quadrupolo generato dalle bobine è lineare $B = bz$, quindi per $z > 0$ ($z < 0$) il livello $|F' = 1, m_{F'} = 1\rangle$ ha energia maggiore(minore) del $|F' = 1, m_{F'} = -1\rangle$. Utilizzando fasci laser con detuning verso il rosso rispetto alla frequenza risonante a $B = 0$ avremo così che: per un atomo fermo in $z > 0$ la transizione favorita è la $|F = 0\rangle \rightarrow |F' = 1, m_{F'} = -1\rangle$ quindi l'atomo assorbirà preferenzialmente fotoni dal fascio polarizzato σ^- , quello con vettore d'onda opposto allo spostamento rispetto al centro. Analogamente per $z < 0$ l'assorbimento avverrà prevalentemente dal fascio polarizzato σ^+ , con il risultato netto che per effetto della forza di scattering l'atomo tenderà a rimanere confinato nella regione centrale della trappola. Allo stesso tempo, quando l'atomo è già nella regione centrale della trappola ma con velocità non nulla, i fasci di MOT si comportano come una melassa, rallentandone il moto. La forza agente sull'atomo per piccole velocità e spostamenti Zeeman ($k_L v, \Delta E_{Zeeman} \ll \Gamma$) segue dalla $F_{scatt}(\delta)$ in (2.5) analogamente a quella ottenuta per le melasse ottiche, correggendo la frequenza della transizione sia con lo spostamento Doppler $k_L v$ che con quello Zeeman:

$$F_{MOT} = F_{scatt}^{\sigma^+}(\delta - kv - (\mu_B g_F m_F b/\hbar)z) - F_{scatt}^{\sigma^-}(\delta + k_L v + (\mu_B g_F m_F b)z) \quad (3.2)$$

$$\simeq -\alpha v - \kappa z \quad (3.3)$$

con α dato dalla (2.7) e $\kappa = \frac{\alpha \mu_B g_F m_F b}{\hbar k_L}$. L'effetto della forza è duplice: essa fornisce sia un rallentamento, come detto in maniera del tutto analoga a quella vista nelle melasse ottiche (da cui discende), sia un intrappolamento grazie alla variazione spaziale del campo magnetico. A differenza delle trappole magnetiche discusse in seguito, la forza che determina il confinamento non è di tipo magnetico ma radiativo; inoltre i campi magnetici impiegati sono molto più piccoli di quelli necessari al confinamento magnetico. Per queste ragioni le MOT vanno ascritte alla categoria delle trappole laser.

3.3.1 2D-MOT

Nelle camere laterali del sistema da vuoto i campioni atomici emessi dai dispenser vengono debolmente intrappolati e subiscono un pre-raffreddamento separatamente in due MOT bidimensionali (2D-MOT). La struttura delle 2D-MOT

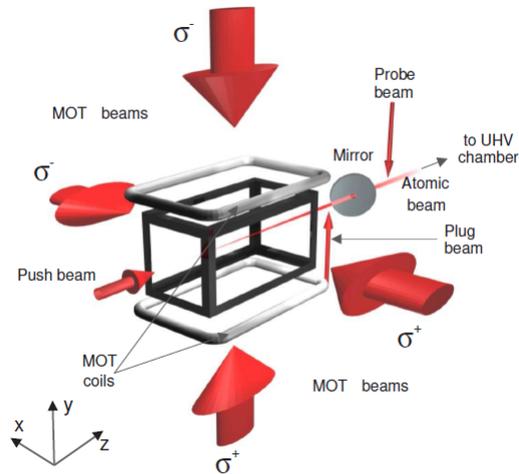


Figura 3.4: Rappresentazione schematica di una 2D-MOT.

rappresentata in figura 3.4 è identica per il Rb e il K, per cui la descrizione seguente si riferisce indifferentemente ad entrambe.

I fasci laser utilizzati per una 2D-MOT sono in totale cinque. Quattro sono quelli di MOT: un fascio di raffreddamento e uno di ripompaggio per ognuna delle due direzioni trasverse (x e y). Per accordare le dimensioni dei fasci alla forma allungata della camera, si utilizzano per tutti e quattro delle lenti cilindriche poste prima delle finestre ottiche, che danno alla trappola la caratteristica forma ellittica. In aggiunta a questi quattro fasci ve ne è un altro, detto di *spinta*, il cui ruolo è quello di trasferire gli atomi raffreddati dalla regione di trappola bidimensionale alla camera principale. È l'unico dei fasci diretto longitudinalmente all'asse maggiore della camera di 2D-MOT, entrante nella camera principale; nel caso del Rb esso proviene dalla sorgente laser di raffreddamento, mentre per il K proviene da quella di ripompaggio.

Il campo magnetico è generato da due bobine rettangolari, avvolte intorno alla struttura all'altezza delle facce superiore e inferiore della cella. Il gradiente magnetico è dell'ordine di 17(14) G/cm per il Rb(K) nel piano xy , mentre si mantiene trascurabile lungo z .

Nelle 2D-MOT all'interno della camera gli atomi vengono raffreddati nelle direzioni trasverse (x ed y), lungo le quali la trappola produce un effettivo rallentamento, mentre lungo l'asse z il sistema svolge la funzione di selettore delle velocità più basse. Possiamo considerare come disaccoppiate le tre componenti delle velocità perché nelle tipiche condizioni di densità presenti all'interno della trappola le collisioni hanno un effetto marginale.

I meccanismi di raffreddamento lungo x e y sono quelli descritti in precedenza, ma affinché essi possano agire gli atomi devono rimanere nella regione dei fasci di MOT per un tempo pari alla durata di molti cicli di assorbimento ed emissione. Gli atomi più veloci arriveranno allo stretto canale di immissione nella camera

principale con uno spread di velocità lungo x e y troppo grande per riuscire ad attraversarlo, questo determina l'azione delle 2D-MOT lungo z . La necessità di un fascio di spinta per trasferire gli atomi nella camera principale è dovuta proprio a questo meccanismo.

3.3.2 3D-MOT

Dopo il preraffreddamento nelle due 2D-MOT gli atomi vengono convogliati con i fasci di spinta nella camera principale. Al suo interno la prima fase di raffreddamento comune avviene, come nella maggior parte dei moderni apparati, in una MOT tridimensionale (3D-MOT).

Per ciascuna specie si utilizzano 12 fasci laser: due contropropaganti per ogni direzione, replicati due volte per il raffreddamento e il ripompaggio. Il fascio in una singola direzione è in quindi la sovrapposizione di 8 fasci, quelli verticali entrano nella camera dagli ampi accessi ottici superiore e inferiore, quelli orizzontali da quattro finestre poste ad una angolazione di 45° rispetto ai due assi principali dell'apparato (come evidenziato in figura 3.2).

Il campo magnetico è provvisto da due bobine circolari di diametro interno 9 cm ed esterno 15 cm, avvolte su un supporto di alluminio raffreddato ad acqua per mezzo di un chiller (Solid State Cooling ThermoCube-200). Esse generano un campo di quadrupolo (con 4 A di corrente si ottiene un gradiente di 16 Gauss/cm nella direzione assiale), il cui zero si trova al centro della camera dove si sovrappongono tutti i fasci di MOT. La corrente nelle bobine proviene da un generatore Agilent 6692A (60 V, 110 A).

Per cancellare l'effetto dei campi magnetici spuri, come quello terrestre, intorno alla camera si utilizza per ogni direzione una coppia di bobine di compensazione, dette *shim*, alimentate separatamente.

3.4 CMOT, melasse e pompaggio ottico

Al termine della fase di 3D-MOT, gli atomi subiscono tre diversi passaggi prima di poter essere trasferiti nella trappola magnetica: una compressione, una fase di melasse ottiche e infine un pompaggio ottico.

La fase di MOT compressa (CMOT) segue immediatamente quella di 3D-MOT e serve a incrementare la densità del campione senza aumentarne troppo la temperatura [23]. Mantenendo i fasci di MOT accesi viene alzata la corrente nelle bobine di quadrupolo da 4 A a 10 A, lasciando il sistema in questo stato per ~ 80 ms, quindi viene aumentato il detuning dei fasci di MOT, per una durata di 10 ms.

Lo spegnimento della corrente nelle bobine, con il contemporaneo spostamento nuovamente vicino a risonanza dei fasci di MOT, segna l'inizio di una fase di melasse ottiche. Lo scopo è quello di compensare il riscaldamento avvenuto in CMOT e raffreddare ulteriormente gli atomi, che vengono mantenuti in melassa per 4

ms; ad essi segue un ulteriore millisecondo in cui solo i fasci di ripompaggio sono accesi, permettendo di riportare tutti gli atomi nello stato iperfine $F = 2$ richiesto per il passaggio successivo. La breve durata è fondamentale perché in questo lasso di tempo gli atomi non subiscono alcun confinamento e tendono a espandersi; in particolare il potassio espande maggiormente del rubidio in quanto non soggetto a meccanismi sub-Doppler e comunque meno massivo del rubidio.

Prima di poter trasferire gli atomi in un trappola magnetica è necessario che essi occupino tutti un opportuno stato Zeeman iperfine, per i motivi esposti nella sezione seguente. Dopo le melasse quindi si effettua un pompaggio ottico nello stato scelto, che per entrambe le specie è lo $|F = 2, m_F = 2\rangle$: viene generato un campo magnetico per definire l'asse di quantizzazione e quindi vengono accesi per poche centinaia di μs i quattro fasci designati per il pompaggio (raffreddamento e ripompaggio per Rb e K), tutti polarizzati σ^+ e diretti verticalmente.

3.5 Intrappolamento magnetico: la millitrappola

Gli atomi nella trappola magnetica sono nelle condizioni di temperatura e densità richieste per il raffreddamento evaporativo, che porterà infine il gas alla condensazione. Prima di concentrarci sui dettagli della nostra trappola, discutiamo alcune generalità sul funzionamento di questo strumento.

In presenza di un campo magnetico un atomo dotato di momento magnetico $\vec{\mu}$ risente di un potenziale

$$U_{\text{magn}} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (3.4)$$

Se la variazione temporale del campo è sufficientemente lenta perché il momento magnetico dell'atomo riesca a seguirlo ad ogni istante, questa può essere riscritta in termini della proiezione di $\vec{\mu}$ lungo l'asse di quantizzazione dato dal campo e si riduce semplicemente alla (3.1)

$$U_{\text{magn}}(z) = \mu_B g_F m_F |B(z)| \quad (3.5)$$

Gli atomi in stati magnetici con $g_F m_F > 0$ vengono attratti nelle regioni di minimo del campo magnetico (per questo sono detti *low-field seekers*), mentre quelli per cui $g_F m_F < 0$ (*high-field seekers*) ne vengono respinti. Poiché per il teorema di Wing non è possibile generare massimi locali del campo magnetico lontano dalle sorgenti, la (3.5) ha l'importante conseguenza che gli unici stati atomici intrappolabili sono quelli *low-field seekers*. Sia per il ^{87}Rb che per il ^{41}K questi corrispondono agli stati $|F = 1, m_F = -1\rangle$ e $|F = 2, m_F = 1, 2\rangle$, vista l'identica struttura Zeeman iperfine. Nel nostro esperimento lo stato scelto è per entrambe le specie il $|2, 2\rangle$, sebbene per il rubidio si scelga più comunemente il $|1, -1\rangle$, perché in quest'ultimo l'interazione interspecie rende maggiormente instabile il sistema.

Il tipo di trappola magnetica più comunemente utilizzato è detto 'di Ioffe-Pritchard'

[31], mostrato in figura 3.5, costituita da due bobine in configurazione di correnti contropropaganti e quattro barre conduttrici disposte parallele all'asse delle bobine e percorse da correnti a due a due opposte. Il campo magnetico generato da

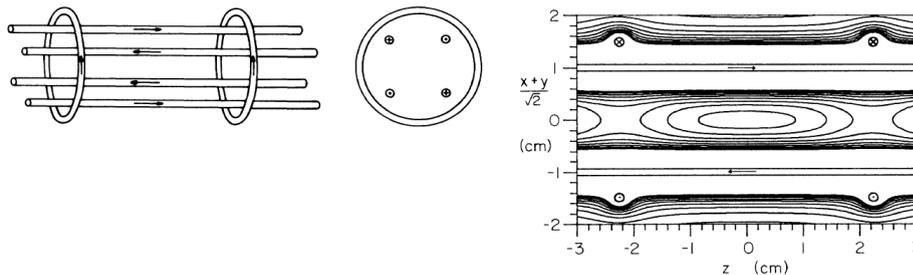


Figura 3.5: Schema delle correnti in una trappola di Ioffe-Pritchard (a destra) ed esempio di andamento del campo magnetico nel piano passante per una coppia di barre opposte (a sinistra). Figura tratta da [31].

questa configurazione è di tipo armonico nella regione intorno al minimo, mentre diventa quadrupolare allontanandosi da esso. In particolare nel minimo il valore del campo è comunque non nullo, soddisfacendo a un requisito fondamentale per una trappola magnetica in cui si voglia ottenere la BEC. Infatti in presenza di uno zero del campo magnetico vengono meno le condizioni per la validità della (3.5), in quanto la frequenza di precessione del dipolo magnetico $\omega_{Larmor} \propto B$ si annulla. Nelle vicinanze dello zero il momento magnetico non segue adiabaticamente il campo e possono verificarsi dei cambi di stato magnetico incontrollati (*spin-flip di Majorana*) tali da portare gli atomi in stati anti-intrappolati. Con uno zero nel centro della trappola e avvicinandosi alle condizioni per la degenerazione, quando tutti gli atomi passano sempre più tempo vicino al minimo, le perdite conseguenti diventano drammatiche, rendendo la condensazione di fatto irrealizzabile. Una trappola di Ioffe-Pritchard permette di evitare tutto questo con uno schema di relativamente semplice realizzazione, questo spiega la sua grande diffusione.

Le categorie di trappole magnetiche negli esperimenti di atomi ultrafreddi sono sostanzialmente due: da una parte abbiamo quelle tradizionali, costituite da bobine e barre di dimensioni macroscopiche e poste fuori dalle camere da vuoto; una seconda categoria è quella delle microtrappole, costituite da chip di dimensioni microscopiche inseriti all'interno dell'apparato da vuoto. A questa suddivisione sfugge la trappola del nostro esperimento, che rappresenta perciò una vera peculiarità, trovandosi a metà strada tra le due categorie e godendo di parte dei vantaggi di entrambe.

La trappola magnetica da noi utilizzata è detta *millitrappola* (da *trappola magnetica millimetrica*) ed è inserita direttamente all'interno della camera da vuoto principale. Un suo disegno schematico è mostrato in figura 3.6. L'elemento principale è costituito da un tubo di rame lungo 17 mm, con diametro interno(esterno) di 5 mm(9 mm), che presenta due tagli in direzione longitudinale ed è fissato su

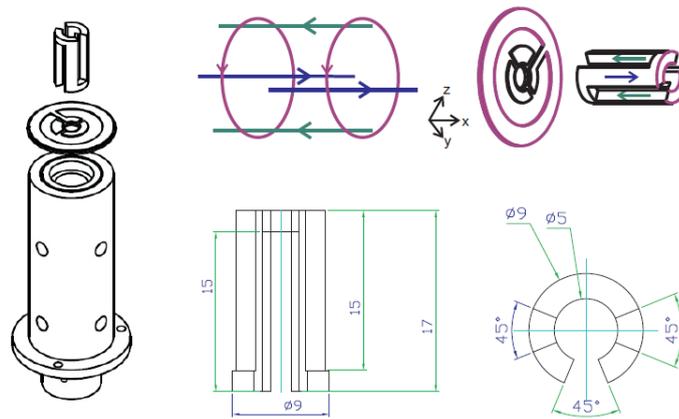


Figura 3.6: A sinistra: Schema della millitrappola disassemblata. Al centro e a destra: particolari del montaggio inserito all'interno del vuoto (in basso) e corrispondenza tra le correnti nelle sue componenti e quelle in una trappola di Ioffe-Pritchard.

un chip ceramico sul quale sono saldate due tracce circolari di rame. La geometria della struttura permette l'accesso ottico da tutte e tre le direzioni spaziali. In aggiunta al montaggio in figura 3.6, per controllare il valore di fondo del campo (*bias*) viene impiegata una coppia di bobine concentriche posta all'esterno dell'apparato a distanza di 4 cm dal centro. La corrente per la trappola è fornita da un generatore Agilent 6671 (0-8 V, 0-220 A).

Il campo magnetico generato dalla millitrappola è di tipo Ioffe-Pritchard, il cui sviluppo in multipoli al secondo ordine vicino al minimo dà il profilo armonico in coordinate polari

$$|B(z, \rho)| \simeq (b_0 + b'_0) + \left(\frac{b_2}{2}\right) z^2 + \left(\frac{b_1^2}{2(b_0 + b'_0)}\right) \rho^2 \quad (3.6)$$

dove b_1 , b_2 sono i termini di primo e secondo ordine dell'espansione in multipoli (dipendenti dalla corrente nella trappola), b_0 il campo di bias dovuto alla millitrappola e b'_0 quello dato dalle bobine esterne. Vista la simmetria cilindrica le frequenze armoniche di trappola con cui oscillano gli atomi sono due: una per la direzione longitudinale

$$\omega_z^2 = \mu_B m_F g_F \left(\frac{b_2}{2M}\right) \quad (3.7)$$

l'altra per quelle trasverse

$$\omega_{\perp}^2 = \mu_B m_F g_F \left(\frac{b_1^2}{2M(b_0 + b'_0)}\right). \quad (3.8)$$

A parità di corrente le frequenze raggiungibili con la millitrappola sono maggiori di quelle di una trappola del tipo tradizionale, a fronte di una minore dissipazione

di potenza viste le dimensioni ridotte del montaggio. La vicinanza agli atomi permette di avere campi intensi, quindi maggiori profondità di trappola, con relativamente pochi Ampere (la profondità di trappola scala linearmente con la corrente che passa nella millitrappola). Il maggiore confinamento permette evaporazioni rapide rispetto a quelle di una tipica trappola magnetica. Queste caratteristiche accomunano in parte la millitrappola alle microtrappole, ma allo stesso tempo essa permette a differenza di queste ultime una minore sensibilità al rumore in corrente e un accesso ottico completo.

La tabella seguente riepiloga quanto fin qui detto, comparando i valori tipici di alcuni parametri per i tre tipi di trappola magnetica.

	Trappola	milliTrappola	microTrappola
Corrente	100 A	100 A	1 A
Potenza dissipata	1.5 kW	10 W	10 W
Frequenze di trappola	10-100 Hz	1 kHz	100 kHz
Tempo di condensazione	>1 min	<1 min	10 s

3.5.1 Trasferimento ed evaporazione in millitrappola

Per il trasferimento in millitrappola gli atomi vanno spostati di 3 cm nella direzione assiale dal centro della camera principale, la regione di 3D-MOT in cui si trovano, fino al centro della trappola magnetica. Questo è uno dei momenti più delicati di tutta la procedura sperimentale.

Dopo il pompaggio ottico nello stato iperfine scelto, nel nostro caso $|F = 2, m_F = 2\rangle$, prima del passaggio in millitrappola è necessario eliminare gli atomi di rubidio pompati erroneamente nello stato $|F = 2, m_F = 1\rangle$, anch'esso low-field seeker, che darebbero collisioni anelastiche con la componente maggioritaria in $|2, 2\rangle$, tali da indurre perdite e riscaldamento durante la fase di evaporazione in trappola magnetica. Per farlo si sfrutta il fatto che, a causa del minore momento magnetico, in $|2, 1\rangle$ gli atomi percepiscono un confinamento più debole rispetto a quelli in $|2, 2\rangle$, a parità di campo magnetico: per rimuovere quasi totalmente gli atomi indesiderati è sufficiente ridurre il campo quadrupolare, per un tempo di ~ 200 ms, causando solo un effetto marginale su quelli in $|2, 2\rangle$.

Terminata questa fase di allasamento, la corrente nelle bobine di quadrupolo viene aumentata fino a 65 A in 50 ms: si genera così un forte confinamento magnetico sugli atomi, che seguiranno il campo anche quando è in movimento. A questo punto avviene la traslazione del carrello sul quale sono saldati i supporti di alluminio delle bobine, che in 600 ms porta lo zero di campo magnetico delle bobine a coincidere con il centro della millitrappola; solo allora vengono spente adiabaticamente le correnti nelle bobine e accese quelle della millitrappola. Avere

entrambi i potenziali di tipo quadrupolare e operare un trasferimento adiabatico sono gli accorgimenti che garantiscono di contenere al meglio le perdite di atomi nel corso dell'operazione.

Un volta all'interno della millitrappola avviene l'evaporazione forzata del gas,

che conclude i vari stadi di raffreddamento cui vengono sottoposti gli atomi prima della condensazione. Per i motivi spiegati in precedenza questo processo interessa direttamente solo gli atomi di rubidio, sebbene determini un effetto anche sul potassio in via simpatetica.

Alla base del raffreddamento evaporativo c'è la rimozione selettiva degli atomi più veloci, sufficientemente energetici da popolare i punti più esterni della trappola. All'interno di quest'ultima il campo magnetico dipendente dalla posizione determina una diversa spaziatura tra i sottolivelli Zeeman degli atomi a seconda della regione della trappola in cui essi si trovano, in modo del tutto analogo a quello visto per le MOT. Questo permette di trovare frequenze risonanti efficaci solo per gli atomi che si ha intenzione di eliminare. In generale in una trappola magnetica la rimozione avviene inducendo una transizione verso stati anti-intrappolati; tipicamente negli esperimenti sul rubidio, gli atomi sono in $|F = 1, m_F = -1\rangle$ e lo stato high-field seeker viene scelto fra quelli del suo stesso multipletto Zeeman, utilizzando una radiofrequenza opportuna. Riducendone il valore nel tempo, le transizioni vanno a interessare gli atomi in regioni dove il campo è sempre minore, cioè sempre più vicine al minimo, realizzando il meccanismo descritto nel capitolo precedente.

Nel caso del nostro esperimento con una miscela di rubidio e potassio l'approccio è il medesimo, ma viene scelta una transizione tra diversi livelli iperfini (con frequenza nelle microonde). Questo perché una radiofrequenza risonante per il multipletto Zeeman dello stato $|2, 2\rangle$ del rubidio interesserebbe anche il potassio, sul quale si vuole invece essere selettivi. In particolare la frequenza scelta è quella della transizione verso lo stato $|F = 1, m_F = 1\rangle$. La microonda viene prodotta da generatore di segnale Agilent E8257D e inviata sugli atomi da un'antenna a guida d'onda posizionata sopra alla camera principale.

3.6 Intrappolamento laser: fasci laser di dipolo

In questa sezione descriviamo come vengono realizzati i potenziali di dipolo della trappola e del reticolo ottico del nostro esperimento.

3.6.1 La trappola di dipolo

La trappola di dipolo dell'esperimento è realizzata secondo uno schema a fasci incrociati, con due fasci che vengono focalizzati sugli atomi da direzioni ortogonali. Questa è infatti la geometria che permette il migliore controllo delle caratteristiche del potenziale di confinamento.

La sorgente dei fasci di trappola è un laser commerciale a singolo modo (IPG YLR-20-1064-LP-SF), il cui mezzo attivo è costituito da una fibra opportunamente drogata con Yb, capace di erogare fino a 20 W di potenza in continua. La lunghezza d'onda è centrata a 1064 nm, con un'ampiezza di 25 nm; l'emissione proviene da una fibra ottica direttamente connessa alla cavità, dotata in uscita di un collimatore che regola il waist del fascio a 2.75 mm; la polarizzazione in uscita è lineare.

Tale emissione viene suddivisa da un cubo polarizzatore nei due fasci di trappola, ognuno dei quali attraversa nell'ordine: un AOM, che modifica le frequenze dei fasci di trappola rendendole distinte per evitare fenomeni di interferenza nella regione di sovrapposizione; un telescopio, che adatta il waist. Ciascun fascio viene poi iniettato in una fibra ottica e arriva emettendo sugli atomi nella regione della millitrappola, rispettivamente in direzione assiale e radiale del piano orizzontale. L'utilizzo di fibre ottiche permette una robusta stabilità dell'allineamento, ma richiede particolare cura vista l'alta potenza della radiazione: il modello scelto (Crystal Fibre LMA-PM-15) è una fibra a cristalli fotonici, con un diametro del core di 15 μm , che mantiene la polarizzazione di iniezione.

I due distinti AOM sul cammino dei fasci permettono di controllare la potenza dei due indipendentemente e con tempi di risposta di pochi microsecondi, grazie all'utilizzo di driver a doppia frequenza, cambiando quindi a piacimento la geometria della trappola. Un altro modo per farlo è agire sul waist dei fasci posizionando nel cammino ottico (prima dell'invio nella camera principale) un opportuno telescopio. Nella regione di intrappolamento i fasci hanno un waist di $\sim 80 \mu\text{m}$ e una potenza massima di 1.5 W: la profondità di trappola corrispondente è di $\approx 550 E_R$, con frequenze per il rubidio di $\approx 70 \text{ Hz}$.

Solitamente gli atomi vengono caricati in trappola ottica dalla millitrappola solo dopo una prima breve rampa di evaporazione che li porta a una temperatura di circa 1.5 μK , valore massimo intrappolabile dalla forza di dipolo alle potenze disponibili sui due fasci. La parte finale dell'evaporazione in questo caso si svolge direttamente nella trappola ottica, abbassando le intensità dei fasci e quindi il potenziale.

La potenza che investe effettivamente gli atomi viene monitorata, per ognuno dei due fasci, prelevando parte di quella in uscita dalla camera con un beam-sampler e inviandola su un fotodiode.

3.6.2 Il reticolo ottico

Dopo che il gas è stato evaporato fino alle temperature di degenerazione all'interno della millitrappola o della trappola a fasci incrociati è possibile applicargli un potenziale periodico di ampiezza variabile in tutte o solo alcune delle direzioni spaziali.

Lo schema è quello a tre fasci retroriflessi, dei quali: i due orizzontali accedono alla camera principale in modo analogo a quelli della trappola ottica (direzioni assiale e radiale) e vengono poi retroriflessi in uscita dalla camera con specchi diecrici (alta riflettività a 1064 nm, trasmissione a 780 nm); il verticale accede dall'alto, anch'esso

focalizzato sul minimo della millitrappola, e in uscita prima viene separato con uno specchio dicroico, che riflette solo a 1064 nm, dal fascio di rivelazione (780 nm) nella stessa direzione, quindi viene retroriflesso nella camera ripercorrendo lo stesso cammino.

La potenza è fornita da un laser commerciale (Innolight Mephisto Mopa), che emette fino a 18 W alla lunghezza d'onda di 1064 nm. L'emissione viene suddivisa nei tre fasci, controllati ciascuno da un AOM dedicato posto nel loro cammino ottico. Il waist nella regione degli atomi è per tutti di $\sim 170 \mu\text{m}$ e possiamo considerare la radiazione laser vista dagli atomi nel condensato come un'onda piana.

Il potenziale reticolare ha un periodo spaziale di $d = \lambda/2 = 532 \text{ nm}$, mentre la profondità dipende dall'intensità dei fasci e alla potenza di 700 mW per il singolo fascio è pari a circa $50E_R$. In realtà, per determinare sperimentalmente il valore di s non è sufficiente ricorrere all'equazione nota per il potenziale di dipolo V_{dip} , in termini di intensità e detuning δ . Infatti, sebbene l'intensità dei fasci di reticolo che investe gli atomi venga monitorata (come per la trappola) da tre diversi fotodiodi, non è tuttavia possibile conoscere il valore assoluto di tali intensità da inserire nell'equazione. Tali valori infatti dipendono da fattori che possono portare (piccole) deviazioni da quanto misurato all'esterno della camera da vuoto, come: piccole imperfezioni nella sovrapposizione dei fasci in termini di waist e direzione, oppure avere polarizzazioni leggermente diverse o ancora l'effetto delle finestre ottiche di accesso alla camera.

La calibrazione del reticolo, ovvero la determinazione del parametro s per ogni singolo fascio, avviene sfruttando la diffrazione Raman-Nath, come descritto in [34]: inviando sugli atomi per pochi microsecondi un impulso dei fasci di reticolo, è possibile ricavare s studiando dall'immagine del gas in espansione come al variare della durata dell'impulso gli atomi si distribuiscono nei vari ordini di Bragg in cui vengono eccitati.

3.7 Effetti del campo gravitazionale

Finora abbiamo sempre considerato gli atomi all'interno della trappola come soggetti solamente al potenziale di confinamento, trascurando l'effetto del campo gravitazionale terrestre sul loro comportamento. Generalmente questa approssimazione si rivela corretta, ma esistono almeno due contesti in cui la presenza della gravità può determinare effetti sensibili.

Il primo effetto riguarda la posizione degli atomi all'interno della trappola e diventa di particolare rilevanza negli esperimenti su miscele atomiche eteronucleari, come nel nostro caso.

Sommando al confinamento armonico il termine gravitazionale, il minimo di potenziale visto dagli atomi si sposta in direzione verticale dal centro della trappola (indicato con $z = 0$) verso il basso, di una distanza g/ω_z^2 (g è l'accelerazione gravitazionale, ω_z la frequenza di trappola lungo z): a causa della gravità, la posizione

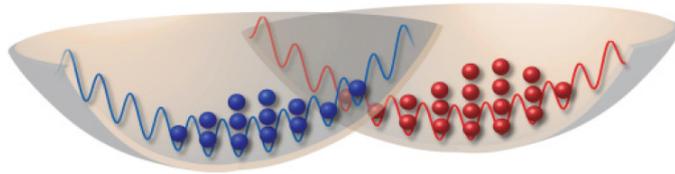


Figura 3.7: Rappresentazione schematica dell'effetto di sag gravitazionale, per un potenziale armonico con sovrainposto un reticolo ottico (profilo sinusoidale in figura). Gli atomi delle due specie sono raffigurati rispettivamente in rosso e in blu.

del minimo va a dipendere dalla massa atomica tramite la frequenza armonica $\omega_z \propto 1/\sqrt{M}$. Questo effetto sul potenziale, definito *sag gravitazionale*, rende i centri di massa delle nubi di due componenti atomiche A e B non sovrapposti se $M_A \neq M_B$.

All'aumentare della frequenza di trappola, ciascuna nube subisce due modifiche: la sua estensione spaziale si riduce, ma al contempo il centro di massa si avvicina a quello in assenza del sag. Quindi, per chiarire se l'aumento di ω_z negli esperimenti corrisponda a un incremento oppure a una diminuzione della sovrapposizione interspecie, è necessario considerare i valori tipici delle grandezze rilevanti; in primis le frequenze di trappola e l'estensione della nube. Per un condensato in trappola quest'ultima è ben approssimata dal raggio di Thomas-Fermi, ricavabile dalla (1.19), definito come $R_i = \sqrt{2\mu/M\omega_i^2}$ in termini del potenziale chimico μ e della frequenza di trappola nella direzione i -esima.

Riferendoci al nostro esperimento, nelle condizioni di lavoro tipiche avremo in millitrappola ($\omega_z = 2\pi \cdot 200$ Hz per il ^{87}Rb) raggio di Thomas-Fermi del rubidio $R_z \approx 2.92 \mu\text{m}$, mentre per il potassio $R_z \approx 2.86 \mu\text{m}$. L'allontanamento dei rispettivi centri di massa invece fa sì che il minimo di potenziale del potassio si trovi più in alto di quello del rubidio di $\Delta z_0 = 3.38 \mu\text{m}$, essendo $M_{\text{Rb}}/M_{\text{K}} \approx 2.1$ e quindi maggiore l'effetto di sag su quest'ultimo.

Se trascuriamo l'interazione tra le due specie, il risultato è che $\Delta z_0 < R_z^{\text{Rb}} + R_z^{\text{K}}$: una frequenza verticale dell'ordine di quella in millitrappola, garantisce l'esistenza di sovrapposizione tra i condensati. Facendo lo stesso ragionamento nel caso della nostra trappola ottica, dove ω_z è relativamente ridotta ($\approx 2\pi \cdot 70$ Hz), otteniamo la condizione opposta a parità di numero di atomi: le due nubi sono separate di $\approx 12 \mu\text{m}$. Più in generale, visti gli ordini di grandezza negli esperimenti, possiamo affermare che una frequenza abbastanza alta favorisce la sovrapposizione della miscela. Come vedremo in seguito, la compensazione della separazione dovuta al sag gravitazionale in trappola ottica ha costituito uno degli aspetti problematici affrontati nella realizzazione del lavoro sperimentale.

Notiamo tuttavia che quanto detto è valido per atomi condensati; in presenza di frazioni non condensate, la maggiore estensione associata alle nubi di gas termico è in grado di garantire una sovrapposizione interspecie anche per frequenze appena superiori alla ω_z in trappola ottica, già a temperature di ~ 100 nK.

Un secondo effetto si osserva all'interno dei reticoli ottici, dove l'aggiunta di

un potenziale lineare come quello gravitazionale può indurre oscillazioni di Bloch. Per la sua trattazione rimandiamo a [50], limitandoci a riferire che per un sistema di bosoni ultrafreddi, in assenza del confinamento aggiuntivo dato dalla trappola armonica, tali oscillazioni portano a una rapida perdita di coerenza di fase [49].

3.8 Trasferimento di stato interno

Come premesso nella sezione 1.3, rubidio e potassio possiedono risonanze di Feshbach interspecie a campi magnetici accessibili quando occupano i relativi livelli iperfini Zeeman $|F = 1, m_F = 1\rangle$ dello stato fondamentale. Allo stesso tempo, per la fase di pre-raffreddamento ottico e soprattutto per l'evaporazione in trappola magnetica, è necessario che entrambe le specie si trovino nello stato $|F = 2, m_F = 2\rangle$: il ^{87}Rb e il ^{41}K , sono high-field seekers nello stato $|1, 1\rangle$, ovvero anti-intrappolati dal minimo di campo magnetico al centro della millitrappola.

Da questa doppia richiesta segue il fatto che durante la procedura sperimentale (quale che sia quella scelta), gli atomi dovranno subire un trasferimento di stato interno che li porti dal $|2, 2\rangle$ allo $|1, 1\rangle$ prima di poter controllare le interazioni. Questo passaggio si rivela particolarmente delicato nel caso della miscela in questione, a causa dei fenomeni di interazione rilevanti quando una sola delle due è stata trasferita nello stato finale. Chiameremo da ora in poi “*stato misto*” la condizione in cui una delle due specie si trova nello stato $|2, 2\rangle$ (“non trasferita” o “nello stato iniziale”) e l'altra in $|1, 1\rangle$ (“trasferita” o “nello stato finale”).

Nei due stati misti possibili, rubidio e potassio interagiscono in modo che:

- $^{87}\text{Rb}|1, 1\rangle + ^{41}\text{K}|2, 2\rangle$: si ha una lunghezza di diffusione interspecie di $\approx -2500a_0$, cioè fortemente attrattiva, tale da portare al collasso del sistema. Anche senza considerare il collasso, per a molto grande le collisioni a tre corpi sono particolarmente rilevanti e causano un sensibile riscaldamento e perdite; il tasso di collisioni a 3 corpi è infatti $\langle dN_3/dt \rangle = K_3 n^2$, con n densità del gas e K_3 coefficiente $\propto a^4$ per $a \rightarrow \infty$.
- $^{41}\text{K}|1, 1\rangle + ^{87}\text{Rb}|2, 2\rangle$: già i soli processi di interazione a due corpi rendono la miscela instabile, verso l'altro stato misto che ha energia Zeeman inferiore.

In condizioni di ridotta sovrapposizione tra le nubi delle due specie atomiche, come quelle di lavoro attuali, la prima configurazione è preferibile alla seconda, in quanto non si osservano dinamiche di collasso e l'unico aspetto problematico sono i processi a tre corpi, meno probabili rispetto a quelli binari della seconda configurazione; tuttavia si osserva che in nessuno degli stati misti è possibile mantenere sotto controllo il numero di atomi e la temperatura del sistema.

L'inevitabile permanenza prolungata in uno stato misto rappresenta un serio limite alla realizzazione di una miscela degenerare nello stato iperfine $|1, 1\rangle$: sperimentalmente, partendo da una condizione con entrambe le specie condensate (senza visibile frazione termica), già per tempi di trasferimento di decine di millisecondi

non si ha più una frazione condensata osservabile. Una significativa parte del lavoro di tesi, in preparazione dell'esperimento, ha quindi riguardato la messa a punto di schemi di trasferimento ottimali, che permettessero di ridurre il tempo totale dedicato all'operazione, in particolare cercando di minimizzare il tempo in cui le due specie si trovano in uno stato misto.

Per le finalità dei precedenti lavori realizzati con il nostro apparato sperimentale, il problema veniva superato semplicemente trasferendo gli atomi, una volta confinati nella trappola ottica, *prima dell'evaporazione forzata* al suo interno. Il trasferimento veniva infatti realizzato, inducendo per entrambe le specie transizioni adiabatiche (descritte nella sezione seguente) tramite una microonda e un campo magnetico, su tempi superiori a 100 ms: anche se il riscaldamento poteva essere sensibile e variabile da una ripetizione all'altra dell'esperimento, l'evaporazione seguente ovviava al problema in maniera adeguata alle richieste.

Per il presente lavoro, invece, si richiede un controllo molto più fine sia sulla temperatura e la frazione condensata dei campioni nello stato finale, sia sul rapporto tra le popolazioni di atomi nelle due specie.

A tal proposito, notiamo come un aspetto importante sia anche l'efficienza dell'operazione di trasferimento: atomi residui nello stato iniziale, anche se in ridotte quantità, possono indurre effetti negativi sensibili tanto in termini di temperatura quanto di perdite a tre corpi.

Procediamo ora con l'esposizione del nuovo metodo di trasferimento utilizzato su ciascuna specie, dopo le modifiche sviluppate nel contesto della tesi, che hanno permesso di ridurre i tempi totali dell'operazione a pochi millisecondi ($\lesssim 6$ ms).

3.8.1 Rubidio: transizione adiabatica Landau-Zener

Il metodo di trasferimento del rubidio è lo stesso utilizzato in precedenza, le migliorie apportate hanno riguardato i tempi richiesti per la sua realizzazione. Esso consiste nell'indurre una transizione atomica adiabaticamente (transizione di Landau-Zener), con la combinazione di una opportuna microonda e un campo magnetico variabile nel tempo.

Consideriamo un sistema a due livelli in cui, al variare di un parametro della hamiltoniana, la separazione in energia tra i livelli vari linearmente con esso. Se tali stati sono accoppiati, quando il parametro assume il valore al quale i livelli isolati dovrebbero essere degeneri si avrà tra loro una separazione in energia di 2α , dove α è il termine di accoppiamento tra i due della hamiltoniana, nella base a due stati.

Per il teorema adiabatico, se variamo il parametro in maniera infinitamente lenta nel tempo, l'atomo seguirà la variazione mantenendosi sempre nell'autostato della hamiltoniana completa che occupava in partenza.

D'altra parte, variando linearmente nel tempo (a una velocità finita) il parametro, varierà linearmente anche la separazione in energia tra i livelli, e valgono le

approssimazioni per la teoria di Landau-Zener sulle transizioni non adiabatiche [32].

In queste ipotesi, la probabilità di transizione da un livello fondamentale di energia E_i a quello di energia E_f è pari a $P_{LZ} \sim e^{-2\pi\Gamma}$, espressa in termini del rate [32]

$$\Gamma_{LZ} = \frac{\alpha^2}{\hbar \frac{\partial(E_f - E_i)}{\partial t}}. \quad (3.9)$$

Quest'ultimo dipende quindi dall'accoppiamento e dalla "velocità" di variazione del parametro.

Nel nostro caso il sistema è costituito dai livelli atomici iperfini $|1, 1\rangle$ e $|2, 2\rangle$, vestiti per effetto Stark dinamico della radiazione oscillante data dalla microonda applicata. Il parametro variabile nel tempo è invece il campo magnetico B , che modifica la spaziatura tra i livelli atomici in assenza della radiazione oscillante. Nel caso di livelli accoppiati per dipolo elettrico si ha $\alpha = \hbar\Omega/2$, dove Ω è la frequenza di Rabi associata alla relativa transizione di dipolo. Sostituendo nella (3.9) le energie Zeeman dei livelli ottenute dalla (3.1), abbiamo che variando il campo magnetico di ΔB in un intervallo di tempo Δt , il numero di atomi residui nello stato iniziale $|2, 2\rangle$ va come

$$N \propto \exp\left(-\frac{2\pi\hbar(\Omega/2)^2}{\frac{3}{2}\mu_B} \left(\frac{\Delta t}{\Delta B}\right)\right). \quad (3.10)$$

Per la realizzazione del trasferimento adiabatico del rubidio, la frequenza nelle microonde relativa alla transizione $|2, 2\rangle \rightarrow |1, 1\rangle$ viene inviata da un'antenna a guida d'onda, alimentata dallo stesso generatore di segnale impiegato per l'evaporazione in trappola magnetica (Agilent E8257D). L'accensione e lo spegnimento dell'antenna avvengono su tempi di pochi microsecondi, grazie all'interruttore veloce inserito nel circuito di controllo.

Il campo magnetico viene generato dalla stessa bobina di quadrupolo già utilizzata per la 3D-MOT e il trasporto magnetico in millitrappola, ma la corrente al suo interno viene provvista da un diverso generatore, con tempi di risposta più veloci (pochi ms) rispetto all'Agilent 6692A. Il modello scelto è un Kepco BOP 20-10M (± 20 V, ± 10 A), connesso in parallelo all'Agilent tramite un circuito di controllo che permette di passare tra le due alimentazioni rapidamente ($\approx 1 \mu\text{s}$) e in sicurezza [37]. La corrente fornita dal Kepco viene stabilizzata tramite un controller PID che confronta il voltaggio impostato dal terminale con quello misurato ai capi di un resistore di precisione (Isabellenhütte RUG-Z, 0.5Ω), posto lungo il circuito delle bobine. Il voltaggio effettivamente applicato viene monitorato con un trasduttore di corrente (LEM IT-150-S).

La massima pendenza $\Delta B/\Delta t$ ottenibile è quindi limitata dalla risposta del circuito di stabilizzazione, in grado di fornire un massimo di 1.44 G/ms .

Nelle attuali condizioni di lavoro il sistema di controllo campo magnetico-microonda permette di trasferire gli atomi di ^{87}Rb variando il campo magnetico

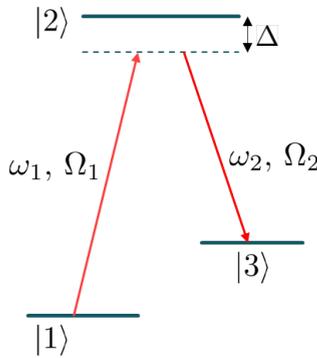


Figura 3.8: Schema dei livelli per la transizione Raman considerata.

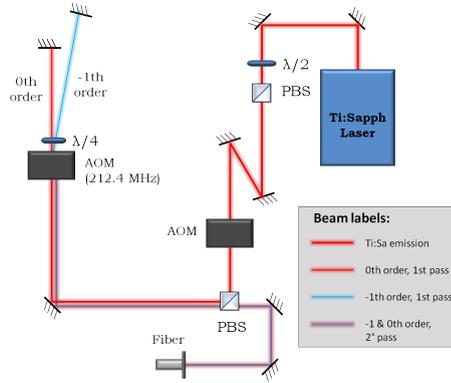


Figura 3.9: Schema del circuito ottico per la realizzazione dei due fasci laser utilizzati nel trasferimento.

di $\Delta B \approx 360$ mG in $\Delta t = 5$ ms, ottenendo una efficienza (percentuale di atomi trasferiti) superiore al 90%.

Nell'esperimento, gli atomi rimanenti nello stato $|2, 2\rangle$ non trasferiti al termine di questo tempo, vengono rimossi dalla trappola ottica realizzando un impulso di $500 \mu\text{s}$ con il fascio della sorgente di raffreddamento dedicato alla rivelazione.

3.8.2 Potassio: transizione Raman a due fotoni

Il nuovo schema di trasferimento del potassio prevede l'utilizzo di una transizione a due fotoni (Raman), realizzando un impulso π . Riportiamo come premessa alcuni aspetti utili della teoria delle transizioni a due fotoni, per poi discutere le specifiche condizioni sperimentali valide per il ^{41}K .

Consideriamo un sistema a 3 livelli $|1\rangle, |2\rangle$ e $|3\rangle$, come quello in figura 3.8, i primi due accoppiati da una radiazione alla frequenza ω_1 di intensità I_1 e i secondi da una a frequenza ω_2 e di intensità I_2 , entrambe con detuning Δ rispetto alla frequenza risonante per la rispettiva transizione a singolo fotone. Indichiamo con $\Omega_{1,2}$ le frequenze di Rabi associate alle due transizioni, pari a $\Omega_{1,2} = \Gamma \sqrt{I_{1,2}/I_s}$, dove Γ e I_s sono la larghezza di riga e l'intensità di saturazione del livello eccitato $|2\rangle$.

Lo stato del sistema Ψ può essere espresso nella base degli autostati ψ_n dell'hamiltoniana non perturbata relativi ai tre livelli, come

$$\Psi(t) = c_1(t)\psi_1 + c_2(t)\psi_2 + c_3(t)\psi_3, \quad (3.11)$$

in modo che dai coefficienti si ottenga la probabilità di occupazione dello stato n -esimo all'istante t come $|c_n(t)|^2$.

Essendo un processo al secondo ordine, per rendere la transizione a due fotoni dominante sui processi risonanti è necessario scegliere un detuning molto grande, in particolare tale che $\Delta \gg \Gamma$. In questo caso la popolazione dello stato eccitato varia con oscillazioni molto rapide (rispetto alle variazioni di quella in $|1\rangle$ e $|3\rangle$). Considerando il comportamento mediato su molte di esse, possiamo ridurre il

sistema a un modello efficace a due livelli $|1\rangle, |3\rangle$ in cui, partendo da una condizione iniziale di occupazione del solo stato $|1\rangle$ ($c_1(0) = 1$), si ottiene un'occupazione del livello $|3\rangle$ all'istante t

$$|c_3(t)|^2 \propto \sin^2\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right), \quad (3.12)$$

che oscilla con frequenza di Rabi per la transizione Raman data da

$$\Omega_R = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta}. \quad (3.13)$$

Notiamo che per $I_1 = I_2$ questa è direttamente proporzionale all'intensità in ciascuno dei due fasci, a differenza di quanto avviene per le transizioni a singolo fotone in cui $\Omega^2 \propto I$.

Nel nostro caso sperimentale con stati iniziale e finale $|1\rangle = |2, 2\rangle, |3\rangle = |1, 1\rangle$, come stato eccitato occorre considerare entrambi i livelli di struttura fine $^2P_{3/2}$ e $^2P_{1/2}$ (riga D_2 e D_1 rispettivamente), entrambi con $\Gamma \simeq 2\pi \cdot 6$ MHz.

Nell'esperimento il trasferimento di stato del potassio avviene al valore di campo magnetico per cui si annulla la lunghezza di diffusione interspecie con il rubidio in $|1, 1\rangle$, corrispondente a 71.46 G: dalla formula di Breit-Rabi per lo spostamento dei livelli Zeeman [17], per tale valore di campo la separazione in frequenza tra i livelli iniziale e finale è di $(E_1 - E_3) \approx 425$ MHz.

Il campo magnetico viene realizzato con la bobina di quadrupolo della 3D-MOT, alimentata dallo stesso generatore (Kepco BOP 20-10M) utilizzato per il trasferimento del rubidio e successivamente per il controllo dell'interazione.

La sorgente della radiazione coerente è un laser a Ti : Zaffiro (Coherent), con cavità regolabile che permette l'emissione a lunghezze d'onda $760 \text{ nm} \leq \lambda \leq 840 \text{ nm}$, pompato da un laser a stato solido alla lunghezza d'onda di 532 nm (Coherent Verdi V18, potenza 18 W). Gli specchi del risonatore nel Ti : Zaffiro sono stati allineati in modo che l'emissione abbia lunghezza d'onda di 770.40 nm, con una potenza massima di 2.5 W: il detuning di tale frequenza rispetto a entrambe le transizioni ai livelli eccitati soddisfa effettivamente la condizione $\Delta \gg \Gamma$, essendo $\Delta_{D_2} = -2\pi \cdot 1877$ GHz, $\Delta_{D_1} = -2\pi \cdot 150$ GHz.

I due fasci distinti copropaganti vengono realizzati a partire da quello in uscita dalla sorgente sfruttando, con il circuito ottico mostrato in figura 3.9, gli ordini 0 e -1 di un AOM in configurazione di doppio passaggio e operante alla frequenza di $(E_1 - E_3)/2$: il fascio dell'ordine 0 corrisponde a quello di frequenza ω_1 dello schema Raman 3.9, mentre il fascio dell'ordine -1 ha la frequenza ω_2 della transizione verso lo stato finale. Notiamo che la possibilità di utilizzare un AOM per fornire lo spostamento in frequenza tra i due fasci Raman, è garantita solamente in virtù della ridotta spaziatura esistente tra i livelli del ^{41}K . Per questo l'implementazione di uno schema di trasferimento ottico a due fotoni diventa particolarmente conveniente sul potassio, a differenza di quanto si avrebbe ad esempio per il rubidio: l'impiego di un AOM infatti garantisce i tempi di risposta rapidi (dell'ordine del μs) necessari per il

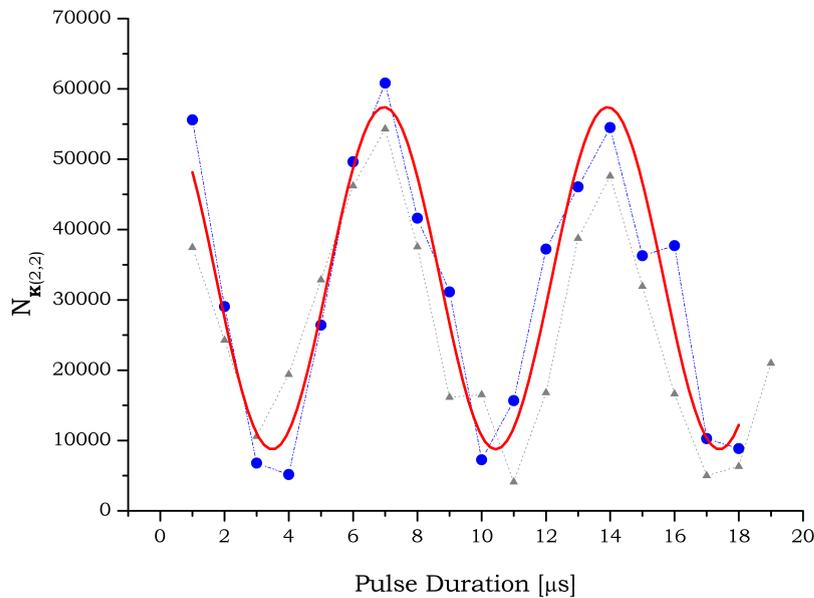


Figura 3.10: Oscillazioni di Rabi per la transizione a due fotoni, osservate misurando il numero di atomi rimanenti nello stato $|2, 2\rangle$ al variare della durata dell'impulso dei due fasci laser: in blu e in grigio vengono riportati due diversi set di dati presi a distanza di qualche ora l'uno dall'altro; in rosso la curva di fit per le oscillazioni, che restituisce una frequenza di $\Omega_{Rabi} = 2\pi(143.7 \pm 1.3)\text{kHz}$.

trasferimento veloce, a fronte di una relativa semplicità di montaggio e controllo. Una lamina $\lambda/2$ posta sul cammino ottico permette di regolare la potenza in ingresso all'AOM, equamente suddivisa nei due fasci (ordini), che vengono infine iniettati in fibra ottica e inviati sugli atomi nella direzione assiale. Nelle attuali condizioni di lavoro i due fasci hanno una larghezza (waist del profilo gaussiano dell'intensità nella regione degli atomi) di $500 \mu\text{m}$ e una potenza di 80 mW ciascuno; la loro polarizzazione è una opportuna combinazione di π , σ^+ e σ^- (considerate rispetto al campo magnetico diretto verticalmente).

Visti i detuning ottenuti, è corretto in prima approssimazione riferirsi alla sola transizione D_1 nel calcolo della frequenza di Rabi, ottenendo in questo modo una stima per il periodo delle oscillazioni di Rabi (eq. (3.12)) di $\approx 6 \mu\text{s}$. Queste sono state effettivamente osservate nel corso della calibrazione del trasferimento: il grafico 3.10 riporta il numero di atomi di potassio nello stato $|2, 2\rangle$ dopo l'impulso Raman, al variare della durata di quest'ultimo; la rivelazione della nube di potassio (in espansione) e l'estrazione del numero di atomi dall'immagine risultante avvengono secondo il metodo descritto nella sezione dedicata al sistema di rivelazione, nel Capitolo 3.

Sempre dal grafico 3.10 vediamo come la realizzazione di un impulso π , in grado di trasferire il maggior numero di atomi possibile nello stato $|1, 1\rangle$, richieda *solamente* $4 \mu\text{s}$ e restituisca una efficienza superiore al 90%.

Con il passaggio alla nuova tecnica è perciò stato possibile ridurre la durata delle operazioni di trasferimento, a parità di efficienza, di ben 4 ordini di grandezza. L'efficacia di questo schema è favorita dall'alta potenza fornita dalla sorgente laser a Ti : Zaffiro, poiché per una transizione Raman la frequenza di Rabi è $\propto I$ e aumentando l'intensità si ha un sensibile effetto di riduzione della durata τ dell'impulso di trasferimento. Inoltre ad impulsi più corti corrisponde una maggiore larghezza di riga Raman, dipendente dalla durata come $\sim 2\pi/\tau$, quindi una minore precisione richiesta sulla selezione della lunghezza d'onda del laser; il grande detuning scelto e in misura minore questo effetto di allargamento per la breve durata dell'impulso, permettono di ottenere un trasferimento stabile anche senza utilizzare un circuito di aggancio della frequenza emessa dalla cavità del laser. Per il potassio non è facile realizzare una pulizia degli atomi residui nello stato iperfine iniziale, come quella del rubidio, se non a campi magnetici alti dove i multipletti Zeeman si separano a sufficienza. Questo ha delle conseguenze importanti sul limite inferiore di temperatura e quello superiore sulla frazione condensata ottenibili con il nostro apparato nello stato $|1, 1\rangle$, per la miscela $^{87}\text{Rb} - ^{41}\text{K}$: tanto la temperatura, quanto la frazione condensata, sono legate all'efficienza del trasferimento del potassio. Infatti, non potendo eliminare completamente il ^{41}K non trasferito, per la miscela in $|1, 1\rangle$ si osservano in generale condizioni di degenerazione leggermente peggiori rispetto a quelle misurate nelle stesse condizioni evitando il trasferimento, a causa dell'interazione tra atomi delle due specie in stato misto.

3.9 Sistema di rivelazione

Per visualizzare i campioni di atomi freddi la tecnica comunemente utilizzata è quella della rivelazione in assorbimento. Essa consiste nell'illuminare il campione con della luce risonante ad una transizione atomica e di intensità nota, acquisendo con una telecamera CCD l'intensità in uscita dalla camera da vuoto: dall'assorbimento rilevato è quindi possibile risalire alla densità del gas e ad altre informazioni utili su di esso. Ciò può avvenire: rivelando il gas all'interno della trappola, in tal caso si parla di immagini *in-situ*, che permettono di osservare la distribuzione spaziale del gas; oppure spegnendo rapidamente i potenziali di confinamento e lasciandolo espandere liberamente (e cadere per gravità) per un tempo t_{esp} prima di illuminarlo con i fasci di rivelazione. Il secondo caso è detto rivelazione *in tempo di volo* (o *Time-Of-Flight* (TOF)) e permette di osservare la distribuzione di impulso prima dello spegnimento. Essa è particolarmente efficiente nel caso di campioni ultrafreddi a causa delle loro elevate densità, che determinano un buon rapporto segnale/rumore (S/N), e delle piccole energie di rilascio, tali che il S/N si mantenga stabile anche su tempi di espansione di decine di millisecondi. L'assorbimento è una tecnica di rivelazione distruttiva, in quanto gli atomi vengono inevitabilmente riscaldati e trasferiti di stato, cancellando la degenerazione quanti-

stica al termine della rivelazione. La procedura standard per la sua realizzazione prevede l'acquisizione di tre immagini in sequenza, in ciascuna delle quali il sensore rileva una diversa intensità:

1. I_{trasm} ; Nella prima gli atomi vengono illuminati dal fascio di rivelazione, assorbendone parte dell'intensità.
2. I_0 ; La seconda viene acquisita inviando nuovamente la radiazione risonante, per lo stesso tempo della prima, in assenza degli atomi.
3. I_{fondo} ; Nella terza è assente anche il fascio di rivelazione, ma vengono mantenuti gli stessi tempi di esposizione delle prime due. Serve per tenere conto della presenza di eventuale illuminazione non risonante o errori di lettura nell'elettronica del sensore di acquisizione. L'intensità associata è la I_{fondo} .

In base alla legge di Beer-Lambert, inviando una radiazione con intensità I_0 attraverso uno spessore z di un materiale non omogeneo, si avrà un'intensità trasmessa pari a

$$I_{trasm} = I_0 e^{-\left(\int_0^z dz' n(x,y,z')\sigma\right)} \quad (3.14)$$

dove $n(x, y, z)$ è la densità del materiale e σ la sezione d'urto d'assorbimento dello stesso. A moltiplicare lo spessore nell'esponente compare la *densità ottica* (OD) del materiale, definita come il prodotto tra la densità di colonna $\tilde{n} = \int_0^z dz' n(x, y, z')$ e la sezione d'urto, che per un atomo a due livelli è pari a $\sigma = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$.

Tenendo conto nella (3.14) anche dell'illuminazione non risonante che non sente la presenza degli atomi, la OD può essere ricavata a partire dalle intensità delle 3 immagini come

$$(O.D.) = -\ln\left(\frac{I_{trasm} - I_{fondo}}{I_0 - I_{fondo}}\right) \quad (3.15)$$

Conoscendo la sezione d'urto e la natura del campione al momento dello spegnimento della trappola, da un fit della OD in espansione è possibile ricavare numero di atomi N e la temperatura T del gas, quando si hanno frequenze di trappola tali che $\omega_{trap}t_{esp} \gg 1$ [33]. La funzione di fit da utilizzare dipende dal tipo di gas:

Nube termica: La densità del gas nello spazio degli impulsi di tipo gaussiano. La varianza della distribuzione è legata all'impulso degli atomi e quindi alla temperatura, l'ampiezza al numero di atomi. Per una trappola armonica a simmetria assiale (come la millitrappola) rispetto alle x e una rivelazione lungo l'asse z (trasverso) abbiamo

$$(O.D.)_{term} = \left(\frac{3N\lambda^2}{4\pi^2\sigma_x\sigma_\perp}\right) e^{-\left[\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_\perp^2}\right]} \quad (3.16)$$

Condensato puro: La densità utilizzata per il fit è la distribuzione di Thomas-Fermi, ricavata nella sezione 1.2 per un condensato ad interazione repulsive, integrata lungo la direzione di rivelazione. Sempre nel caso di trappola a simmetria assiale la OD corrispondente è

$$(O.D.)_{BEC} = \left(\frac{5N\lambda^2}{2\pi R_x R_\perp} \right) \left[1 - \frac{(x - x_0)^2}{R_x^2} - \frac{(y - y_0)^2}{R_\perp^2} \right]^{3/2} \quad (3.17)$$

per $|x - x_0| < R_x$, $|y - y_0| < R_\perp$ e $(O.D.)_{BEC} = 0$ altrove, dove R_x e R_\perp sono rispettivamente il raggio assiale e trasverso della Thomas-Fermi.

Nel caso in cui si abbia una BEC parziale sovrapposta ad un fondo termico il fit utilizzato è di tipo bimodale, somma pesata dei due andamenti. In questo modo la temperatura relativa alla gaussiana permette di ottenere anche una stima di quella della parte condensata.

Nel nostro esperimento la rivelazione avviene da due direzioni, permettendo in linea di principio di risalire al profilo di densità tridimensionale della nube in espansione. I fasci laser dedicati per entrambe le specie atomiche sono risonanti con la transizione $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$, provengono quindi dalle rispettive sorgenti del raffreddamento, e investono il campione nelle due direzioni verticale e radiale. Le loro potenze sono di $\sim 30 \mu\text{W}$, pari a circa metà dell'intensità di saturazione per evitare di sottostimare la densità ottica. Per definire l'asse di quantizzazione durante la rivelazione viene applicato un piccolo campo magnetico, rispetto alla cui direzione la radiazione deve avere polarizzazione σ^+ : vista l'impossibilità di avere contemporaneamente entrambi i fasci ortogonali polarizzati σ^+ , è possibile avere una rivelazione ottimale solo lungo una direzione alla volta.

Dopo essere usciti dalla camera principale i fasci vengono ingranditi separatamente con opportuni telescopi e quindi inviati sul sensore di acquisizione. A causa delle diverse lenti scelte per le due direzioni, il limite alla risoluzione imposto dalla diffrazione è diverso per le due immagini. Il fattore di ingrandimento sull'orizzontale è pari a 2, dando una risoluzione di $15 \mu\text{m}$, mentre sulla verticale si ha un fattore 2.5 e una risoluzione di $8 \mu\text{m}$. In aggiunta a questo, la differenza di lunghezza d'onda tra i fasci di rivelazione delle due specie darebbe anche una differente risoluzione tra le immagini relative al potassio e al rubidio, possiamo tuttavia trascurare questo effetto a causa dell'esiguità di tale differenza.

La telecamera usata per l'acquisizione (Theta System SIS1-s285, con sensore CCD Sony ICX285AL da 1040×1392 pixel, superficie $41 \mu\text{m}^2$) è dotata di un sistema di interlinea che permette di acquisire due immagini a distanza minima di $1 \mu\text{s}$. Questa specifica è particolarmente rilevante per un esperimento in cui si vogliono rivelare due specie separatamente e permette la particolare procedura di rivelazione messa a punto. Le immagini dei due campioni sono prese in due frame ravvicinati: durante l'esposizione del primo vengono inviati sugli atomi i fasci di rivelazione del potassio, per $\sim 200 \mu\text{s}$, nel secondo quelli del rubidio, per lo stesso tempo. In questo

modo le I_{trasm} delle due specie sono separate solo dai pochi μs che intercorrono tra i due impulsi. Dopo il tempo necessario allo scaricamento della CCD (circa 500 ms) è possibile acquisire con la stessa sequenza prima le I_0 e successivamente le I_{fondo} non effettuando gli impulsi.

Notiamo che la procedura esposta è valida nel caso gli atomi occupino in partenza lo stato iperfine $|F = 2, m_F = 2\rangle$, condizione non sempre verificata nei nostri esperimenti. Per l'interesse del presente lavoro di tesi infatti, gli atomi vengono condensati nello stato $|F = 1, m_F = 1\rangle$, per il quale la luce di rivelazione non è risonante. In questo caso la sequenza standard è preceduta da una ulteriore operazione: prima di illuminare il campione con il fascio di rivelazione (che ricordiamo provenire dalla sorgente di raffreddamento), si invia un breve impulso del corrispettivo fascio proveniente dalla sorgente di ripompaggio (della durata di qualche centinaio di μs). Quest'ultimo pompa otticamente gli atomi nello stato iperfine $|F = 2, m_F = 2\rangle$ su cui agisce il normale fascio di rivelazione, permettendo l'assorbimento di quest'ultimo da parte degli atomi stessi. Il seguito della procedura è identico a quella precedentemente descritta; notiamo che il tempo tra l'impulso di ripompaggio e quello di rivelazione è sufficientemente ridotto da garantire di non introdurre effetti di riscaldamento osservabili.

Capitolo 4

Transizione di Mott con bosoni ultrafreddi

In questo capitolo discuteremo il comportamento di atomi bosonici ultrafreddi all'interno di un reticolo ottico, dal punto di vista della transizione di fase quantistica da superfluido a isolante esibita dal modello che ne descrive il comportamento. Vedremo poi in dettaglio quali siano gli effetti dell'aggiunta di impurezze sulla transizione, argomento al centro del nostro lavoro sperimentale, concentrandoci su alcuni risultati importanti osservati per miscele di due specie atomiche e sulle previsioni fornite in questo contesto dalla teoria e da simulazioni numeriche.

Se in prima approssimazione trascuriamo le interazioni, un gas di atomi ultrafreddi in un reticolo ottico rappresenta semplicemente un sistema di particelle in un potenziale periodico. Ricordiamo alcuni risultati e definizioni sull'argomento, che ci serviranno nel seguito del capitolo.

Il teorema di Bloch [41], noto dalla teoria dei solidi, dice che per una hamiltoniana del tipo

$$H = -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x),$$

con potenziale tale che $V(x+d) = V(x)$, avendo supposto per semplicità il caso unidimensionale, gli autostati sono della forma

$$\Psi_{n,q}(x) = e^{iqx} u_{n,q}(x) \tag{4.1}$$

dove $u_{n,q}$ è una funzione con la periodicità del potenziale. Essi sono cioè onde piane modulate da una funzione di periodo d e dipendono da due numeri quantici (q,n) che identificano lo stato di singola particella.

Il primo di questi è il quasi-impulso cristallino q , così definito in analogia con l'impulso perché come quest'ultimo discende dalle proprietà di invarianza per traslazioni dell'hamiltoniana. Poiché tuttavia questa non è invariante per traslazioni arbitrarie, ma solo per spostamenti pari a multipli del periodo d , gli autostati di

H non sono anche autostati dell'impulso p e il numero quantico che li identifica è detto quasi-impulso (o quasi-momento) cristallino. La struttura periodica nello spazio reale infatti determina una corrispondente struttura periodica anche nello spazio coniugato dei quasi-impulsi: q risulta definito a meno di multipli interi di $2\pi/d$ e la cella elementare che ripetuta permette di riprodurre la struttura periodica nello spazio dei quasi-momenti è detta *zona di Brillouin*.

Per un dato valore di q esistono più autostati possibili identificati dal secondo numero quantico n , detto indice di banda. Lo spettro delle soluzioni dell'equazione di Schrödinger presenta una struttura *a bande*, nel senso che alterna intervalli di un quasi-continuo di energie permesse con regioni di energie proibite, dette *gap*. Le curve di dispersione delle varie bande vengono solitamente calcolate, a seconda delle condizioni, nei due limiti opposti di confinamento fornito dal potenziale periodico debole (particella quasi-libera) oppure forte (*tight-binding*), rispetto all'energia.

In questo secondo caso la modulazione sull'onda piana nella (4.1) ne localizza molto il profilo intorno ai siti reticolari, ed è conveniente espandere gli autostati di Bloch in un set di funzioni d'onda (*funzioni di Wannier*) centrate sul singolo sito, come

$$\Psi_{n,q}(x) = \sum_j e^{iqjd} w(x - jd). \quad (4.2)$$

La somma in (4.2) è estesa a tutti i siti reticolari e $w_j(x) = w(x - jd)$ è la funzione di Wannier del sito j -esimo.

4.1 Bosoni su reticolo: il modello di Bose-Hubbard

Nel 1998 un articolo di Jaksch *et al.* [39] proponeva l'utilizzo di atomi freddi in reticoli ottici per simulare modelli teorici propri della materia condensata, riguardanti sistemi fortemente correlati. Da questa proposta, in pochi anni, si è sviluppato un vero e proprio filone di ricerca, che vede nei gas atomici degeneri uno strumento potente per lo studio di problemi molto diversi tra loro e conta tra i suoi obiettivi a medio/lungo termine la possibilità di contribuire alla comprensione di fenomeni di grande interesse come la superconduttività ad alta temperatura critica. Il primo grande successo di questa "simulazione quantistica" ha riguardato la transizione di fase esibita da un gas bosoni interagenti su reticolo [42, 46], argomento a cui si collega anche il nostro lavoro sperimentale.

Consideriamo la hamiltoniana di un sistema di bosoni in presenza di un reticolo

$$\hat{H} = \int d^3r \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}) \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2M} + V_{trap}(\vec{r}) + V_{ret}(\vec{r}) \right] \hat{\Psi}(\vec{r}) + \frac{g}{2} \int d^3r \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}) \hat{\Psi}(\vec{r}) \hat{\Psi}(\vec{r}) \quad (4.3)$$

dove $\hat{\Psi}(\vec{r})$ rappresenta l'operatore di campo bosonico riferito ad uno specifico stato interno degli atomi, V_{trap} il potenziale di trappola del tipo (1.6) e V_{ret} quello del

reticolo ottico di periodo $d = \lambda_L/2$ per lunghezza d'onda del laser λ_L . Notiamo che quando consideriamo un condensato puro la (4.3) si riduce alla hamiltoniana della (1.17), a meno del potenziale di reticolo.

Negli esperimenti le energie tipiche degli atomi sono abbastanza ridotte da far sì che solo gli stati vibrazionali più vicini al fondamentale siano effettivamente popolati, per questo si procede espandendo l'operatore di campo bosonico nella base delle funzioni di Wannier relative solamente alla prima banda, come

$$\hat{\Psi}(\vec{r}) = \sum_i w(\vec{r} - \vec{r}_i) \hat{b}_i \quad (4.4)$$

in termini dei \hat{b}_i operatori di distruzione sul sito i -esimo. Operando tale sostituzione si arriva alla hamiltoniana di Bose-Hubbard (BH) [42, 43]

$$\hat{H} = -t \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_j + \sum_i \epsilon_i \hat{n}_i + \frac{U}{2} \sum_i \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1), \quad (4.5)$$

avendo introdotto l'operatore $\hat{n}_i = \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i$, che conta il numero di atomi sul sito i , e definito l'elemento di matrice di hopping (o tunneling) tra siti i -esimo e j -esimo primi vicini

$$t = \int d^3r \int w^*(\vec{r} - \vec{r}_i) \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2M} + V_{ret}(\vec{r}) \right] w(\vec{r} - \vec{r}_j), \quad (4.6)$$

l'energia di interazione sul sito

$$U = \frac{g}{2} \int d^3r |w(\vec{r})|^4 \quad (4.7)$$

e l'offset di energia relativo al sito i -esimo (dovuto al potenziale di trappola)

$$\epsilon_i = \int d^3r V_{trap}(\vec{r}) |w(\vec{r} - \vec{r}_i)|^2 \simeq V_{trap}(\vec{r}_i). \quad (4.8)$$

L'estensione della somma nel primo termine ai soli primi vicini è giustificata dal fatto che l'energia di tunneling tra siti secondi vicini si riduce di un fattore 10^2 rispetto a t [39]. Considerazioni analoghe valgono per le interazioni, considerate non nulle solo sullo stesso sito. Inoltre possiamo assumere parametri t e U uniformi nel sistema [39], il cui andamento per profondità di reticolo $8 \leq s \leq 30$ è ben approssimato dalle seguenti relazioni empiriche [55]

$$t \approx 1.43 \left(\frac{a}{\lambda_L} \right) E_R \left(\frac{V_0}{E_R} \right)^{0.98} \quad (4.9)$$

$$U \approx 5.97 \left(\frac{a}{\lambda_L} \right) E_R \left(\frac{V_0}{E_R} \right)^{0.88} \quad (4.10)$$

dove a è la lunghezza di scattering e λ_L , V_0 , E_R sono rispettivamente la lunghezza d'onda, l'ampiezza e l'energia di rinculo di singolo fotone del potenziale di reticolo. La (4.5) è l'analogo bosonico della hamiltoniana introdotta originariamente da Hubbard per un sistema di fermioni interagenti [40]. La struttura a bande nelle energie del sistema dovuta al primo termine di tight-binding, viene modificata dagli effetti di una interazione locale. La fisica contenuta nella hamiltoniana di Bose-Hubbard è quella della competizione tra l'energia cinetica, espressa dal termine di hopping, e quella potenziale dovuta alle interazioni. Lo stato fondamentale del sistema è diverso a seconda del bilanciamento tra i due contributi, determinando la presenza di due fasi ben distinte a $T = 0$. Per descriverle è conveniente porsi nel caso omogeneo, in cui $\epsilon_i = \mu$ uguale in ogni sito, per il quale esiste una soluzione analitica di campo medio [42].

Per $t/U \rightarrow 0$ [43] la hamiltoniana commuta con gli operatori \hat{n}_i e nello stato fondamentale ogni sito è occupato da un numero di bosoni fissato n . Lo spostamento di un atomo da un sito all'altro costa al sistema una energia $\Delta = nU - \mu$. Quindi è necessaria una quantità di energia finita per creare una eccitazione del sistema, che ha una gap nello spettro tra lo stato fondamentale e quelli eccitati. Questo stato in cui il sistema è incomprimibile e sfavorisce lo spostamento degli atomi, non per la teoria a bande ma per effetti di forte correlazione, è detto *isolante di Mott* (MI). Nel limite considerato lo stato fondamentale per N bosoni è esattamente il prodotto degli stati di Fock (stati numero) localizzati sugli L siti del reticolo

$$|\Psi_{Mott}\rangle = \prod_{i=1}^L \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{b}_i^\dagger)^n |0\rangle \quad (4.11)$$

dove $|0\rangle$ è lo stato di vuoto. La localizzazione degli atomi coincide con la totale assenza di coerenza a lungo raggio, in quanto fissando il numero di occupazione la fase globale non è definita.

Nel limite opposto di $t/U \rightarrow \infty$ il sistema è puramente condensato e lo stato fondamentale è l'onda di Bloch a momento nullo

$$|\Psi_{SF}\rangle = \frac{1}{\sqrt{L}} \left(\sum_{i=1}^M \hat{b}_i^\dagger \right)^N |0\rangle. \quad (4.12)$$

Lo stato del sistema in questo limite è detto *superfluido* (SF) per il fatto che al suo interno si osserva un trasporto di materia senza spesa di energia. L'inclusione di una piccola interazione può essere trattata con un approccio di tipo Bogoliubov [44], il calcolo nel limite termodinamico ($L, N \rightarrow \infty$ per L/N finito) restituisce uno spettro delle eccitazioni privo di gap che ricalca quello fononico per basse energie di un superfluido.

La transizione di fase che a $T = 0$ regola il passaggio tra i due regimi contrapposti è puramente quantistica e viene detta *transizione di Mott*. È appunto l'analogo bosonico della transizione metallo-isolante che si osserva per i fermioni. Il diagramma di fase nel piano μ/U vs t/U , è mostrato in figura 4.1. I caratteristici lobi lungo

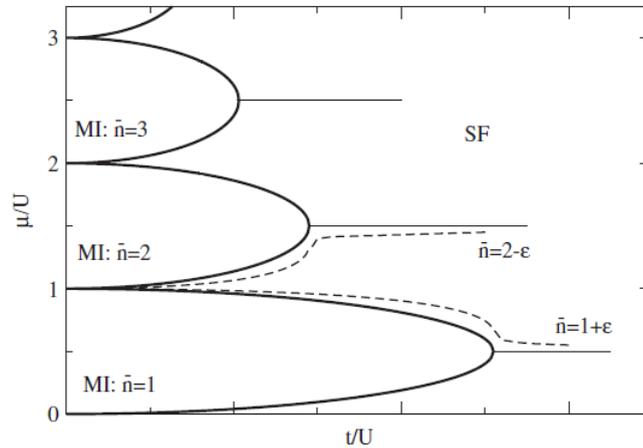


Figura 4.1: Diagramma di fase del modello di Bose-Hubbard omogeneo.

l'asse μ/U rappresentano le regioni in cui il sistema è nella fase isolante, ciascun lobo con un diverso numero di occupazione del singolo sito. Nel resto del piano n è fissato solo in media e il sistema è nella fase superfluida. La linea continua uscente dalla punta dei lobi rappresenta la linea della transizione a numero medio di occupazione \bar{n} fissato (intero). Quelle tratteggiate identificano invece regioni del piano a densità \bar{n} non intera, alle quali non si ottiene mai un isolante.

Per i dettagli sulla derivazione del diagramma di fase e per una rassegna esaustiva dei vari metodi di trattazione del modello di BH rimandiamo a [44]. Qui ci limitiamo a fornire un'idea qualitativa di come si ottenga la 4.1.

Partiamo dal considerare il comportamento per $t/U = 0$, quando n è sempre intero e fissato su tutti i siti del reticolo. Il suo valore in particolare si ricava imponendo sull'energia di singolo sito $\varepsilon(n)$ la condizione $\varepsilon(n) < \varepsilon(n+1)$, $\varepsilon(n-1)$: per la (4.5) essa si riduce a $(n-1) < \mu/U < n$. Aggiungendo gradualmente un tunneling non nullo, i valori di μ/U per cui n è intero sono sempre di meno, fino al t/U finito in cui si riducono al valore critico della transizione a \bar{n} fissato.

Il fatto che un sistema con densità non intera non diventi mai isolante, neanche a $t = 0$, si può comprendere immaginando di aggiungere o rimuovere un atomo ad un MI: essendo un bosone a temperatura nulla, l'atomo o la buca sarà certamente superfluido, permettendo di avere sempre un trasporto senza resistenza nel sistema. In un MI la frazione superfluida è sempre nulla e diventa finita solo attraversando la linea di separazione di fase, quando la gap si annulla e la lunghezza di correlazione diverge.

Calcoli in campo medio [45] nel caso omogeneo con occupazione $\bar{n} = 1$ danno per la transizione un valore critico del rapporto tra tunneling ed interazione locale pari a $(t/U)_c = 1/(5.8z)$, dove z è il numero di primi vicini. Ad esempio per un reticolo ipercubico di dimensione D abbiamo $z = 2D$, quindi $(t/U)_c = 1/34.8$ in tre dimensioni.

Quanto detto finora non è valido in generale in presenza di un potenziale di confina-

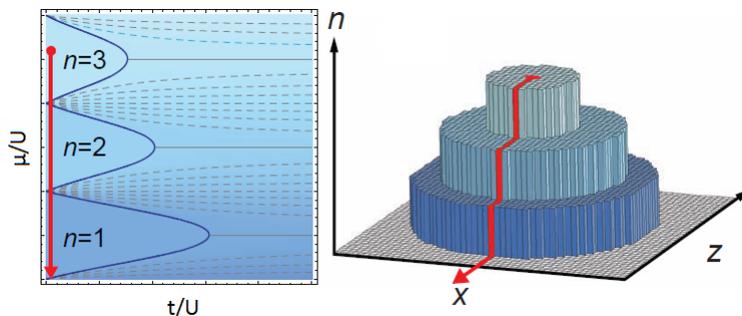


Figura 4.2: Profilo di densità sul piano orizzontale al centro della trappola per un isolante di Mott in un potenziale armonico. La linea rossa mette in corrispondenza lo spostamento nella trappola con quello nel diagramma di fase.

mento, tuttavia negli esperimenti sui gas atomici le previsioni per sistemi omogenei si rivelano ancora corrette, sotto opportune condizioni. In virtù del carattere locale dell'hamiltoniana di BH infatti è possibile applicare un'approssimazione di densità locale sul sistema, suddividendolo in regioni distinte a potenziale chimico fissato. Nelle condizioni sperimentali ciò risulta particolarmente efficace perché il potenziale armonico delle trappole utilizzate varia molto lentamente rispetto alla periodicità del reticolo. A diversi valori di $V_{trap}(\vec{r})$ sui vari siti, corrispondono diversi valori dell'offset ϵ_i : muoversi lungo un asse della trappola, dal punto di vista del diagramma di fase corrisponde a scorrere nella direzione verticale a t/U fissato. Per valori intermedi di t/U nella trappola si avranno contemporaneamente regioni distinte di fase superfluida e isolante, alternate al variare del confinamento. Nella fase SF avanzata ($t/U \gg (t/U)_c$) l'effetto della trappola è minimo e in approssimazione di singola banda si riduce solamente ad una diminuzione dell'energia cinetica; la funzione d'onda di stato fondamentale è un'onda di Bloch modulata dal potenziale armonico. D'altra parte per $t/U \ll (t/U)_c$ il sistema è tutto nella fase di MI, ma con numero di occupazione fissato a valori diversi nelle varie regioni di trappola. Questo determina il caratteristico profilo della densità del sistema, schematizzato in figura 4.2, fatto a gradini e simile a una torta multistrato. Tale struttura concentrica è stata effettivamente osservata in esperimenti con atomi ultrafreddi.

Notiamo, in conclusione, che per effetto della non omogeneità la transizione non avviene in maniera brusca come nel caso omogeneo, ma si estende alle varie regioni del sistema in maniera graduale e successiva in dipendenza dal valor medio dell'occupazione dei siti.

4.2 Realizzazione sperimentale

Il modello di Bose-Hubbard è nato per descrivere il comportamento del ^4He in mezzi porosi e quello delle coppie di Cooper in alcuni superconduttori granulari

[42], ma vede negli atomi ultrafreddi la sua realizzazione ideale. Infatti negli esperimenti sui reticoli ottici è possibile controllare tutti i parametri, in maniera estremamente semplice:

- Il rapporto t/U si controlla agendo sull'intensità dei laser del reticolo, cambiando cioè la profondità del potenziale periodico. Una maggiore profondità diminuisce t e aumenta contemporaneamente U .
- L'interazione U può anche essere variata singolarmente, in presenza di una risonanza di Feshbach, cambiando il campo magnetico applicato.
- Il passo reticolare viene controllato scegliendo diverse lunghezze d'onda del laser o semplicemente cambiando l'angolo tra i fasci contropropaganti che generano il reticolo (ad angoli $\theta \neq 180^\circ$ corrispondono diverse periodicità date dall'interferenza).
- La densità \bar{n} si può cambiare in due modi distinti, ovvero modificando il potenziale di trappola e il numero di atomi.

Queste considerazioni, che valgono indistintamente per specie bosoniche o fermioniche, motivano l'interesse nel simulare il comportamento dei modelli di Hubbard, con la possibilità in prospettiva di verificare l'esistenza di fasi antiferromagnetiche e superconduttrici attese.

L'osservazione della transizione di Mott in un gas di bosoni ultrafreddi è avvenuta per la prima volta nel 2002 per un campione di $\sim 10^5$ atomi di ^{87}Rb in un reticolo cubico (3D) [46] e successivamente è stata realizzata anche in una e due dimensioni [47, 48]. Concentriamo la nostra discussione sul caso tridimensionale, perché interessa direttamente il nostro esperimento.

La procedura sperimentale seguita nei vari casi è sostanzialmente la stessa. Il campione atomico viene raffreddato, sottoponendolo alla fine ad una evaporazione forzata fino ad ottenere un condensato puro. Partendo dal condensato in trappola (magnetica, ottica o ibrida a seconda dell'esperimento) si accendono i fasci di reticolo, che vanno portati al valore finale di intensità con la tempistica opportuna. In seguito il confinamento viene spento istantaneamente, lasciando espandere il campione prima di rivelarlo.

La scelta delle rampe di accensione è uno degli aspetti critici della procedura sperimentale e va trattata in dettaglio. Per non portare il sistema fuori dallo stato fondamentale è necessario che gli atomi riescano a seguire adiabaticamente il cambiamento del potenziale dovuto all'accensione del reticolo, che dovrà quindi avvenire lentamente. La scala di tempi è definita dai possibili meccanismi di eccitazione, che nello specifico sono riducibili a due fondamentali.

Per prima cosa bisogna tenere conto della redistribuzione del condensato all'interno delle buche del reticolo, modulate dal confinamento armonico della trappola. Perché il gas si disponga nel reticolo senza creare eccitazioni (adiabaticamente) in ogni istante deve mantenersi fissato il potenziale chimico, che possiamo stimare ricordando come per il condensato di partenza valesse l'approssimazione di

Thomas-Fermi. Continuando infatti a trascurare l'energia cinetica nella (4.5), il potenziale chimico nel sito i -esimo è semplicemente

$$\mu_i = \partial E / \partial n_i \simeq \epsilon_i + U \bar{n}_i. \quad (4.13)$$

Per fasci di reticolo con detuning verso il rosso i minimi del potenziale percepito dagli atomi corrispondono ai massimi di interferenza, per cui aumentando l'intensità aumenta anche l'offset delle energie. Contemporaneamente però aumenta anche l'interazione sul sito, con il risultato che i due effetti si autocompensano, poiché si dimostra che entrambe le energie aumentano linearmente [51]. Di conseguenza la redistribuzione degli atomi è minima, perché il potenziale chimico si mantiene stabile durante l'accensione del reticolo.

L'altro aspetto di cui tenere conto è la possibilità di eccitare degli atomi in bande superiori alla prima. Per evitare che ciò accada l'energia fornita dall'aumento del potenziale non deve essere comparabile con quella della separazione interbanda, come espresso dal criterio [50]

$$\frac{ds}{dt} \ll \frac{\Delta E_n(q)}{\hbar}, \quad (4.14)$$

dove $\Delta E_n(q)$ indica la separazione in energia tra la prima e la n -esima banda al valore di quasi-momento q .

Caricando nel reticolo un condensato esso andrà ad occupare stati di quasi-momento $q \sim 0$, per i quali il ΔE_n è sempre finito ed è possibile soddisfare la (4.14) anche a piccole profondità del potenziale. Notiamo infatti che la condizione di adiabaticità risulta più stringente quando il potenziale periodico è debole e la separazione fra le bande è minore: per questo motivo è opportuno utilizzare rampe con piccole pendenze ds/dt nelle fasi iniziali, mentre dal punto di vista delle eccitazioni interbanda è meno rilevante ciò che accade a reticolo già alto, quando le bande sono ben separate ovunque.

Il limite inferiore sulla scala di tempi di accensione imposto dalla (4.14) va da diverse decine di ms per s inferiori a 10, fino alle centinaia di ms per confinamenti maggiori [46, 54, 47, 48].

Oltre ai due meccanismi sopra citati, quando il confinamento del reticolo è molto alto ($s > 12$ tipicamente), bisogna scegliere con cura anche il profilo della rampa nella parte finale. Nel sistema infatti cominciano a comparire regioni dove gli atomi sono maggiormente localizzati e una brusca variazione del confinamento forte potrebbe indurre eccitazioni a causa dell'interazione sui siti per occupazioni multiple. Per prevenire tali eccitazioni, anche nella parte finale della rampa di reticolo si ricorre a un profilo lentamente variabile.

Se per la parte iniziale della rampa è stato scelto un profilo esponenziale nel tempo, nella parte finale solitamente si ricorre ad un profilo analogo ma con concavità opposta; il tutto in modo che la massima pendenza si abbia a valori di reticolo intermedi. Il risultato della combinazione di questi due andamenti è un profilo a S della rampa di accensione, il tipo comunemente utilizzato negli esperimenti più

recenti.

Per i gas atomici in reticoli ottici esiste un metodo efficace per verificare l'occupazione delle varie bande, che consiste nella mappatura delle zone di Brillouin. Per realizzarla si spegne il reticolo in maniera adiabatica, su tempi lunghi rispetto a quelli delle frequenze vibrazionali delle buche del reticolo, ma non abbastanza da permettere un cambiamento della popolazione nelle bande [49, 53]. Tipicamente negli esperimenti questo si ottiene con rampe di spegnimento della durata di pochi millisecondi, a seconda della profondità del reticolo. Partendo da un potenziale periodico fortemente confinante, con un abbassamento adiabatico gli atomi seguono il rilassamento delle bande, che passano con continuità dall'essere molto separate e strette in energia fino a ridursi allo spettro continuo di stato libero finale, come illustrato in figura 4.3: il quasi-momento cristallino del reticolo viene così mappato nell'impulso di particella libera al momento dell'espansione. La corrispondenza tra le zone di Brillouin e il profilo del gas in espansione è evidente nelle immagini in figura 4.4.

Le rampe di accensione portano il reticolo all'intensità corrispondente al valore di t/U desiderato, per identificare lo stato del sistema si spengono istantaneamente i potenziali (trappola e reticolo). In questo modo si proietta il sistema sulla base degli autostati di hamiltoniana libera, osservando la trasformata di Fourier della funzione d'onda iniziale cioè la distribuzione di impulso prima dello spegnimento. Dalle immagini di assorbimento della nube è possibile risalire immediatamente alla coerenza di fase nel sistema prima dello spegnimento del confinamento: espandendo infatti, le funzioni d'onda atomiche sono libere di interferire tra loro. Per un SF queste sono delocalizzate e hanno una relazione di fase fissata tra diversi siti del reticolo, il risultato è che si osserveranno dei picchi di interferenza ben definiti, come nel caso di una griglia di sorgenti atomiche coerenti in fase. In un isolante invece il profilo in espansione sarà la sovrapposizione incoerente delle densità degli atomi localizzati su ogni sito reticolare.

Calcoliamo in maniera più rigorosa quali sono i risultati attesi nei due casi di SF e MI puri, trascurando in prima approssimazione l'effetto della trappola [53, 55].

Per un gas atomico in un potenziale periodico profondo scriviamo l'operatore di campo bosonico come somma di quelli sul singolo sito, secondo la (4.4) in termini delle funzioni di Wannier. Se gli atomi sono tutti nello stato fondamentale del singolo sito, che possiamo descrivere come una buca armonica, queste sono ben approssimate da gaussiane di larghezza σ_0 centrate sui siti reticolari. Dopo un'espansione di durata t_{esp} , la densità misurata è data dal valor medio del prodotto degli operatori di campo evoluti nello spazio libero (al tempo t_{esp}). Esprimibile come [54]

$$\bar{n}(\vec{r}) = \left(\frac{M}{\hbar t_{esp}} \right)^3 \left| \tilde{w} \left(\vec{q}_{esp} = \frac{m\vec{r}}{\hbar t_{esp}} \right) \right|^2 \mathcal{S}(\vec{q}_{esp}), \quad (4.15)$$

dove \tilde{w} è la trasformata di Fourier della funzione di Wannier nello spazio reale e $\mathcal{S}(\vec{q}_{esp})$ la distribuzione di quasi-impulso nel reticolo. Nell'approssimazione

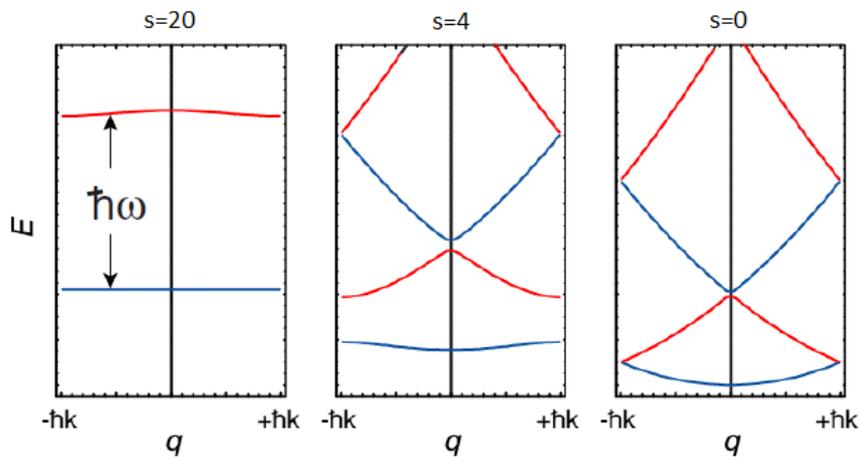


Figura 4.3: Bande per diversi valori di profondità del reticolo in unità di energia di rinculo $s = V_{ret}/E_R$. Con uno spegnimento adiabatico gli atomi attraversano in sequenza le varie condizioni.

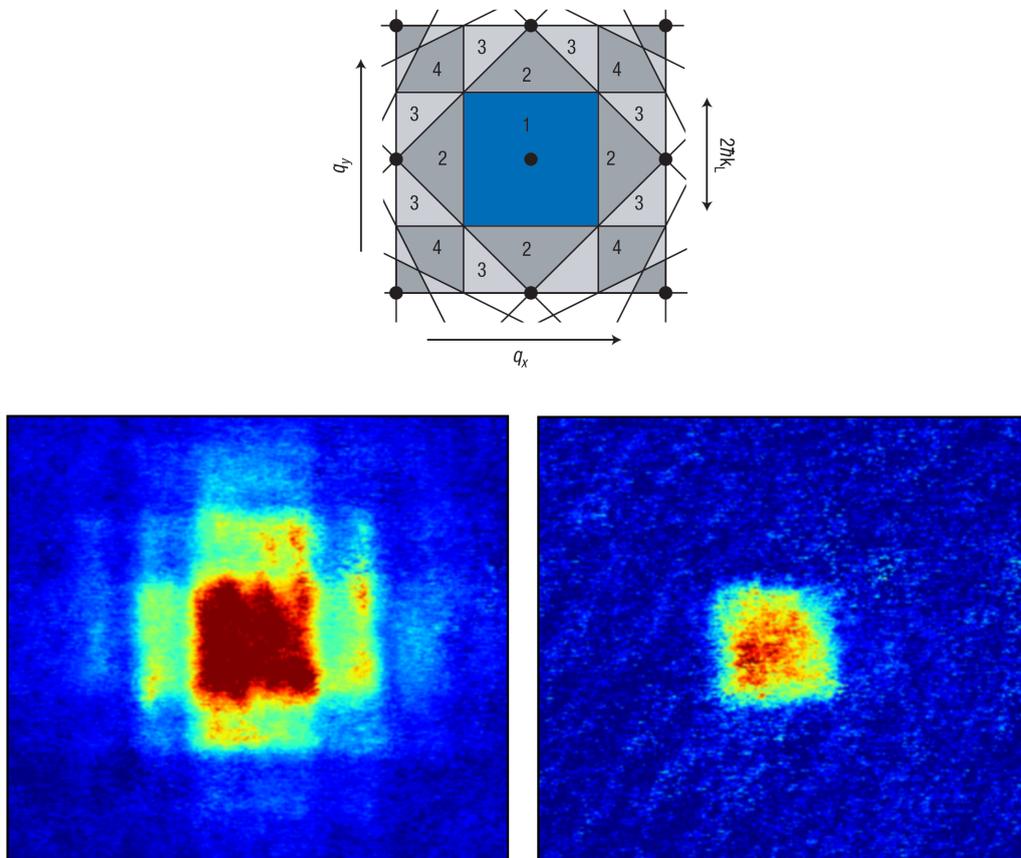


Figura 4.4: In alto: Reticolo reciproco e zone di Brillouin per un reticolo quadrato. In basso: Esempi di immagini (falsi colori) in TOF di un campione atomico di ^{87}Rb quasi-condensato, caricato nel reticolo ottico 2D e quindi rilasciato adiabaticamente. In questo caso a seconda della temperatura del campione di partenza sono popolate la sola banda fondamentale (a destra), in tal caso la nube espande con la caratteristica forma quadrata, oppure più bande superiori (a sinistra).

considerata abbiamo

$$|\tilde{w}(\vec{q}_{esp})|^2 \approx \frac{1}{\pi^{3/2}\sigma_{esp}} e^{-\frac{\vec{r}^2}{\sigma_{esp}}},$$

con larghezza della gaussiana al tempo t_{esp} pari a $\sigma_{esp} \simeq \hbar t_{esp}/M\sigma_0$. Il profilo della densità è dato dalla distribuzione di quasi-impulso nel reticolo

$$\mathcal{S}(\vec{q}) = \sum_{j,k} e^{i\vec{q}(\vec{r}_j - \vec{r}_k)} \langle \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_k \rangle \quad (4.16)$$

modulata dall'involuppo gaussiano della funzione di Wannier nello spazio degli impulsi e ingrandita di un fattore legato all'espansione (ma indipendente dal reticolo). La distribuzione $\mathcal{S}(\vec{q}_{esp})$ mantiene evidentemente la periodicità del sistema e dipende dallo stato in cui esso si trova tramite il valor medio del prodotto degli operatori di creazione e distruzione su di esso. A questo punto quindi dobbiamo distinguere il risultato nei due casi di:

- **Superfluido:** Gli stati di singolo sito sono stati coerenti $|\phi_j\rangle$, autostati di \hat{b}_j^\dagger e \hat{b}_j tali che

$$\hat{b}_j |\phi_j\rangle = \hat{b}_j^\dagger |\phi_j\rangle = \sqrt{\bar{n}_j} |\phi_j\rangle,$$

dove \bar{n}_j è il valor medio dell'occupazione del sito j-esimo. Sostituendo l'espressione nell'equazione (4.15) abbiamo

$$\bar{n}_{SF}(\vec{r}) = |\tilde{w}(\vec{q}_{esp})|^2 \left| \sum_j e^{-i\vec{q}_{esp}\vec{r}_j} \sqrt{\bar{n}_j} \right|^2. \quad (4.17)$$

L'esponente nei termini della somma determina la struttura periodica del profilo, costituito da una serie di picchi separati tra loro di

$$l = \frac{2\pi}{q_{esp}} = \frac{2\hbar k_L t_{esp}}{M} \quad (4.18)$$

per una lunghezza d'onda del laser di reticolo $\lambda_L = 2\pi/k_L$.

- **Isolante di Mott:** Lo stato fondamentale (4.11) è un prodotto di stati numero localizzati su ogni sito, quindi $\langle \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_k \rangle = \delta_{jk} \bar{n}_j$. La densità per un sistema di N atomi allora è data semplicemente da

$$\bar{n}_{MI}(\vec{r}) = N |\tilde{w}(\vec{q}_{esp})|^2, \quad (4.19)$$

sovrapposizione incoerente delle funzioni d'onda di singolo sito.

In [46] la transizione da superfluido a isolante di Mott è stata osservata variando nell'esperimento la profondità del reticolo, che corrisponde per quanto detto ad una variazione del rapporto (t/U) , proprio registrando all'aumentare di s la progressiva scomparsa dei picchi dovuti alla coerenza a lungo raggio nel sistema. I risultati

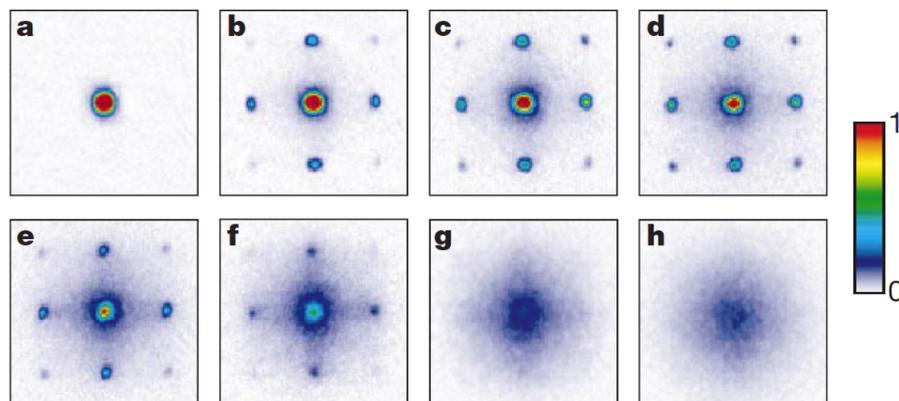


Figura 4.5: Transizione SF-MI dalle immagini del gas in espansione per valori di $s = 0, 3, 7, 10, 13, 14, 16, 20$. Figura tratta da [46].

sono mostrati in figura 4.5.

Per attestare che quanto realizzato sia veramente una manifestazione della transizione quantistica è necessario eseguire ulteriori verifiche rispetto alla semplice osservazione dei massimi periodici nella densità del gas in espansione. Un appunto fondamentale viene infatti dal risultato per cui un simile profilo in espansione si otterrebbe anche da un gas di bosoni a temperatura finita superiore a quella critica per la transizione di fase classica a superfluido [52], mentre la scomparsa dei massimi potrebbe essere semplicemente dovuta a una perdita di coerenza nel sistema.

Una prima conferma del fatto che quanto osservato non sia dovuto a effetti di decoerenza spuri (conseguenza di un gradiente di potenziale percepito dagli atomi o della non adiabaticità delle rampe di accensione del reticolo) si può avere verificando la reversibilità della transizione, riabbassando i potenziali di reticolo fino a valori per cui il sistema è nella fase superfluida. Negli esperimenti si ottiene la ricomparsa dei picchi già dopo pochi millisecondi [46, 48], tempi consistenti con quelli caratteristici del tunneling nel reticolo $\tau_{tunn} = \hbar/t$. Nel caso in cui si abbia una semplice perdita di coerenza, slegata dalla transizione, l'interferenza non si manifesta affatto, neppure dopo tempi di attesa di decine di millisecondi, indipendentemente dalla profondità del reticolo al momento dello spegnimento [46].

Un'ulteriore verifica della fase quantistica del sistema si può avere rivelandone lo spettro delle eccitazioni, come descritto in [46] o ad esempio utilizzando per la diagnostica schemi di spettroscopia di Bragg ottica. Lo studio delle eccitazioni ha anche permesso di spiegare un altro fenomeno peculiare osservato in [46, 47, 54], la permanenza di picchi poco marcati nel profilo di densità anche quando il sistema è nella fase isolante, che non dovrebbe esibire coerenza di fase. Ciò è in realtà vero solo per la coerenza a lungo raggio, mentre a corto raggio è possibile che ci siano correlazioni di fase anche in un MI.

L'osservabile importante per caratterizzare questo comportamento, e più in genera-

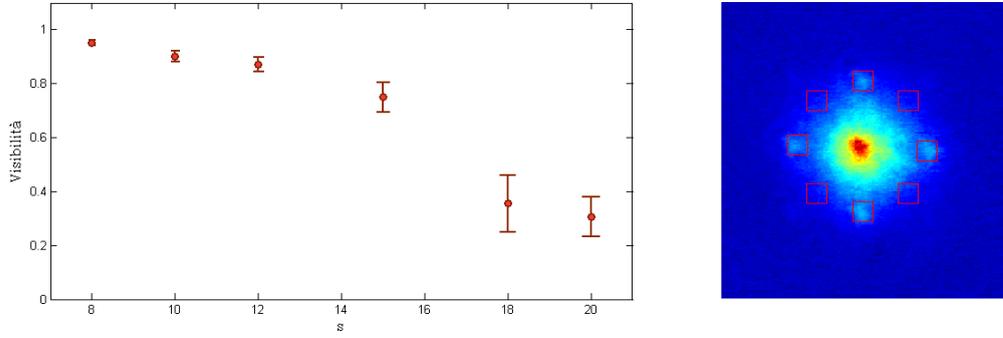


Figura 4.6: A sinistra: Esempio di andamento della visibilità dei picchi di coerenza al variare della profondità del reticolo s , per un condensato di $\sim 10^5$ atomi di ^{87}Rb . A destra: Immagine in falsi colori (rosso massima densità ottica, blu minima) di un superfluido in espansione con evidenziate le regioni considerate per il calcolo della visibilità dei picchi di interferenza. I quadranti mostrati in rosso hanno il solo scopo di rendere visibili le regioni interessate dal calcolo, le loro dimensioni (10×10 pixel) sono infatti maggiori di quelle effettivamente utilizzate nel calcolo della densità ottica media massima e minima, altrimenti difficilmente individuabili nell'immagine.

le la variazione della coerenza di fase alla transizione, è la *visibilità*, introdotta in analogia con quella delle frange di interferenza ottiche come [54, 55]

$$\mathcal{V} = \frac{n_{max} - n_{min}}{n_{max} + n_{min}} \quad (4.20)$$

in termini di valori di densità n massimo e minimo osservati, che nelle immagini di assorbimento si riferiscono alla densità di colonna. Convenzionalmente come valore massimo si considera il picco di interferenza più vicino a quello centrale; il minimo associato viene imposto, tra tutti quelli alla stessa distanza dal centro (ovvero aventi lo stesso impulso), su una delle diagonali passanti per il centro. Con questa scelta infatti il contributo dell'involuppo della funzione di Wannier si cancella tra numeratore e denominatore, riducendo la visibilità al puro contrasto dell'interferenza. In quanto tale quindi essa fornisce una misura della coerenza di fase nel sistema.

La \mathcal{V} è presa come la media di quelle ottenute separatamente per i quattro picchi, per ciascuno dei quali i valori massimo e minimo sono definiti mediando su una piccola regione intorno ai punti di riferimento scelti, come mostra indicativamente la figura 4.6.

A confinamenti piccoli la visibilità è vicina a 1, mentre all'aumentare della profondità del reticolo diminuisce secondo un andamento caratteristico [54] (mostrato e discusso nelle sezioni seguenti). Nella fase isolante ci si attenderebbe una visibilità nulla, al contrario di quanto si osserva sperimentalmente. Questo comportamento viene spiegato dalla presenza ad ogni t/U finito di eccitazioni del sistema, nella forma di siti vicini in cui un atomo è spostato dall'uno all'altro, che introducono correlazioni a corto raggio [54, 55].

Un'altra grandezza misurabile rilevante nella transizione è la larghezza del picco centrale (ordine zero di Bragg), in quanto connessa alla lunghezza di correlazione

nel sistema ξ , definita per un sistema omogeneo e tale da divergere nella fase superfluida. La nozione di lunghezza di correlazione può in effetti essere estesa al caso non omogeneo definendo delle funzioni di correlazione riscalate, nel caso unidimensionale pari a [56]

$$C_j(r) = \frac{\langle \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_{j+r} \rangle}{\sqrt{\bar{n}_j \bar{n}_{j+r}}} \quad (4.21)$$

dove \bar{n}_j è il valor medio della densità nel sito j -esimo. La (4.21) si riduce semplicemente alla funzione di correlazione di fase quando \bar{n}_j è costante nel sistema, ma avrà più in generale un decadimento con la distanza: esponenziale per un isolante ($C_j \sim e^{-|r|/\xi}$); solamente algebrico per un superfluido ($C_j \sim |r|^{-\alpha/2}$), ovvero l'analogo nel caso 1-D alla divergenza in dimensionalità superiori. Poiché la larghezza del picco centrale va come $\sim \xi$ [56], a marcare la transizione nella fase isolante avremo anche un brusco allargamento di quest'ultimo. Dal comportamento della larghezza al variare dei parametri del sistema si ottengono quindi informazioni aggiuntive rispetto a quelle fornite dalla visibilità.

4.3 Miscele atomiche: effetto delle impurezze sulla transizione

Molti fenomeni interessanti della fisica dei solidi sono dovuti alla presenza nei materiali reali di difetti, drogaggio e dislocazioni; d'altra parte nei reticoli ottici questi sono quasi del tutto assenti in partenza, e vanno introdotti in modo opportuno per ricreare dei sistemi analoghi.

Un primo modo per farlo è realizzare otticamente del disordine, ad esempio sovrapponendo al reticolo ottico dei potenziali speckle oppure utilizzando per il reticolo stesso due laser a frequenze non commensurabili, in modo da generare una struttura quasi-periodica che ben approssimi il disordine. Il maggiore successo di questa tecnica è stata l'osservazione, avvenuta nel 2008, della localizzazione di Anderson in un sistema bosonico [57, 58].

Un'altra possibilità è introdurre nel sistema una seconda specie atomica, realizzando cioè una miscela come avviene nel nostro lavoro. A differenza del "disordine ottico" questo secondo approccio è un buon candidato per simulare non solo meccanismi di localizzazione [59], ma anche molte delle dinamiche proprie dei sistemi fortemente correlati, sfruttando al meglio la controllabilità dei parametri degli esperimenti.

Un'altra possibilità è introdurre nel sistema una seconda componente, realizzando cioè una miscela, rappresentata da un atomo della stessa specie in stati interni distinti oppure da due specie atomiche diverse, come avviene nel nostro lavoro. Questo secondo approccio, a differenza del "disordine ottico", è un buon candidato per simulare non solo meccanismi di localizzazione [59], ma anche molti

altri fenomeni tipici dei sistemi fortemente correlati, dall'ordinamento magnetico alle dinamiche polaroniche, sfruttando al meglio la controllabilità dei parametri degli esperimenti.

Un primo banco di prova dell'efficacia di questo tipo di simulazioni è lo studio della transizione di Mott in un sistema con impurezze, rappresentando essa il campo di sperimentazione più semplice tra quelli legati alla forte correlazione e implementabili con miscele atomiche in reticoli ottici. La comprensione di quali siano i meccanismi fisici per cui gli atomi di una seconda componente (qui trattabili come impurezze) cambiano lo scenario della transizione per la prima, è una condizione necessaria per poter passare alla realizzazione controllata in laboratorio di ogni fenomenologia più complessa.

Da un punto di vista della trattazione formale, avere più specie atomiche nel reticolo richiede una estensione del modello di Hubbard, ricavabile con le stesse considerazioni viste per la (4.5) e diversa a seconda della natura fermionica o bosonica di ciascuno dei due tipi di particella presenti. Concentriamoci in particolare sui due casi di miscela che prevedono almeno una specie bosonica, ovvero Bose-Bose e Bose-Fermi. Ad entrambe corrisponde una vasta zoologia di fasi accessibili dal sistema a $T = 0$, prevista da numerosi lavori pubblicati negli ultimi anni [60, 61, 62, 63, 64], ma ancora lontana dall'essere esplorata sperimentalmente. Come premesso questi risultati aprono molte prospettive interessanti, tra le quali ricordiamo la possibilità di simulare fasi antiferromagnetiche con miscele Bose-Bose, sfruttando il mapping dell'hamiltoniana di Bose-Hubbard a due specie in modelli di spin [62, 63]. Anche a temperatura finita esistono previsioni di comportamenti significativi, come una transizione a supersolido per miscele Bose-Fermi [65].

Tuttavia, fatta eccezione per la derivazione dei diagrammi di fase, la possibilità di previsione dei modelli di Hubbard a due specie dal punto di vista puramente teorico è molto limitata, a causa della loro estrema complessità. Nella maggior parte dei casi tali modelli divengono strumenti efficaci solo in riferimento agli esperimenti realizzati, ricorrendo a opportune soluzioni approssimate in base alle condizioni di lavoro specifiche. Per questo motivo dal punto di vista sperimentale il primo fenomeno studiato estensivamente è stato quello della transizione di Mott in presenza di impurezze, muovendo dalle osservazioni fatte in precedenza nel caso bosonico puro un po' come si farebbe per uno sviluppo perturbativo.

Nelle miscele il "gas con impurezze" viene realizzato lavorando con un forte sbilanciamento di popolazione tra le due componenti (tale che quella maggioritaria sia sempre bosonica). In questo tipo di sistemi le previsioni ottenute portando avanti l'analogia con il caso puro omogeneo si rivelano in contrasto con quanto osservato negli esperimenti. Fino a oggi particolare attenzione è stata rivolta al caso di impurezze fermioniche, mentre è meno estensiva la trattazione per il corrispettivo bosonico, mancando del tutto uno studio del comportamento al variare delle interazioni tra le componenti: in questo contesto si inserisce il nostro lavoro sperimentale descritto nel capitolo successivo.

Come premessa necessaria, nelle due sezioni seguenti vengono passati in rassegna

i risultati noti rispettivamente per le miscele Bose-Fermi e Bose-Bose in reticoli ottici, sia dal punto di vista della teoria e delle simulazioni che da quello degli esperimenti.

4.3.1 Impurezze fermioniche

Per un sistema di bosoni in reticolo ottico con impurezze fermioniche, indicando con B e F le grandezze rispettivamente associate ai bosoni e ai fermioni, la hamiltoniana è $\hat{H} = \hat{H}_B + \hat{H}_F + \hat{H}_{BF}$ [60], data dalla somma di quelle: di singola specie bosonica (4.5); di singola specie fermionica

$$\hat{H}_F = \int d^3r \hat{\Psi}_F^\dagger(\vec{r}) \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2M_F} + V_{trap}(\vec{r}) + V_{ret}(\vec{r}) \right] \hat{\Psi}_F(\vec{r}), \quad (4.22)$$

(nella quale non compaiono termini di interazione perché per fermioni polarizzati non sono permesse collisioni in onda-s e $a_F = 0$); di interazione Bose-Fermi

$$\hat{H}_{BF} = \frac{g_{BF}}{2} \int d^3r \hat{\Psi}_B^\dagger(\vec{r}) \hat{\Psi}_F^\dagger(\vec{r}) \hat{\Psi}_F(\vec{r}) \hat{\Psi}_B(\vec{r}), \quad (4.23)$$

con accoppiamento $g_{BF} = \frac{2\pi\hbar^2}{\mu_{BF}} a_{BF}$ dipendente dalla lunghezza di diffusione interspecie a_{BF} e dalla massa ridotta $\mu_{BF} = M_B M_F / (M_B + M_F)$.

I primi esperimenti su miscele Bose-Fermi hanno riguardato miscele di ^{87}Rb (bosone) e ^{40}K (fermione), studiando il comportamento del sistema alla transizione prima a interazioni fissate [66, 67] e successivamente anche al variare dell'interazione interspecie [68]. La lunghezza di diffusione interspecie ^{87}Rb - ^{40}K è negativa lontano dalle risonanze di Feshbach, le interazioni sono quindi attrattive. In queste condizioni, trattare l'effetto delle impurezze in campo medio come un semplice effetto di spostamento del potenziale chimico della specie bosonica pari al valore dell'energia (4.23) porta a prevedere una minima variazione della transizione [67], con una variazione di $(t/U)_c$ opposta a quella osservata. La riduzione ad una semplice rinormalizzazione di campo medio dei parametri del modello utilizzato per il caso a singola specie non è possibile, indicando la presenza nel sistema di meccanismi più complessi e non ancora del tutto chiariti.

A interazione fissata la presenza delle impurezze modifica l'andamento degli osservabili rilevanti in modo che al variare della profondità del reticolo essi mostrino l'andamento tipico osservato alla transizione a partire da valori di s inferiori rispetto a quelli del caso puro.

L'andamento della visibilità del ^{87}Rb (4.20) si mantiene confrontabile con il caso puro solo per reticoli poco profondi, quando i bosoni sono molto lontani dalla transizione. La diminuzione progressiva di \mathcal{V} compare invece a valori consistentemente inferiori rispetto al sistema puro, indicando una perdita di coerenza di fase per energie di reticolo compatibili con uno spostamento in t/U della transizione di $\sim 5E_R$ quando la concentrazione di impurezze è pari al 20%; questo a fronte di un

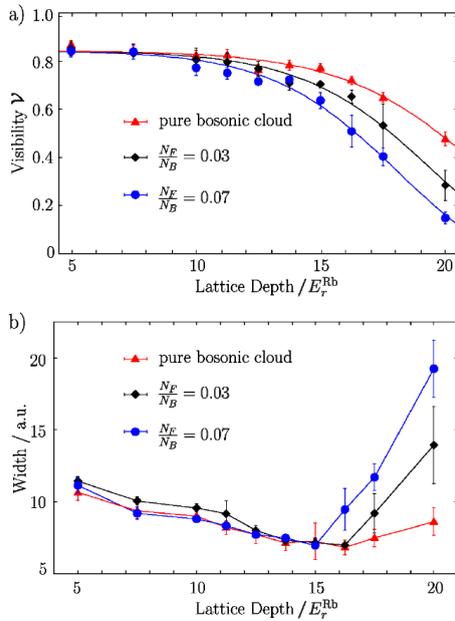


Figura 4.7: Andamento al variare della profondità del reticolo di (a) visibilità e (b) larghezza dei picchi, per diverse concentrazioni di impurezze fermioniche N_F/N_B . Tratta da [67].

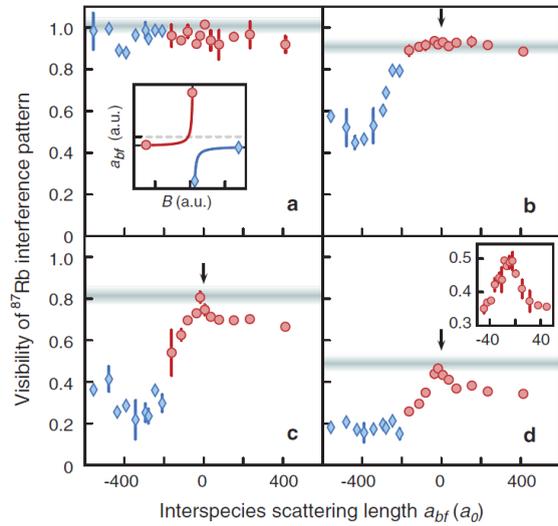


Figura 4.8: Visibilità dell'interferenza al variare della lunghezza di diffusione interspecie. Il colore del punto indica da quale lato della risonanza di Feshbach (mostrata nell'insero in alto a sinistra) è stata ottenuta la corrispondente lunghezza di diffusione: blu per la regione a destra, rosso per quella a sinistra. Figura tratta da [68].

valore previsto dalle stime di campo medio di $\sim E_R$. Notiamo che la deviazione dell'andamento rispetto al caso puro può essere interpretata come un abbassamento dei valori del parametro critico per cui compare il decadimento della visibilità, perché resta sostanzialmente invariato l'esponente della legge a potenza in t/U che ne descrive la diminuzione [66].

La deviazione dell'andamento rispetto al caso puro cresce con l'aumento della concentrazione di impurezze, ma è evidente già quando quest'ultima è appena del 2-3%, come mostrato in figura 4.7.

L'altra grandezza che caratterizza la transizione è la larghezza del picco centrale: quest'ultima mostra sia uno spostamento consistente con quello della visibilità, sia un aumento della pendenza al di sopra del valore "critico". Secondo l'interpretazione data nella sezione precedente, ciò significa che la progressiva perdita di correlazione nel sistema avviene in maniera più rapida.

Nel complesso, l'insieme dei comportamenti osservati indica la perdita di superfluidità nel sistema in condizioni diverse da quelle del caso puro e potrebbe indicare uno spostamento della transizione di Mott verso reticoli con s minore.

Un ulteriore studio del sistema al variare delle interazioni è stato realizzato sfruttando una risonanza di Feshbach tra il ^{87}Rb nello stato iperfine $|F=1, m_F=1\rangle$ e il ^{40}K in $|F=9/2, m_F=-9/2\rangle$, centrata a 546.9 G e larga 2.9 G. Nel lavoro di Best *et al.* 4×10^5 atomi di rubidio e un numero variabile di atomi di potassio (compreso tra 0 e 3×10^5), condensati all'interno di una trappola di dipolo ($\lambda_L = 1064$ nm),

vengono portati al valore di campo magnetico desiderato e quindi confinati in un reticolo ottico con detuning verso il blu rispetto a entrambe le specie. Mantenendo i condensati nel potenziale combinato di trappola e reticolo per un tempo lungo rispetto a quello di tunneling nel sistema, si lasciano interagire le due componenti fino allo spegnimento istantaneo di tutti i potenziali per la rivelazione in espansione.

La visibilità dei picchi di coerenza del rubidio è utilizzata come osservabile di riferimento e il comportamento osservato a diversi valori di profondità del reticolo è mostrato in figura 4.8. Quando il potenziale di reticolo è molto debole ($s \approx 3$) la visibilità \mathcal{V} si mantiene dell'ordine di quella per il solo rubidio ad ogni valore interazione. A confinamenti maggiori invece la visibilità diminuisce all'aumentare in modulo della lunghezza di diffusione, secondo un profilo asimmetrico centrato intorno ad $a_{BF} = 0$; dal lato attrattivo la diminuzione con l'aumento dell'interazione è decisamente superiore a quella per il repulsivo e diventa evidente già a reticoli più deboli.

Questo viene spiegato come una conseguenza della separazione di fase tra i due condensati, che diventa energeticamente favorevole per il sistema oltre una certa interazione repulsiva. In effetti se ci riferiamo solamente alla regione di $-40a_0 \lesssim a_{BF} \lesssim 40a_0$, il decadimento di \mathcal{V} è analogo per segno positivo e negativo di a_{BF} . Esistono quindi più regimi al variare dei parametri del sistema, che si distinguono anche per un diverso contributo delle perdite a tre corpi in dipendenza del reticolo e dell'interazione [66, 68].

Per concentrazioni di impurezze sufficientemente alte da garantire la presenza di almeno un fermione per sito, misurando la frazione condensata del rubidio (attraverso fit gaussiani bimodali dei picchi) si osserva che:

- Ad ogni lunghezza di diffusione dal lato repulsivo, essa si annulla per un valore di profondità del reticolo praticamente fissato e coincidente con quello a interazione nulla ($\approx 12 - 13E_R$).
- Dal lato attrattivo invece l'annullamento si ottiene a profondità sempre più basse all'aumentare di $|a_{BF}|$, inferiori anche di $\sim 10E_R$ rispetto al caso repulsivo quando $a_{BF} \leq -400a_0$.

Ad oggi non è unanimemente chiaro quale siano i meccanismi che determinano il comportamento osservato. Una prima spiegazione era legata alla possibilità di fenomeni polaronici [66], rilevanti tuttavia solo in alcuni dei regimi di interazioni sondati in [68]. Due sono le proposte più rilevanti, ognuna delle quali legata ad una estensione della trattazione rispetto a quella del modello di Hubbard a $T = 0$: una include la possibilità di effetti dovuti alle bande superiori, trascurate nell'approssimazione iniziale del modello; l'altra fa leva su effetti di temperatura finita, considerando le particolari procedure utilizzate negli esperimenti. La prima proposta spiega i risultati in base a un effettivo spostamento della transizione di Mott, conseguenza di un auto-intrappolamento (*self-trapping*) dei bosoni [71],

dovuto alla presenza dei fermioni. In [71] l'hamiltoniana di Bose-Fermi viene diagonalizzata in una base ridotta che include stati in bande superiori fino ad una data energia massima, trattando separatamente bosoni e fermioni con l'introduzione di potenziali efficaci di reticolo che includono l'interazione interspecie in modo auto-consistente: essi sono pari a

$$V_{B,F}^{eff} = V_{ret}(\vec{r}) + g_{BF} \langle \hat{\Psi}_{F,B}^\dagger(\vec{r}) \hat{\Psi}_{F,B}(\vec{r}) \rangle.$$

Quello bosonico viene calcolato inizialmente per la densità dei fermioni non interagenti, la densità bosonica risultante sostituita nel calcolo del potenziale fermionico stesso.

Quando l'interazione è attrattiva, con occupazioni medie dei siti pari a $n_F = 1$ per i fermioni e $1 \leq n_B \leq 10$ per i bosoni, dalla diagonalizzazione si ottiene che le funzioni di Wannier dei fermioni sono fortemente localizzate in presenza dei bosoni, in maniera crescente. A sua volta, questa forte localizzazione dei fermioni fa sì che il potenziale efficace di confinamento percepito dai bosoni sia molto maggiore di quello dato dal semplice reticolo, per effetto dell'interazione; già per $n_B = 1$ la presenza di un fermione modifica il normale profilo di V_{ret} in maniera sensibile. Anche considerando il confinamento armonico della trappola negli esperimenti, l'effetto di auto-intrappolamento tende ad "attrarre" i bosoni nei siti occupati dai fermioni, aumentando l'effettiva occupazione media nel reticolo.

Descrivendo questo effetto in termini di una rinormalizzazione dei parametri U e t del sistema bosonico puro, vediamo che questi vanno a dipendere da n_B : in particolare, poiché t decresce più rapidamente di quanto cresca U [71], il rapporto t/U a confinamento del reticolo fissato V_0 viene ridotto. Lo spostamento del valore $(t/U)_c$ per la transizione così ottenuto risulta consistente con quelli osservati in [66, 67] nelle stesse condizioni.

Lo spostamento della transizione aumenta con n_B , lo stesso avviene al variare della lunghezza di diffusione a_{BF} per valori negativi crescenti in modulo. Anche in questo caso le previsioni si dimostrano in linea con quanto osservato in [68].

L'auto-intrappolamento fallisce però nel descrivere il risultato in caso di interazioni repulsive ($a_{BF} > 0$): esso prevederebbe uno spostamento della transizione sì piccolo, ma verso profondità di reticolo superiori, contrariamente ai dati in [68].

Proprio per quanto riguarda il caso repulsivo, un limite fondamentale di questa trattazione è il non tenere conto della possibile separazione di fase tra i gas della miscela. Si ha infatti che nello stato energeticamente favorevole al sistema, al di sopra di una certa lunghezza di diffusione interspecie positiva, i gas delle due specie si separano spazialmente all'interno della trappola a causa della repulsione (per ridurre la sovrapposizione).

Parallelamente all'ipotesi dell'auto-intrappolamento, un diverso approccio al problema è stato proposto in [70, 72] e successivamente testato con simulazioni numeriche in [73]. Secondo tale interpretazione lo spostamento della transizione è conseguenza di un *riscaldamento adiabatico* della miscela nel reticolo, ovvero a

effetti di temperatura finita.

L'osservazione di partenza è che le rampe di accensione del reticolo ottico (discusse nella sezione 4.2) non sottopongono il sistema ad una trasformazione realmente isoterma, ma vanno più correttamente descritte come processi a entropia fissata per la loro adabaticità. Vista la oggettiva difficoltà di misurare la temperatura dei gas atomici in un reticolo ottico, la verifica esatta di un eventuale riscaldamento o raffreddamento rispetto al caso non confinato è un'opzione ad oggi impraticabile. L'analisi della variazione di temperatura associata alla trasformazione isoentropica diventa per questo una operazione non banale, che richiede l'utilizzo della teoria. Una stima della temperatura nel reticolo si può avere ricavando l'andamento dell'entropia $S = S(T)$ nei due casi limite di atomi nella trappola semplice (trattata in approssimazione di Hartree-Fock-Bogoliubov-Popov) e all'interno di un reticolo ottico profondo (secondo il modello di Bose-Fermi-Hubbard) [70]. Imponendo quindi l'uguaglianza tra le due relazioni ottenute, come conseguenza dell'adiabaticità dell'accensione del reticolo che connette i due regimi, si ottiene la temperatura nel reticolo T_{fin} in funzione di quella iniziale T_{in} , sperimentalmente accessibile, sia per il caso bosonico puro che per la miscela Bose-Fermi.

Per un gas di bosoni interagenti a profondità di reticolo fissata esistono due regimi distinti, separati da una temperatura di soglia \bar{T} : al di sotto di essa si osserva un raffreddamento adiabatico del sistema al passaggio nel reticolo, l'opposto avviene per $T > \bar{T}$.

Rispetto al caso puro, l'aggiunta dei fermioni determina sempre un aumento della temperatura nel reticolo a parità di valore di partenza. Come mostrato nel grafico 4.9, il cambiamento dovuto alle impurezze è drastico quando per i bosoni sarebbe ottenuto un raffreddamento al passaggio nel reticolo: nelle condizioni sperimentali di [66, 67], a una temperatura iniziale di 90 nK e concentrazione di appena $N_F/N_B \sim 0.07$, la T finale nel reticolo per $s = 15$ è più alta del 67% rispetto a quando $N_F = 0$ [70, 72].

Possiamo intuire l'origine di questo comportamento ragionando in termini di stati accessibili al sistema nello spazio di Hilbert [73]: quando c'è forte attrazione tra bosoni e fermioni solo gli stati in cui entrambi occupano gli stessi siti sono energeticamente convenienti, similmente avviene in presenza di forte repulsione per quelli senza occupazione contemporanea di fermioni e bosoni. Nel complesso allora aumentando l'interazione si ha una riduzione dello spazio degli stati effettivo, che a temperatura costante corrisponde ad una diminuzione di entropia; ne segue che per mantenere quest'ultima stabile è necessario un aumento della temperatura.

Le conseguenze di questo meccanismo sugli osservabili rilevanti vengono stimate da simulazioni numeriche in campo medio, mirate al confronto con [66, 67, 68], sia in [72] che [73] con esiti analoghi.

Un primo risultato riguarda la visibilità, che riproduce bene qualitativamente quanto osservato negli esperimenti, come evidenziato dal grafico 4.10a. Notiamo che l'andamento riportato non è direttamente quello di \mathcal{V} , ma quello della frazione condensata N_c da cui tuttavia essa dipende in maniera monotona (entro l'appros-

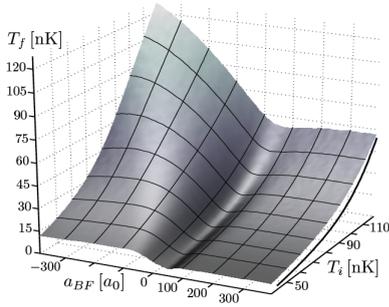


Figura 4.9: Grafico della temperatura finale T_f della miscela nel reticolo in funzione di quella iniziale T_i prima dell'accensione, al variare dell'interazione tra bosoni e fermioni per $s = 12$. La linea continua nera sulla destra nel grafico indica il comportamento nel caso bosonico puro, senza impurezze. Tratto da [72].

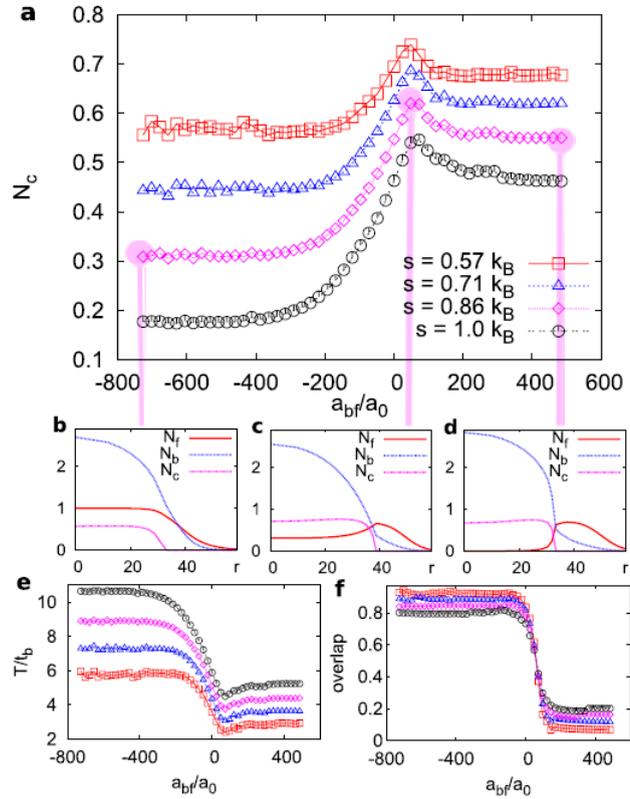


Figura 4.10: In alto a): frazione condensata del rubidio al variare dell'interazione interspecie per $V_0 = 12E_R$, per i diversi valori di entropia per particella s indicati. Gli inserti b), c) e d) riportano il profilo di densità nella direzione verticale per le tre condizioni evidenziate nel grafico in alto. Le figure e) e f) mostrano rispettivamente l'andamento della temperatura e quello della sovrapposizione rubidio-potassio al variare dell'interazione. Tratto da [73].

simazione di campo medio utilizzata per la risoluzione) [73]. La N_c raggiunge il valore massimo per interazioni interspecie vicine a zero, decrescendo con un profilo asimmetrico rispetto ad esso. L'asimmetria compare proprio a causa della separazione di fase, mostrata dall'andamento delle densità bosonica e fermionica in figura 4.10d, che si determina nel sistema per interazioni repulsive sufficientemente alte. Una peculiarità del comportamento ottenuto sta nel fatto che la decrescita di \mathcal{V} all'aumentare dell'interazione non è indefinita, ma satura per un valore finito di lunghezza di diffusione a_{BF} : per $a_{BF} > 0$ questa è un'altra conseguenza della separazione di fase; per $a_{BF} < 0$ invece è conseguenza del fatto che fermioni e bosoni vanno a disporsi negli stessi siti già per una interazione finita.

La posizione trovata per il massimo è in disaccordo con quella misurata sperimentalmente, centrata esattamente a interazione nulla. Una giustificazione della differenza può essere cercata nella non assoluta adiabaticità delle rampe di accensione, oppure come un effetto del sag gravitazionale differenziale tra le due specie,

non contemplato nella simulazione. Per sag gravitazionale si intende l'effetto che il potenziale gravitazionale lineare ha nei confronti di quello di trappola, consistente nello spostamento verticale del minimo di trappola visto dagli atomi che dipende dalla loro massa (come discusso nella sezione 3.7). Nella simulazione il massimo di N_c (e il minimo della temperatura) non coincide con lo $a_{BF} = 0$ come conseguenza del potenziale di trappola che, visto come identico dalle due specie, richiede una repulsione finita per permettere la separazione di fase. In effetti sperimentalmente le nubi di ^{87}Rb e ^{40}K sono già parzialmente separate ad interazioni nulle per effetto del sag.

4.3.2 Impurezze bosoniche

Quando le componenti A e B sono bosoni l'hamiltoniana è una buona approssimazione di quella del modello di Bose-Hubbard a due specie [63]

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \hat{H}_A + \hat{H}_B + U_{BA} \sum_i (\hat{n}_{B,i} - 1)(\hat{n}_{A,i} - 1) \\ & - t_b \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_j - t_a \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \sum_{i \text{quad} \alpha=a,b} \epsilon_{\alpha,i} \hat{n}_{\alpha,i} \\ & + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{\alpha=b,c} U_\alpha \hat{n}_{\alpha,i} (\hat{n}_{\alpha,i} - 1) + U_{ba} \sum_i (\hat{n}_{b,i} - 1)(\hat{n}_{a,i} - 1) \end{aligned} \quad (4.24)$$

dove \hat{H}_A e \hat{H}_B corrispondono alla (4.5) in termini degli operatori relativi alle due specie, detti \hat{a}_i e \hat{b}_i rispettivamente, con tunneling $t_{A,B}$ e interazione intra-specie $U_{A,B}$. Il termine aggiuntivo rappresenta l'interazione interspecie e dipende dagli operatori $\hat{n}_{A,i} = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$ e $\hat{n}_{B,i} = \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i$. L'energia associata è pari a U_{BA} , definita in maniera analoga alla (4.7) in termini della costante di accoppiamento interspecie $g_{BA} = \frac{2\pi\hbar^2}{\mu_{BA}} a_{BA}$, dove a_{BA} è la lunghezza di diffusione interspecie e $\mu_{BA} = M_A M_B / (M_A + M_B)$ la massa ridotta.

Il primo esperimento con miscele atomiche in un reticolo ottico su questo tipo di sistema è stato realizzato con il nostro apparato, nel 2008 [74].

Le condizioni sperimentali in [74] sono simili a quelle degli esperimenti discussi sulle miscele Bose-Fermi: 4×10^4 atomi di ^{87}Rb e un numero variabile di atomi di ^{41}K tra lo 0 e il 20% di quelli di rubidio, per entrambe le specie condensati senza frazione termica visibile, restano confinati nella trappola magnetica (millitrappola), al cui potenziale viene direttamente sovrapposto quello del reticolo ottico, acceso secondo una rampa esponenziale. Una sostanziale differenza dal caso Bose-Fermi è l'interazione tra le due specie, attrattiva per quest'ultimo e repulsiva per la miscela Bose-Bose nello stato $|2, 2\rangle$ (ricordiamo che $a_{Rb-K} \approx 160a_0$). In questo secondo caso quindi, la sovrapposizione era sì favorita dalle elevate frequenze di trappola, ma la forte repulsione interspecie causava un effetto di separazione di fase sensibile. Una stima di quantitativa ottenuta risolvendo l'equazione di Gross-Pitaevskii per

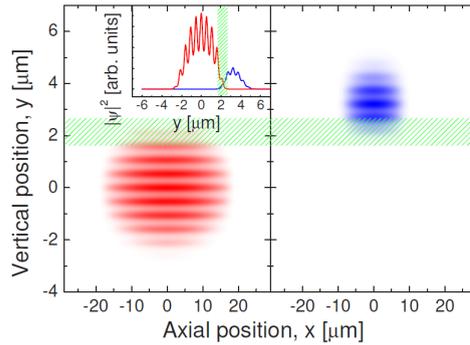


Figura 4.11: Distribuzione delle densità in direzione verticale ottenuta risolvendo la GPE a due specie per il rubidio (sinistra, in rosso) e il potassio (destra, in blu), all'interno della millitrappola. Tratto da [74].

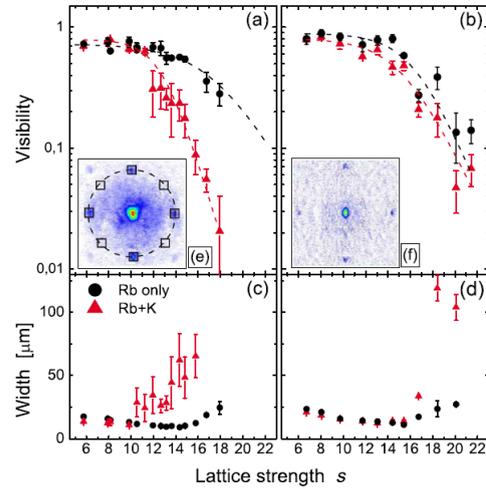


Figura 4.12: La figure a), b) riportano il comportamento della visibilità del rubidio con (rosso) e senza (nero) potassio, al variare della profondità di reticolo; la a) si riferisce al caso in cui c'è una sovrapposizione parziale tra rubidio e potassio, la b) a quando la sovrapposizione è del tutto assente. Le figure c) e d) mostrano invece l'andamento della larghezza del picco centrale nelle stesse condizioni. Gli inserti e) e f) mostrano due immagini del rubidio e del potassio rispettivamente. Tratto da [74].

la miscela, restituisce per le densità in trappola la disposizione mostrata in figura 4.11: solo le estremità dei condensati sono effettivamente sovrapposte, per pochi micrometri.

In gas atomici con interazione a corto raggio (praticamente locale), a una scarsa sovrapposizione dovrebbe corrispondere, intuitivamente, un effetto di interazione altrettanto marginale tra le due componenti. Alla luce di questa considerazione, l'andamento degli osservabili riportato in figura 4.12 rappresenta un risultato inatteso. La visibilità decresce in modo sensibilmente più rapido in presenza di un ridotto numero di impurezze di potassio, anche con la minima sovrapposizione prevista (solo il 10% dei siti reticolari occupati da entrambe le specie). Analogamente la larghezza del picco centrale assume valori crescenti già per $s \gtrsim 10$, molto al di sotto del valore critico per la transizione nel caso puro.

Prima del presente lavoro di tesi non era disponibile uno studio della transizione di Mott in miscele bosoniche al variare dell'interazione analogo a quello visto per le impurezze fermioniche. Anche per quanto riguarda i lavori teorici, l'unico riferimento specifico per il problema nella miscela Bose-Bose è una interpretazione del comportamento del sistema dal punto di vista polaronico [75]; questo modello ha però validità limitata solo a condizioni di interazioni intermedie. Ad esso fa

riferimento l'unico altro lavoro sperimentale sulla transizione di Mott con due specie bosoniche [76], ottenuta però in tal caso non con una specie distinte ma da una miscela di atomi di ^{87}Rb in diversi stati iperfini.

In conclusione, nonostante l'assenza in letteratura di trattazioni teoriche della transizione di Mott con impurezze bosoniche dal punto di vista discusso in [71] e [72, 73], in particolare il meccanismo del riscaldamento adiabatico non sembra dipendere sensibilmente dalla statistica delle impurezze e può ragionevolmente essere esteso più in generale.

Capitolo 5

Risultati sperimentali

Nel presente capitolo vengono riportati i risultati finali ottenuti nell'ambito del lavoro di tesi. Procederemo prima esponendo le problematiche principali incontrate nella realizzazione dell'esperimento, presentando alcuni miglioramenti apportati all'apparato. In seguito verrà fornita una descrizione delle procedure sperimentali utilizzate, premessa necessaria all'analisi dei risultati, cui è dedicata l'ultima parte del capitolo.

L'obiettivo del nostro lavoro è l'analisi della transizione di Mott all'interno di un reticolo ottico 3D di una specie bosonica maggioritaria (^{87}Rb) in presenza di un numero variabile di impurezze bosoniche di una diversa specie (^{41}K), al variare delle interazioni esistenti tra le due componenti. Questo come superamento dei risultati già ottenuti con il nostro apparato sperimentale in [74], limitati dalla separazione di fase esistente per forte repulsione, a verifica della possibile validità per miscele Bose-Bose dei meccanismi di riscaldamento adiabatico previsti in [72] e [73] per quelle Bose-Fermi.

Per questo abbiamo seguito due direzioni specifiche: il comportamento del sistema è stato caratterizzato, osservando la visibilità dei massimi di interferenza e la larghezza del picco centrale, al variare della lunghezza di diffusione interspecie per diverse profondità del reticolo ottico; in seguito abbiamo testato come i risultati cambiassero in base alla specifica procedura utilizzata per la creazione della miscela interagente nel reticolo.

Dalla sezione 1.3 sappiamo che per il controllo dell'interazione le due specie devono trovarsi nei rispettivi stati iperfini $|F = 1, m_F = 1\rangle$, per i quali esistono risonanze di Feshbach a campo magnetico sufficientemente basso: questo determina una serie di correzioni da apportare alla procedura sperimentale rispetto a quella utilizzata in [74].

Una sostanziale differenza è l'impossibilità dell'utilizzo di un intrappolamento magnetico, in quanto gli atomi di ^{87}Rb e ^{41}K nello stato $|1, 1\rangle$ sono high-field seekers. La conseguente necessità di lavorare nella trappola ottica, da una condizione di partenza con gli atomi di entrambe le specie nello stato $|F = 2, m_F = 2\rangle$, porta con

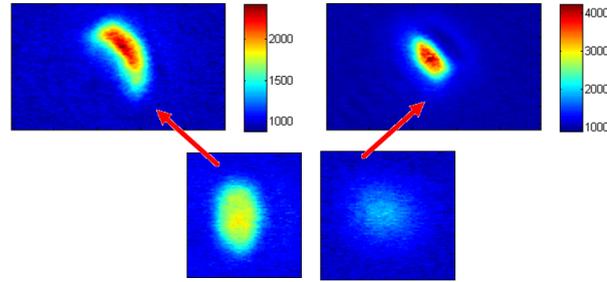


Figura 5.1: Forma delle nubi condensate nello stato $|2, 2\rangle$, viste lateralmente, in espansione dalla trappola ottica asimmetrica: sia il potassio (sinistra) che il rubidio (destra) evidenziano una deformazione causata dalla separazione di fase esistente nella trappola per forti interazioni repulsive. Gli inserti nella parte inferiore mostrano invece come appaiono le nubi quando una delle due specie (il rubidio) non è condensata e la densità ridotta non rende energeticamente conveniente la separazione di fase nel sistema. La scala cromatica a lato delle immagini indica la corrispondenza con i conteggi della CCD.

sé due principali ostacoli alla realizzazione di una miscela degenera rubidio-potassio in $|F = 1, m_F = 1\rangle$:

- **Trasferimento di stato interno degli atomi:** precedentemente discusso nella sezione 3.8, cui rimandiamo. È stato risolto riducendo la durata dell'operazione, principalmente grazie al nuovo schema di trasferimento per il potassio.
- **Compensazione del sag gravitazionale differenziale:** la frequenza di intrappolamento verticale nella trappola di dipolo è sensibilmente inferiore a quella in millitrappola ($\nu_{vert} \approx 70$ Hz contro $\nu_{vert} \approx 200$ Hz) e costituisce un limite intrinseco alla realizzazione di una buona sovrapposizione tra i condensati di rubidio e potassio a causa del maggiore sag gravitazionale differenziale. In particolare, si avrebbe un ulteriore allontanamento dei centri delle due specie rispetto a quello in [74].

Nel tentativo di ovviare a questo secondo problema siamo ricorsi a due modifiche principali, una riguardante l'apparato e l'altra la procedura sperimentale.

Per prima cosa abbiamo installato un telescopio cilindrico lungo il cammino ottico del fascio laser assiale della trappola di dipolo, con lo scopo di renderlo ellittico: a una riduzione del waist nella direzione verticale w_0^{vert} corrisponde infatti un aumento proporzionale della frequenza di trappola nella stessa direzione ($\nu_{vert} \propto 1/w_0^{vert}$). In questo modo w_0^{vert} è stato ridotto da 80 a 38 μm .

In seguito, per massimizzare l'effetto di confinamento verticale dato dall'ellitticità del fascio assiale, si è scelto di modificare la sequenza di evaporazione in trappola ottica con la quale viene portato alla degenerazione quantistica il rubidio (e quindi il potassio simpateticamente). Ricordiamo che essa consiste nella progressiva riduzione delle potenze dei fasci di trappola, secondo un profilo esponenziale nel tempo, corrispondente a un rilassamento del confinamento dipolare dato dai laser.

In precedenza per l'evaporazione la potenza veniva ridotta proporzionalmente nei due fasci di trappola, risultando in un profilo armonico simmetrico alla fine dell'evaporazione. Nella nuova sequenza questa avviene prevalentemente a scapito del fascio radiale, la cui potenza finale è inferiore al 10% di quella iniziale, mentre quella del fascio assiale ellittico è poco meno che dimezzata: nelle condizioni finali ($P_{rad} \ll P_{ass}$) la trappola è quindi fortemente asimmetrica, determinando un profilo della nube atomica più schiacciato verticalmente ed esteso orizzontalmente, in particolare nella direzione radiale dove il confinamento è molto ridotto.

Nella nuova trappola asimmetrica le frequenze armoniche misurate sperimentalmente per il rubidio sono: $\nu_{vert} \approx 120$ Hz, $\nu_{ass} \approx 60$ Hz, $\nu_{rad} \approx 20$ Hz.

La misura delle frequenze si realizza nel seguente modo: gli atomi in trappola vengono messi in oscillazione esercitando una rapida e intensa variazione di campo magnetico, generato dalle bobine di shim, lungo la direzione della frequenza che si intende misurare (assiale, radiale o verticale); successivamente si attende un tempo variabile, al termine del quale gli atomi vengono rilasciati (spegnendo istantaneamente i potenziali ottici) e se ne acquisisce un'immagine in espansione dopo un tempo fissato. Rilevando la posizione della nube corrispondente a diversi tempi di attesa in trappola, si ricava il profilo dell'oscillazione e quindi la frequenza della stessa.

Una conseguenza visibile dell'effetto combinato delle modifiche apportate si può osservare dalle immagini in figura 5.1, dove vediamo come i condensati delle due specie in espansione si deformano per effetto dell'interazione reciproca e della conseguente separazione di fase nello stato $|2, 2\rangle$. A conferma del fatto che la peculiare forma dei condensati in espansione sia un effetto dell'interazione, gli inserti nella parte inferiore della 5.1 evidenziano che quando una delle due specie non è condensata (il rubidio in figura), e la sua densità è quindi minore, la deformazione viene meno e la distribuzione delle nubi corrisponde semplicemente a: una gaussiana simmetrica per la specie termica; una distribuzione di Thomas-Fermi in espansione, con la caratteristica ellitticità invertita rispetto alla asimmetria della trappola, per la specie condensata. Un comportamento simile si osserva lasciando espandere i gas condensati direttamente dalla millitrappola, mentre non era mai stato osservato a partire dalla trappola di dipolo precedentemente alle modifiche apportate.

5.1 Procedura sperimentale e controllo dell'interazione

In questa sezione discutiamo in dettaglio le varie procedure sperimentali utilizzate per le misure esposte in seguito, motivando le scelte effettuate durante lo sviluppo di quella ottimale. Per cominciare riepiloghiamo brevemente le fasi iniziali della procedura, descritte nel Capitolo 3 e comuni a tutte le acquisizioni.

Gli atomi di ^{87}Rb e ^{41}K vengono caricati e preraffreddati separatamente nelle rispettive 2D-MOT e inviati dai due fasci di spinta al centro della camera prin-

cipale, dove la prima fase di raffreddamento avviene all'interno della 3D-MOT; seguendo quindi una rapida compressione (CMOT) e pochi millisecondi di ulteriore raffreddamento in una melassa ottica, gli atomi vengono pompati otticamente nello stato $|F = 2, m_F = 2\rangle$. A questo punto vengono spenti tutti i fasci di raffreddamento e ripompaggio e si passa al confinamento puramente magnetico dato dalle bobine di quadrupolo, già utilizzate per la 3D-MOT a valori inferiori di corrente, che traslando in direzione assiale portano gli atomi nella regione centrale della millitrappola in 600 ms. Una volta trasferiti gli atomi in millitrappola spegnendo il campo di quadrupolo lentamente, il rubidio viene sottoposto a una prima fase di evaporazione forzata (inducendo la transizione iperfine $|2, 2\rangle \rightarrow |1, 1\rangle$ con una opportuna frequenza variabile nelle microonde). Il raffreddamento evaporativo ha effetto anche sul potassio simpateticamente e porta la miscela fino a temperature dell'ordine del μK .

Per passare dalla trappola magnetica a quella di dipolo, immediatamente al termine dell'evaporazione, i fasci laser di trappola vengono accesi e portati fino al valore massimo di potenza (1.7 W per l'assiale e 1.2 W per il radiale, misurate in ingresso alla camera da vuoto) in 10 ms; quindi con una rampa lineare di 70 ms viene portata a zero la corrente nella trappola magnetica. All'interno della trappola di dipolo ha luogo la parte finale dell'evaporazione, della durata complessiva di 2 secondi, abbassando la potenza fino a raggiungere la condizione di trappola asimmetrica descritta all'inizio del capitolo. Notiamo che il valore finale esatto viene scelto ottimizzando la degenerazione della miscela e dipende dalle condizioni sperimentali (principalmente dal numero di atomi di rubidio e potassio, da temperatura e densità all'inizio dell'evaporazione).

Durante l'evaporazione viene nuovamente accesa la corrente nelle bobine di quadrupolo della 3D-MOT, questa volta in configurazione Helmholtz e alimentate dal generatore Kepco, portando in 100 ms il campo magnetico a ≈ 71.10 G. Tale valore è stato scelto in modo da avere, al termine della rampa lineare di $\Delta B = 360$ mG impiegata per il trasferimento di stato interno del ^{87}Rb , esattamente il campo magnetico per cui si annulla l'interazione interspecie nello stato $|1, 1\rangle$ ($B = 71.46$ G); in questo modo al termine dei trasferimenti di stato iperfine le due specie della miscela non interagiscono fra loro e sono libere di redistribuirsi nella trappola, a partire dalla condizione di separazione di fase esistente inizialmente per la repulsione ^{87}Rb - ^{41}K in $|2, 2\rangle$.

Questi ultimi avvengono al termine dell'evaporazione, come detto nella sezione 3.8: il rubidio viene trasferito per primo, in 5 ms, dopo i quali gli atomi rimasti nello stato $|2, 2\rangle$ vengono rimossi inviando un impulso di $500 \mu\text{s}$ proveniente dalla sorgente di raffreddamento (quasi-risonante con la transizione $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$); a seguire viene inviato sugli atomi un impulso- π di $4 \mu\text{s}$ dei fasci Raman necessari al trasferimento del potassio.

Il campo magnetico per il controllo dell'interazione tramite le risonanze di Feshbach viene realizzato con le bobine di quadrupolo, alimentate nella stessa configurazione utilizzata in precedenza per i trasferimenti di stato. Nota la relazione

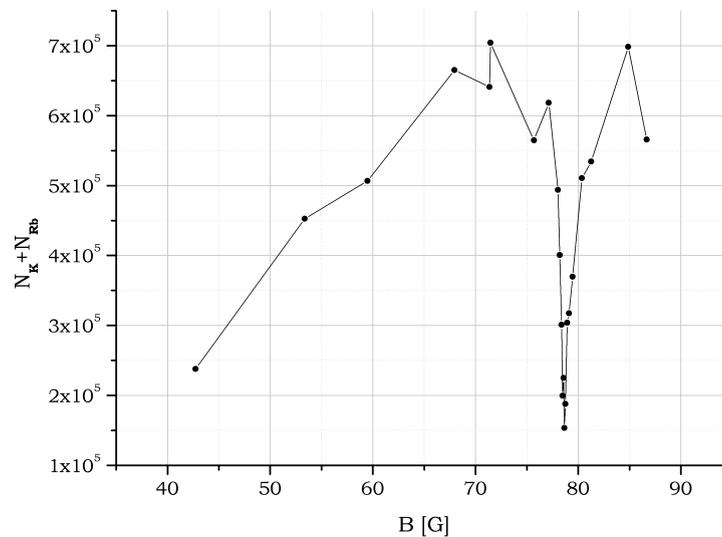


Figura 5.2: Numero di atomi di rubidio e potassio misurato (dalle immagini in espansione), in seguito al trasferimento nello stato $|1, 1\rangle$, dopo 500 ms di permanenza in trappola ottica a diversi valori di campo magnetico B .

tra voltaggio V applicato ai capi delle bobine e campo magnetico B applicato agli atomi, a partire dalla calibrazione da noi effettuata per cui $B = (18.006 \times V[\text{V}] - 8.76)$ G, per verificare la corretta corrispondenza tra lunghezza di diffusione e campo magnetico abbiamo proceduto osservando le perdite nella miscela al variare del campo magnetico applicato.

Ricordiamo infatti che all'aumentare della lunghezza di diffusione e in particolare in un intorno delle risonanze, aumenta anche la probabilità di collisioni a tre corpi, che possono causare l'uscita dalla trappola degli atomi coinvolti a causa dell'energia rilasciata nell'urto.

Per misurare quantitativamente le perdite al variare del campo, realizzando con la procedura appena esposta nubi termiche ($T \gtrsim 200$ nK) di potassio e rubidio nello stato $|1, 1\rangle$, abbiamo portato il campo magnetico al valore desiderato in 20 ms e lasciato che le due specie interagissero all'interno della trappola per 500 ms, prima di lasciarle espandere e acquisirne un'immagine in assorbimento. Il rapporto nel numero di atomi tra potassio e rubidio scelto al momento della misura era pari a $N_K/N_{Rb} \sim 0.3$ circa.

Nel grafico così ottenuto per i diversi valori di B , in figura 5.2, il numero di atomi nella miscela diminuisce effettivamente in corrispondenza dei campi associati alle due risonanze di Feshbach osservate in [36], in accordo con quanto atteso; il diverso profilo delle perdite riscontrato nei rispettivi intorni è appunto conseguenza

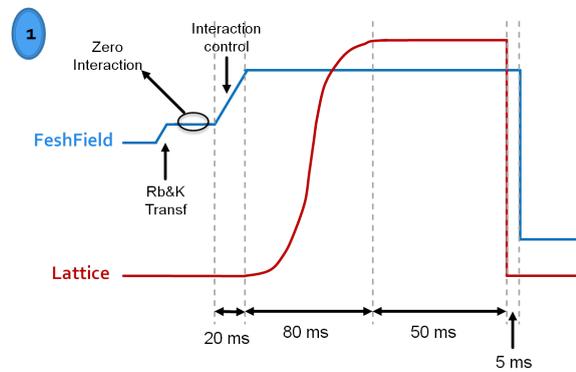


Figura 5.3: Procedura utilizzata per l'acquisizione delle prime serie di dati sperimentali (la suddivisione nelle varie fasi non è in scala sui tempi, per i quali bisogna fare riferimento ai valori riportati in basso). In blu il comportamento del campo magnetico di controllo Feshbach, in rosso il reticolo ottico.

della loro diversa larghezza (figura 1.2).

Come anticipato, il lavoro realizzato è consistito in due tipi diversi di caratterizzazione.

La prima è riferita al comportamento del sistema ottenuto secondo le procedure di creazione tipiche oggi impiegate negli esperimenti sulle miscele di atomi ultrafreddi in reticoli ottici, la sequenza delle operazioni è quella indicata schematicamente in figura 5.3.

Dopo i trasferimenti gli atomi vengono portati alla lunghezza di diffusione interspecie a_{Rb-K} assegnata variando il campo magnetico fino al valore ad essa corrispondente, a partire dagli iniziali 71.46 G, nel tempo fissato di 20 ms.

La particolare posizione di partenza scelta (intersezione con lo zero della curva $a_{Rb-K}(B)$) è compresa tra le due risonanze, permette quindi di passare da interazioni attrattive a repulsive con continuità: questo garantisce che nel corso dell'esperimento non si formino molecole rubidio-potassio di tipo debolmente legato, come può avvenire attraversando una risonanza di Feshbach dal suo lato repulsivo a quello attrattivo.

Una volta portati gli atomi alla condizione di interazione voluta, viene acceso il reticolo ottico 3D con una rampa della durata di 80 ms, dal profilo a S (esponenziali con diversa concavità nelle metà iniziale e finale, risultanti nell'andamento mostrato in figura); dopo una attesa di 50 ms tutti i fasci di dipolo (reticolo+trappola) vengono spenti istantaneamente e si acquisisce una immagine degli atomi dopo 16.5 ms di tempo di volo. La direzione scelta per la rivelazione è quella orizzontale. La rampa di accensione utilizzata per il reticolo è stata ottimizzata per essere adiabatica rispetto al massimo valore di profondità scelto nelle misure: dai 100 ms di durata; il profilo a S tiene conto della possibilità di eccitare gli atomi in bande superiori alla prima negli istanti iniziali e di indurre eccitazioni per effetti di interazione negli istanti finali per i reticoli più profondi, minimizzando la probabilità di

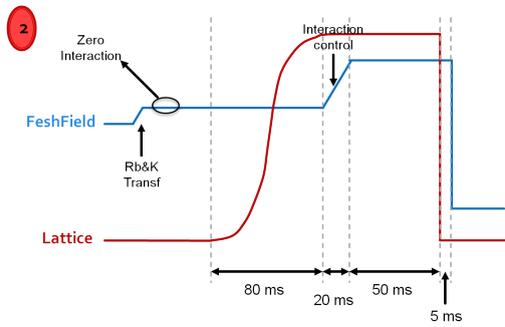


Figura 5.4: Sequenza delle operazioni per la Procedura Alternativa (2).

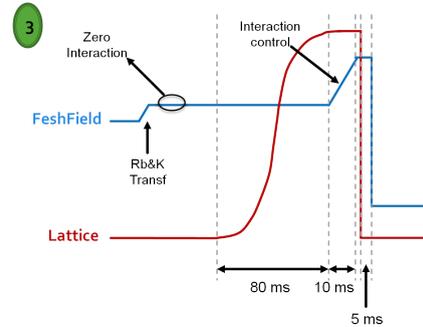


Figura 5.5: Sequenza delle operazioni per la Procedura Veloce (3).

entrambi i processi.

Il tempo di attesa nel reticolo è stato scelto per essere superiore o almeno dell'ordine del tempo di tunneling $\tau_{tunn} = \hbar/t$ (t è appunto l'energia di tunneling della hamiltoniana di Hubbard del sistema), per tutti i valori di s del reticolo.

Perché i fasci laser usati per la rivelazione risultino quasi-risonanti per la transizione atomica di raffreddamento è necessario spegnere il campo magnetico esterno. Tuttavia notiamo che a campo nullo la lunghezza di diffusione interspecie è pari a $650a_0$, positiva e tale da indurre una repulsione maggiore di quella nello stato $|2, 2\rangle$ stesso: spegnendo anche il campo magnetico insieme ai potenziali ottici abbiamo osservato che l'interazione è tale da produrre una deformazione delle nubi in espansione che non corrisponde al reale comportamento all'interno della trappola. Per eliminare questo effetto il campo magnetico viene spento 5 ms dopo la trappola e il reticolo, sufficienti a far sì che si abbiano contemporaneamente: tempi superiori a quelli di risposta del circuito di stabilizzazione del campo, in modo tale che il campo al momento della rivelazione sia già nullo; gli atomi delle due specie abbastanza separati e diluiti da poter considerare l'espansione dalla trappola come libera e indipendente tra le due componenti.

La seconda parte del lavoro ha riguardato delle misure preliminari per caratterizzare come diverse sequenze per la creazione del sistema nel reticolo modificano il comportamento osservato. Nello specifico abbiamo considerato tre diverse sequenze, che definiremo:

1. **Procedura Tipica:** analoga a quella delle prime serie di dati, con l'unica differenza dei 70 ms di attesa a reticolo alto prima dello spegnimento, a fronte dei 50 scelti in precedenza.
2. **Procedura Alternativa:** in cui prima viene acceso il reticolo ottico e alla fine della sua accensione viene modificato il campo magnetico, con una rampa lineare in 20 ms. Gli atomi restano ancora nel reticolo al valore di interazione scelto, quindi vengono lasciati espandere. I tempi di ogni singola operazione restano gli stessi di quelli nella procedura 1.

3. **Procedura Veloce:** correzione della procedura 2, da cui differisce perché gli atomi non vengono mantenuti nel reticolo dopo la sua accensione.

Il tempo di permanenza nel reticolo ottico è identico fra le prime due procedure, per isolare eventuali effetti di decoerenza indotti da quest'ultimo.

Uno dei motivi di interesse in questo tipo di caratterizzazione, a cui faremo riferimento nell'ultima sezione del capitolo, è la possibilità offerta dagli atomi ultrafreddi di osservare la dinamica di un sistema a molti corpi. Questa è una prerogativa importante nel contesto della simulazione quantistica, difficilmente o del tutto non implementabile in altri sistemi fisici.

5.2 Risultati e analisi dati

Prima di esporre i risultati, presentiamo in sintesi come sia stata effettuata l'analisi dati.

Sulle immagini in assorbimento vengono realizzati dei fit, con una doppia gaussiana (bimodale) per ogni picco di interferenza fino al primo ordine (5 bimodali totali). Dal volume complessivo della funzione di fit si ottiene una stima del numero di atomi nel sistema. Il numero di atomi nei picchi di secondo ordine, gli unici altri visibili nelle immagini a causa dell'involuppo della funzione di Wannier nell'andamento, è trascurabile con buona approssimazione.

Il fit bimodale permette di estrarre informazioni aggiuntive sulla frazione condensata del gas, legata al rapporto tra i volumi delle due gaussiane; quella con waist maggiore è associata alla parte non condensata del gas.

I parametri liberi del fit a doppia gaussiana del singolo picco sono:

- Le coordinate del centro (2 parametri): imposte coincidenti per le due curve;
- L'ampiezza (2 parametri): indipendente per le due gaussiane e libera di differire tra i picchi dello stesso ordine;
- Il waist nelle direzioni x e y : imposti uguali a direzione fissata per tutti i picchi del primo ordine (quelli usati per il calcolo della visibilità). In totale quindi sono sufficienti 8 parametri, 4 (x e y per 2 gaussiane) per i picchi del primo ordine e altri 4 per quello centrale.

A questi si aggiunge una costante di offset nella funzione complessiva, per tenere conto del segnale di fondo variabile da immagine a immagine.

La visibilità $\mathcal{V} = (n_{max} - n_{min}) / (n_{max} + n_{min})$ viene estratta dalle immagini nel modo descritto in sezione 4.2. Nello specifico, il calcolo della densità ottica massima n_{max} e minima n_{min} avviene mediando quella misurata su regioni di 3×3 pixel, scelte prendendo come riferimento per le posizioni dei massimi le coordinate dei picchi di interferenza risultato del fit.

Il waist considerato nei grafici è quello del picco condensato centrale. Essendo le immagini rilevate lateralmente, per riportare la misura del waist alle dimensioni fisiche, ricordiamo che in esse 1 pixel corrisponde a $\approx 3.2 \mu\text{m}$.

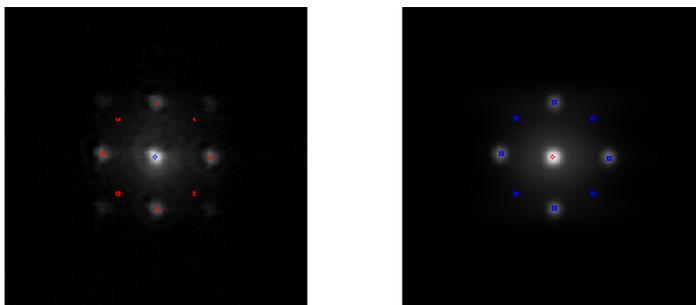


Figura 5.6: A sinistra: Immagine in assorbimento del gas di rubidio, in espansione dal reticolo ottico di profondità $s = 12$, per interazione nulla con il potassio ($a_{Rb-K} \approx 0$). A destra: Risultato del fit corrispondente. In entrambe le immagini le regioni colorate indicano quelle effettivamente impiegate per ricavare la visibilità.

5.2.1 Risultati con la Procedura Tipica

Riepiloghiamo le condizioni di partenza del sistema al momento delle acquisizioni, monitorate periodicamente durante la presa dati evitando di accendere il reticolo ottico durante il ciclo dell'esperimento:

nella trappola ottica asimmetrica si hanno $6 - 8 \times 10^4$ atomi di ^{87}Rb e una frazione di impurezze (atomi di ^{41}K) variabile tra $N_K/N_{Rb} \approx 0.1$ e 0.3 , con entrambe le componenti a temperature inferiori ai 100 nK e condensate al $\sim 50\%$.

In tali condizioni l'occupazione massima di atomi di rubidio su un singolo sito reticolare per $s = 15$, considerata secondo il modello a tunneling nullo ($t = 0$), risulta essere pari a $n_{Rb} = 3$.

I grafici in figura 5.7 e 5.8 mostrano i risultati sul rubidio per le 4 profondità di reticolo considerate, scelte in modo da avere: impurezze quasi-libere e specie maggioritaria in fase superfluida ($s = 5$); entrambe le componenti puramente superfluide ($s = 8$); specie maggioritaria nei pressi della transizione a isolante, con impurezze superfluide ($s = 12$); specie maggioritaria già parzialmente nella fase isolante ($s = 15$). I valori di s riportati, dove non esplicitamente indicato, si riferiscono sempre al rubidio. Nei grafici ciascun punto corrisponde alla media su un numero di acquisizioni compreso tra 4 e 6, mentre le barre d'errore indicano la deviazione standard associata al set di valori mediati.

Quando $a_{Rb-K} = 0$, i valori di visibilità osservati per $s = 5, 12$ corrispondono a quelli ottenuti in assenza di potassio nelle stesse condizioni di trappola, temperatura e frazione condensata; per gli altri s non disponiamo di un termine di confronto analogo. A causa dell'impossibilità di rimuovere selettivamente il potassio nel corso della procedura, infatti, le misure per il solo ^{87}Rb vanno acquisite in una serie dati distinta da quelle sulla miscela: le condizioni sperimentali del rubidio (prima dell'accensione del reticolo) in queste ultime risultano però confrontabili solo con quelle osservate per le due profondità di reticolo citate, mentre si differenziano da quelle nei casi di $s = 8$ e 15 .

Più in generale infatti, i dati alle profondità di reticolo $s = 5, 12$ e $s = 8, 15$ non

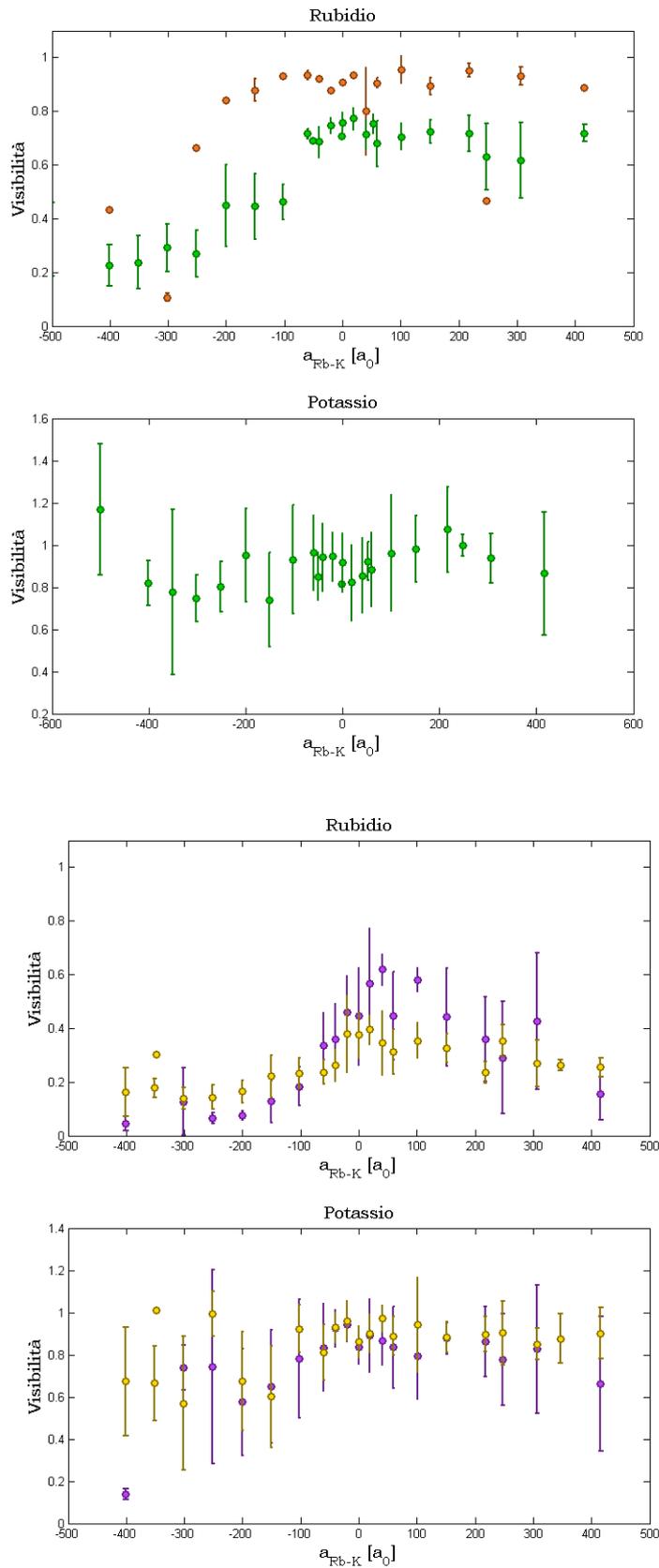


Figura 5.7: Visibilità del ^{87}Rb e del ^{41}K (indicato in testa al grafico), al variare della lunghezza di diffusione interspecie $a_{\text{Rb-K}}$ durante l'accensione e la permanenza del reticolo, per reticoli a $s = 5$ (arancione), 8 (viola), 12 (verde) e 15 (giallo).

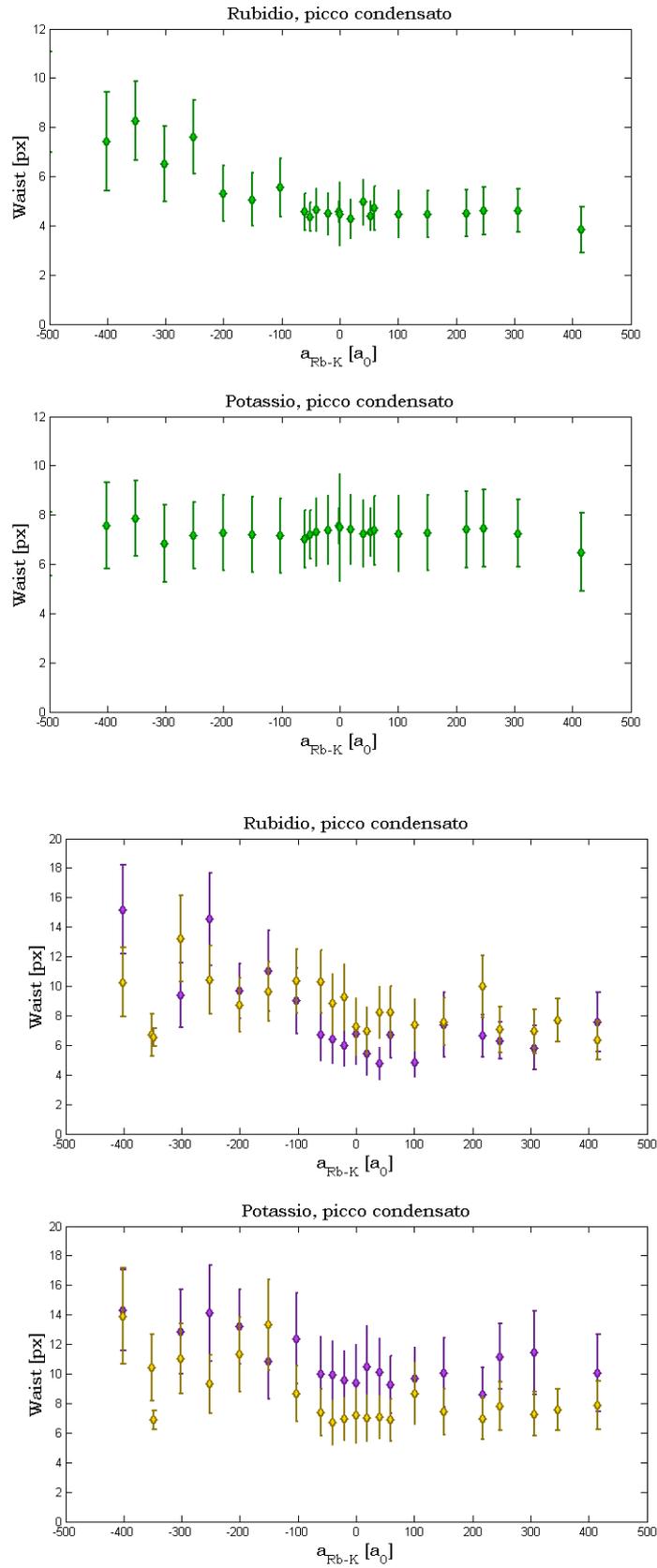


Figura 5.8: Waist del picco condensato centrale del ^{87}Rb e del ^{41}K (indicato in testa al grafico), al variare della lunghezza di diffusione interspecie a_{Rb-K} durante l'accensione e la permanenza del reticolo, per le profondità di potenziale $s = 8$ (viola), 12 (verde) e 15 (giallo).

sono fra loro direttamente confrontabili a causa delle diverse condizioni sperimentali in cui le relative misure sono state realizzate. La temperatura (ricavata da immagini di entrambe le specie acquisite senza accendere il reticolo ottico) durante l'esperimento è mediamente superiore per i due secondi set di dati, rispetto ai primi due; la frazione condensata è minore e con essa l'ampiezza del segnale di interferenza. Questo effetto può essere imputato a una minore efficienza del trasferimento del potassio nello stato $|1, 1\rangle$, con conseguente riscaldamento della miscela per le collisioni di atomi di rubidio e potassio in stato misto.

Il comportamento qualitativo al variare dell'interazione resta comunque consistente fra tutte le misure, con una spiccata asimmetria nel comportamento degli osservabili tra repulsione e attrazione interspecie.

Per interazioni attrattive la visibilità decresce vistosamente già per $|a_{Rb-K}| \approx 10a_0$, fino a diminuire del 70% per $|a_{Rb-K}| \approx 400a_0$. L'effetto a deboli interazioni dipende sensibilmente dalla profondità del reticolo, mentre con accoppiamento interspecie fortemente attrattivo satura a valori vicini allo zero per tutti gli s .

Molto diverso è invece l'andamento dal lato repulsivo, come atteso a causa della separazione di fase esistente in tal caso. Nei dati con temperature in partenza inferiori ($s = 5, 12$), la diminuzione della visibilità è molto ridotta e dello stesso ordine per tutte le a_{Rb-K} positive. L'effetto è invece più sensibile nelle due altre condizioni, per $s = 8$ in particolare, quando la visibilità di picco è ancora relativamente alta, il valore si riduce di almeno due terzi. Più che alla maggiore profondità del reticolo, sembra corretto ricondurre questa diminuzione apprezzabile alla diversa temperatura, ricordando come la separazione di fase riguardi solamente i condensati: temperature maggiori e frazioni condensate inferiori vanno ad accrescere l'estensione spaziale e la popolazione delle nubi termiche di rubidio e potassio, separate per il sag gravitazionale, incrementando quindi la probabilità di interazione nella miscela.

Nel complesso, la massima variazione di visibilità con l'interazione si ottiene per profondità di reticolo intermedie. Quando $V_0 = 5E_R$ si osserva perdita di coerenza solo per forte attrazione; per $V_0 \geq 8E_R$ il profilo di decrescita asimmetrica intorno ad $a_{Rb-K} = 0$ resta sostanzialmente lo stesso, modulato in base al valore massimo di visibilità raggiunto e quindi più o meno pronunciato.

Speculare al comportamento della visibilità è quello della larghezza del picco centrale condensato: esibisce un deciso aumento per interazioni attrattive a tutte le profondità di reticolo, tranne che per $s=5$ quando non si riscontra alcun andamento ben definito. Ad ogni profondità di reticolo fissata l'andamento è sostanzialmente lineare per piccole interazioni attrattive; per $|a_{Rb-K}| > 100a_0$, dove anche negli esperimenti sulle miscele Bose-Fermi diventano rilevanti i processi a tre corpi, è molto più difficile definire un andamento e l'unica caratteristica evidente è un globale aumento della larghezza del picco.

Il waist resta invece pressoché invariato all'aumentare dell'interazione verso lunghezze di diffusione repulsive. L'ipotesi avanzata in precedenza, che la maggiore interazione osservata dal lato repulsivo per $s = 8, 15$ sia associata alla componente

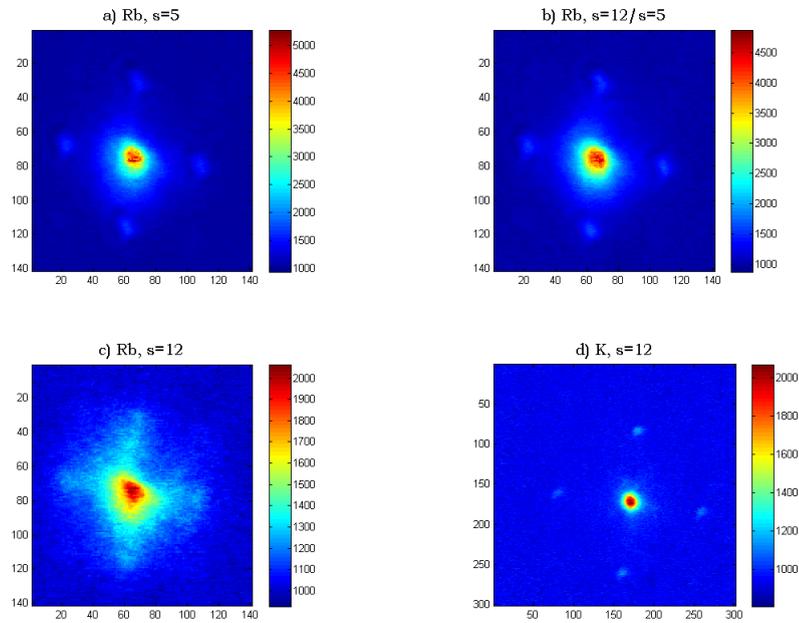


Figura 5.9: Immagini in espansione, per $a_{Rb-K} = 200a_0$, rispettivamente del: a) rubidio a $s = 5$; b) rubidio, dopo aver portato il reticolo prima a $s = 12$ e quindi averlo riabbassato a $s = 5$ prima dello spegnimento; c) rubidio a $s = 12$; d) potassio nelle stesse condizioni dell'immagine c). La lieve distorsione del profilo di densità in alto a destra del picco centrale in tutte le immagini del rubidio è dovuta alla presenza del potassio, per la repulsione interspecie. Nelle immagini sugli assi sono riportate le dimensioni in pixel dell'immagine, mentre la scala cromatica riportata a lato è proporzionale alla densità ottica.

non condensata della miscela, sembra confermata dall'assenza di un diretto analogo di questo effetto in termini della larghezza del picco (condensato) centrale.

Finora abbiamo discusso solamente i grafici riferiti al rubidio, tralasciando quelli del potassio per cui i picchi di interferenza risultano comunque visibili (ad esempio, figura 5.9d). Solo a $s = 8, 12$ e 15 il potassio manifesta un comportamento chiaro in termini di visibilità, che ricalca qualitativamente quello del rubidio. Questo tenendo conto di una perdita di coerenza meno significativa, attesa a causa del minore confinamento percepito dalle impurezze di potassio a parità di reticolo ottico ($s_{Rb}/s_K \approx 2.3$).

Successivamente alle misure della prima parte abbiamo verificato l'adiabaticità delle rampe di accensione utilizzate, nonché la reversibilità dei meccanismi alla base del comportamento osservato per visibilità e waist, considerando tre variazioni della Procedura Tipica. In un caso il reticolo veniva portato normalmente fino a $s = 12$, secondo la sequenza in figura 5.3, e mantenuto nel reticolo per 80 ms; nel secondo caso il valore finale era $s = 5$; nel terzo e ultimo caso, dopo aver portato il reticolo a $s = 12$ come in precedenza, dopo un tempo di attesa di 40 ms questo veniva riabbassato a $s = 5$ in ulteriori 40 ms prima dello spegnimento. La scelta della tempistica di ciascuna variazione di procedura è stata fatta in modo che il

tempo totale di permanenza nel reticolo fosse uguale per tutte e tre. La visibilità osservata per $s = 12$ è inferiore a quella degli altri due casi, che coincidono perfettamente fra loro sia a lunghezze di diffusione positive che piccole in modulo; solo nel caso fortemente attrattivo si discostano leggermente, restando comunque ben separate dal valore per $s = 12$. Un esempio di immagini in espansione è riportato in figura 5.9.

5.2.2 Confronto delle Procedure

La seconda parte del lavoro è quella relativa allo studio degli effetti di alcune variazioni nella procedura sperimentale utilizzata.

Per questa si è scelto di lavorare con un reticolo di profondità intermedia, più precisamente per $s = 12$, vicina al valore della transizione nel caso puro.

Confrontando gli andamenti in figura 5.10(a) (in alto) relativi alle prime due procedure, vediamo come ci siano differenze ridotte dal punto di vista della visibilità; addirittura nessuna dal lato repulsivo. Per attrazione interspecie i valori con la Procedura Alternativa (rosso) si trovano sempre al di sopra di quelli con la Tipica (blu), indicando una perdita di coerenza minore nel caso in cui gli atomi vengono mantenuti per tempo minore a interazione non nulla. La differenza è tuttavia minima e non è possibile escludere che per il raggiungimento dell'equilibrio dal punto di vista della coerenza di fase siano sufficienti tempi dell'ordine di quelli del tunneling nel nostro sistema. Quando $s = 12$ si ha un $\tau_{tunnel} \simeq 40$ ms, secondo la relazione indicata per t nel Capitolo 4.

Passando a discutere la Procedura Veloce, notiamo che la minore durata (10 ms) della rampa di campo magnetico utilizzata per controllare l'interazione, in base al limite sulla velocità di risposta del circuito di stabilizzazione del campo stesso (sezione 3.8), permette al massimo di variare la lunghezza di diffusione interspecie fino a $\approx -260a_0$ dal lato attrattivo.

Secondo i grafici in figura 5.10(b) e 5.11(b), la terza procedura garantisce una variazione minima degli osservabili, che si mantengono quasi costanti a tutti i valori di a_{Rb-K} : portando la miscela nel reticolo a lunghezza di diffusione nulla e variandola rapidamente, quindi, lo stato finale osservato per le prime due procedure non viene raggiunto nel corso della rampa di campo magnetico, in modo che il sistema segua adiabaticamente la variazione di interazione. Contemporaneamente non sembrano essere presenti effetti di decoerenza significativi in aggiunta al riscaldamento adiabatico, con la maggiore rapidità della rampa.

Una comparazione tra la Procedura Veloce e quella Alternativa, differenti quanto ad attesa nel reticolo, indica che il tempo necessario al sistema per ristabilire la coerenza di fase residua, una volta conclusa la variazione del campo magnetico, è comunque finito rispetto alle scale risolubili sperimentalmente.

Infine, in tutti e tre i casi il comportamento delle impurezze di potassio si dimostra analogo a quello del rubidio, in accordo con la prima parte di misure.

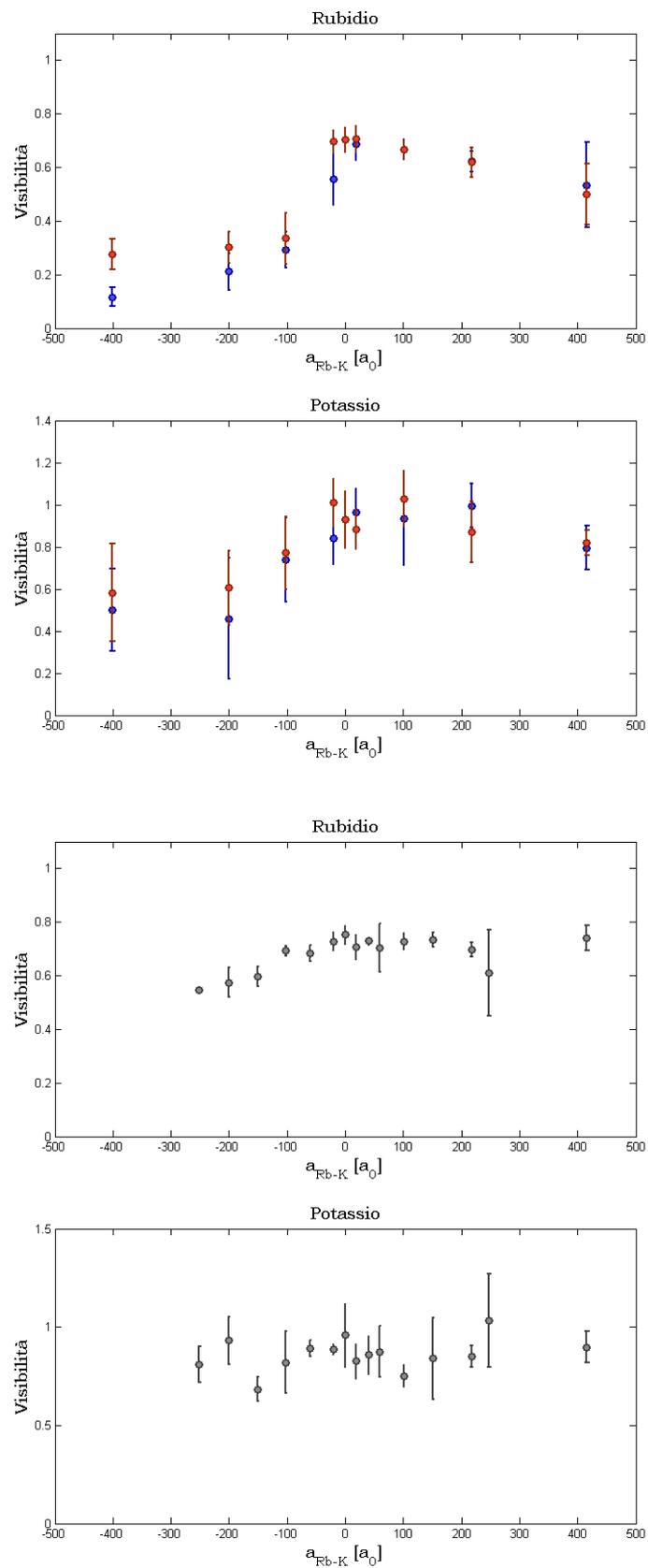


Figura 5.10: Andamento della visibilità per le diverse procedure, mostrata sia per il ^{41}K che per il ^{87}Rb . In alto: in blu i punti associati alla Procedura Tipica (1), in rosso quelli della Procedura Alternativa (2). In basso: dati per la Procedura Veloce (3), in grigio.

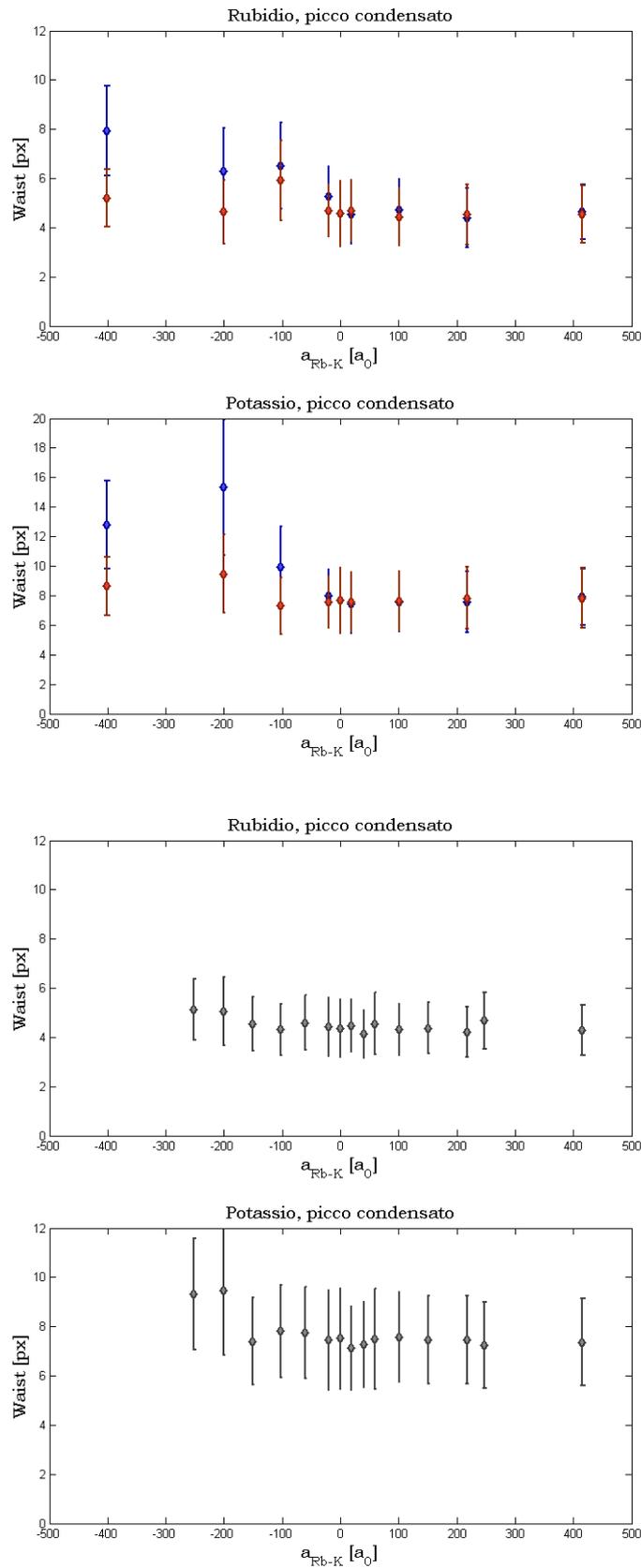


Figura 5.11: Waist del picco centrale per il rubidio e il potassio. I colori sono come in figura 5.10: blu per la Procedura Tipica (1), rosso quella Alternativa (2), grigio per la Veloce (3).

Per quanto riguarda lo studio delle procedure, quanto ottenuto finora rappresenta solo la parte preliminare di un lavoro più esteso sulle dinamiche di non-equilibrio per la miscela nel reticolo. I risultati danno una indicazione della scala di tempi sulla quale lavorare, per avere una vera caratterizzazione del comportamento sono necessarie ulteriori misure.

Prospettive di lavoro

Il prossimo passo, in corso di realizzazione e perfezionamento, consiste nel variare la rapidità della rampa di campo magnetico che controlla la lunghezza di diffusione. Queste misure interessano la dinamica di un sistema hamiltoniano soggetto alla variazione rapida di un parametro nel tempo, detta anche *quench*, in questo caso rilevante nella transizione di fase quantistica del sistema.

Per atomi bosonici all'interno di un reticolo ottico le dinamiche di quench portano ad esempio alla creazione di eccitazioni, a seconda della velocità del processo, come recentemente osservato in [77] inducendo la transizione al variare dell'interazione in onda-s. Una redistribuzione della densità, su scale di tempo più lunghe di quelle attese, si riscontra invece cambiando la profondità del reticolo a diverse velocità [78].

Anche in ambito teorico esistono previsioni che indicano aspetti interessanti legati alla transizione di Mott, in particolare [79] discute quale sia il comportamento in un reticolo monodimensionale dopo un cambiamento dell'interazione, con la formazione e lo scioglimento delle regioni isolanti nel sistema.

D'altra parte tutto questo si riferisce al caso di una specie bosonica, mentre per una miscela le stesse problematiche non sono state finora affrontate sperimentalmente.

Conclusioni

Abbiamo realizzato una miscela bosonica degenere di ^{87}Rb e ^{41}K con la possibilità di controllare le interazioni interspecie, all'interno di un reticolo ottico tridimensionale; il nostro è il primo esperimento di questo tipo per una miscela Bose-Bose.

Per quanto riguarda la preparazione dell'esperimento, abbiamo dimostrato l'importanza della velocità nei trasferimenti di stato interno quando quello di partenza nella miscela considerata è per entrambe le specie il low-field seeker $|F = 2, m_F = 2\rangle$: la permanenza in una condizione di stati iperfini misti induce una rapida perdita di coerenza nel sistema, visibile già su tempi di pochi millisecondi e tale rendere impossibile il mantenimento della degenerazione quantistica su tempi superiori al centinaio di ms.

Un contributo fondamentale alla risoluzione del problema è stata l'introduzione di uno schema di trasferimento Raman sul potassio, che garantisce le buone proprietà di efficienza e velocità richieste dalle criticità sperimentali osservate.

L'altro aspetto problematico sperimentalmente è quello della riduzione del sag gravitazionale in miscele eteronucleari, affrontato correggendo le condizioni dell'intrappolamento laser, con una ottimizzazione del circuito ottico e lo sviluppo di una particolare sequenza di evaporazione che permettono di ottenere una condizione di trappola di dipolo fortemente asimmetrica e verticalmente confinante.

I risultati ottenuti con la nuova procedura sperimentale si dimostrano qualitativamente in ottimo accordo con quelli relativi alla miscela Bose-Fermi ^{87}Rb - ^{40}K in [68], interpretati da [72] e [73] come effetto di un riscaldamento adiabatico della miscela. In particolare il comportamento della visibilità è compatibile con la presenza di separazione di fase tra rubidio e potassio per interazioni repulsive, quando la perdita di coerenza è contenuta o quasi assente, mentre indica una marcata perdita di coerenza nella regione attrattiva. Questi elementi comuni tra i casi di impurezze fermioniche e bosoniche indicano che la statistica delle impurezze non determina differenze rilevanti nella perdita di coerenza del sistema, nelle condizioni di forte sbilanciamento delle popolazioni ($N_K/N_{Rb} \lesssim 0.3$) e ridotta occupazione dei siti reticolari considerate.

Nella seconda parte del lavoro abbiamo posto le basi per una verifica degli effetti fuori dall'equilibrio in una miscela atomica, discutendo quale sia la scala di tempi rilevante per la stabilizzazione della coerenza di fase all'interno del reticolo in seguito a una rapida variazione dell'interazione con le impurezze.

Bibliografia

- [1] S.N. Bose, Zeitschrift für Physik 26: 178. doi:10.1007/BF01327326 (1924).
- [2] A. Einstein, Quantentheorie des einatomigen idealen Gases, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, 1 (1925).
- [3] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell, Science **269** (5221), 198 (1995).
- [4] W. Ketterle, Les Prix Nobel 2001, 118, The Nobel Foundation (2002).
- [5] R.P. Feynman, Int. J. Theor. Phys. **21**, 467 (1982).
- [6] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. Pitaevskii, and S. Stringari, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
- [7] C. J. Pethick and H. Smith, *Bose-Einstein condensation in dilute gases*, Cambridge University Press (2002).
- [8] C Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe, *Quantum Mechanics*, Wiley (1977).
- [9] K. Huang, *Meccanica Statistica*, Zanichelli (1997).
- [10] L.D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics Part 2*, Pergamon (1987).
- [11] T. W. Hänsch and A. Schawlow, Opt. Commun. **13**,68 (1975).
- [12] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985).
- [13] C. Cohen-Tannoudji, *Atomic motion in laser light* in Fundamental Systems in Quantum Optics, Les Houches, edito da J. Dalibard, J. M. Raimond, J. Zinn-Justin (1990).
- [14] H.J. Metcalf and P. Van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*, Springer (2002).
- [15] T. Esslinger, F. Sander, M. Weidemüller, A. Hemmerich, and T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **76**, 2432 (1996).

- [16] F. Sander, T. Devolder, T. Esslinger, and T.W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4023 (1997).
- [17] C.J. Foot, *Atomic Physics*, Oxford Univ. Press (2005).
- [18] W.D. Phillips and H.J. Metcalf, *Cooling and Trapping Atoms*, Scientific American (1987).
- [19] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
- [20] C.S. Adams, H.J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3577 (1995).
- [21] S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin, and A. Cable, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986).
- [22] J.D. Miller, R.A. Cline, and D.J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **47**, R4567 (1993).
- [23] W. Petrich, M.H. Anderson, J.R. Ensher and E.A. Cornell, *J. Opt. Soc. Am. B* **11**, 1332 (1994).
- [24] G. Modugno, G. Ferrari, G. Roati, R. J. Brecha, A. Simoni and M. Inguscio, *Science* **294**, 1320 (2001).
- [25] G. Roati, F. Riboli, G. Modugno, and M. Inguscio, *Phys. Rev Lett.* **89**, 150403 (2002).
- [26] G. Modugno, M. Modugno, F. Riboli, G. Roati, and M. Inguscio, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 190404 (2002).
- [27] H. Feshbach, *Ann. Phys.* **5**, 357 (1958); H. Feshbach, *Ann. Phys.* **19**, 287 (1962).
- [28] T. Köhler, K. Góral, and P.S. Julienne, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 1311 (2006).
- [29] T. Volz, S. Durr, S. Ernst, A. Marte, and G. Rempe, *Phys. Rev. A* **68**, 010702 (2003).
- [30] J.P. Burke Jr., C.H. Greene, J.L. Bohn, H. Wang, P.L. Gould, and W.C. Stwalley, *Phys. Rev. A* **60**, 4417 (1999).
- [31] T. Bergeman, G. Erez, and H.J. Metcalf, *Phys. Rev. A* **35**, 1535 (1987).
- [32] C. Zener, *Proc. of the Royal Society of London A*, **137**(6), 692 (1932).
- [33] W. Ketterle, D.S. Durfee, and D.M. Stamper-Kurn, in *Bose-Einstein condensation in atomic gases*, Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Course CXL, edito da M. Inguscio, S. Stringari, C.E. Wieman (1999).
- [34] O. Morsch, and M. Oberthaler, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 179 (2006).

- [35] J. Catani, P. Maioli, L. De Sarlo, F. Minardi, and M. Inguscio, *Phys. Rev. A* **73**, 033415 (2006).
- [36] G. Thalhammer, G. Barontini, L. De Sarlo, J. Catani, F. Minardi, and M. Inguscio, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 210402 (2008).
- [37] G. Barontini, *Ultracold Bose-Bose mixtures with tunable interspecies interactions*, PhD thesis, Università degli Studi di Firenze (2010).
- [38] M. Landini, S. Roy, L. Carcagnì, D. Trypogeorgos, M. Fattori, M. Inguscio, and G. Modugno, arXiv:1107.2337v1 [physics.atom-ph].
- [39] D. Jaksch, C. Bruder, J.I. Cirac, C.W. Gardiner, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3108 (1998).
- [40] J. Hubbard, *Proc. Roy. Soc. A* **276**, 238 (1963).
- [41] N.W. Ashcroft, and N.D. Mermin, *Solid State Physics*, Brooks/Cole (1976).
- [42] M.P.A. Fisher, P.B. Weichman, G. Grinstein, and D.S. Fisher, *Phys. Rev. B* **40**, 546 (1989).
- [43] J.K. Freericks, and H. Monien, *Europhys. Lett.* **26**, 545 (1994).
- [44] M. Lewenstein, A. Sanpera, V. Ahufinger, B. Damski, A. Sen De, and U. Sen, arXiv:cond-mat/0606771v2 [cond-mat.other] (2006)
- [45] W. Zwerger, *J. Opt. B* **5**, S9 (2003).
- [46] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, and I. Bloch, *Nature* **415**, 39 (2002).
- [47] T. Stöferle, H. Moritz, C. Schori, M. Köhl, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 130403 (2004).
- [48] I.B. Spielman, W.D. Phillips, and J.V. Porto, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 080404 (2007).
- [49] M. Greiner, I. Bloch, O. Mandel, T.W. Hänsch, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **87**(16), 160405 (2001).
- [50] M. B. Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4508 (1996).
- [51] M. Greiner, *Ultracold quantum gases in three-dimensional optical lattice potentials*, PhD thesis, Ludwig-Maximilians Universität München (2003).
- [52] K. Yasuyuki, Z. Qi, N. Kawashima, and N. Trivedi, *Nature Phys.* **4**, 617 (2008).

- [53] S. Fölling, *Probing strongly correlated states of ultracold atoms in optical lattices*, PhD thesis, Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2006).
- [54] F. Gerbier, A. Widera, S. Fölling, O. Mandel, T. Gericke, and I. Bloch, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 050404 (2005).
- [55] F. Gerbier, A. Widera, S. Fölling, O. Mandel, T. Gericke, and I. Bloch, *Phys. Rev. A* **72**, 053606 (2005).
- [56] C. Kollath, U. Schollwöck, J. von Delft, and W. Zwerger, *Phys. Rev. A* **69**, 031601(R) (2004).
- [57] G. Roati, C. D'Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno, and M. Inguscio, *Nature* **453** (7197), 895 (2008).
- [58] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. H., P. Lugan, D. Clement, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer, and A. Aspect, *Nature* **453** (7197), 891 (2008).
- [59] U. Gavish, and Y. Castin, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 020401 (2005).
- [60] M. Lewenstein, L. Santos, M.A. Baranov, and H. Fehrmann, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050401 (2004).
- [61] M. Cramer, J. Eisert, and F. Illuminati, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 190405 (2004).
- [62] A.B. Kuklov, N. Prokof'ev, and B.V. Svistunov, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050402 (2004).
- [63] E. Altman, W. Hofstetter, E. Demler, and M.D. Lukin, *New J. Phys.* **5**, 113 (2003).
- [64] A. Isacsson, M.C. Cha, K. Sengupta, and S.M. Girvin, *Phys. Rev. B* **72**, 184507 (2005).
- [65] H.P. Büchler, and G. Blatter, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 130404 (2003).
- [66] K. Günter, T. Stöferle, H. Moritz, M. Köhl, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 180402 (2006).
- [67] S. Ospelkaus, C. Ospelkaus, O. Wille, M. Succo, P. Ernst, K. Sengstock, and K. Bongs, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 180403 (2006).
- [68] T. Best, S. Will, U. Schneider, L. Hackermüller, D. van Oosten, I. Bloch, and D.-S. Lühmann, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 030408 (2009).
- [69] L. Pollet, C. Kollath, U. Schollwöck, and M. Troyer, *Phys. Rev. A* **77**, 023608 (2008).

- [70] M. Cramer, S. Ospelkaus, C. Ospelkaus, K. Bongs, K. Sengstock, and J. Eisert, Phys. Rev. Lett. **100**, 140409 (2008).
- [71] D.-S. Lühmann, K. Bongs, K. Sengstock, and D. Pfannkuche, Phys. Rev. Lett. **101**, 050402 (2008).
- [72] M. Cramer, Phys. Rev. Lett. **106**, 215302 (2011).
- [73] M. Snoek, I. Titvinidze, I. Bloch, and W. Hofstetter, Phys. Rev. Lett. **106**, 155301 (2011).
- [74] J. Catani, L. De Sarlo, G. Barontini, F. Minardi, and M. Inguscio, Phys. Rev. A **77**, 011603(R) (2008).
- [75] M. Bruderer, A. Klein, S.R. Clark, and D. Jaksch, Phys. Rev. A **76**, 011605(R) (2007).
- [76] B. Gadway, D. Pertot, R. Reimann, and D. Schneble, Phys. Rev. Lett. **105**, 045303 (2010).
- [77] D. Chen, M. White, C. Borries, and B. DeMarco, Phys. Rev. Lett. **106**, 235304 (2011).
- [78] C.-L. Hung, X. Zhang, N. Gemelke, and C. Chin, Phys. Rev. Lett. **104**, 160403 (2010).
- [79] J.-S. Bernier, D. Poletti, P. Barmettler, G. Roux, and C. Kollath, arXiv:1111.4214v1 [cond-mat.quant-gas].

Ringraziamenti

Le giocate su una mia laurea in Fisica, alla nascita, erano tra le meglio pagate dalle principali agenzie di scommesse britanniche e tali si sono mantenute fino a una data non ben identificata verso la fine del liceo. Dietro quello che è successo deve esserci quindi stato un complesso concorso di colpe, purtroppo di assai difficile attribuzione. In compenso, guardando indietro agli ultimi 5 anni, ho almeno ben chiaro chi per questi si meriti un riconoscimento, adesso che è il momento opportuno.

Il primo ringraziamento va al Prof. Massimo Inguscio, senza il quale questo lavoro di tesi non sarebbe stato possibile. Perché pur senza conoscermi in anticipo mi ha dato da subito molta più fiducia di quanta io stesso, forse, mi dia solitamente. In parallelo, vorrei ringraziare anche il Prof. Giorgio Parisi per la disponibilità e la cordialità che ha dimostrato nei miei confronti, spero di essermele meritate.

Il secondo ringraziamento va alle persone che in questi mesi alla BEC³ mi hanno insegnato molto più di quello che ora so sugli atomi freddi.

Francesco, esempio paradigmatico di bontà d'animo, che dispensa in modo a tratti disarmante. Ti ringrazio per tutto l'aiuto che, direi con gratuità, mi hai dato per questo lavoro. Giacomo, che negli ultimi mesi di quotidianità dentro e fuori dal laboratorio, è stato il buon amico da cui imparare e mai un semplice collega di grande esperienza. Anche ora che sei sistemato da parti veramente ultrafredde, ti auguro di trovare un ambiente accogliente quanto quello del tuo affiatato gruppo di amici fiorentini.

Devang, l'unico che è sempre in grado di spiegarti qualcosa di fisica, del mondo e dello scibile umano che non ti aspetti e pure essendo una persona delle più incredibili sa essere più umile della meno meritoria.

E Vlad, perché in due nella stessa barca non siamo stati stretti, ma abbiamo lavorato e sorriso insieme dei quotidiani casini di laboratorio.

Guardando più indietro poi, se la tappa della tesi l'ho raggiunta è merito di un buon numero di persone giuste con cui ho vissuto da universitario, ma non ho spazio sufficiente per citare a dovere. Almeno, esplicitamente, grazie a chi più spesso ho avuto il piacere di trovarmi "seduto accanto", Andrea e Mauro, Giulio e Francesco, fra tutti. Ma anche a quelli che non sento ormai da un po' come Fabio, Laura, Marco e Riccardo. Capire o dimenticare (a seconda delle necessità) quello che insegnano al Nuovo e al Vecchio è stato più facile essendo in buona compagnia.

Infine, grazie ai miei amici che con la fisica si guardano bene dall'avere a che fare (o hanno trovato di meglio a cui dedicarsi); non vi nominerò perché il vostro nome non compaia mai a meno di una pagina dalla parola "bosone", ma qui dentro ci siete anche voi.

Per molto del resto, invece, io sono un prodotto della mia famiglia; sono loro i giganti

sulle cui spalle ho potuto vedere meglio a lunga distanza.

Mia nonna per cominciare, perché l'impegno e l'amore che ha destinato a figli e nipoti continua a dare i suoi frutti. Vorrei che vedesse la mia laurea, in qualcosa che non so proprio come spiegarle, come l'ultimo dei tanti riconoscimenti che spettano a lei e a nonno come genitori, nonni e persone.

I miei genitori, ultimamente trascurati per presunti buoni motivi.

Mamma, grazie per le infinite attenzioni che tante volte hanno allontanato i miei "drammi" della quotidianità. Tutti i piccoli ostacoli, densi nell'insieme degli eventi vissuti, che da solo avrei gonfiato a dismisura e averti in ascolto e in risposta mi ha impedito di fare.

Papà, grazie per i valori che testimoni e porti avanti su tutti i piani della tua vita. E per l'affetto che mi hai sempre dimostrato, malcelato sotto il velo del tuo pudore; è per me un motivo di orgoglio sincero, anche se non amo troppo parlarne.

Tutto sommato, direi che ho fatto qualcosa di buono perché sono una spugna cresciuta in un mare pulito, e posso tornarci quando mi serve.

Il pensiero conclusivo va a Martina. Tu mi spingi a guardare fuori dal recinto delle autoconvinzioni e lo stimolo che ci diamo a vicenda come coppia e singoli, magari non sarà genetica, ma produce una evoluzione sorprendente che devo alla fortuna di stare con te. Ironicamente questo l'avevo scritto prima di scoprire l'Ipotesi della Regina Rossa, che (reinterpretata su licenza da chi non la conosce) direi c'entra pure qualcosa.

Correre più veloci per mantenersi fermi, accanto a qualcuno, è la cosa più bella che ho imparato da te. Non pensare che sia un sacrificio, né che possa mai esserlo stato.